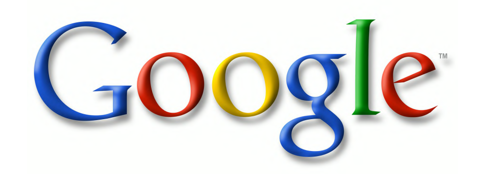

Google





Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

im Jahre 1912

Vierzehnter Jahrgang

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel



Braunschweig

Druck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn

1912

Inhalt*).

*) An den durch die fett gedruckten Seitenzahlen bezeichneten Stellen finden sich ausführlichere Mitteilungen über den betreffenden Gegenstand.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. **15. Januar 1912.** **Nr. 1.**

Bildung und Geschwindigkeit negativer Ionen im Kanalstrahl;

von J. Koenigsberger und J. Kutschewski.

(Eingegangen am 31. Dezember 1911.)

Die negativen Ionen, darunter namentlich der negative Sauerstoff, treten unter Bedingungen auf, die sich anfangs nur schwer feststellen ließen.

W. Wien[1]) war zu der Ansicht gelangt, daß Quecksilberdampf und daneben auch Wasserdampf die Ursache des Auftretens negativer Sauerstoff- und Wasserstoffionen sei.

H. v. Dechend und W. Hammer[2]) beobachteten unter Bedingungen, bei denen Hg-Dämpfe weitgehend vermieden waren, daß O-Ionen nur negativ auftreten. Da nach freundlicher Mitteilung ihre Versuche mit aufeinander folgenden Feldern zeigten, daß im Beobachtungsrohr das Vakuum tief genug war, um die Umladungserscheinungen auf ein kaum beobachtbares Maß herunterzudrücken, und außerdem die kinetische Energie der schnellsten negativen Ionen etwa 20 bis 30 Proz. kleiner war als die der schnellsten positiven, so schlossen sie, daß der Umladungsprozeß

[1]) W. Wien, Phys. ZS. 11, 377, 1910.

[2]) H. v. Dechend und W. Hammer, Sitzber. Heidelb. Akad. Abh. 1910, Nr. 21, 28 S.

bereits vor der Kathode stattgefunden haben müsse. Dagegen wäre im **Entladungsraum** die Anwesenheit von anderen als Hg-Dämpfen nicht ausgeschlossen gewesen.

K. Kilchling und J. Koenigsberger[1]) hatten gefunden, daß positiver Sauerstoff stets, negativer nur zuweilen vorhanden war, und daß er auf der Anwesenheit von Dämpfen beruht.

Wir haben neuerdings folgende Beobachtungen bei einer Röhre gemacht, die vier Wochen lang ständig mit sehr trockenem Sauerstoff für Kanalstrahlenuntersuchungen verwandt wurde. Anfangs trat negativer Wasserstoff und dann nach einiger Zeit anhaltend negativer Sauerstoff auf, wie bei früheren Versuchen. Als dieser und mit ihm das Wasserstoffmolekül verschwunden war[2]), konnte, gleichgültig, ob der Sauerstoffdruck im Beobachtungsraum oder Entladungsraum oder in beiden gleichzeitig groß oder klein genommen wurde (bei 1.10^{-4}, 1.10^{-3} und 7.10^{-3} mm Druck), kein negativer Sauerstoff mehr erhalten werden. Auch wenn die Kohlensäurekühlung entfernt wurde, so daß Quecksilberdampf in die Röhre treten konnte, fanden wir keinen negativen Sauerstoff. Bei allen diesen Versuchen war ein Gefäß mit häufig erneuertem Phosphorpentoxyd an der Gaedepumpe und eins am Kanalstrahlrohr angebracht.

Nur wenn man den Entladungsraum öffnete und dann gleich wieder evakuierte, trat negativer Sauerstoff, wie photographisch festgestellt wurde, wenn auch nur schwach auf. Dasselbe tritt auf, wenn man reinen Wasserdampf mit etwas atmosphärischer Luft einläßt. Wasserdampf allein wirkt nur äußerst langsam. Eine analoge Wirkung scheinen die Kohlenwasserstoffe zu haben; W. Wien hat für Tetrachlorkohlenstoff eine Wirkung beobachtet. Man sieht, daß alle diese Umstände zusammengenommen dafür sprechen, daß der negative Sauerstoff mit der Gegenwart von Wasserdampf und vielleicht von anderen Sauerstoffverbindungen im Entladungsrohr (Gas, Glas oder Kathodenmetall) zusammenhängt. Dasselbe scheint hinsichtlich des negativen Wasserstoffs zu gelten.

---

[1]) J. Koenigsberger u. K. Kilchling, Verh. D. Phys. Ges. 12, 1011, 1910.

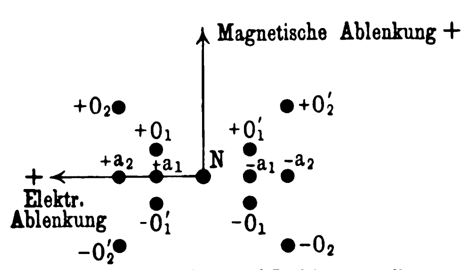
[2]) Die Versuchsanordnung war genau dieselbe wie früher. Der einzige Unterschied bestand darin, daß wir mehr Phosphorpentoxydgefäße hatten, dieselben häufiger erneuerten und immer nur ganz trockenen Sauerstoff, der wochenlang über Phosphorpentoxyd gestanden hatte, durchströmen ließen.

Hieran knüpfte sich die Frage, ob negativer Sauerstoff durch Dissoziation nur dann entsteht, wenn primär, d. i. unmittelbar an der Kathode schon negativer Sauerstoff vorhanden ist, oder ob er auch unter anderen Bedingungen durch Dissoziation erhalten wird. Die Photographien zeigten, daß, je stärker der primär negative Sauerstoff, um so stärker auch der dissoziiert negative Sauerstoff. War der primär negative verschwunden, so fehlte auch der dissoziierte Anteil. Dies konnte auf zwei Arten erklärt werden: Entweder verhält sich neutralisiertes positives O im Kanalstrahl anders als neutralisiertes negatives O, oder eine schwache Beimengung Wasserdampf, die gleichzeitig im Entladungsraum und Beobachtungsraum auftrat, war die Ursache der Erscheinung.

Das sollte der folgende Versuch entscheiden: Wenn der Entladungsraum trocken gehalten wurde, so daß aus ihm kein negativer Sauerstoff austrat, der Beobachtungsraum aber Wasserdampf enthielt, so mußte, wenn die zweite Ansicht richtig war, negativer Sauerstoff als Dissoziationsprodukt erscheinen. Dies gelang mehrmals. Doch war nicht ganz zu vermeiden, daß etwas Wasserdampf aus dem Beobachtungsraum durch die Kapillare in den Entladungsraum hinüberdiffundierte und dadurch einen schwachen primären negativen Anteil verursachte. Doch ist beachtenswert, daß hierbei die Geschwindigkeit der primär negativen Ionen der zweiten Ionisierungsstelle mit der geringeren Geschwindigkeit entsprach. Der dissoziiert negative Anteil dagegen hatte zwei verschiedene Geschwindigkeiten, die den beiden Ionisierungsstellen des positiven bzw. neutralen Strahles entsprachen. Schon dies machte es sehr wahrscheinlich, daß der dissoziiert negative Strahl im Beobachtungsraum auch aus neutralisiert positiven Teilen entstanden war. Doch ließ die Tatsache immer noch andere Deutungen zu, und da die ganze Frage uns fundamental erschien, wurden die Versuche in anderer Weise fortgeführt. Nach vielen vergeblichen Bemühungen gelang es endlich, eine geeignete Anordnung zu treffen.

Am Anfang des Beobachtungsraumes, unmittelbar hinter der Kapillare befindet sich das horizontale elektrostatische Feld. Dann durchsetzt der Strahl 19 cm des Beobachtungsraumes und geht durch ein sehr starkes horizontales Magnetfeld, das sich 2 cm vor dem Phosphoreszenzschirm bzw. der photographischen Platte unserer Anordnung befindet. Man nimmt am besten Geschwindig-

keiten von 2,4 . 10^8 cm/sec und im Beobachtungsraum einen Luftdruck von etwa 1 bis 2 . 10^{-4} mm (Wasserdampf etwa 6 . 10^{-4}). Vorher hat man etwa 5 Minuten lang Entladungsraum und Beobachtungsraum mit atmosphärischer Luft gefüllt. Dann beobachtet man, daß von dem durch das elektrostatische Feld im Sinne des positiven Anteils abgelenkten Kanalstrahl das Magnetfeld sowohl nach oben (positiv) wie nach unten (negativ) von dieser Richtung einen dem Sauerstoffatom entsprechenden Anteil ablenkt. Es ist also aus einem anfänglich positiven O-Kanalstrahl im Beobachtungsraum ein negativer O-Strahl entstanden. Für die H-Strahlen gilt Ähnliches, doch ist der negativ dissoziierte Anteil, der aus dem positiven entstand, viel schwächer.



1 und 2 entsprechen zwei Ionisierungsstellen. *N* = neutral (dauernd). *a* = assoziiert (vor dem 2. magnetischen Felde). *O* = die vom 1. und 2. Magnetfelde abgelenkten Sauerstoffanteile. Die aus dem Neutralen dissoziierten Strahlen sind weggelassen.

Der Vorgang der negativen Umladung im Beobachtungsraum geht also folgendermaßen vor sich: Aus dem im elektrostatischen Felde positiven Anteil bildet sich ein assoziierter, der als solcher auch zum Teil erhalten bleibt (a_1), dieser dissoziiert zum Teil positiv und fällt dann mit dem dauernd positiven O_1 zusammen, zum Teil dissoziiert er negativ $-O'_1$; dasselbe gilt auch für die zweite schwächere Ionisierungsstelle 2.

Ganz Analoges kann man unter günstigen Bedingungen auch am negativ assoziierten Strahl wahrnehmen, wenn es gelungen ist, ihn genügend intensiv zu erhalten. Man sieht in diesem Falle, daß der erst negative, dann assoziierte Strahl sowohl negativ wie positiv dissoziiert.

Damit ist die Frage so weit beantwortet, wie das vorläufig möglich ist: ein neutralisiertes negatives Ion ist dasselbe wie ein neutralisiertes positives Ion. Ob diese dagegen genau dasselbe sind wie ein neutrales Atom bei gewöhnlicher Temperatur, ist hieraus noch nicht zu folgern. Aus anderen Versuchen scheint uns im Gegenteil möglich, daß ein neutrales Kanalstrahlatom ein positives Ion ist, um das ein negatives Elektron kreist, so wie das A. Righi für andere Erscheinungen

angenommen hat. Im neutralen Atom im Ruhezustande sind dagegen alle Elektronen an bestimmte Valenzstellen gebunden.

Wir möchten noch bemerken, daß aus diesen und den folgenden Ausführungen hervorgeht, daß das Vorkommen negativer Ionen im Kanalstrahl keineswegs darauf hinweist, welches elektrische Verhalten das betreffende Ion in dem Molekül zeigt, aus dem es entstanden ist. Vielmehr muß jedes Kanalstrahlion ursprünglich positiv gewesen sein, gleichgültig, ob es später positiv oder negativ auftritt. Man kann nur, worauf schon a. a. O.[1]) hingewiesen wurde, die relative Affinität verschiedener bzw. neutralisierter Ionen miteinander vergleichen, wenn man die Intensität der negativen Kanalstrahlen verschiedener Ionen mißt.

Negative Kanalstrahlen deuten wohl nur auf Dämpfe mit ruhenden negativen zweiwertigen Ionen im Entladungs- oder Beobachtungsraum, wie O aus H_2O und analoge.

Vergleicht man in einem Rohr mit mehreren ausgeprägten Ionisierungsstellen, die sich als getrennte Schwärzungen kundgeben, die Geschwindigkeiten der zusammengehörigen positiven und negativen Strahlen, die als solche aus dem Entladungsraum austreten (das Feld ist unmittelbar hinter der Kapillare angebracht), so erhält man folgende Werte:

	v	
	+O	−O
in O_2 . . .	1,00	0,90
	1,09	1,02
	0,81	0,77
in H_2 . . .	1,06	0,975

v	
+H	−H
0,90	0,85

Die Geschwindigkeit der negativen Teile ist also stets geringer als die der positiven.

Die Bildung der negativen Ionen erfolgt ferner stärker aus den Strahlen der Ionisierungsstelle mit geringerer Geschwindigkeit. Demnach ist eine gewisse Analogie zu den Umladungen[2]) vorhanden.

---

[1]) Vgl. diese Verh. **13**, 931, 1911.

[2]) Vgl. J. Kutschewski, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1911.

Bei der Dissoziation und Bildung negativer Teile im Beobachtungsraum ändert sich dagegen die Geschwindigkeit nicht. Daher haben die im Beobachtungsraum infolge von Wasserdampf sich aus den positiv neutralisierten bildenden negativen Ionen eine größere Geschwindigkeit als die primär negativen Ionen. Messungen ergaben Unterschiede von 5 bis 10 Proz.

Wenn man die Geschwindigkeit der negativen Ionen berechnen will, die schon am Anfang des Entladungsraumes negativ sind, so kann man von zwei Annahmen ausgehen:

1. Die Entsendung negativer Ionen beruht auf einer Art radioaktiver Vorgänge, wie das J. J. THOMSON auch für die positiven Ionen früher angenommen hat.

2. Die negativen Ionen sind aus positiven Ionen entstanden, die als solche ihre Geschwindigkeit erhalten haben.

Wir wollen von letzterer Hypothese ausgehen. Ferner stützen wir uns auf die Tatsache, daß die negativen Ionen, wie für den Beobachtungsraum wenigstens oben dargelegt, sich neutralisieren und teilweise positiv, teilweise negativ laden. Bezeichnen wir die elektrische Feldstärke vor der Kathode mit X, so wäre

$$^1/_2 m v^2 = \sum_p \int X e\, d x - \sum_n \int X e\, d x,$$

worin $\sum\limits_p$ die Summe der Weglängen bedeutet, die das positive Ion zurücklegt, $\sum\limits_n$ die des negativen Ions, die des assoziierten $\sum\limits_a$ kommen nicht in Betracht. Nun sind für die in Betracht kommenden Drucke und Geschwindigkeiten die mittleren Weglängen für das Sauerstoffmolekül sehr klein. Unter Verwertung der experimentell gewonnenen Zahlen ergibt sich etwa 0,2 bis 1 cm für eine mittlere Geschwindigkeit von 0,5 (unserer Einheiten) vor der Kathode.

Da für Sauerstoff die Intensität der negativen Ionen unter bestimmten Bedingungen gleich der der positiven ist, so folgt daraus, wie sich durch einfache Rechnung (nach Analogie von p) ergibt, daß in diesem Falle $\lambda_n = \lambda_p$ und $\sum\limits_n \lambda + \sum\limits_p \lambda = {}^1/_2 \sum\limits_a \lambda$. Dann würden sich aber die $\sum\limits_p$ gegen die $\sum\limits_n$ wegheben, und die resultierende Geschwindigkeit wäre 0. Demnach müssen wir

schließen, daß die Umladungen zu negativen Teilen nicht im ganzen Entladungsraum, sondern kurz vor der Kathode erfolgen. Soweit sonst negative Umladungen im Raume erfolgen, ergeben sie keine Kanalstrahlen. Daß auch höchstwahrscheinlich an einer bestimmten Stelle kurz vor der Kathode die negative Umladung statthat, zeigt folgende experimentelle Tatsache: Wenn drei getrennte Ionisierungsstellen, somit drei diskrete Geschwindigkeiten der positiven Strahlen auftreten, so sind auch drei diskrete Geschwindigkeiten der negativen Strahlen vorhanden. Am intensivsten ist der negative Strahl mit der geringsten Geschwindigkeit, was zeigt, daß die negative Umladung auf einer sehr kurzen Strecke erfolgen muß, da sich sonst die Unterschiede der Geschwindigkeiten nicht so stark bemerklich machen würden. Diese drei Geschwindigkeiten der negativen Strahlen sind aber durchweg geringer als die der analogen positiven Strahlen, und zwar scheint angenähert die magnetische Ablenkung für alle um denselben prozentischen[1]) Teil größer als für die positiven.

Aus denselben Gründen, aus denen folgt, daß die negativen Ionen und, wie im folgenden gezeigt, die zweiwertigen positiven Atomionen ursprünglich einwertige positive Ionen waren, also sekundär sind, ergibt sich andererseits, daß die Molekülionen primär entstanden sind.

Zu erwähnen ist noch, daß bei hohen Drucken, von $5 . 10^{-2}$ mm ab, hinter einer Siebkathode fast nur leuchtende Strahlen von langsamen negativen Ionen nachweisbar sind. Negative K_1-Strahlen haben wir dagegen noch nicht wahrnehmen können, während positive und neutrale K_1-Strahlen bekanntlich vorhanden sind. Wir finden bei Drucken unter $5 . 10^{-3}$ mm die K_1-Strahlen erst in größerem Abstande (etwa 15 cm) von der Kathode, sie durchsetzen die ringförmige Anode. Der feine leuchtende Strahl vor der Kathode ist, soweit wir beurteilen können, bei unserer Anordnung nur ein positiver auf die Kathode hinlaufender Kanalstrahl.

Ähnliche Betrachtungen wie für die negativen Ionen gelten für die zweiwertigen Ionen. Auch ihre Entstehung ist nach dem bis jetzt vorliegenden experimentellen Material wohl auf die An-

[1]) Die absolute Größe des Betrages variiert nach unseren Beobachtungen von Versuch zu Versuch, ist etwa 2 bis maximal 10 Proz. des ganzen Wertes. Das deutet auf eine Zufälligkeit in der Lage der Umladungsstelle.



wesenheit von Dämpfen zurückzuführen; sie müssen sekundärer Natur sein. Wir haben dieselben auch bei bestem Vakuum im Beobachtungsraum nicht erhalten, wenn die Kathode gasfrei und die Glasröhren schon längere Zeit evakuiert waren. Nur anfangs waren bei unseren Versuchen ganz selten und zufällig Fluoreszenzflecke an Stellen sichtbar, die einer doppelten Ladung entsprechen konnten, aber die elektrostatische Ablenkung war nie so viel kleiner, wie das hätte sein müssen, wenn $^1/_2 mv^2 = 2eE.c$[1]) gewesen wäre, also die Ionen im Entladungsraum zweiwertig waren. Auch J. J. THOMSON[2]) erwähnt zweiwertige Ionen nur in dem dissoziierten Strahl. H. VON DECHEND und W. HAMMER[3]) haben zweiwertigen Kohlenstoff mit einer elektrostatischen Ablenkung gleich der anderer einwertiger Ionen gefunden, also ist es nicht sehr wahrscheinlich, daß die zweiwertigen Ionen im Entladungsraum als solche vorhanden gewesen sind.

Überhaupt kann man wegen der Umladungen aus Beobachtungen an Kanalstrahlen kaum einen Schluß auf die ursprüngliche Ladung der Ionen ziehen. Wenn man unsere Beobachtungen an neutralisierten negativen Ionen verallgemeinern darf, so wird durch die Neutralisation die primäre Eigenschaft eines Ions verwischt. — Inwieweit diese Annahmen auf die Erscheinungen in GEISSLERschen Röhren übertragen werden dürfen, hängt davon ab, ob da auch Umladungen vorhanden sind, eine Frage, die sich nur schwer experimentell angreifen läßt.

Wir beehren uns, der **Heidelberger Akademie der Wissenschaften** für die gütigst bewilligte Unterstützung dieser Versuche unseren ergebensten Dank auszusprechen.

---

[1]) Hierbei ist vorausgesetzt, daß der Faktor c, nach W. WIEN etwa 0,5, für ein- und zweiwertige Ionen derselbe ist.

[2]) J. J. THOMSON, Phil. Mag. (6) 21, 225 1911.

[3]) H. VON DECHEND u. W. HAMMER, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1910, Abh. 21.

Zur Wärmeleitung von Graphit und Diamant; von J. Koenigsberger.

(Eingegangen am 31. Dezember 1911.)

Herr A. Eucken [1]) hat die Wärmeleitfähigkeit des Diamants untersucht und dieselbe außerordentlich hoch gefunden, etwa 0,4 von der des Silbers; $K = 0,39$ bei 0°. Herr J. Weiss und der Verfasser [2]) haben schon früher in Graphit ($\perp$ zur c-Achse) einen Kristall gefunden, der eine noch höhere Wärmeleitung, $\lambda = 0,8$ bei 30°, besitzt. Damals ließ sich nicht sicher angeben, auf welcher Ursache die hohe Wärmeleitfähigkeit des Graphits beruht. Wir konnten aber zeigen, daß sie mit der elektrischen Leitfähigkeit, die relativ viel geringer ist, nicht zusammenhängen kann. Ob man eine so hohe Isolatorleitfähigkeit, die also nicht durch freie Elektronen bedingt ist, annehmen darf, war damals unsicher. Die Wärmeleitung des elektrisch isolierenden Diamants zeigt jetzt, daß eine solche Annahme wohl berechtigt ist, und damit ist auch erklärt, warum Graphit eine Ausnahme vom Gesetz von Wiedemann und Franz bildet, wie wir das für andere schlechtere Leiter auch schon gezeigt haben.

Die hohe Wärmeleitfähigkeit des Kohlenstoffatoms im festen Zustand findet sich etwas abgeschwächt bei dem chemisch analogen regulär kristallisierenden Silicium wieder; wir fanden $\lambda = 0,20$ bei 30°. Unseres Erachtens hängt die hohe Wärmeleitfähigkeit dieser Substanzen mit derselben Ursache zusammen, welche die starke Abnahme der spezifischen Wärme bei der betreffenden Temperatur bedingt, wie a. a. O. dargelegt werden soll.

---

[1]) A. Eucken, diese Verh. 13, 829, 1911.
[2]) J. Koenigsberger und J. Weiss, Ann. d. Phys. (4) 35, 27, 1911.

Über die Geschichte der Erdantennen;
von Franz Kiebitz.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. Dezember 1911.)
(Vgl. diese Verh. 13, 1105, 1911.)

Der erste Versuch, elektrische Ströme durch die Erde zu leiten, ist 1746 von WINKLER[1]) gemacht worden. In der Leitungstelegraphie hat STEINHEIL[2]) 1838 Erdverbindungen eingeführt, um Stromkreise statt durch eine Rückleitung durch die Erde zu schließen.

Auch um ohne direkte Drahtverbindung von einem Flußufer zum anderen telegraphieren zu können, sind früher, als es noch keine geeigneten Flußkabel gab, mehrfach Erdleitungen verwendet worden.

So hat MORSE[3]) in den Jahren 1842 bis 1844 in New York von einem Ufer zum anderen telegraphiert, indem er an dem Ufer parallele, beiderseitig mit der Erde verbundene Leitungen zog. In die Sendeleitung schickte er Gleichstrom, und in die Empfangsleitung wurde ein Galvanoskop eingeschaltet. MORSE gibt an, daß es notwendig ist, die Sende- und Empfangsleitung dreimal so groß wie die Breite des Wasserlaufes zu wählen.

Dieses ist der erste Fall, in dem Erdanschlüsse verwendet worden sind, um ohne leitende Verbindung zu telegraphieren. Die Erscheinung beruht, wie MORSE selbst angegeben hat, auf der Leitfähigkeit des Wassers. Es dürfte dies der erste Fall von Ausbreitungstelegraphie sein, d. h. von einer Telegraphie, welche die Ausbreitung elektrischer Ströme in der Erde benutzt.

1879 telegraphierte JOHNSTON[4]) nach demselben Prinzip über einen Fluß in Indien. Er benutzte auf der Sendeseite Gleichstrom und in der gegenüberliegenden Empfangsleitung ein Telephon oder ein Nadelinstrument. Er konnte mit dieser An-

---

[1]) KARRASS, Geschichte der Telegraphie 1, 43, 1909.
[2]) KARRASS, ebenda, S. 145, 1909.
[3]) RIGHI und DESSAU, Telegraphie ohne Draht 1907, S. 307.
[4]) MELHUISH, Elektrot. ZS. 11, 312, 1890.

ordnung bei 14 m Plattenabstand auf jeder Seite über einen 180 m breiten Fluß telegraphieren.

PREECE[1]) hat 1884 Versuche begonnen, um durch Induktion einer wechselstromdurchflossenen Leitung auf eine entfernte Empfangsleitung drahtlos zu telegraphieren. Er benutzte im Sender und Empfänger kilometerlange Leitungen, die meistens an beiden Seiten mit der Erde verbunden waren.

RATHENAU[2]) vermutete, daß die Wirkung dieser Anordnungen auf der Ausbreitung von Leitungsströmen beruhte und weniger durch Induktion zustande käme. Unter diesem Gesichtspunkte stellte er in Gemeinschaft mit RUBENS 1894 am Wannsee Versuche an, und es gelang mit unterbrochenem Gleichstrom, der zwei am Ufer in 500 m Abstand an Erde gelegten Zinkplatten zugeführt wurde, nach einer 4,5 km weit entfernten, zwischen zwei Booten gezogenen parallelen Leitung zu telegraphieren.

Die Ausbreitung elektrischer Ströme in der Erde wurde in den Jahren 1894 bis 1896 weiter von STRECKER[3]) durch Versuche auf dem Lande untersucht, und zwar 1. um die Störungen beurteilen zu können, die geerdete Starkstromleitungen in Fernsprechleitungen hervorrufen; 2. um die Verwendbarkeit der Ausbreitung elektrischer Ströme für drahtlose Telegraphie zu prüfen. Diese Versuche wurden mit zerhacktem Gleichstrom und mit 50periodigem Wechselstrom ausgeführt; sie haben ergeben, daß die empfangene Stromstärke bei parallelen Leitungen proportional der Länge dieser Leitungen und der Sendestromstärke ist und umgekehrt proportional der Entfernung. Die größte bei diesen Versuchen erreichte Entfernung betrug 17 km; dabei war die Sendeleitung 3 km und die Empfangsleitung 1,2 km lang.

1901 machten ARMSTRONG und ORLING[4]) den Vorschlag, mit einem in die Erde gesendeten Strom zu telegraphieren; der Stromkreis soll sich dabei selbsttätig unterbrechen oder einen Umschalter oder ein Mikrophon enthalten. Als Empfänger soll ein Telephonstromkreis verwendet werden, der den in der Erde verlaufenden Stromlinien parallel geschaltet wird.

---

[1]) RIGHI und DESSAU, l. c., S. 322.
[2]) E. RATHENAU, Elektrot. ZS. 15, 616, 1894.
[3]) K. STRECKER, ebenda 17, 106, 1896.
[4]) Deutsches Patent, Nr. 162403 und 178067.

Alle bisher genannten Verwendungsarten von Erdverbindungen für drahtlose Telegraphie beruhen auf Ausbreitung elektrischer Ströme oder auf Induktion. Demgemäß liegt die Empfangsleitung seitlich von der Sendeleitung und verläuft im allgemeinen parallel zu ihr.

In der drahtlosen Telegraphie mit elektrischen Wellen sind folgende Versuche und Vorschläge gemacht worden, statt mit Luftleitern mit Erdanschlüssen zu telegraphieren.

Auf S. 11 seiner ersten Patentschrift sagt MARCONI[1]): Am Empfänger ist es möglich, die Wellen aus der Erde oder dem Wasser ohne eine Luftplatte aufzunehmen. Dies kann geschehen, indem man die Enden des Detektors mit zwei Erdplatten verbindet, zweckmäßigerweise in einer gewissen Entfernung voneinander und in einer Linie mit der Richtung, aus der die Wellen kommen. Diese Verbindungen dürfen nicht vollständig leitend sein, sondern müssen einen Kondensator von geeigneter Kapazität enthalten, etwa 1 Quadratyard Oberfläche (paraffiniertes Papier als Dielektrikum).

1901 hat BRAUN[2]) eine Reihe von Versuchen beschrieben, bei denen er zum Senden und zum Empfangen elektrischer Wellen je zwei Erdanschlüsse verwendete. Er hat diesen Versuchen die Vorstellung zugrunde gelegt, daß er in derselben Weise wie bei der Ausbreitungstelegraphie Strömungslinien benutzt, und hat die früheren Versuche nur dadurch zu verbessern gedacht, daß er bei Anwendung von schnellen Schwingungen durch Hautwirkung ein Zusammendrängen der Stromlinien in der Erdoberfläche bekommt und damit eine Vergrößerung der Reichweite; eine Mitwirkung der Luft betrachtet BRAUN dabei als ausgeschlossen.

Er hat auch in einem Falle entgegen den Anordnungen der Ausbreitungstelegraphie die vier Erdanschlüsse von Sender und Empfänger in einer geraden Linie angeordnet, und hat so mit kleinen Mitteln über 1,6 km telegraphiert. Er hat diese Wirkung auch richtig erklärt durch Phasenverschiedenheit der an den beiden Erdplatten ankommenden Wellen. Doch ist es ihm entgangen, daß diese Erscheinung für das Telegraphieren über große Entfernungen von fundamentaler Bedeutung ist.

---

[1]) Engl. Patent, Nr. 12039, 2. Juni 1896.

[2]) F. BRAUN, Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft, Leipzig 1901.



Auch in einem anderen Falle hat BRAUN[1]) mit Erdantennen gearbeitet. Er hat auf einem schwach geneigten Gelände Empfangsversuche mit geraden Drähten angestellt, die dicht über der Erde ausgespannt waren, und hat auch die starke Richtfähigkeit dieser Antennen beobachtet. BRAUN hielt dabei die Neigung des Erdbodens für wesentlich und glaubte eine Komponente des elektrischen Vektors der Wellen aufzufangen. Wäre das Gelände horizontal gewesen wie bei meinen späteren Versuchen, so wären die Ergebnisse sicherlich dieselben gewesen und hätten gezeigt, daß die Empfangswirkung dadurch zustande kam, daß die über der Erde sich ausbreitenden Ladungen durch die Kondensatorwirkung der Drähte in den Drähten Schwingungen erzeugten.

1902 und 1903 hat sodann LECHER[2]) vorgeschlagen, statt mit einem Luftleiter die elektrischen Wellen der drahtlosen Telegraphie mit zwei Erdanschlüssen zu empfangen, die in einer Geraden mit dem Sender liegen. Er hat diesen Vorschlag durch die Vorstellung begründet, daß der Ausbreitungsvorgang in der drahtlosen Telegraphie statt durch Felder in der Atmosphäre durch Ladungen auf der Erdoberfläche beschrieben werden kann. Die Tatsache, auf der diese Vorstellung damals beruhte, war der Umstand, daß es gelingt, trotz der Krümmung der Erde über große Entfernungen zu telegraphieren. Dies ist lange Zeit die einzige Tatsache geblieben, aus der geschlossen werden konnte, daß die elektrische Kraft bei der Ausbreitung HERTZscher Wellen über die Erdoberfläche im wesentlichen senkrecht auf der Erde steht, daß also der Ausbreitungsvorgang im wesentlichen so verläuft, als ob die Erde ein guter Leiter sei.

1904 und 1905 sind Verfahren und Einrichtungen zur drahtlosen Telegraphie mit Erdströmen und Verbesserungen derselben vorgeschlagen worden[3]).

Diese Vorschläge beziehen sich auf eine Methode, bei der die Erde ausschließlich als leitendes Medium benutzt wird, ohne irgend eine Vorrichtung, Luftwellen auszusenden (EP). Die angewandten Ströme sind Wechselströme im Bereich der akustischen

---

[1]) F. BRAUN, Phys. ZS. 4, 363, 1903.
[2]) E. LECHER, ebenda 3, 273, 1902; 4, 320, 1903.
[3]) L. ZEHNDER, Deutsche Patentschrift, Nr. 178861, 1906 (DP); Österreichische Patentschrift, Nr. 26404, 1905 (ÖP); Englische Patentschrift, Nr. 10601, 1905 (EP).

Hörbarkeit (EP) oder solche von etwa 30- bis 100000 Schwingungen (ÖP). Zur Stromerzeugung dient eine Wechselstrommaschine mit eisenarmiertem Anker oder ein Transformator oder sonst irgend eine Stromquelle, die intermittierende, pulsierende oder Wechselströme liefert (D u. EP); jede während der Erzeugung der zu benutzenden Stromstöße wirksame Funkenstrecke wird ausdrücklich ausgeschlossen (ÖP). Die beiden Erdanschlüsse haben entweder den Abstand einer halben Wellenlänge, und die Telegraphierrichtung ist die Richtung der beiden Platten (Ö u. EP) oder die beiden Erdplatten haben den Abstand Null, und es gibt keine bevorzugte Telegraphierrichtung (D, Ö u. EP). Von Induktionswirkung wird kein Gebrauch gemacht (ÖP).

Diesen Anordnungen werden unter anderen folgende Vorstellungen zugrunde gelegt: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen ist längs eines dicht über der Erde ausgespannten Drahtes dieselbe wie längs eines im freien Äther ausgespannten Drahtes und von der Geschwindigkeit an der Erdoberfläche verschieden (ÖP). Man hat durchweg vollständig durch gute Leiter (Metalldrähte, Erdreich, Wasser usw.) geschlossene Stromkreise (ÖP).

Für einen gut hörbaren Wechselstrom von 1000 Perioden würde z. B. auf der Sende- und Empfangsstation eine Leiterlänge von 15 km erforderlich sein. Leitungen, deren Längen von dieser Größenordnung sind, werden also durch die Vorschläge der Patentschriften bedingt.

Um Ströme ohne Richtungsunterschiede in die Erde schicken zu können, wird vorgeschlagen, einen geschlossenen wechselstromdurchflossenen Kreis an einer Stelle leitend mit der Erde zu verbinden. Da in der Erdverbindung unter diesen Umständen keine Spannungen auftreten, können auch keine Ströme in die Erde fließen.

Der Schwingungsvorgang wird in den beschriebenen Ausführungsformen der Erfindung nicht ausdrücklich dargestellt. Als einfachste Schaltungsweise bei Verwendung von zwei Erdanschlüssen wird folgende beschrieben: Die beiden Erdanschlüsse werden verbunden durch eine nahe der Erdoberfläche geführte Leitung, in deren Mitte die Stromquelle (in der Regel eine Wechselstrommaschine) sich befindet. Die Leitung, einschließlich der Maschine, ist auf eine halbe Welle abgestimmt; da nach der Voraussetzung

die Wellenlänge im Drahte gleich der im freien Äther ist und darum größer als an der Erdoberfläche, so kann der Abstand der beiden Erdplatten, in der Erdoberfläche gemessen, gleichfalls eine halbe Wellenlänge sein; diese Voraussetzung trifft nicht zu; bei meinen Versuchen war die Wellenlänge durch die Erdnähe im Verhältnis 5:6 ungefähr verkleinert.

Ein Schwingungsvorgang ist bei dieser Schaltung möglich, wenn an den geerdeten Enden, wo Spannungsschwankungen nicht auftreten können, Strombäuche vorhanden sind. In der Mitte der Leitung, also in der Maschine, muß dann ein Spannungsbauch liegen. Dies hat erstens den Nachteil, daß die Ankerwickelung Hochspannung gegen das Maschinengehäuse führt, zweitens hat dies den Nachteil, daß die Maschine stromlos sein muß, also überhaupt kein Strom erzeugt wird.

An einer Stelle der österreichischen und der englischen Patentschrift wird vorgeschlagen, Kondensatoren in bekannter Weise in die Erdleitung einzuschalten. Da in den Patentschriften keine Angabe darüber vorhanden ist, daß durch diese Kondensatoren der Schwingungsvorgang wesentlich geändert werden soll, so muß man annehmen, daß sie große Kapazität haben sollen. Hätten sie kleine Kapazität, etwa wie bei MARCONI oder BRAUN, so würde der Vorgang wesentlich anders, weil dann ein Spannungsbauch am Ende der Leitung auftritt; im besonderen ist dann die Leitung nicht mehr auf eine halbe Welle abgestimmt.

Diese Gründe dürften genügen, um zu beweisen, daß sämtliche in diesen Patentschriften beschriebene Anordnungen physikalisch unmögliche Vorgänge und technisch unmögliche Konstruktionen voraussetzen.

Eine neuere Gruppe von Patentschriften über Erdantennen ist von FESSENDEN verfaßt worden. Die Patentschriften setzen voraus, daß sich HERTZsche Wellen in der Atmosphäre und Ladungswellen auf der Erdoberfläche gegenseitig bedingen, daß sich also die von LECHER vermutete Möglichkeit, mit Erdanschlüssen statt mit Luftleitern zu telegraphieren, verwirklichen läßt.

Seit 1907 habe ich wiederholt im Gelände Versuche mit drahtloser Telegraphie angestellt und dabei eine Reihe neuer Beweise dafür erbracht, daß man zur Beschreibung der Wellenausbreitung in der drahtlosen Telegraphie immer die Vorstellung



zugrunde legen muß, daß die elektrische Kraft im wesentlichen senkrecht auf der Erdoberfläche steht, und zwar schon in der Nähe des Senders.

In den letzten Jahren ist wiederholt die Möglichkeit erörtert worden, daß der Verlauf der elektrischen Kraft an der Erdoberfläche infolge der endlichen Leitfähigkeit der Erde erheblich verwickelter ist. Im besonderen haben ZENNECK[1]) und SOMMERFELD[2]) gezeigt, daß die Richtwirkung von MARCONIs geneigten Antennen nur erklärt werden kann durch die endliche Leitfähigkeit der Erde und die dadurch bedingten Feldverzerrungen.

Mit den Ergebnissen dieser Berechnungen stehen Versuchsergebnisse im Einklang, die ich 1910 beschrieben habe[3]); diese Versuche haben gezeigt, daß die Richtwirkung der wagerechten Antennen nur ausnahmsweise bei trockenem Boden zustande kommt.

Ferner konnte ich neuerdings zeigen[4]), daß eine starke Richtwirkung der Marconistation in Clifden nicht angenommen werden kann, weil diese Station in der ungünstigen Strahlungsrichtung über 1550 km Land sehr laut gehört werden konnte.

Daß die wesentlichen Komponenten der elektrischen Kraft auf dem Erdboden senkrecht stehen, geht ferner aus folgenden Versuchen hervor, die ich 1908 beschrieben habe[5]): Seitlich von einem Paare senkrechter Luftantennen konnte mit einer parallelen wagerechten Empfangsleitung schon im Abstande von vier Wellenlängen kein Empfang mehr erzielt werden, während die Zeichen eines einfachen Senders von gleicher Größe noch im Abstande von 13 Wellenlängen mit demselben Empfänger aufgenommen werden konnten, wenn die Richtung der Empfangsleitung auf den Sender hinwies.

1910 habe ich nachgewiesen[6]), daß die Richtungsunterschiede in der Strahlung von Antennenpaaren und von schleifenförmigen Antennen, wie sie von BELLINI und TOSI verwendet wurden, nur erklärt werden können, wenn man annimmt, daß schon in der

---

[1]) J. ZENNECK, Phys. ZS. 9, 50 u. 553, 1908.

[2]) A. SOMMERFELD, Ann. d. Phys. (4) 28, 665, 1909; Jahrb. f. drahtl. Telegr. 4, 157, 1911.

[3]) F. KIEBITZ, Ann. d. Phys. (4) 32, 968 ff., 1910.

[4]) F. KIEBITZ, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 889, 1911.

[5]) F. KIEBITZ, ebenda 10, 944, 1908.

[6]) F. KIEBITZ, Ann. d. Phys. (4) 32, 967 ff., 1910.

Umgebung des Senders die elektrische Kraft in der Hauptsache senkrecht auf der Erdoberfläche steht. Würde diese Feldverteilung nicht vorliegen, so würde die Richtung des Strahlungsmaximums und des Strahlungsminimums gerade die umgekehrte sein.

Dieses sind die wichtigsten experimentellen Tatsachen, die neben der Möglichkeit, trotz der Erdkrümmung über große Entfernungen zu telegraphieren, die Vorstellung begründen, daß die wesentlichen Komponenten der elektrischen Kraft in der Umgebung der funkentelegraphischen Stationen und beim Ausbreitungsvorgang senkrecht auf der Erde stehen, daß dagegen wagerechte Komponenten nur eine untergeordnete Rolle spielen können.

Die Tatsache, daß die elektrische Kraft auf der Erdoberfläche senkrecht steht, begründet die Möglichkeit, den Ausbreitungsvorgang so aufzufassen, als ob die Erde sich wie ein Leiter der Elektrizität verhält, so daß die Stellen, wo die Hertzschen Wellen der Atmosphäre die Erde treffen, geladene Stellen der Erdoberfläche darstellen. Man beschreibt somit denselben physikalischen Vorgang, wenn man von Hertzschen Wellen in der Atmosphäre oder von Ladungswellen auf der Erdoberfläche spricht. Man kann darum, unbekümmert um die Feldverteilung in der unmittelbaren Umgebung des Senders, denselben Ausbreitungsvorgang, der bei der Ausstrahlung Hertzscher Wellen durch zwei Luftleiter hervorgerufen wird, auch dadurch einleiten, daß man der Erde an zwei Stellen wechselnde Ladungen mit derselben Frequenz zuführt.

Daß es in der Tat gelingt, dieselben Fernwirkungen, die bisher ausschließlich mit Luftantennen erreicht worden sind, auch ohne Luftleiter mit Erdantennen zu erzielen, habe ich kürzlich gezeigt[1]).

---

[1]) F. Kiebitz, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 876, 1911.

Über die Abhängigkeit der Bruchfestigkeit von der Temperatur;

von Fr. Hauser.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut Erlangen.)

(Eingegangen am 29. Dezember 1911.)

Als Fortsetzung der früheren Versuche [1]) habe ich noch die folgenden ausgeführt:

1. Kolophonium mit Zusätzen von Terpentinöl. (Tab. 1 bis 4; Fig. 1 u. 2a). Verwendet wurde wieder helles Kolophonium von E. MERCK, Darmstadt. Da dieses jedoch von einer späteren Sendung stammte, so bestimmte ich erneut die Festigkeitskurve für das reine Kolophonium. Gut gießbar war dieses Kolophonium bei 140° bis 145°; also bei einer um rund 10° höheren Temperatur als das frühere. Für das Aussehen eines zur Ermittelung der Festigkeit brauchbaren Bruches gilt das früher Gesagte. Zu den Mischungen wurde reinstes rektifiziertes Terpentinöl von E. MERCK verwendet. Untersucht wurden Mischungen mit 2 Proz., 5 Proz. und 10 Proz. Terpentinöl. Die Resultate enthalten die

Tab. 1. (Reines Kolophonium.)

	Einzelwerte							Mittelwerte
T	2,4	2,3	2,3	2,4	2,4	—	—	2,4
σ_0	0,55	0,68	0,38	0,54	0,42	—	—	0,51
T	11,8	12,1	12,3	12,4	—	—	—	12,1
σ_0	0,42	0,69	0,48	0,58	—	—	—	0,54
T	21,3	21,4	21,3	21,4	—	—	—	21,3
σ_0	0,68	0,59	0,60	0,66	—	—	—	0,63
T	30,4	30,4	30,4	30,2	30,6	30.5	30,2	30,4
σ_0	1,14	0,79	1,18	1,06	0,86	0,85	1,15	1,0
T	35,2	35.3	35,4	35,8	35,8	—	—	35.5
σ_0	0,81	0,81	0,74	0,81	0,77	—	—	0,79
T	39,8	39,6	39.6	39,7	39,7	39,6	—	39,7
σ_0	0,61	0.56	0,70	0,67	0,63	0,63	—	0,63
T	47,8	47,7	47,8	48	—	—	—	47,8
σ_0	0,56	0,36	0,38	0,35	—	—	—	0,41

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, Nr. 21, S. 906, 1911.

Tab. 2. (98 Proz. Kolophonium, 2 Proz. Terpentinöl.)

	Einzelwerte							Mittelwerte
T	2,4	2,4	2,5	2,4	—	—	—	2,4
σ_0	0,49	0,69	0,55	0,48	—	—	—	0,55
T	11,6	11,3	11,4	10,6	10,6	10,7	10,9	11
σ_0	0,69	0,53	0,57	0,54	0,58	0,61	0,63	0,59
T	20,6	20,8	21,1	21,1	20,8	20,5	—	20,8
σ_0	0,68	0,79	0,73	0,6	0,71	0,75	—	0,71
T	26,8	27	27	26,8	26,9	26,7	—	26,9
σ_0	1,04	0,86	0,84	0,76	0,72	0,81	—	0,84
T	30,3	30,3	30,1	30,8	31	30,6	—	30,5
σ_0	0,69	0,61	0,68	0,76	0,60	0,84	—	0,7
T	34,4	34,2	34,1	34,1	34,2	34,1	—	34,2
σ_0	0,48	0,72	0,44	0,61	0,47	0,56	—	0,55
T	39,4	39,4	39,8	39,7	39,3	39,3	39,3	39,5
σ_0	0,41	0,45	0,45	0,48	0,45	0,45	0,55	0,46

Tab. 3. (95 Proz. Kolophonium, 5 Proz. Terpentinöl.)

	Einzelwerte						Mittelwerte
T	2,2	2,3	2,2	2,2	—	—	2,2
σ_0	0,67	0,59	0,54	0,61	—	—	0,6
T	7,9	7,9	8,1	8,2	7,9	8,0	8
σ_0	0,65	0,63	0,59	0,65	0,62	0,7	0,64
T	11,5	11,6	11,5	11,9	—	—	11,6
σ_0	0,55	0,57	0,54	0,67	—	—	0,58
T	20,7	20,3	20,2	20,3	—	—	20,4
σ_0	0,42	0,42	0,46	0,52	—	—	0,46
T	30,1	30	30	30	30	30	30
σ_0	0,39	0,41	0,36	0,36	0,4	0,33	0,37

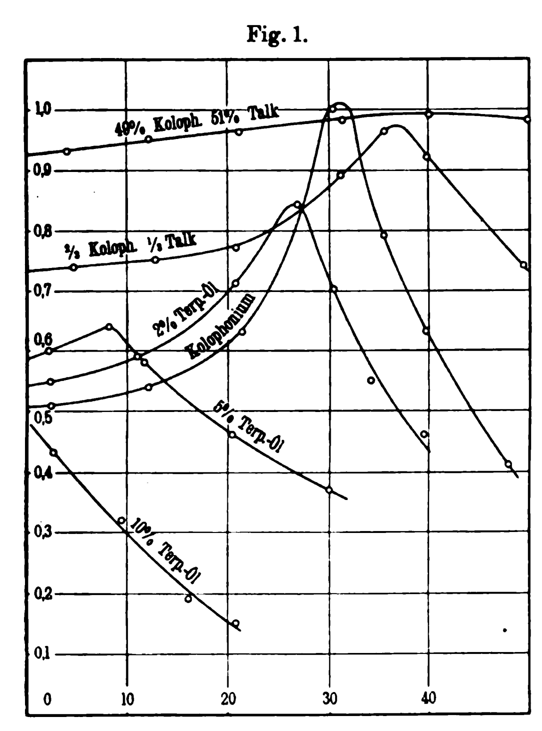
Tab. 4. (90 Proz. Kolophonium, 10 Proz. Terpentinöl.)

	Einzelwerte							Mittelwerte
T	2,5	2,5	2,5	2,7	2,8	2,8	3,1	2,7
σ_0	0,51	0,43	0,38	0,42	0,44	0,4	0,44	0,43
T	9,2	9,2	9,2	9,3	9,4	9,7	9,8	9,4
σ_0	0,27	0,36	0,37	0,3	0,32	0,3	0,34	0,32
T	15,8	15,8	15,7	15,8	15,8	15,9	15,9	15,8
σ_0	0,17	0,15	0,21	0,16	0,16	0,24	0,23	0,19
T	20,8	20,8	20,7	20,7	—	—	—	20,7
σ_0	0,16	0,16	0,13	0,15	—	—	—	0,15

vorstehenden Tabellen, in denen wie bisher T die Temperatur und σ_0 die Bruchfestigkeit in kg/mm² bedeutet, sowie Fig. 1 und 2 a. (In den aus den Mittelwerten konstruierten Figuren sind, sofern keine anderen Bezeichnungen eingetragen, die Abszissen Temperaturen, die Ordinaten Bruchfestigkeiten.)

Bei dem reinen Kolophonium wächst wie früher die Festigkeit bis zu rund 30° und fällt bei weiterer Temperatursteigerung ab. Indes erfolgt das Anwachsen nicht wie bei dem früher verwendeten Kolophonium nahezu gleichmäßig, sondern zuerst langsam und von etwa 20° an sehr schnell. Da das Abfallen der Festigkeit bei Erwärmung über 30° nahezu ebenso schnell erfolgt wie früher, so ist hier das Maximum der Kurve sehr stark ausgeprägt. Aus der Art des Anwachsens ergibt sich eine noch bessere Übereinstimmung mit dem von Frank [1]) für den Ausdehnungskoeffizienten beobachteten Verlauf, da dieser das stärkste Wachstum ebenfalls zwischen 20° und 30° zeigt.

Fig. 1.



Dieser Zusammenhang besteht jedoch nicht mehr für Gemische von Kolophonium mit Terpentinöl.

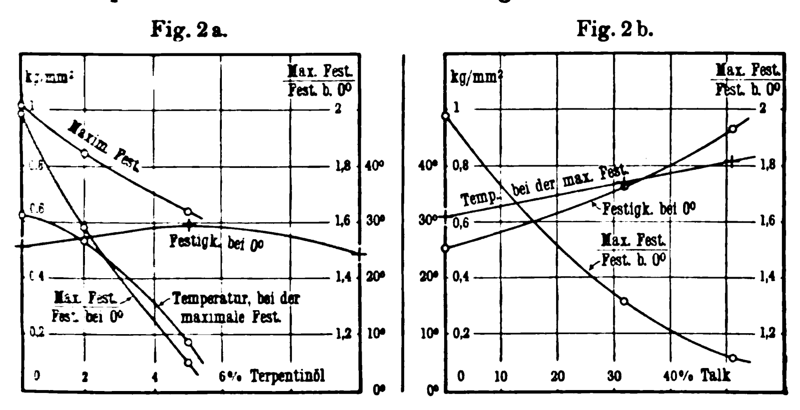
Das Anwachsen des Ausdehnungskoeffizienten verlangsamt sich auch noch bei einem Gehalt von 20 Proz. Terpentinöl bei etwa 30°, während das Maximum der Festigkeit mit zunehmen-

[1]) J. Frank, l. c.

dem Terpentinölgehalt bei immer tieferen Temperaturen liegt. Zugleich wird der Maximalwert der Festigkeit immer kleiner, während die Festigkeit bei 0° zuerst steigt und dann wieder fällt. Diese Beobachtungen sind in Fig. 2a dargestellt; nämlich abhängig vom Prozentgehalt an Terpentinöl: die maximale Festigkeit, die Festigkeit bei 0°, das Verhältnis dieser beiden Festigkeiten, sowie die Temperatur, bei der die Festigkeit den Maximalwert erreicht.

Aus diesen Kurven sowie aus den Festigkeitskurven selbst ergibt sich der große Einfluß des Terpentinöls auf die Festigkeit des Kolophoniums. Er ist etwa ebenso groß wie der von Wachs.

Fig. 2a. Fig. 2b.



Indessen scheint das Wachs mehr als das Terpentinöl den Charakter der Festigkeitskurve zu ändern. Hierüber können erst Versuche bei Temperaturen unter 0° entscheiden.

2. **Kolophonium mit Zusätzen von Talk** (Tab. 5 u. 6; Fig. 1 u. 2b). Da Siegellacke stets bis zu etwa $^1/_3$ des Gewichtes feines Pulver in Form von Farbstoffen, Kreide, Talk usw.[1]) enthalten und der mit Kolophonium hergestellte gewöhnliche Packsiegellack bei Vorversuchen eine dem Kolophonium ähnliche Festigkeitskurve zeigte, so ergab sich, daß jedenfalls nicht alle Beimengungen in gleicher Weise wie Wachs die Festigkeit des Kolophoniums beeinflussen. Zur Untersuchung des Einflusses pulverförmiger Beimengungen wurden dem Kolophonium zunächst

[1]) Vgl. E. Andres, l. c. und L. E. Andés, Praktisches Rezeptbuch für die gesamte Lack- und Farbenindustrie. Wien, Hartlebens Verlag, 1904, S. 322 bis 324.

$33^1/_3$ Proz. und dann 51 Proz. fein pulverisierter Talk zugesetzt. Mehr als 51 Proz. Talk ließen sich nicht zusetzen, da dann die Masse so dickflüssig wurde, daß man keine Stäbe mehr gießen konnte.

Die Güte eines Bruches ließ sich nicht mehr nach dem Aussehen der Bruchfläche beurteilen, da die ganze Bruchfläche ein rauhes, sandiges Gefüge zeigte. Ich beschränkte mich deshalb darauf, Versuche auszuscheiden, bei denen in der Bruchfläche Luftblasen oder sonstige auffallende Unregelmäßigkeiten auf-

Tab. 5. ($^2/_3$ Kolophonium, $^1/_3$ Talk.)

	Einzelwerte						Mittelwerte
T	4,2	4,3	4,4	4,8	4,9	5,2	4,6
σ_0	0,71	0,67	0,77	0,8	0,67	0,83	0,74
T	12,7	12,7	12,5	13,1	12,8	—	12,8
σ_0	0,86	0,74	0,72	0,71	0,73	—	0,75
T	21	20,5	20,8	20,8	21	21	20,8
σ_0	0,77	0,68	0,74	0,83	0,8	0,82	0,77
T	31	31,3	31,2	31,4	31,2	31,8	31,3
σ_0	0,92	0,88	0,87	0,95	0,87	0,87	0,89
T	35,7	35,8	35,8	35,7	35,6	35,6	35,7
σ_0	0,88	0,94	0,97	0,93	1,04	1,02	0,96
T	39,6	39,6	40,1	40,1	40,1	40	39,9
σ_0	0,82	0,9	0,99	0,92	0,94	0,94	0,92
T	48,5	48,3	50	49,8	49,9	49,7	49,4
σ_0	0,78	0,7	0,67	0,72	0,87	0,71	0,74

Tab. 6. (49 Proz. Kolophonium, 51 Proz. Talk.)

	Einzelwerte						Mittelwerte
T	3,6	3,8	4,1	4,2	4,4	—	4
σ_0	0,88	0,97	0,9	0,94	0,95	—	0,93
T	12	12,1	12,2	12,3	12,2	—	12,2
σ_0	0,93	0,92	0,89	1,01	1,02	—	0,95
T	21	20,9	21,3	21,4	21,2	21,2	21,2
σ_0	0,89	0,92	0,88	1,02	1	1,07	0,96
T	31,3	31,4	31,5	31,5	31,6	31,7	31,5
σ_0	0,96	0,94	0,96	0,98	1,1	0,95	0,98
T	40,2	40,2	40	40,1	40,1	40,1	40,1
σ_0	0,97	0,97	1,01	0,99	1,04	0,95	0,99
T	49,7	49,8	49,7	50,1	50,2	—	49,9
σ_0	0,98	0,98	0,96	1,06	0,92	—	0,98

traten. Die erhaltenen Mittelwerte sind ebenfalls in Fig. 1 aufgetragen.

In Fig. 2 b ist, abhängig vom Prozentgehalt an Talk, dargestellt: die Festigkeit bei 0°, das Verhältnis der maximalen Festigkeit zu der Festigkeit bei 0°, sowie die Temperatur, bei der die Festigkeit den Maximalwert erreicht.

Bei einem Zusatz, wie er den dem Siegellack zugesetzten Mengen entspricht, ist, von einer Verflachung durch Erhöhung der Festigkeit bei 0° abgesehen, der Charakter der Kurve noch vollständig gewahrt. Der Maximalwert der Festigkeit bleibt auch bei größeren Zusätzen innerhalb der Meßgenauigkeit derselbe. Die Temperatur, bei der der Maximalwert erreicht wird, wächst mit zunehmendem Talkgehalt; die Abnahme der Festigkeit bei weiterer Erwärmung ist um so geringer, je größer der Talkgehalt; die Festigkeit bei 0° wächst mit diesem sehr stark und erreicht bei 51 Proz. Talk nahezu den Wert der maximalen Festigkeit, so daß die Kurve sehr flach wird.

Die Erhöhung der Festigkeit bei 0° läßt sich vielleicht dadurch erklären, daß in Kolophonium, in das Talk oder ein anderes festes Pulver gemengt ist, ein Bruch, der von einer schwächeren Stelle ausgeht, sich bei der großen Adhäsion des Kolophoniums an den eingeschlossenen Teilchen nicht über die nächsten Teilchen, auf die er trifft, ausbreiten wird. Daher ist die Fläche, über die er sich ausbreiten kann, um so kleiner, je größer die Zahl der eingeschlossenen Teilchen ist. Es tritt infolgedessen bei größerem Talkgehalte ein Bruch des Stabes erst dann ein, wenn auch die widerstandsfähigeren Teile des Querschnittes bis zur Bruchfestigkeit beansprucht werden.

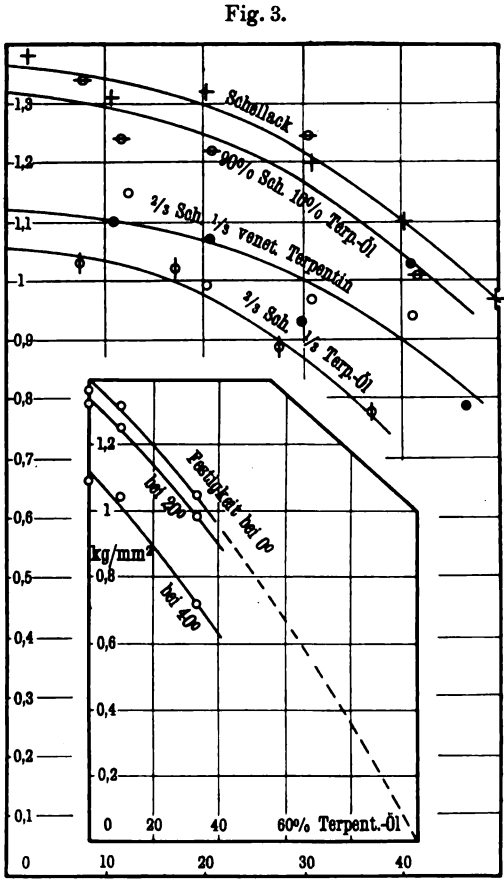
Da sich nun in einem Material von einer schwächeren Stelle aus ein Bruch um so leichter ausbreitet, je spröder es ist, so könnte damit zugleich als Grund für den Verlauf der Festigkeit des Kolophoniums abhängig von der Temperatur die Sprödigkeit des Kolophoniums angesehen werden.

Dafür sprechen verschiedene Tatsachen: Die starke Abnahme der Sprödigkeit des Kolophoniums bei Zusatz von Talk; der Umstand, daß bei 30°, wo die Festigkeit ihren Maximalwert erreicht, die Sprödigkeit des Kolophoniums sicher geringer ist als bei tieferen Temperaturen, da bei weiterer Temperatursteigerung das

Kolophonium sehr schnell plastisch wird; endlich die Zunahme der Festigkeit bei 0° infolge des die Sprödigkeit vermindernden Terpentinölzusatzes.

Nicht in Einklang damit läßt sich jedoch bringen, daß die Temperatur, bei der das Maximum der Festigkeit erreicht wird,

Fig. 3.



mit zunehmendem Talkgehalt wächst, sowie die bedeutende Verlangsamung, welche die Abnahme der Festigkeit bei weiterer Temperatursteigerung durch Talkzusatz erleidet.

Vielleicht bringt hier mikroskopische Untersuchung von Dünnschliffen usw. Aufklärung.

Tab. 7. (Schellack allein.)

	Einzelwerte					Mittelwerte
T	2,5	2,4	2,7	1	1	1,9
σ_0	1,35	1,44	1,32	1,47	1,33	1,38
T	10,4	10,7	10,5	—	—	10,5
σ_0	1,33	1,37	1,22	—	—	1,31
T	20	19,6	20,3	20,4	20,5	20,2
σ_0	1,31	1,52	1,33	1,23	1,2	1,32
T	30,8	30,7	30,7	—	—	30,7
σ_0	1,27	1,19	1,14	—	—	1,2
T	40,2	40,2	39,8	—	—	40,1
σ_0	1,06	1,23	1,0	—	—	1,1
T	50	49,4	49.5	49,1	—	49,5
σ_0	0,9	1,09	0,8	1,08	—	0,97

Tab. 8. (90 Proz. Schellack; 10 Proz. Terpentinöl.)

	Einzelwerte					Mittelwerte
T	7,1	7,2	6,9	6,9	6,9	7
σ_0	1,46	1,41	1,34	1,22	1,25	1,34
T	11,4	11,4	11,5	—	—	11,4
σ_0	1,3	1,19	1,22	—	—	1,24
T	20,8	20,8	20,5	20,6	—	20,7
σ_0	1,14	1,22	1,37	1,14	—	1,22
T	30,5	30,5	30,6	—	—	30,5
σ_0	1,24	1,26	1,24	—	—	1,25
T	41,5	41,4	—	—	—	41,4
σ_0	0,97	1,04	—	—	—	1,01

Tab. 9. (²/₃ Schellack; ¹/₃ Terpentinöl.)

	Einzelwerte					Mittelwerte
T	7,3	7,3	7,1	7,2	7,4	7,3
σ_0	0,97	0,95	1,17	0,96	1,1	1,03
T	17,1	17	17	—	—	17
σ_0	1,13	1,01	0,92	—	—	1,02
T	27,8	27,8	28	27,1	27	27,5
σ_0	0,89	0,85	0,86	0,88	0,99	0,89
T	36,7	37,1	36,9	—	—	36,9
σ_0	0,79	0,74	0,81	—	—	0,78

Tab. 10. ($^2/_3$ Schellack; $^1/_3$ Venezianer Terpentin.)

	Einzelwerte			Mittelwerte
T	1	1	—	1
σ_0	1,07	1	—	1,03
T	12,3	—	—	12,3
σ_0	1,15	—	—	1,15
T	20,6	20	—	20,3
σ_0	0,93	1,05	—	0,99
T	31,6	31	29,4	30,7
σ_0	1,01	0,97	0,94	0,97
T	41,2	—	—	41,2
σ_0	0,94	—	—	0,94

Tab. 11. (Siegellackähnliche Mischung.)

	Einzelwerte			Mittelwerte
T	10,7	11	—	10,8
σ_0	1,11	1,09	—	1,1
T	20,6	—	—	20,6
σ_0	1,07	—	—	1,07
T	29,3	29,3	31,2	29,9
σ_0	0,89	0,86	1,01	0,93
T	40,8	41	—	40,9
σ_0	1,1	0,96	—	1,03
T	46	47	—	46,5
σ_0	0,85	0,72	—	0,79

3. **Schellack allein und mit Zusätzen.** (Tab. 7 bis 11; Fig. 3.) Der verwendete Schellack stammte ebenfalls von E. Merck. Er war bei 130 bis 135° zähflüssig. Eine stärkere Erwärmung ließ er nicht zu, da er dann Blasen zu werfen begann und in kurzer Zeit zu einer zähen, blasigen Masse erstarrte, die bei weiterer Temperatursteigerung verkohlte.

Die Brauchbarkeit eines Versuches ließ sich beim Schellack und bei den mit ihm hergestellten Gemischen leicht aus dem Aussehen der Bruchfläche beurteilen. Dieses war ähnlich wie bei Hartgummi.

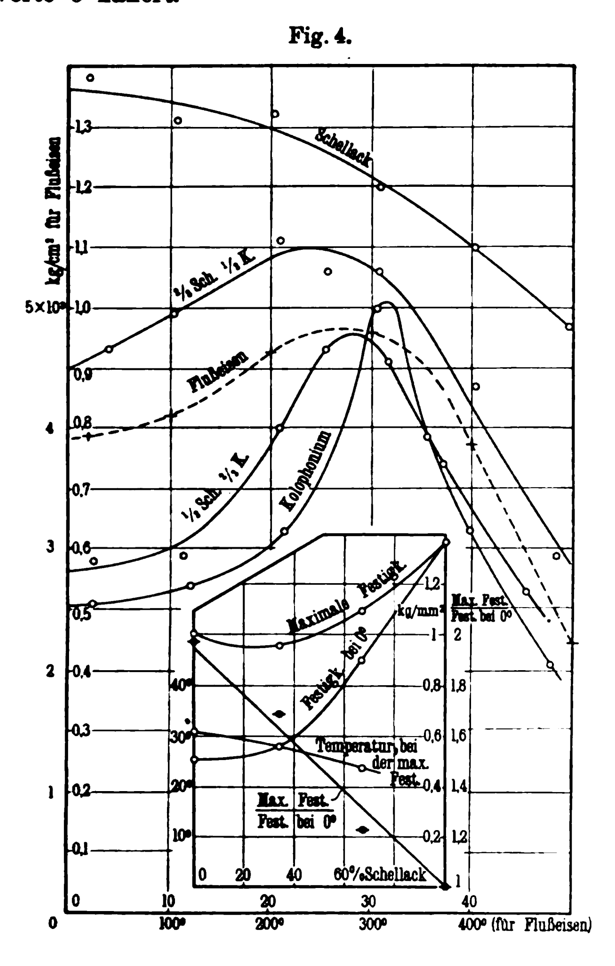
Die Festigkeit von Schellack allein abhängig von der Temperatur zeigt denselben Verlauf wie die Festigkeit von Hartgummi: zuerst langsames, später schnelleres Abnehmen.

Dem Schellack wurden zunächst 10 Proz., dann $33^1/_3$ Proz. Terpentinöl zugesetzt. Durch das Terpentinöl wird die Festigkeit des Schellacks verringert; doch ist sein Einfluß bei Schellack bedeutend geringer als bei Kolophonium; besonders muß auffallen, daß auch der Einfluß der Temperatur bei Zusatz von Terpentinöl nur wenig wächst. (Erwähnt sei, daß hier, wie bei allen übrigen vorhergehenden und folgenden Versuchen, die Temperatur immer so weit gesteigert wurde, bis das untersuchte Material plastisch zu werden und sich durchzubiegen begann.)

Es wurden dann ferner dem Schellack $33^1/_3$ Proz. Venezianer Terpentin (es ist das ein zähflüssiges Lärchenharz) zugesetzt. Der Einfluß dieses Harzes ist ähnlich, doch nicht so groß wie der des Terpentinöls auch bei Berücksichtigung der Volumenprozente statt

der Gewichtsprozente. Der Einfluß des Terpentinöls ist, wie Fig. 3 zeigt, so groß, daß sich für 0° die Festigkeit abhängig vom Prozentgehalt an Terpentinöl nahezu geradlinig für 100 Proz. Terpentinöl dem Werte 0 nähert.

Fig. 4.



Um auch hier den Einfluß pulverförmiger Beimengungen zu untersuchen, wurde durch Hinzufügen von 36,5 g sogenanntem künstlichen Zinnober[1]) und 2 g Talk auf je 100 g der oben erwähnten Mischung von Schellack mit Venezianer Terpentin (dem reinen

[1]) Mit Alizarin gefärbtes Schwerspatpulver (zu 98 Proz. Schwerspat).

Schellack konnte man wegen seiner Zähflüssigkeit keine pulverförmigen Zusätze machen) eine Mischung von siegellackähnlicher Zusammensetzung hergestellt. Die Festigkeit dieser Mischung unterschied sich nicht von der des Schellack-Terpentingemisches; die pulverförmige Beimengung war also hier ohne Einfluß.

4. Schellack-Kolophoniumgemische. (Tab. 12 und 13; Fig. 4.) Die Werte für Kolophonium und Schellack sind die-

Tab. 12. (²/₃ Schellack; ¹/₃ Kolophonium.)

	Einzelwerte						Mittelwerte
T	2,5	2,3	3,5	4,9	5	5,1	3,9
σ_0	0,95	0,85	0,96	1,02	0,87	0,96	0,93
T	9,3	9,6	11	11,3	—	—	10,3
σ_0	0,95	1,07	0,94	0,99	—	—	0,99
T	20,4	20,7	20,6	21,2	21	—	20,8
σ_0	1,05	1,05	1,03	1,26	1,14	—	1,11
T	25,4	25,3	25,5	25,2	25,5	25,6	25,4
σ_0	1,18	1,04	1,08	1,08	1	0,98	1,06
T	30,8	30,4	30,5	30,8	—	—	30,6
σ_0	1,03	1,09	1,05	1,06	—	—	1,06
T	40,2	40,3	40,2	40,7	40,4	—	40,4
σ_0	0,89	0,89	0,9	0,84	0,84	—	0,87
T	48,1	48,3	48,3	48,6	—	—	48,3
σ_0	0,59	0,61	0,58	0,58	—	—	0,59

Tab. 13. (¹/₃ Schellack; ²/₃ Kolophonium.)

	Einzelwerte							Mittelwerte
T	2,7	2,7	2,7	2,5	2,8	1,9	2,5	2,5
σ_0	0,54	0,64	0,52	0,52	0,62	0,65	0,54	0,58
T	12,7	12,7	10	9,8	—	—	—	11,3
σ_0	0,54	0,58	0,56	0,68	—	—	—	0,59
T	21	20,9	20,9	20,7	20,7	20,6	—	20,8
σ_0	0,94	0,74	0,92	0,76	0,71	0,71	—	0,8
T	25,3	25,1	25,2	25,2	25,4	25,5	25,5	25,3
σ_0	0,85	0,95	0,9	1,08	1,02	0,86	0,83	0,93
T	30,4	30,8	32,7	32,7	32,4	32,5	30,3	31,7
σ_0	1	0,86	0,96	0,87	0,94	0,87	0,84	0,91
T	37,2	37,2	37,3	37,2	37,2	37,1	36,8	37,1
σ_0	0,79	0,78	0,74	0,7	0,75	0,74	0,66	0,74
T	45,4	45,4	45,4	45,4	—	—	—	45,4
σ_0	0,5	0,57	0,52	0,48	—	—	—	0,52

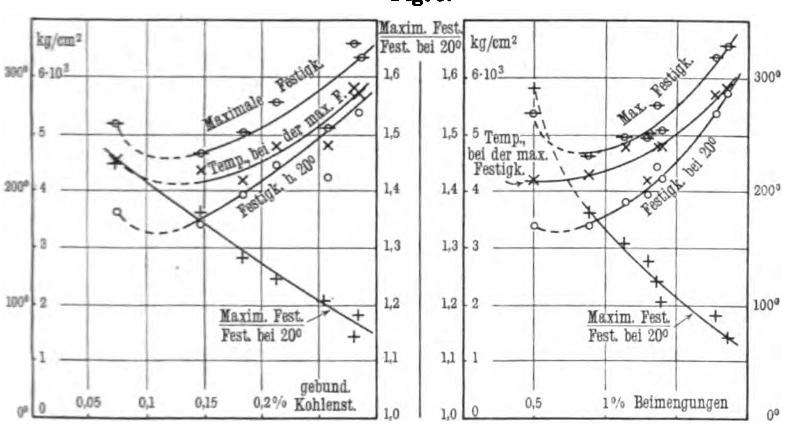
selben wie unter 1. und 2. bzw. 3. Es wurden zwei Mischungen untersucht:

1. $^2/_3$ Schellack und $^1/_3$ Kolophonium;
2. $^1/_3$ Schellack und $^2/_3$ Kolophonium.

Die Kurven zeigen, wie mit zunehmendem Schellackgehalt die Kurve für das Kolophonium allmählich in die für den Schellack übergeht.

Der Unterschied zwischen der maximalen Festigkeit und der Festigkeit bei 0° wird immer geringer mit wachsendem Schellackgehalt.

Fig. 5.



gehalt. Die Temperatur, bei der die Festigkeit ihren Höchstwert erreicht, nimmt dabei ständig ab.

5. **Ähnlichkeit der für Kolophonium-Talk- und Schellack-Kolophoniumgemische erhaltenen Kurven mit den Kurven für Flußeisen.** (Tab. 14, Fig. 4 u. 5.) Schon in der ersten Mitteilung wurde auf die große Ähnlichkeit des Verhaltens der Festigkeit des Flußeisens mit dem der Festigkeit des Kolophoniums abhängig von der Temperatur hingewiesen. Ebenso auf die Ähnlichkeit der Einwirkung von Zusätzen.

Zur Darstellung dieser Ähnlichkeit wurde nach einer von C. Bach[1]) ausgeführten Versuchsreihe in Fig. 4 eine für Flußeisen ermittelte Kurve in anderem Maßstab gestrichelt eingezeichnet. Ferner wurden in Tab. 14 und Fig. 5 zunächst ab-

[1]) C. Bach, l. c.

Tab. 14. (Flußeisen nach C. Bach[1]).

Blech		Gebundener Kohlenstoff Proz.	Gesamte Beimengung Proz.	Kohlenstoff + Kupfer + Mangan Proz.	Festigkeit bei 20° in kg/cm²	Maximale Festigkeit	Max. Festigkeit / Festigk. b. 20°	Temperatur, bei der maximalen Festigkeit
Nr. I		0,150	0,95	0,82	3561	5140	1,44	200°
II		0,145	0,9	0,78	3180	4419	1,39	220
III		0,080	1,13	0,93	3810	4975	1,31	240
IV		0,105	0,8	0,68	3133	3985	1,27	230
V		0,139	0,83	0,68	3710	4973	1,34	215
VI		0,065	0,49	0,37	3394	5365	1,58	210
VII		0,182	1,29	1,16	3934	5018	1,28	210
VIII		0,253	1,39	1,21	4232	5100	1,21	240
IX		0,283	1,77	1,57	5392	6355	1,18	285
X		0,211	1,36	1,07	4145	5515	1,24	240
XI		0,279	1.85	1,58	5745	6551	1,14	290
Gelegentliche	aus III u. VI	0,073	—	—	3602	5170	1,45	225
Mittelwerte	aus I, II, IV u. V	0,145	0,86	0,74	3396	4629	1,36	218

[1]) In der Tabelle sind die von Bach angegebenen Werte der Prozentgehalte an gesamten Beimengungen auf zwei Dezimalen abgerundet, da diese Genauigkeit für die in Fig. 5 b gegebene Darstellung genügt. Ferner wurden, um eine Überladung der Kurven mit einzelnen Punkten zu vermeiden, die Ergebnisse von Versuchen mit Flußeisen von ähnlicher Zusammensetzung zu Mittelwerten vereinigt. Die in der letzten Rubrik aufgeführten Temperaturen, bei denen die Festigkeit ein Maximum, entsprechen nicht den Temperaturen, bei denen die in der drittletzten Rubrik eingetragenen Maximalwerte erhalten worden sind. Bach hat bei dieser Versuchsreihe Versuche bei 20, 200, 300 und 400° ausgeführt und die Maximalwerte für IX und XI bei 300°, sonst stets bei 200° erhalten. Die tatsächlichen Maximalwerte liegen naturgemäß nicht genau bei diesen Temperaturen und haben auch nicht genau die bei ihnen ermittelten Werte. Ich habe daher durch Aufzeichnen der Kurven für die 11 Flußeisenproben nach den Versuchswerten von Bach angenähert die Temperaturen bestimmt, bei denen die Festigkeit tatsächlich das Maximum erreicht, und diese Werte in die letzte Rubrik eingetragen. Die Maximalwerte, welche diese Kurven ergeben, unterscheiden sich nur sehr wenig von den bei 200 bzw. 300° erhaltenen Werten, weshalb ich diese als Maximalwerte beibehalten habe.

hängig vom Gehalt an gebundenem Kohlenstoff und dann abhängig vom Gehalt an den gesamten Beimengungen, die sich in der Hauptsache aus Kohlenstoff, Kupfer und Mangan zusammensetzten, dargestellt:

1. die maximale Festigkeit,
2. die Festigkeit bei 20°,
3. das Verhältnis der maximalen Festigkeit zu der bei 20° und
4. die Temperatur, bei der die Festigkeit ihren Maximalwert erreicht.

Die Kurven der Fig. 5 zeigen große Ähnlichkeit mit den entsprechenden Kurven für Kolophonium mit Talkzusatz (Fig. 2b) und für Kolophonium-Schellackgemische (Fig. 4). Von den ersteren unterscheiden sie sich nur dadurch, daß die maximale Festigkeit des Flußeisens mit zunehmendem Gehalt an Beimengungen wächst, während sie beim Kolophonium mit zunehmendem Talkgehalt konstant bleibt; von den letzteren nur dadurch, daß die Temperatur, bei der die maximale Festigkeit erreicht wird, bei dem Flußeisen mit zunehmendem Gehalt an Beimengungen steigt, bei den Kolophonium-Schellackgemischen dagegen mit zunehmendem Schellackgehalt fällt.

6. Zusammenfassung. Eine kurze Zusammenstellung der Versuchsresultate ergibt:

1. Der Einfluß von Terpentinöl auf die Festigkeitskurve von Kolophonium ist ähnlich dem von Wachs. Die maximale Festigkeit und ebenso die Temperatur, bei der sie erreicht wird, nehmen ab bei wachsendem Terpentinölgehalt. Bei mehr als 10 Proz. Terpentinölzusatz lassen sich bei Temperaturen über 0° keine Versuche mehr ausführen.

2. Durch einen Zusatz von Talk wird die maximale Festigkeit nicht verändert. Die Temperatur, bei der sie erreicht wird, steigt jedoch. Die Festigkeit bei tiefen Temperaturen wird größer, vielleicht infolge Verminderung der Sprödigkeit; die Abnahme der Festigkeit bei Steigerung der Temperatur über die Temperatur des Maximalwertes wird immer langsamer, wodurch eine Verflachung der Kurve eintritt.

3. Schellack zeigt ein ähnliches Verhalten wie Hartgummi. Terpentinöl oder Harzzusatz verringert die Festigkeit des Schellacks; doch ist der Einfluß solcher Zusätze viel geringer als bei Kolo-



phonium. Ein pulverförmiger Zusatz zu einem Gemisch von Schellack und Harz änderte nichts an dessen Festigkeitskurve.

4. Mischt man Schellack und Kolophonium in wechselnden Verhältnissen, so erhält man Kurven, die allmählich von der Kurve des einen Materials in die des anderen überleiten.

5. Die Ähnlichkeit von bei den Schellack-Kolophonium- und Kolophonium-Talkgemischen erhaltenen Kurven mit den aus Versuchen von C. Bach für Flußeisen abgeleiteten ist sehr groß.

Auf Grund dieser Versuche, bei denen Änderungen in der Zusammensetzung von brüchigen Harzarten in ihrem Einfluß auf die Bruchfestigkeit und deren Abhängigkeit von der Temperatur untersucht worden sind, wird es möglich sein, den schwerer zugänglichen Verhältnissen bei Metallen nahe zu treten, die für deren physikalisches Verhalten von so großer Bedeutung sind.

Erlangen, 24. Dezember 1911.

Über die Emissionsspektra aromatischer Verbindungen in ultraviolettem Licht, in Kathodenstrahlen, Radiumstrahlen und Kanalstrahlen;

von E. Goldstein.

(Eingegangen am 11. Januar 1911.)

Feste aromatische Verbindungen, die den vom ZEISSschen UV-Filter[1]) hindurchgelassenen ultravioletten Strahlen ausgesetzt werden, geben phosphoreszierend das aus breiten Banden bestehende oder kontinuierliche Vorspektrum der Substanz. Durch Kathodenstrahlen wird das aus schmalen Streifen bestehende Hauptspektrum der Substanz hervorgerufen, durch welches die einzelne aromatische Verbindung individuell charakterisiert wird. Wird die Substanz nach der Einwirkung von Kathodenstrahlen durch das ultraviolette Filterlicht bestrahlt, so gibt sie, wie schon früher mitgeteilt[2]), fluoreszierend dann auch in den optischen Strahlen das Hauptspektrum.

1. Zunächst beschreibe ich kurz das dabei befolgte, seinerzeit noch nicht näher angegebene Verfahren.

Man bringt auf den flachen Boden einer 1,8 cm bis 3 cm weiten Röhre (vgl. Figur a. folg. Seite), deren untere Hälfte zum Zweck bequemerer Reinigung an die obere nur angeschliffen ist, die gepulverte Versuchssubstanz, kühlt den untersten Teil (zur Herabsetzung der Dampfdichte) durch flüssige Luft[3]) und läßt nach hinreichender Evakuierung die Kathodenstrahlen der Scheibe *K* auf das Pulver wirken. Die Menge der Versuchssubstanz kann in den Grenzen der Sichtbarkeit nahezu beliebig klein sein — schon Milligramme genügen —, natürlich aber wächst die verfügbare Lichtmenge und die Genauigkeit von Ausmessungen des Spektrums

---

[1]) H. LEHMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 1039, 1910.

[2]) E. GOLDSTEIN, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 378, 1911. Wie an dieser Stelle hervorgehoben, nehmen in spektraler Beziehung eine gesonderte Stellung ein die aromatischen Aldehyde und Ketone. Von dieser speziellen Gruppe wird auch in der obigen Mitteilung abstrahiert.

[3]) Zweckmäßig wird außerdem ein zwischen Entladungsröhre und Pumpe eingeschaltetes U-Rohr durch flüssige Luft gekühlt, um einer Kondensation von Quecksilberdämpfen an der Versuchssubstanz vorzubeugen.

mit der Anwendung größerer Mengen. Meistens habe ich Mengen von $^1/_4$ bis $^1/_2$ g benutzt. Wenn die von den Kathodenstrahlen getroffene Oberfläche an Stelle des zuerst auftretenden Vorspektrums das Hauptspektrum angenommen hat[1]), wird das Pulver durch Beklopfen des Schliffrohres umgerüttelt, und, wenn auch die frische Oberfläche gleichmäßig das Hauptspektrum zeigt, mit dem Umrütteln fortgefahren, bis dasselbe keine unveränderten Teilchen mehr an die Oberfläche bringt. Neben der spektroskopischen Beobachtung gibt hierbei in den meisten Fällen die Leuchtfarbe einen hinreichenden Anhalt, da dem Vorspektrum blaues Leuchten der Teilchen, dem Hauptspektrum irgend eine andere Leuchtfarbe entspricht.

Ist die Versuchssubstanz auf diese Weise gleichmäßig verändert, so wird sie aus dem Schliffrohr in ein aus Uviolglas gefertigtes Präparatenröhrchen umgefüllt, dessen Weite je nach der disponibeln Substanzmenge 0,2 bis 1 cm beträgt. Das zugeschmolzene Röhrchen wird durch flüssige Luft in einem aus Uviolglas gefertigten Dewar-Becher gekühlt und den Filterstrahlen ausgesetzt. Der von den Filterstrahlen getroffene Teil der Substanz gibt dann das vorher in den Kathodenstrahlen beobachtete Hauptspektrum. Das letztere kann nun nötigenfalls stundenlang unverändert beobachtet werden, während es im Kathodenlicht selbst meist schon nach kleinen Bruchteilen der Minute stark ermattet.

Der Nutzen der Kühlung bei der Beobachtung der Präparatenröhrchen beruht jetzt zu einem wesentlichen Teil auch darauf, daß im allgemeinen die Spektralstreifen um so schärfer und schmaler erscheinen, je niedriger die Temperatur der bestrahlten Substanz ist[2]). In einzelnen Fällen ist die Sonderung nahe be-

[1]) Hauptsächlich und am schnellsten wirkt hierbei das bei geringer Gasdichte in der skizzierten Röhre von der Mitte der Kathodenscheibe *K* noch ausgehende schmale Bündel sichtbarer Kathodenstrahlen. Eine möglichst gleichmäßige Einwirkung dieses schmalen Bündels auf die Pulveroberfläche erzielt man mittels eines kleinen Magneten, durch den man das Ende des Bündels auf der ganzen Fläche herumführt.

[2]) Das Verhalten der hier betrachteten organischen Substanzen entspricht in dieser Beziehung der für fluoreszierende Uransalze von H. Becquerel (C. R. **144**, 459, 1907) beobachteten Verengerung der Spektralstreifen bei abnehmender Temperatur.

nachbarter Streifen der Hauptspektra, also die Detaillierung der Spektra, in den Filterstrahlen noch etwas deutlicher als in den Kathodenstrahlen, weil eben die Kathodenstrahlen die bestrahlte Substanz zugleich etwas erwärmen, während die Erwärmung durch die Filterstrahlen verschwindend gering ist.

2. Die Erscheinung, daß die einmal mit Kathodenstrahlen behandelten Verbindungen nachher an Stelle des Vorspektrums auch in den Filterstrahlen ihr Hauptspektrum zeigen, war ein Beweis dafür, daß der Wechsel der Spektra nicht auf der verschiedenen Natur der beiden Strahlungen beruht, sondern auf einer materiellen Veränderung der Substanz durch die Kathodenstrahlen. Die Frage, ob diese materielle Änderung chemischer oder physikalischer Natur ist, konnte in der früheren Mitteilung [1]) noch nicht mit völliger Sicherheit beantwortet werden. Inzwischen haben sich jedoch Eigenschaften der bestrahlten Verbindungen beobachten lassen, die eine bestimmte Entscheidung ermöglichen. Diese Eigenschaften sollen nunmehr beschrieben werden.

3. Manche Substanzen, welche durch die Behandlung mit Kathodenstrahlen die Eigenschaft erlangt haben, das Hauptspektrum zu emittieren, zeigen diese Eigenschaft mindestens noch mehrere Monate nach der Kathodenbestrahlung in nicht erkennbar verringertem Maße. Dahin gehören z. B. die Cuminsäure (eine Propylbenzoesäure), die Ortho-Toluylsäure, das Acenaphten, das Para-Acetotoluid u. a. Von solchen Körpern besitze ich Präparate, die vor 6 bis 8 Monaten mit Kathodenstrahlen behandelt worden sind und die in den Filterstrahlen ihr Hauptspektrum noch ebenso hell und detailliert zeigen, wie frisch hergestellte Präparate [2]). Bei vielen anderen Substanzen wiederum ist schon nach wenigen Tagen das Hauptspektrum sehr zurückgetreten oder ganz verschwunden. Dahin gehört z. B. die Phenylessigsäure. Dazwischen liegen Substanzen, welche wochen- oder monatelang wenigstens

---

[1]) E. GOLDSTEIN, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 378, 1911.

[2]) Vermöge dieses Verhaltens konnte Herr Dr. H. LEHMANN bei seinem Vortrage vor der Deutschen Naturforscherversammlung (vgl Phys. ZS. 13, 35, 1912) am 26. September 1911 eine Anzahl derartiger Präparate demonstrieren, die ich einige Monate vorher mit Kathodenstrahlen behandelt hatte, und die ihr Hauptspektrum in den Filterstrahlen dann noch hell genug gaben, um es mittels des LEHMANNschen Fernspektroskops im ganzen Hörsaal erkennen zu lassen.

die hellsten Maxima ihres Hauptspektrums in den Filterstrahlen noch deutlich hervortreten lassen, wenn auch nicht mehr alle Details des Spektrums so gut zu erkennen sind wie im Anfang. Hierher gehört z. B. das Naphtalin.

In dem Maße, wie allmählich das Hauptspektrum zurücktritt, macht sich dann wieder das Vorspektrum mehr bemerkbar. —

Es sei gestattet, weiterhin besondere Benennungen zu gebrauchen für die verschiedenen Zustände der Substanz bei der Emission des Vorspektrums, des Hauptspektrums und des Lösungsspektrums. Diese Zustände mögen weiterhin bezeichnet werden als der Vorzustand, der Hauptzustand und der Lösungszustand der Substanz.

Durch die Gesamtheit der erwähnten Beobachtungen wird also gezeigt, daß im allgemeinen eine Tendenz zu einem spontanen Rückgang aus dem Hauptzustand in den Vorzustand besteht. Solche spontane Umkehrungen werden häufig beobachtet an physikalischen Allotropien, nur selten bei chemischen Vorgängen. Sie deuten also bereits darauf hin, daß der Unterschied beider Zustände wesentlich physikalischer Natur sein dürfte.

4. Sehr nahe liegt es, die Frage, ob dieser Unterschied ein chemischer oder physikalischer ist, einfach durch die Prüfung etwa veränderter chemischer Reaktionen der Substanz entscheiden zu wollen. Solche Reaktionsänderungen haben sich bisher nicht nachweisen lassen. Doch möchte ich gerade diesem auf den ersten Anblick anscheinend durchgreifenden Argument keinen erheblichen Wert beilegen, weil — wie weiter unten näher erörtert wird — die in diesen Versuchen überhaupt möglicherweise eintretenden Änderungen der Körper stets nur einen sehr kleinen Teil der Gesamtmasse betreffen. Die veränderte Reaktion dieses Anteils könnte daher wegen seiner Geringfügigkeit sich der Beobachtung entziehen. —

Wichtiger ist wohl die Tatsache, daß eine Substanz, die das Hauptspektrum zeigt, durch einfaches Schmelzen dasselbe regelmäßig verliert und es auch nach dem Erstarren nicht mehr zeigt. Es wird dann wieder das Vorspektrum beobachtet.

Aber selbst sehr viel gelindere Eingriffe zerstören den Hauptzustand der Verbindung.

Sehr viele feste aromatische Körper sind verhältnismäßig leicht flüchtig und lassen sich daher leicht sublimieren. Ihre gewöhnliche Flüchtigkeit kann noch sehr gesteigert werden dadurch, daß man sie im Vakuum sublimiert, und daß man denjenigen Teil des Vakuumgefäßes, an welchem die Substanz sich wieder kondensieren soll, stark abkühlt (z. B. durch flüssige Luft). Dann braucht man die zu sublimierende Substanz vielfach gar nicht zu erwärmen, kann also eine im Hauptzustand befindliche Substanz bei gewöhnlicher Temperatur in kurzer Zeit umsublimieren. Aber auch hierbei verliert die Substanz regelmäßig das Hauptspektrum bis auf die letzte Spur und geht dann wieder in den Vorzustand zurück.

Hiernach wird die weitere Tatsache kaum noch überraschen, daß auch schon das einfache Lösen und Wiederabdunsten der Substanzen bei gewöhnlicher Temperatur genügt, um ihnen das Hauptspektrum vollständig zu nehmen, auch wenn man möglichst indifferente Lösungsmittel, wie Äther, Alkohol, Benzol u. dgl., anwendet, die zugleich sehr schnell verdunsten und die Substanz ganz trocken zurücklassen. Die gesamte Prozedur kann, wenn man z. B. in Benzol löst und einen in die Lösung getauchten Streifen Filtrierpapier an der Luft trocknen läßt, auf einen kleinen Bruchteil der Minute zusammengedrängt werden.

Man wird nach dem Voraufgehenden einen chemischen Unterschied zwischen Hauptzustand und Vorzustand kaum noch anzunehmen geneigt sein. Doch wäre auch hier gegen die Beweiskraft der Versuche immerhin noch ein Einwand möglich. Bei dem geringen Durchdringungsvermögen der hier benutzten Kathodenstrahlen wird durch sie an jedem einzelnen Pulverkörnchen meist nur eine Oberflächenschicht affiziert werden, so daß die schließlich im Hauptzustand befindliche Menge der Versuchsmasse nur einen kleinen Teil der Gesamtmasse zu bilden brauchte. Wird die Substanz nun umkristallisiert oder umsublimiert, so wird ein großer Teil der modifizierten, vorher an der Oberfläche befindlichen Moleküle sich dann in ihrem Inneren befinden. Die meist nicht klar durchsichtigen, sondern weißen, d. h. aus total reflektierenden Teilchen bestehenden Körner aber lassen die Filterstrahlen nicht tief eindringen, und so könnte der überwiegende Teil der nach dem Umkristallisieren leuchtenden Masse jetzt wieder aus nicht modifizierten Molekülen bestehen.

5. Man kann den aromatischen Verbindungen aber auch ohne Zuhilfenahme der Kathodenstrahlen (zugleich auch im lufterfüllten Raume und bei gewöhnlicher Temperatur) die Fähigkeit erteilen, in den Filterstrahlen ihr Hauptspektrum zu zeigen. Denn es zeigt sich, wie zu erwarten, daß zur Hervorrufung des Hauptzustandes auch Radiumstrahlen an Stelle der Kathodenstrahlen treten können. Nur tritt eine erhebliche Wirkung dann nicht so rapide ein, wie bei Benutzung von Kathodenstrahlen, und man muß sich bei der Kleinheit verfügbarer Radiummengen auch mit kleineren Versuchsmengen aromatischer Substanzen begnügen. Man legt auf das Fenster einer Radiumkapsel die Versuchssubstanz, die wieder mit einem leichten Schutzplättchen bedeckt wird. Bei flüchtigeren Substanzen ist noch eine das Ganze bedeckende Kappe zweckmäßig[1]).

Auf einer Kapsel von $7^3/_4$ mg·Reingehalt an Radiumbromid war bei manchen Substanzen die Wirkung schon nach 2 bis 3 Stunden eine sehr deutliche: Die Leuchtfarbe des wieder den Filterstrahlen ausgesetzten Präparates zeigt sich geändert, und die hellsten Maxima des Hauptspektrums sind deutlich erkennbar. Da das Radium hier durch eine feste Zwischenwand wirkt, so handelt es sich um eine Wirkung seiner β-Strahlen. Analog wirken die β-Strahlen des Mesothoriums. Herr Prof. Otto Hahn und Fräulein Dr. Meitner hatten die Güte, für mich mehrtägige Bestrahlungen mittels 30 bis 80 mg Mesothorium auszuführen an Acenaphten, Cuminsäure, Durol, Naphtalin, Ortho-Toluylsäure und Para-Acetotoluid. Die Einwirkung ergab in allen diesen Fällen Präparate, welche das Hauptspektrum der Substanz in prächtiger Helligkeit und feiner Detaillierung zeigen. (Zur Beobachtung müssen die Substanzen wieder in das Filterlicht gebracht und durch flüssige Luft gekühlt werden; bei gewöhnlicher Temperatur sind, wie schon erwähnt, die Streifen breiter und an den Rändern verwaschen.)

Bei diesen mittels durchdringender β-Strahlen erzeugten Präparaten darf man annehmen, daß die modifizierten Teilchen in der ganzen Dicke der bestrahlten Körner oder Kristalle gleichmäßig verteilt sind. Bei einem bloßen Umkristallisieren wird also

[1]) Wenn dünner Glimmer zu den Schutzplatten verwendet wird, so kann man auch zwei oder drei übereinandergeschichtete Substanzen gleichzeitig bestrahlen.

vorher und nachher eine gleichartige Verteilung der modifizierten Teilchen statthaben. Wenn auch dann das Hauptspektrum verschwindet, so ist die Annahme unabweisbar, daß ihm keine chemische, sondern nur eine physikalische Änderung zugrunde liegt. In der Tat wird nun auch bei den durch Radium bzw. Mesothorium bestrahlten Substanzen das Hauptspektrum durch einfaches Lösen und Wiederabdampfen vollständig beseitigt. Der Versuch wurde unter anderen angestellt mit lange bestrahlten Präparaten von Acenaphten, Durol, Naphtalin, Ortho-Toluylsäure. Die Bestrahlung unter 80 mg Mesothorium erstreckte sich dabei von 3 bis zu 12 Tagen. Von mir selbst wurden mit gleichem Ergebnis noch zahlreiche andere Präparate bestrahlt, teils unter $7^1/_2$ mg Mesothorium, die Herr Prof. Hahn mir freundlichst geliehen hatte, teils unter einigen Radiumpräparaten, die ich selbst besitze, und deren stärkstes das oben erwähnte Präparat mit $7^3/_4$ mg Reingehalt ist. Bei diesen letzteren Präparaten wurden die Bestrahlungen bis zu vier Wochen fortgesetzt. —

Die Beweiskraft der Versuche beruht hier darauf, daß durch die ganze Masse der Versuchssubstanz hindurch modifizierte Teilchen in gleichmäßiger Verteilung erzeugt werden, und ist unabhängig davon, ob von dieser Änderung die Gesamtmasse selbst betroffen wird. Daß letzteres der Fall ist, ist dabei nicht wahrscheinlich. Vielmehr scheint ein Gleichgewichtszustand zwischen einem modifizierten und einem nichtmodifizierten Anteil einzutreten, welcher neben der Dauer der Bestrahlung von der Stärke des benutzten radioaktiven Präparates abhängt. Vielleicht hat man sich vorzustellen, daß die einwirkende Energie einen gewissen Widerstand in den beeinflußten Teilchen zu überwinden habe, der dieselben in den ursprünglichen Zustand zurückzuführen strebt. Schließlich werden in der Zeiteinheit sich ebensoviele Teilchen zurückbilden, wie neue erzeugt werden. Eine derartige Auffassung wird nahegelegt durch Beobachtungen, die man an durchsichtigen anorganischen Substanzen, wie Steinsalz und Sylvin, machen kann, bei welchen man durch langdauernde Einwirkung von Radiumstrahlen mehr oder weniger kräftige Färbungen (Nachfarben) in der ganzen Dicke der Salzplatten hervorrufen kann. Bei beliebig langer (z. B. mehrere Monate hindurch fortgesetzter) Einwirkung mäßig starker Radiumpräparate bleibt die Sättigung der erzielten Färbung stets unter derjenigen Farbstärke, welche noch stärkere Präparate erzeugen —

ein Beweis, daß die Strahlen der schwächeren Präparate, obwohl sie die ganze Masse durchdringen, nicht die ganze Masse modifizieren.

Beiläufig sei bemerkt, daß auch durch die Einwirkung des Aktiniums die Hauptspektra hervorgerufen werden können. Der Gefälligkeit von Herrn Prof. Giesel (Braunschweig) verdanke ich ein Quantum seines stark aktiniumhaltigen „Emanationskörpers". Wenn man einige Partikel dieser Substanz mit geeigneten aromatischen Verbindungen mengt, und das Gemenge in einem Uviolröhrchen aufbewahrt, das man von Zeit zu Zeit in den Filterstrahlen (unter Kühlung) beobachtet, so nimmt man schon einige Stunden nach dem Einbringen des Aktiniums die hellsten Maxima der betreffenden Hauptspektra wahr, und mit der Zeit steigert sich dann die Helligkeit dieser Spektra mehr und mehr bis zu einer gewissen Grenze.

6. Der Vollständigkeit halber erwähne ich noch das Verhalten der aromatischen Substanzen in den Kanalstrahlen. Die Kanalstrahlen rufen an denjenigen aromatischen Verbindungen, welche durch Kathodenstrahlen oder β-Strahlen in den Hauptzustand versetzt werden, ebenfalls das Hauptspektrum hervor, dergestalt, daß das letztere sowohl während der Einwirkung der Kanalstrahlen selbst, als auch nachträglich, wenn man die Substanz später in die Filterstrahlen bringt, wahrgenommen werden kann. Während der Einwirkung der Kanalstrahlen zeigte sich dabei für sämtliche untersuchten Verbindungen: Das Leuchten der bestrahlten Substanz ermattet sehr rasch und sinkt bis zu geringen Intensitäten oder wird überhaupt unwahrnehmbar. Ist das Leuchten der bestrahlten Oberfläche auf ein Minimum gesunken, so kann man durch Umrütteln neue Teilchen der Substanz an die Oberfläche bringen. Die neuen Teilchen leuchten dann für kurze Zeit wieder hell. Hat wiederholtes Umrütteln sukzessiv alle Partikeln an die Oberfläche gebracht, so ist bei weiter fortgesetztem Schütteln helles Leuchten nicht mehr zu erregen. Die Teilchen gewinnen also ihre Leuchtfähigkeit in der Zeit, in welcher sie unter der Oberfläche der Bestrahlung entzogen sind, nicht wieder. Dies findet auch nicht statt, wenn man die Bestrahlung überhaupt für längere Zeit unterbricht, gleichviel, ob die Röhre sich dabei im Dunkeln oder im Tageslicht befindet. Das Ermatten des Leuchtens ist vielfach schon in den ersten Sekunden sehr beträchtlich und

pflegt die Intensität innerhalb einer Minute auf sehr kleine Bruchteile des Anfangwertes oder bis zum überhaupt Unmerklichen herabzusetzen.

Die Erscheinung erinnert an die Beobachtungen von ARNOLD[1]) und von G. C. SCHMIDT[2]) über das Leuchten verschiedener anorganischer Substanzen (Salze) in den Kanalstrahlen, wobei sich ebenfalls rasches Herabgehen des anfänglichen Leuchtens zeigte. Herr G. C. SCHMIDT hat (l. c.) die Erscheinung der Leuchtdepression auch zu erklären gesucht, und die Hypothese aufgestellt, daß das Nachlassen des Leuchtens auf chemischer Zersetzung beruhe.

Diese Erklärung ist mir wenig wahrscheinlich. Denn zunächst tritt die rapide Leuchtdepression auch auf bei Substanzen, bei denen chemische Umsetzungen nicht anzunehmen sind. Ich brachte in die Kanalstrahlen 0,5 g feingepulverten Diamant („Diamantpuder"), der mir von der Firma C. SIEGELE (Berlin) in sehr freundlichem Entgegenkommen überlassen wurde. Dieser Diamantstaub leuchtete in den Kanalstrahlen schön vergißmeinnichtblau; schon innerhalb zwei Sekunden ist aber das Leuchten sehr viel schwächer geworden, und in weniger als einer Minute wird es unwahrnehmbar. Die Erscheinung verlief nicht erkennbar verschieden, je nachdem der Diamantstaub bei gewöhnlicher Temperatur oder unter Kühlung durch flüssige Luft untersucht wurde. Insbesondere zeigte die vorliegende Substanz bei keiner Temperatur ein Nachleuchten, was im Verein mit der blauen Farbe des Lichtes für die Abwesenheit von (zersetzungsfähigen) Verunreinigungen spricht. — Eine Erholung der Leuchtfähigkeit war auch nach langen Entladungspausen nicht zu bemerken. In den Kathodenstrahlen war eine Verminderung der Leuchtfähigkeit des Diamanten nicht zu konstatieren. Denn die Substanz leuchtet zwar in der Mitte, wo die Strahlung am konzentriertesten auftritt, weniger stark, nachdem sie von den Kathodenstrahlen eine Zeitlang erregt worden ist. Unterbricht man aber die Bestrahlung für kurze Zeit, so daß die Substanz sich wieder abkühlen kann, so leuchtet sie dann bei neuer Bestrahlung auch in der Mitte so hell wie zuvor.

---

[1]) W. ARNOLD, Wied. Ann. 61, 313, 1897.
[2]) G. C. SCHMIDT, Ann. d. Phys. (4) 9, 703, 1902.

Ist die Substanz in den Kanalstrahlen lichtlos geworden, so leuchtet sie nachher, von Kathodenstrahlen getroffen, in den letzteren wieder hell (auch wenn der erregende Strom des Induktoriums viel schwächer ist, als bei der Anwendung von Kanalstrahlen). Abermaliges Auftreffen von Kanalstrahlen findet die Substanz dann wieder lichtlos und so fort. — Wäre die Substanz ihrer Leuchtfähigkeit in den Kanalstrahlen durch eine chemische Veränderung beraubt, so würde sie dann wohl auch in den Kathodenstrahlen lichtlos bleiben oder wenigstens nicht mehr hell leuchten können [1]).

Deutlicher noch sprechen, wie mir scheint, die Erscheinungen an den aromatischen Verbindungen selbst. Die Ortho-Toluylsäure z. B. gibt, wie erwähnt, in den Kanalstrahlen dasselbe Hauptspektrum wie in den Kathodenstrahlen. Würde das Ermatten und schließliche Verschwinden dieses Spektrums in den Kanalstrahlen auf einer chemischen Veränderung beruhen, so würden die hypothetischen neuen Verbindungen, wenn man nun wieder die Kathodenstrahlen wirken läßt, ebenfalls kein Leuchten oder aber ein neues Spektrum zeigen. Es tritt jedoch lediglich das unveränderte Hauptspektrum der Ortho-Toluylsäure auf. Ein Anzeichen für eine eingetretene chemische Veränderung liegt also nicht vor. —

Auch die vorstehende Arbeit ist durch Mittel gefördert worden, welche mir aus der Jagor-Stiftung bewilligt worden waren.

---

[1]) Ähnlich verhält sich Glas und zwar in gepulvertem, wie in kompaktem Zustande. Das anfänglich helle gelbgrüne Leuchten zerriebenen Thüringer Hohlglases in den Kanalstrahlen wird, auch bei der Temperatur der flüssigen Luft, sukzessiv matter, bis zu einem geringen Grenzwerte. — Bedeckt man den Boden einer frischen Kanalstrahlenröhre zunächst mit irgend einem Salzpulver, läßt die Kanalstrahlen bei geringer Gasdichte eine Zeitlang wirken und legt (durch rasches Neigen der Röhre) dann plötzlich den Boden frei, lo leuchtet die bedeckt gewesene Fläche etwa eine Sekunde lang mit kräftigem grünen Licht, dann aber erlischt das helle Leuchten für immer. In der Tat ist ja bekannt, daß die Glaswand von Entladungsröhren in den Kanalstrahlen nur ganz matt fluoresziert: ihr erstmaliges helles Leuchten wird schon bei der ersten Erprobung der Röhre zerstört, und auch jahrelange Pausen bis zu neuer Inanspruchnahme der Röhre stellen die Leuchtfähigkeit des ersten Augenblicks nicht wieder her.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. | 30. Januar 1912. | Nr. 2.

Sitzung vom 12. Januar 1912.

Vorsitzender: Hr. F. KURLBAUM.

Hr. **V. Bjerknes** berichtet über

Meteorologie vom Standpunkte der Dynamik und Thermodynamik.

Sodann legt Hr. **M. Planck** eine Arbeit von Hrn. **G. E. Gibson**:

Bemerkungen zum PLANCKschen Wirkungsquantum

vor und spricht selbst

Über die Begründung des Gesetzes der schwarzen Strahlung.

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind während der Ferien die folgenden Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Fr. Hauser**: Über die Abhängigkeit der Bruchfestigkeit von der Temperatur. (Eingesandt durch Hrn. E. WIEDEMANN.) (Schon abgedruckt S. 18—32.)

Von Hrn. **W. Matthies** und **H. Struck**: Über den Potentialgradienten auf der ungeschichteten positiven Säule des Glimmstromes in N_2 und H_2 bei hohen Strom- und Gasdichten.

Von Hrn. **J. Koenigsberger:** Zur Wärmeleitung von Graphit und Diamant. (Schon abgedruckt S. 9.)

Von Hrn. **J. Koenigsberger** und **J. Kutschewski:** Zur Bildung und Geschwindigkeit negativer Ionen im Kanalstrahl. (Schon abgedruckt S. 1—8.)

Von Hrn. **Anton Wassmuth:** Über den Zusammenhang des Prinzips der kleinsten Aktion mit der HAMILTON-JACOBIschen partiellen Differentialgleichung und dem STÄCKELschen Theorem.

Von Hrn. **Anton Wassmuth:** Die Bewegungsgleichungen des Elektrons und das Prinzip der kleinsten Aktion.

Von Hrn. **Anton Wassmuth:** Über die Invarianz eines das kinetische Potential enthaltenden Ausdruckes gegen eine H. A. LORENTZ-Transformation.

Von Hrn. **Fr. Paulus:** Über eine unmittelbare Bestimmung jeder einzelnen Reaktionskraft eines bedingten Punktsystems für sich aus den LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art. (Eingesandt durch Hrn. A. WASSMUTH.)

Von Hrn. **J. Stark:** Über einen Zusammenhang zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz. Bemerkung zu einer Mitteilung des Hrn. F. HABER.

Von Hrn. **Josef Loif:** Über induzierte Ströme in einem ruhenden Netze linearer Leiter und das Prinzip der kleinsten Aktion. (Eingesandt durch Hrn. A. WASSMUTH.)

Von Hrn. **R. Pohl** und **P. Pringsheim:** Über den selektiven Photoeffekt des Lithiums und Natriums.

Von Hrn. **A. Partzsch:** Zur Theorie des lichtelektrischen Stromes in Gasen. (Eingesandt durch Hrn. W. HALLWACHS.)

Von Hrn. **E. Goldstein:** Über die Emissionsspektra aromatischer Verbindungen in ultraviolettem Licht, in Kathodenstrahlen, Radiumstrahlen und Kanalstrahlen. (Schon abgedruckt S. 33—42.)

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. L. Hopf, Aachen, Technische Hochschule.
(Vorgeschlagen durch Hrn. E. Meyer.)

Hr. Heinrich Finger, Assistent am Kgl. Militärversuchsamt, Charlottenburg 1, Königin-Luisestraße 13.
(Vorgeschlagen durch Hrn. E. Bollé.)

Hr. W. J. de Haas, Charlottenburg 5, Kaiserdamm 96.
(Vorgeschlagen durch Hrn. H. du Bois.)

Hr. Privatdozent Dr. Franz Rusch, Zürich, Culmannstraße 53.
(Vorgeschlagen durch Hrn. H. Greinacher.)

Hr. Dr. H. Gerdien, Halensee, Kurfürstendamm 145.
(Vorgeschlagen durch Hrn. H. Kreusler.)

Hr. Dr. Braisch, Wiss. Hilfsarbeiter bei der Kgl. Technischen Prüfungsstelle, Berlin NW. 6, Luisenstraße 32.
(Vorgeschlagen durch Hrn. J. Disch.)

Hr. Dr. E. Oettinger, Charlottenburg 2, Carmerstraße 17.
(Vorgeschlagen durch Hrn. W. Haken.)

Hr. Dr. R. Ullrich, Weilburg a. L., Neugasse 7.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. A. Schulze.)

Über den selektiven Photoeffekt des Lithiums und Natriums;

von R. Pohl und P. Pringsheim.

(Eingegangen am 8. Januar 1912.)

Wir haben bisher für drei der fünf Alkalimetalle, nämlich für Rb, K und Na, zeigen können, daß innerhalb eines gewissen Frequenzbereiches des erregenden Lichtes dem normalen Photoeffekt das Resonanzphänomen des selektiven Photoeffektes überlagert ist. Bei den beiden anderen Alkalimetallen, Cs und Li, sind wir zunächst auf unerwartete experimentelle Schwierigkeiten gestoßen, und die Messungen ergaben nur einen normalen Photoeffekt, d. h. einen kontinuierlichen, von der Orientierung des elektrischen Vektors unabhängigen Anstieg der Elektronenemission mit wachsender Frequenz des Lichtes. Neuerdings ist es uns jedoch wenigstens für den Fall des Li gelungen, Metalloberflächen darzustellen, die den selektiven Photoeffekt einwandfrei nachweisen lassen. Bei diesen Versuchen haben wir gleichzeitig eine Anzahl Messungen am Na angestellt, die die Lage des Resonanzmaximums genauer als unsere ersten Messungen bestimmen lassen, und wir berichten im folgenden die wesentlichen Resultate, die wir für Li und Na erhalten haben.

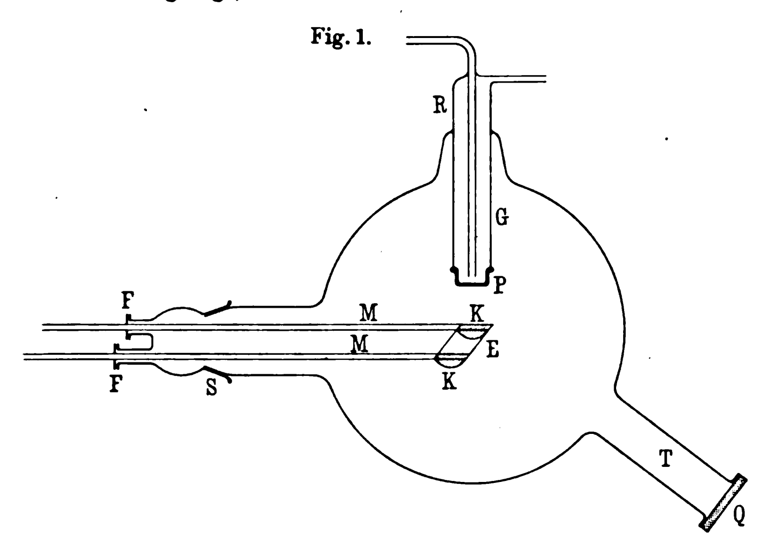
Li läßt sich nicht in Glas, Quarz oder Platin schmelzen, nur Ni und Fe werden von dem flüssigen Li wenig angegriffen. Dies führte uns nach verschiedenen Versuchen, blanke Li-Flächen ohne Schmelzen auf mechanischem Wege zu erzeugen, zur Konstruktion des in Fig. 1 skizzierten Apparates, mittels dessen sich Metallflächen durch Destillation im Vakuum in einfacher Weise herstellen lassen.

Im Inneren einer Glaskugel von 15 cm Durchmesser befindet sich ein 5 × 2 cm großes, 0,02 mm starkes Eisenblech E, das zwischen den Eisenbacken K in Form einer halbzylindrischen Mulde eingespannt wird[1]). Das Eisenblech kann mittels Wechsel-

[1]) Alle Metallteile, vor allem auch die Gewinde, werden, ebenso wie stets die Glasteile, auf das sorgfältigste gereinigt.

strom (15 bis 200 Amp.) geheizt werden, wobei die Stromzuführung durch die wassergekühlten Messingrohre *M* (1 cm Durchmesser) erfolgt, die mittels der Doppelflanschen *F* an den Schliff *S* angekittet sind. In etwa 3 cm Abstand von *E* befindet sich ein Platintopf *P* von 15 mm Durchmesser, der in ein Glasrohr *G* eingeschmolzen ist und durch strömendes Wasser gekühlt wird. Ein Tubus *T* trägt ein mit weißem Siegellack aufgekittetes Quarzfenster *Q*, durch das man Licht auf die Platinfläche *P* werfen kann. Das zu destillierende Metall wird in Form eines 0,1 bis 0,5 cm³ großen Würfels auf das Eisenblech *E* gelegt, dann der Schliff *S* mit einem schmalen Ring

Fig. 1.



von Marineleim gedichtet und die Kugel evakuiert, wobei wir wie stets bei der Herstellung der Zellen zwischen die Kugel und den nächsten gefetteten Hahn oder Schliff ein Glasrohr einschalten, dessen Wände beliebig mit destilliertem Kalium bezogen werden können, um O_2 usw. zu beseitigen.

Die Anordnung hat noch den Nachteil, daß das geschmolzene Metall auseinanderläuft und sich an der Stromleitung beteiligt, wodurch die Erzielung höherer Temperaturen erschwert wird. Man vermeidet dies leicht durch Benutzung eines kleinen Tiegels (1 cm³ Inhalt), der auf *E* gestellt und von *K* aus mittels einer Klammer gehalten wird. So haben wir z. B. Na in einem Porzellantiegel verdampft.

Die Destillation erfolgt unter ständigem Pumpen bei

$$1 - 2 . 10^{-3} \text{ mm Druck,}$$

und vor dem Abschmelzen von der Pumpe wird der Druck auf

$$1 - 2 . 10^{-4} \text{ mm}$$

erniedrigt.

Der optische und elektrische Teil der Versuchsanordnung gleicht dem früher beschriebenen[1]). Der Platintopf P wird mit dem stromanzeigenden Elektrometer verbunden, die beschleunigenden Spannungen werden an M angelegt, und zur Verbesserung der Isolation ist G bei R von einem dicken Schellackring umgeben.

Als Ausgangsmaterial für das Li nahmen wir das von KAHLBAUM bezogene Metall, das nach Angaben der Firma aus der Elektrolyse von reinem LiCl ohne Zusatz zwischen Eisen- und Kohleelektroden dargestellt wird. Es enthält neben Spuren von Fe aus der Elektrode etwas Na, das als Verunreinigung des LiCl vorhanden war. Leider konnten wir keine quantitative Angabe über den Na-Gehalt erhalten, da geeignete Analysenmethoden fehlen, doch zeigte das Spektroskop keine merkliche Zunahme der D-Linien eines Bunsenbrenners, wenn das Li in die Flamme gebracht wurde.

Lichtelektrisch läßt sich das Na leicht durch die selektive Eigenfrequenz nachweisen. Man schmilzt das Li und hält es einige Zeit (etwa 1 Stde.) auf einer Temperatur wenig oberhalb des Schmelzpunktes. Dann destilliert das Na heraus, erzeugt auf den Wänden der Kugel einen bräunlichvioletten kolloidalen Niederschlag, und auf dem Pt-Topf P bildet sich eine dem geringeren Abstand von E entsprechend dickere Metallschicht.

Tabelle 1 gibt die Messungen an zwei verschiedenen auf diesem Wege aus dem Li herausgedampften Na-Flächen, und die im weiteren folgende graphische Darstellung und Diskussion der Zahlen wird zeigen, daß wir hier tatsächlich im wesentlichen Na vor uns haben.

Von einem solchen Klotz Li, der etwa $^5/_4$ Stdn. im Vakuum auf der Temperatur gehalten war, bei der das Na herausdampft, wurde alsdann ein Stück in eine zweite Zelle gebracht und bei gesteigerter Temperatur verdampft. Der Niederschlag des kolloi-

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 218, 687, 1910; 13, 475, 1911.

dalen Metalles auf der Glaskugel sah im ersten Augenblick blau aus und die Verdampfung wurde fortgesetzt, bis die Glaskugel einen undurchsichtigen, metallisch spiegelnden Beschlag erhalten hatte. Beim Öffnen der Zelle zeigte sich dann hinterher auf dem Platintopf P eine feste Schicht destillierten Metalles, die sich mit einem Schaber blankkratzen ließ und in einem Falle als zusammenhängendes Metallblech abgehoben werden konnte. An diesem Produkt der zweiten Destillation wurden die Zahlen 1858 bis 1866, Tabelle 2, gemessen. Ihre graphische Darstellung in Fig. 2 gibt eine Kurve mit einem Maximum bei etwa 280 $\mu\mu$.

Tabelle 1.

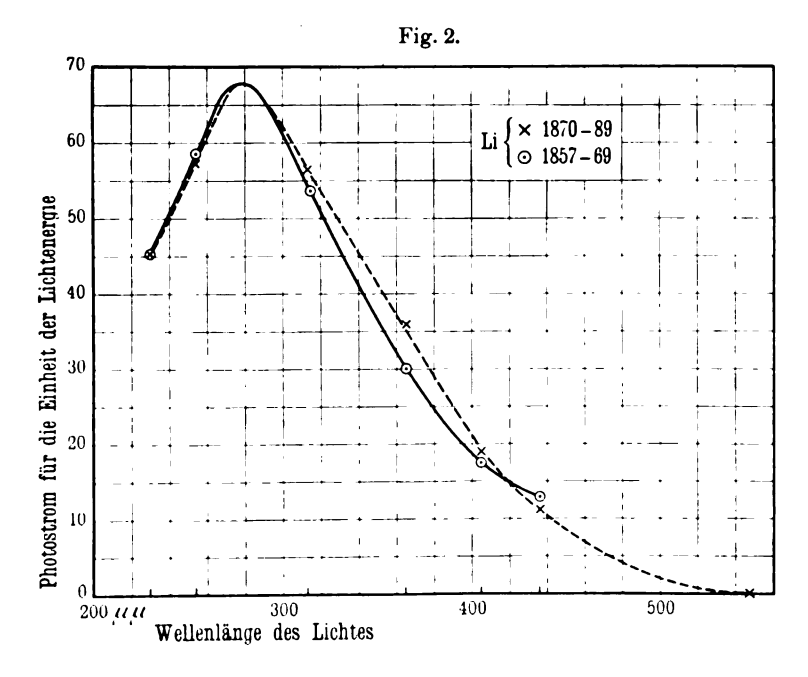
Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
1898	546	150	< 0,1	0
1906	436	97,5	22,1	22,8
1905	405	50,0	15,8	31,6
1904	365	81,0	$6{,}0_5$	74,5
1901	313	95,8	43,8	45,9
1902	254	27,0	$3{,}7_1$	13,7
1903	230	6,4	$0{,}50_5$	8,0
1917	436	63,0	8,08	12,8
1916	405	32,5	8,64	26,6
1915	365	83,4	54,1	65,0
1919	313	56,8	24,8	44,0
1913	254	26,2	$4{,}6_6$	17,9
1912	230	6,1	$0{,}72_5$	11,9

Tabelle 2.
Lithium, zweimal abdestilliert.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
1862	436	100	13,0	13,0
1861	405	51,4	8,98	17,5
1860	365	145,4	44,2	30,2
1859	313	111,6	59,3	53,1
1858	254	33,8	19,8	58,5
1866	230	8,8	3,98	45,2

Mit dem bei der zweiten Destillation auf dem Eisenblech E als Rest verbliebenen Lithium wurde dann eine dritte Zelle beschickt und das Metall einer dritten Destillation bis zu gänzlicher Verdampfung unterworfen. Die an dem entstandenen Metallniederschlag gemessenen Zahlen (Nr. 1870 bis 1889) sind in der Tabelle 3 vereinigt, und auch sie geben eine Kurve mit einem Maximum bei 280 $\mu\mu$ (Fig. 2). Wir haben eine ganze Reihe derartiger Versuche mit aufeinanderfolgenden Destillationen angestellt, die immer zum gleichen Endergebnis führten.

Fig. 2.



Aus der Zahl dieser Versuche seien noch zwei Reihen angeführt, 1757 bis 1763 und 1767 bis 1772 (Tabelle 4). Beide beziehen sich auf die gleiche Metallfläche, aber die erstere ist mit einer beschleunigenden Spannung von 40 Volt, die zweite mit 240 Volt und einer kleineren Blende im Strahlengange aufgenommen. Die Übereinstimmung der Werte wird durch die Kurve in Fig. 3 veranschaulicht; auch diese Kurve hat ein ausgeprägtes Maximum, und damit halten wir die Existenz eines selektiven Photoeffektes auch am Li für erwiesen.

Tabelle 3.
Lithium, dreimal abdestilliert.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
1875	546	110	—	—
1889a	436	72,1	$8,1_7$	11,3
1888	405	40,5	$7,6_7$	18,9
1887	365	119,2	42,8	35,8
1886	313	87,6	49,5	56,5
1870	254	24,5	14,0	57,3
1871	230	6,0	2,72	45,3

Tabelle 4.
Lithium, zweimal abdestilliert.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Photostrom pro Energieeinheit 10^{-13} Amp.	Nr.	Photostrom pro Energieeinheit 10^{-13} Amp.
1757	546	0	—	—
1758	436	4,36	1767	7,5
1759	405	7,92	1768	11,7
1760	365	14,9	1769	20,3
1761	313	35,2	1770	53
1762	254	37,2	1771	54,3
1763	230	25,6	1772	37,0

Zur Kontrolle schien es uns jedoch erforderlich, noch ein anderes Metall mit bekanntem selektiven Photoeffekt in der gleichen Weise wie das Li darzustellen. Als solches wählten wir Na, teils weil es dem Li nahesteht, teils weil uns bekannt war, daß unsere früheren Messungen [1]), die zuerst die Existenz eines selektiven Effektes am Na ergeben hatten, einen Fehler enthielten, der einer Korrektion bedurfte.

Die Unsicherheit des Na-Kurvenbildes zwischen $\lambda = 405\,\mu\mu$ und $\lambda = 254\,\mu\mu$ hatten wir bereits damals durch Punktierung angedeutet, weil wir noch kein Steinsalzprisma besaßen, um die Wellenlängen $\lambda = 405\,\mu\mu$ und $\lambda = 365\,\mu\mu$ so sauber zu trennen, wie es zur genauen Ermittelung des Maximums nötig war. Als

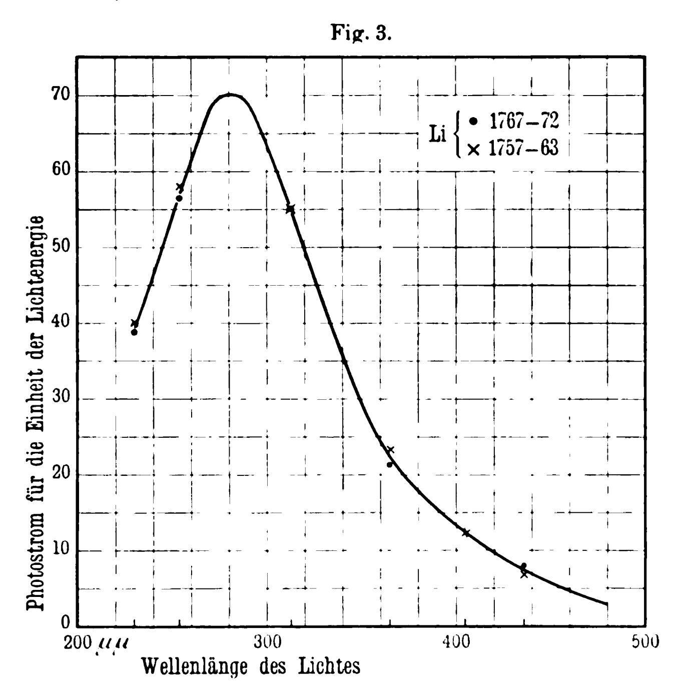
[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 12. 355 ff.; Nr. 129—149, Fig. 8, 1910.



Lage des Maximums haben wir einmal „etwas oberhalb von 300 $\mu\mu$“, das andere Mal „ungefähr bei 320 $\mu\mu$“ angegeben, während der höchste Punkt der Kurve bei etwa 330 $\mu\mu$ gezeichnet war.

Wir haben daher zunächst Na-Flächen genau wie früher dargestellt, d. h. wir haben das Metall im Vakuum geschmolzen, nach dem Verfahren von ELSTER und GEITEL von Oxyden und anderen Verunreinigungen befreit und in kugelförmige Zellen eingefüllt, die außer zwei Platinelektroden einen Ansatztubus mit Quarzfenster [1]) besaßen und vor dem Abschmelzen von der Pumpe

Fig. 3.



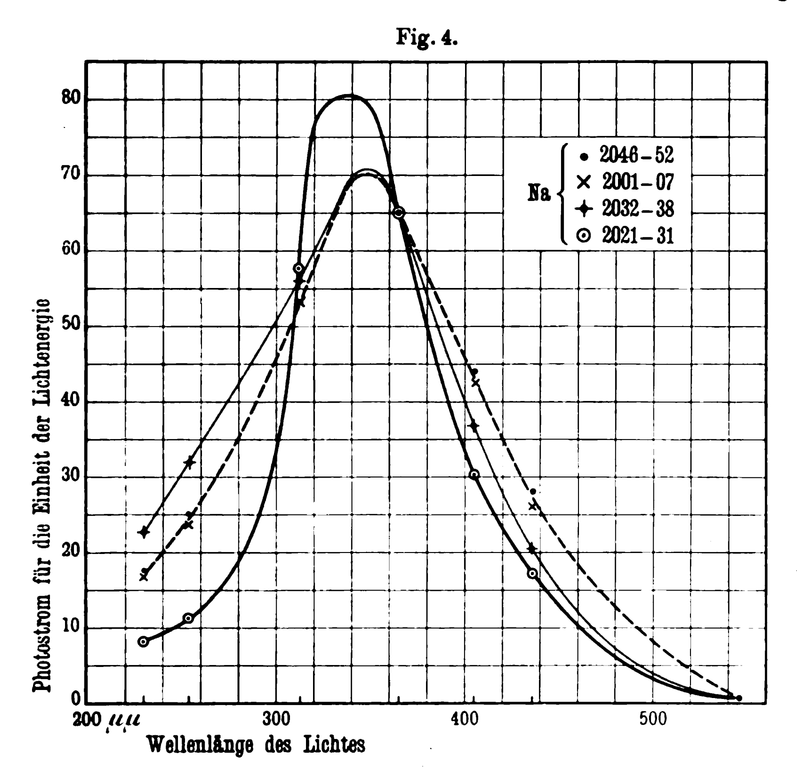
auf etwa 10^{-3} mm evakuiert wurden. Von den Messungen, die wir an 12 derart hergestellten Na-Flächen ausgeführt haben, sind vier Reihen in der Tabelle 5 vereinigt und in Fig. 4 graphisch dargestellt.

Dann haben wir Na in gleicher Weise wie Li in dem Apparate der Fig. 1 durch Destillation hergestellt, mit dem einzigen Unterschiede, daß wir das Na in einen kleinen Porzellantiegel

[1]) Vgl. Figur in Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 716, 1909.

($1\,cm^3$) legten, um das Zerlaufen des Metallklotzes zu verhindern. So wie Li Spuren von Na, so enthält Na Spuren von K, und dies K konnten wir analog dem Na des Li lichtelektrisch nachweisen. Nach vorsichtigem Abdampfen des nur wenig über seinen Schmelzpunkt erhitzten Na ergaben sich die Messungen der Tabelle 6, denen die obere Kurve der Fig. 5 entspricht. Unter diese ist ausgezogen die Kurve des reinen K nach den früheren Messungen

Fig. 4.



Nr. 122 bis 127 eingezeichnet, und die mittlere punktierte Kurve ist die Differenz der beiden anderen. Letztere entspricht der Na-Kurve und wir glauben nicht fehl zu gehen, wenn wir die gemessene obere Kurve als eine Überlagerung einer K- und einer Na-Kurve auffassen und annehmen, daß aus dem käuflichen Na zunächst K in merklicher Weise herausdestilliert. Daß die Trennung des K und Na weniger ausgeprägt ist als die des Na und Li, ist bei der geringeren Differenz ihrer Schmelzpunkte zu

erwarten. Die graphische Zerlegung der Kurve in zwei Komponenten dürfte nach unseren früheren Beobachtungen an kristallinischen Gemengen verschiedener KHg-Legierungen[1]) gerechtfertigt sein.

Tabelle 5.
Vier verschiedene Flächen von geschmolzenem Na.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
2003	546	170	1,16	0,68
02	436	105,4	26.9	25,5
01	405	53,4	22,2	41,6
06	365	79,4	57,2	72,0
07	313	71,6	42,3	59,0
05	254	40,4	10,5	26,9
04	230	9,8	1,86	19,0
2013a	546	150	1,20	0,8
26	436	98,4	14,0	14,3
27a	405	46,4	11,6	25,0
21	365	119	53,4	44,9
22	313	103,7	41,5	40,1
29a	254	33,4	31,4	9,4
31a	230	8,6	0,58	6,7
2038	546	150	1,1	0,75
37	436	84	14,1	16,8
36	405	46,1	13,9	30,2
32	365	116,8	57,7	49,3
33	313	99,4	45,5	45,8
34	254	31,2	8,29	26,3
35	230	7,8	1,45	18,6
2052	546	190	1.0	0,6
51	436	76,4	17,7	23,2
50	405	40,4	14,7	36,6
46	365	111,7	60,3	54
47	313	93	41,1	44,2
48	254	30.6	6,37	20,8
49	230	7,6	1,09	14,6

Alsdann haben wir größere Stücke Na vollständig verdampft und auf den Platintopf dicke Schichten Metall hinüberdestilliert und an diesen Messungen angestellt, von denen zwei Beispiele in

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 697, 1910.

der Tabelle 7 angeführt sind. In der graphischen Darstellung entspricht diesen Zahlen die gestrichelte Kurve der Fig. 6, in die gleichzeitig punktiert die Resonanzkurve des Na eingetragen ist, das wir in den Versuchen 1912 ff. aus Li abdestilliert hatten.

Tabelle 6.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
1921	546	118,4	4,18	3,54
30	436	90,2	35,7	39,6
29	405	45,1	16,0	35,4
32	365	130,9	45,0	34,7
31	313	101,6	17,8	17,5
27	254	28,8	2,87	10
26	230	5,9	5,9	10

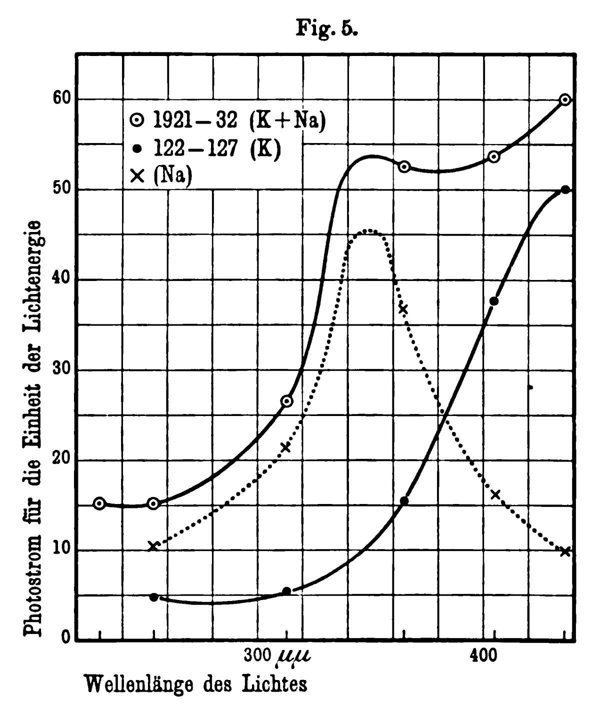
Tabelle 7.

Nr.	Wellenlänge $\mu\mu$	Energie des Lichtes	Photostrom 10^{-11} Amp.	Photostrom pro Einheit der Lichtenergie 10^{-13} Amp.
2076	436	98,5	12,2	12,4
77	405	47,5	9,75	20,6
78	365	140	43,9	31,3
79	313	104	16,9	16,2
80	254	31,1	1,74	5,6
81	230	8,5	$0{,}29_5$	$3{,}4_6$
1946	436	60,5	20,8	34,4
45	405	33,1	15,9	48,3
47	365	78,5	61,6	78,5
48a	313	70	28,0	40
42	254	25,3	3,19	12,5
43	230	6,0	0,51	8,5

Wenden wir uns jetzt der Diskussion der Kurven zu. Die Fig. 4 und 6 zeigen mit Sicherheit, daß das Maximum des selektiven Effektes am Natrium bei Wellenlängen $\lambda > 330\,\mu\mu$ liegt und das Maximum in der Tat bei unseren früheren Messungen durch eine falsche Bestimmung des Punktes bei $\lambda = 365\,\mu\mu$ nach Seiten der kürzeren Wellenlängen verschoben war. Doch bleibt auch jetzt noch bei den neuen Messungen eine Unsicherheit in

der Lage der maximalen Resonanz von mindestens 10 $\mu\mu$ bestehen. Das liegt einmal daran, daß wir gerade in dem Gebiete der höchsten Erhebung der Kurve, d. h. zwischen 313 und 365 $\mu\mu$, keine wirksame Wellenlänge in unserer optischen Anordnung besitzen. Dann aber zeigen sogar Oberflächen, die unter gleichen Bedingungen hergestellt waren, erhebliche Unterschiede. Wir verweisen z. B. auf die Messungen 2021 bis 2031 in Fig. 4, bei der das Resonanzmaximum des Na erheblich schärfer ausgeprägt ist

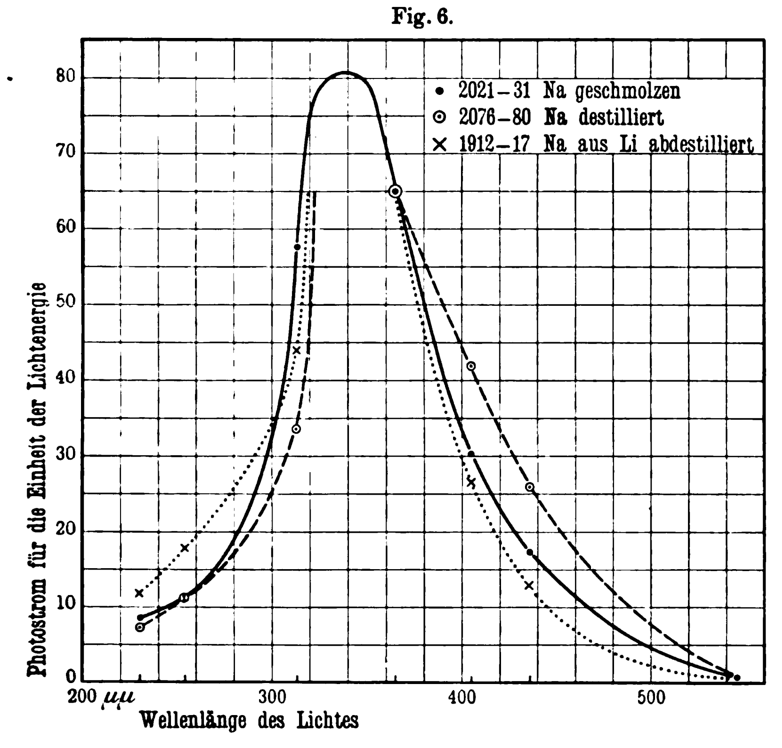
Fig. 5.



als bei den beiden anderen eingezeichneten Kurven, und wir haben es noch nicht in der Hand, eine bestimmte der Kurventypen zu erzeugen. Zum Teil sind die Änderungen in der Kurvenform bedingt durch das relative Verhältnis des normalen zum selektiven Photoeffekt. So ist der normale Effekt bei den Kurven der Fig. 6 ein sehr kleiner, wie die geringen Höhen der Ordinaten bei λ 254 und 230 $\mu\mu$ zeigen. Die dabei auftretende starke Asymmetrie, die in einem sehr steilen Abfall auf der kurzwelligen Seite zum Ausdruck kommt, haben wir ganz analog

schon früher an flüssigen K-Na-Legierungen mit kleinem Normaleffekt beobachtet[1]). Im gleichen Zusammenhange sind ebenfalls früher die jetzt in manchen Kurven hoch liegenden Ordinatenwerte bei den längsten Wellenlängen beobachtet und wir können heute ebensowenig wie damals einen dieser extremen Fälle willkürlich hervorrufen oder erklären. Daß es sich bei diesen Abweichungen nicht um Meßfehler handeln kann, beweist die Über-

Fig. 6.



einstimmung unabhängiger Reihen an denselben Oberflächen, und wir fügen als besonderen Beleg für die Meßgenauigkeit in Fig. 7 eine Kurve bei, die zwei um ein ganzes Jahr auseinander liegende Meßreihen an ein und derselben K-Na-Fläche darstellt.

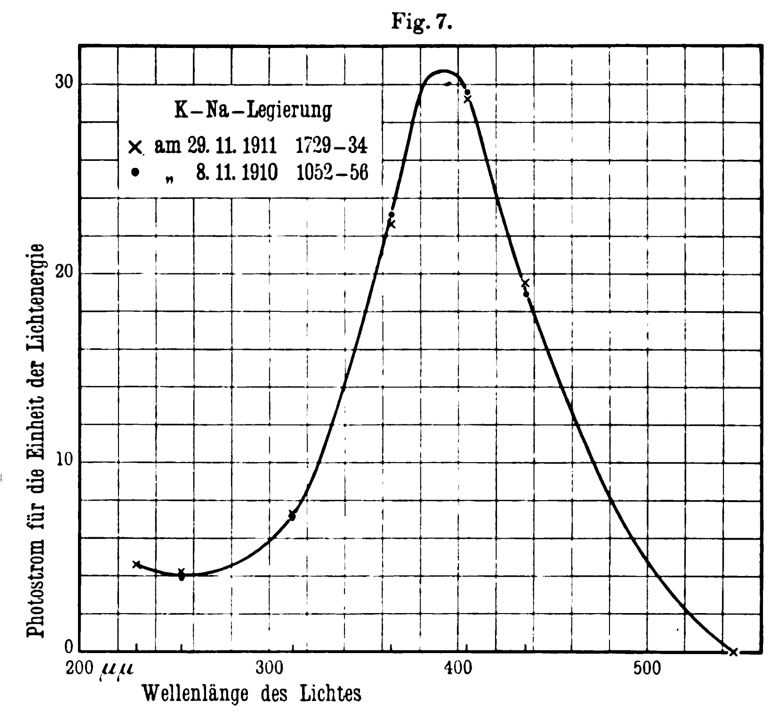
Möglichenfalls kann es sich dagegen um den Einfluß der Kristallform handeln, in der das Metall erstarrt, sei es, daß durch die verschiedene Lage der benachbarten Atome die Form der

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 682, 1910, § 22 ff.

Resonanzkurve direkt beeinflußt wird, sei es, daß die Absorption des Lichtes in den verschiedenen Kristallformen nicht identisch ist. Überhaupt muß man ja bei allen unseren Kurven berücksichtigen, daß wir die Zahl der von der Einheit auffallender Lichtenergie erzeugten Elektronen als Funktion der Wellenlängen darstellen, während strenger die absorbierte Lichtenergie zugrunde gelegt werden müßte. Bei der Dispersion der

Fig. 7.



Metalle kann dies zu gewissen Verschiebungen Veranlassung geben, während, wie wir früher ausführlich diskutiert haben [1]), die prinzipielle Form der Resonanzkurve nicht durch die Dispersion der Lichtabsorption erklärt werden kann.

Wenn wir daher jetzt auf Grund unserer Messungen die selektive lichtelektrische Eigenfrequenz des Na und Li bei ungefähr 340 bzw. 280 $\mu\mu$ angeben, so möchten wir noch einmal auf die Unsicherheit von mindestens $\pm$ 10 $\mu\mu$ hinweisen, um so mehr,

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 682, 1910, § 19.

als unsere Zahlen in letzter Zeit mehrfach weitgehenden theoretischen Berechnungen zugrunde gelegt worden sind.

Der von uns für Li erhaltene Wert weicht von dem, den F. A. LINDEMANN[1]) aus seiner Formel für den selektiven Photoeffekt berechnet hat, etwa 50 $\mu\mu$ ab, und auch der jetzt zuverlässiger bestimmte Wert des Na ergibt bereits eine Differenz von etwa 20 $\mu\mu$ gegen den berechneten, während die Zahlen für Rb, K und Ba eine merkwürdig gute Übereinstimmung zeigen, die vielleicht durch das wesentlich größere Atomvolumen dieser Elemente bedingt ist.

Hingegen stimmen die gemessenen Werte für Na und Li besser als die nach der erwähnten Formel extrapolierten mit zwei zunächst nur empirisch begründeten Beziehungen der selektiven Eigenwellenlängen λ_s zu anderen Größen überein. Die von LINDEMANN gefundene Proportionalität von $\lambda_s^{1/2}$ zu der ultravioletten Kante der spektralen Hauptserie ist auch für das Li erfüllt, und der von F. HABER[2]) entdeckte Zusammenhang der ultraroten Ionenschwingung eines Elementes

$$\lambda_{\text{rot}} = 42{,}8 \sqrt{\text{Mol.-Gew.}} \,.\, \lambda_s$$

ist besser als zuvor mit den Werten von λ_{rot} in Einklang, die man auf ganz anderen Wegen berechnet.

Zusammenfassung. Es wurden Flächen metallischen Lithiums und Natriums durch Destillation im Vakuum hergestellt und an diesen die Resonanzkurven des selektiven Photoeffektes gemessen. Die Brauchbarkeit der Methode wird an Na-Flächen geprüft, die aus dem reinen flüssigen Metall auskristallisiert sind. Das Resonanzmaximum des Li liegt bei ungefähr 280 $\mu\mu$, das des Na bei ungefähr 340 $\mu\mu$, und es werden die Gründe angeführt, infolge deren die bisher gemessenen Eigenwellenlängen des selektiven Photoeffektes keine höhere Genauigkeit als etwa $\pm$ 10 $\mu\mu$ beanspruchen können.

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 482, 1911.
[2]) Ebenda 13, 1117, 1911, Tabelle auf S. 1126.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, Dez. 1911.

Zur Theorie des lichtelektrischen Stromes in Gasen; von A. Partzsch.

(Eingegangen am 11. Januar 1912.)

Stoletow[1]) und Righi[2]) haben gefunden, daß der lichtelektrische Strom zwischen parallelen Platten bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft mit abnehmendem Drucke zuerst anwächst, einen Höchstwert erreicht und dann bis zu einem bestimmten Endwerte, dem Strome im äußersten Vakuum, abnimmt.

Stoletow[3]) erkannte schon folgende einfache Beziehung:

Bedeutet v die Potentialdifferenz zwischen den parallelen Platten in Volt, l deren Abstand in Zentimetern, p_m den Druck in Millimetern Hg, bei dem der lichtelektrische Strom den Höchstwert erreicht, so gilt folgendes Gesetz:

$$\frac{v}{l \cdot p_m} = \text{const.}$$

Aus seinen Versuchen ergibt sich als Wert dieser Konstanten für Luft 372.

Townsend[4]) gelang es, auf Grund der Hypothese der Stoßionisation eine Erklärung dieser Vorgänge zu geben und eine Theorie des lichtelektrischen Stromes in Gasen zu entwickeln. Er zeigte, daß, wenn n_0 negative Elektronen an der negativen Platte durch das ultraviolette Licht ausgelöst werden, die Zahl n der Ionen, die die positive Platte erreichen, durch folgende Formel gegeben ist:

$$n = n_0 e^{\alpha l},$$

wobei α die Anzahl der durch die Zusammenstöße eines negativen Ions beim Passieren einer Gasstrecke von 1 cm erzeugten Ionen bedeutet. Ferner wies Townsend nach, daß die Anzahl α der

---

1) A. Stoletow, C. R. 107, 91, 1888.

2) A. Righi, Atti Acad. dei Lincei (2) 6, 81, 1890.

3) A. Stoletow, Journ. de Phys 9, 468, 1890.

4) Townsend, The Theory of Ionization of Gases by Collision. London 1910. Daselbst eingehende Literaturangabe.

durch Stoß erzeugten Ionen von Druck p und Feldstärke X abhängig ist und folgender funktionaler Zusammenhang besteht:

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{X}{p}\right).$$

Diese Funktion konnte TOWNSEND mittels zweier Konstanten in folgender Form darstellen:

$$\frac{\alpha}{p} = N e^{-\frac{N V p}{X}}.$$

Hierin bedeutet N die Anzahl der Zusammenstöße, die ein Ion beim Durchlaufen einer Strecke von 1 cm eines Gases bei einem Drucke von 1 mm Hg erleidet, und V die Potentialdifferenz, die ein Ion frei durchlaufen muß, um zur Stoßionisation befähigt zu sein. Diese Potentialdifferenz wollen wir als mittlere Ionisierungsspannung bezeichnen, wobei wir offen lassen, daß schon bei geringeren Potentialdifferenzen einige wenige Ionen durch Stoß erzeugt werden.

TOWNSEND hat folgende Werte für N und V aus seinen Beobachtungen berechnet:

	Luft	N_2	H_2	CO_2	HCl	H_2O	A	He
N	14,6	12,4	5,0	20,0	22,2	12,9	13,6	2,4
V	25	27,6	26,0	23,3	16,5	22,4	17,3	14,5
$N \cdot V$ . . .	365	342	130	466	366	289	235	34,8

Der lichtelektrische Strom stellt sich also nach TOWNSEND durch folgende Formel dar:

$$i = i_0 e^{l p N e^{-\frac{N V l p}{v}}},$$

wobei i_0 der Strom im äußersten Vakuum bedeutet und die Feldstärke X durch v/l ersetzt ist. Seinen Höchstwert i_m erreicht der Strom bei dem Drucke p_m, für den die Beziehung gilt:

$$\frac{v}{l p_m} = N V = \text{const.}$$

Dies ist das von STOLETOW erkannte Gesetz. Die Werte von $N V$ in obiger Tabelle geben uns die STOLETOWsche Konstante für die verschiedenen Gase. Der Maximalstrom i_m besitzt die folgende Größe:

$$i_m = i_0 e^{\frac{v}{V e}},$$

er ist vom Abstande der Platten unabhängig. Umgekehrt kann man aus vorstehender Gleichung die mittlere Ionisierungsspannung V bestimmen:

$$V = \frac{v}{e \log \frac{i_m}{i_0}}.$$

Der ursprüngliche Zweck dieser Arbeit war eine scharfe Bestimmung der STOLETOWschen Konstanten. Wie schon STOLETOW verfuhr, wurde bei gleichbleibendem Abstande der Platten und konstanter Potentialdifferenz der Druck variiert und der Maximaldruck p_m bestimmt. Hierbei zeigte es sich, daß sich der Maximalstrom viel geringer ergab, als nach der TOWNSENDschen Formel zu erwarten war. Die von STOLETOW[1]) veröffentlichten Kurven zeigten dasselbe.

Da sich für Potentialdifferenzen $v < V$ kein Maximum des lichtelektrischen Stromes nachweisen läßt (STOLETOW fand in Luft bei 28,6 Volt kein Maximum des Stromes), so kommt für die Stoßionisation nicht der ganze Abstand l der parallelen Platten, sondern nur die Strecke $l\left(1 - \frac{V}{v}\right)$ in Betracht. Die von TOWNSEND aufgestellte Formel $n = n_0 e^{\alpha l}$ geht demnach in die folgende über:

$$n = n_0 e^{\alpha l \left(1 - \frac{V}{v}\right)},$$

wobei V die mittlere Ionisierungsspannung des betreffenden Gases bedeutet. Die Formeln für den lichtelektrischen Strom stellen sich nunmehr wie folgt dar:

$$i = i_0 e^{l\left(1 - \frac{V}{v}\right) p N e^{-\frac{N V p l}{v}}},$$

$$i_m = i_0 e^{\frac{v - V}{V \cdot e}},$$

$$V = \frac{v}{1 + e \log \frac{i_m}{i_0}},$$

während die STOLETOWsche Beziehung:

$$\frac{v}{l p_m} = N V$$

bestehen bleibt.

---

[1]) A. STOLETOW, Journ. de Phys. 9, 470, 1890.

Es zeigte sich, daß diese Formeln den lichtelektrischen Strom viel befriedigender darstellen als die ursprünglichen Formeln des Herrn TOWNSEND, solange nicht besondere Verhältnisse in den einzelnen Gasen vorliegen, wie sie auf S. 69 bis 71 diskutiert werden. Durch Bestimmung von NV und V wurden die TOWNSENDschen Werte einer Prüfung unterzogen. Die daraus erhaltenen Werte für N zeigen einen einfachen Zusammenhang mit der freien Weglänge der Gase, die Werte für V einen Zusammenhang mit dem elektrischen Verhalten derselben.

Versuchsanordnung.

Der belichtete Kondensator war als Schutzringkondensator ausgebildet. Als positive Platte diente eine Messingplatte mit einem Quarzfenster, das kathodisch mit Platin bestäubt war. Die feine Schicht ließ genügend ultraviolettes Licht auf die innere Platte des Kondensators fallen, die zur Verringerung der Unsicherheiten, wie sie durch die lichtelektrische Ermüdung hervorgerufen werden, aus Platin bestand. Die belichtete Platte stand mit einem Quadrantelektrometer und mit einem Bronsonwiderstande in Verbindung, während der sie umgebende Schutzring an Erde lag. Der Kondensator saß in einer großen Glaszelle, die durch einen weiten Schliff verschlossen war. Die positive Platte ließ sich parallel zum Schutzring durch eine Schraube verschieben, die, mit einem Schliff verbunden, von außen gedreht werden konnte.

Als ultraviolette Lichtquelle diente eine Quarzquecksilberlampe. Ihre Lichtintensität wurde dauernd mittels einer Kaliumzelle mit Quarzfenster kontrolliert. Der in ihr fließende Strom ließ sich durch ein Drehspulgalvanometer [1]) messen.

Die an die positive Platte angelegten Spannungen bestimmte man durch Kompensation eines Normalelementes.

Der lichtelektrische Strom wurde in Luft, Stickstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Kohlensäure und deren Gemischen gemessen. Die Gase waren sorgfältig hergestellt und gut getrocknet.

Beobachtungsverfahren.

Nachdem die Anordnung auf wenige Hundertstel Millimeter Hg evakuiert war, wurde durch geeignete Blenden vor dem Quarz-

[1]) Empfindlichkeit $1{,}74 \cdot 10^{-9}$ Amp./mm bei 2,00 m Skalenabstand.



fenster der Meßzelle ein Ausschlag des Elektrometers von der Größe hergestellt, daß der zu erwartende Maximalstrom innerhalb der Skala zu liegen kam. Nun ließ man das zu untersuchende Gas in einer Menge ein, daß der Strom in der Meßzelle unter den vorher im Vakuum beobachteten Wert fiel. Hierauf begann man, von neuem auszupumpen. Nach einem oder auch nach mehreren Pumpenzügen wurden gleichzeitig Elektrometer und Galvanometer beobachtet und der zugehörige Druck bestimmt. Von den 70 ausgeführten Messungsreihen sollen in dieser vorläufigen Mitteilung nur einige angeführt werden. In den folgenden Tabellen bedeutet:

- i der für jede einzelne Versuchsreihe auf eine bestimmte Lichtintensität[1]) reduzierte Strom,
- i_0 der Strom im äußersten Vakuum, durch Extrapolation für den Druck $p = 0$ erhalten,
- i_m der aus der Kurve der i entnommene Wert für den Maximalstrom,
- p der zugehörige Druck in Millimetern Hg,
- l der Plattenabstand in Zentimetern,
- v die angelegte Potentialdifferenz in Volt,
- i' der nach der korrigierten Formel aus i_0 berechnete Strom,
- i'' der nach der Townsendschen Formel aus i_0 berechnete Strom.

Bei diesen Berechnungen sind die weiter unten angegebenen Werte von N und V verwendet worden. Fig. 1 und 2 geben Tabelle 1 und 4 graphisch wieder.

Wie sich aus nachstehenden Tabellen ergibt, besteht zwischen beobachteten und berechneten Werten in der Nähe des Maximums des lichtelektrischen Stromes eine gute Übereinstimmung, wenn man bedenkt, daß die zur Rechnung verwandten Größen i_0, N und V nur bis auf 1 bis 2 Proz. zurzeit bestimmbar sind. Bei geringen Drucken zeigen sich größere Abweichungen. In diesen Gebieten durchlaufen die Ionen im allgemeinen größere Potentialdifferenzen, ehe sie auf ein Molekül stoßen. Nun hat Herr Lenard[2]) gezeigt, daß die freie Weglänge der Elektronen um so größer wird, je größer ihre Geschwindigkeit ist. Demnach

---

[1]) Da durch Blenden die Lichtintensität für jede Versuchsreihe verändert wurde, so sind die Werte von i_0 nicht miteinander vergleichbar.

[2]) P. Lenard, Wied. Ann. 64, 279, 1898.

Tabelle 1. Luft.

$l = 0{,}208$ cm		$v = 121{,}5$ Volt	
p	i	i'	i''
7,41	1,02	1,015	1,075
5,64	1,38	1,28	1,45
4,30	1,81	1,67	2,09
3,26	2,23	2,25	2,985
2,48	2,80	2,73	3,82
1,81	2,99	3,00	4,35
1,36	2,93	2,91	4,18
1,05	2,60	2,64	3,68
0,787	2,21	2,29	3,08
0,490	1,66	1,76	2,17
0,260	1,23	1,31	1,49
0,201	1,11	1,19	1,33
0,069	0,91	0,95	0,99
0,024	0,86	0,87	0,88

$i_0 = 0{,}83$ $i_m = 2{,}99$ $p_m = 1{,}74$ mm Hg

Tabelle 2. Stickstoff.

$l = 0{,}208$ cm		$v = 123{,}4$ Volt	
p	i	i'	i''
0,010	1,46	—	—
14,18	1,23	—	—
10,62	1,41	—	—
7,18	1,84	1,79	1,94
5,05	2,53	2,48	2,91
3,58	3,61	3,55	4,59
2,54	4,80	4,63	6,48
1,75	5,33	5,14	7,45
1,24	5,09	4,85	6,89
0,900	4,06	4,22	5,76
0,453	2,73	2,92	3,58
0,229	2,01	2,18	2,45
0,096	1,68	1,75	1,84
0,022	1,51	1,53	1,55

$i_0 = 1{,}46$ $i_m = 5{,}33$ $p_m = 1{,}73$ mm Hg

Tabelle 3. Wasserstoff.

$l = 0{,}208$ cm		$v = 123{,}5$ Volt	
p	i	i'	i''
0,010	0,372	—	—
21,60	0,321	—	—
16,80	0,399	0,446	0,472
13,03	0,514	0,546	0,615
10,01	0,673	0,718	0,873
7,77	0,892	0,930	1,22
5,97	1,09	1,140	1,58
4,60	1,20	1,280	1,83
3,52	1,23	1,29	1,86
2,74	1,16	1,21	1,72
1,56	0,87	0,92	1,20
0,698	0,573	0,614	0,714
0,278	0,443	0,462	0,492
0,0065	0,369	—	—

$i_0 = 0{,}366$ $\quad i_m = 1{,}235$ $\quad p_m = 3{,}85$ mm Hg

Tabelle 4. Sauerstoff.

$l = 0{,}208$ cm		$v = 121{,}7$ Volt	
p	i	i'	i''
0,014	0,916	—	—
12,10	1,09	1,01	1,02
9,29	1,39	1,17	1,24
7,14	1,84	1,51	1,71
5,40	2,41	2,16	2,65
4,17	3,19	2,90	3,84
3,16	3,83	3,68	5,13
2,46	4,12	4,06	5,86
1,80	4,07	3,99	5,74
1,37	3,67	3,58	4,98
1,03	3,08	3,03	4,06
0,790	2,52	2,54	3,27
0,420	1,63	1,74	2,08
0,110	1,015	1,11	1,16
0,014	0,935	—	—

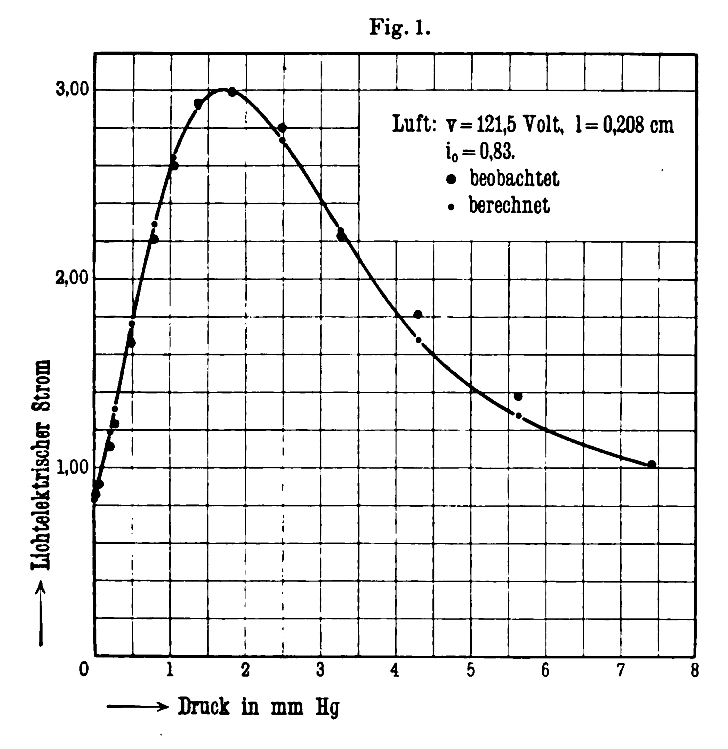
$i_0 = 0{,}91$ $\quad i_m = 4{,}16$ $\quad p_m = 2{,}18$ mm Hg

werden bei geringen Drucken weniger Zusammenstöße erfolgen, als nach der Formel:

$$\frac{\alpha}{p} = N e^{-\frac{N V p}{X}}$$

zu erwarten sind. Ferner zeigen sich große Abweichungen bei höheren Drucken in Sauerstoff und Kohlensäure[1]), weniger bei

Fig. 1.



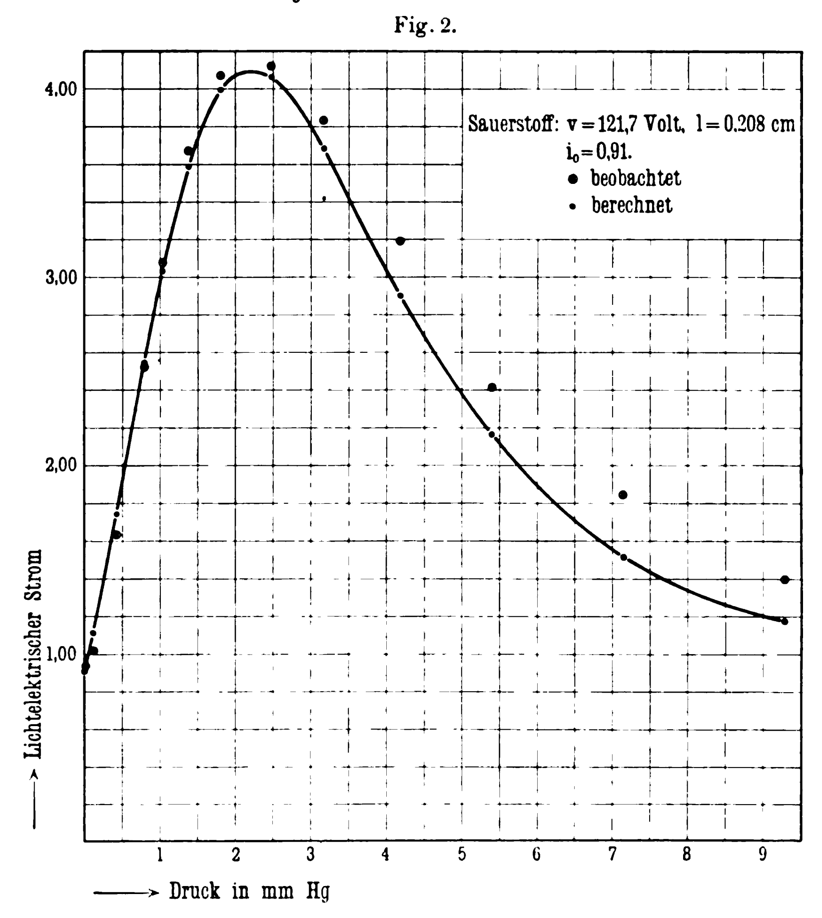
Luft. Dies ist in Übereinstimmung mit TOWNSEND, der für geringe Werte von X/p größere Werte von α beobachtet, als er nach seiner theoretischen Formel erhält. Es scheint mir, als ob im allgemeinen die elektronegativen Gase besonders starke Abweichung zeigen, während diese Erscheinung bei den elektropositiven Gasen, wie Stickstoff und Wasserstoff, weniger ausgeprägt ist.

[1]) Der Kürze wegen ist keine Versuchsreihe in Kohlensäure mitgeteilt, es sei deshalb auf die demnächst erscheinende Dissertation verwiesen.



Die in den Tabellen angeführten Werte i'', die nach TOWNSEND berechnet sind, weichen von den beobachteten Strömen so beträchtlich ab, daß die an dem Abstande des Kondensators angebrachte Korrektion $\frac{V}{v}\, l$ wohl berechtigt erscheint. In jedem der

Fig. 2.



untersuchten Gase kamen nun derartige Messungsreihen zur Ausführung, einmal bei konstantem Abstande $l = 0{,}208$ cm und verschiedenen Potentialdifferenzen v, dann bei konstanter Potentialdifferenz $v \sim 120$ Volt und verschiedenen Abständen l. Es wurde dabei besonders bestimmt der Strom im äußersten Vakuum i_0 und der Maximalstrom i_m. Hieraus ließ sich dann die mittlere Ioni-

sierungsspannung V berechnen. Ferner ermittelte man den Maximaldruck p_m aus der gezeichneten Kurve und berechnete daraus die STOLETOWsche Konstante. So erhielt man in Luft folgende Tabelle:

Tabelle 5. Luft.

v Potential-differenz in Volt	l Platten-abstand in Zenti-metern	i_0 Strom im Vakuum	i_m Maximal-strom	$i_m : i_0$	V Mittlere Ionisie-rungs-spannung	V' Mittlere Ionisierungs-spannung nach TOWNSEND	p_m Maximal-druck	NV STOLETOW-sche Konstante
20,17	0,208	3,80	—	—	—	—	Kein Maximum	
26,5	0,208	3,85	—	—	—	—	Kein Maximum	
28,5	0,208	4,14	4,22	1,019	27,5	485	∼ 0,5	—
30,6	0,208	4,00	4,20	1,05	27,0	227	∼ 0,55	—
41,6	0,208	2,31	2,78	1,19	28,3	88	∼ 0,63	∼ 320
82,9	0,208	1,70	3,68	2,16	26,8	39,6	∼ 1,3	∼ 306
123,0	0,208	1,015	3,83	3,77	26,7	34,1	1,73	343
163,5	0,208	0,63	4,40	6,99	26,0	31,0	2,30	342
202,9	0,208	0,395	4,64	11,75	26,4	30,4	2,90	337
242,8	0,208	0,140	3,12	22,3	25,7	28,8	3,43	340
285,0	0,208	0,066	2,67	40,5	25,8	28,4	4,00	342
324,0	0,208	0,036	2,97	82,5	25,0	27,1	4,30	362
121,5	0,052	0,885	3,19	3,61	27,1	34,8	6,90	339
121,5	0,104	0,845	3,10	3,67	26,8	34,4	3,47	337
121,5	0,208	0,830	2,99	3,605	27,1	34,9	1,74	336
121,5	0,416	0,810	2,925	3,615	27,1	34,8	0,89	329

Da durch Blenden der Strom im äußersten Vakuum so eingestellt wurde, daß der zu erwartende Maximalstrom noch auf die Skala zu liegen kam, so sind die Werte von i_0 in dieser Tabelle nicht miteinander vergleichbar. Die daraus berechneten Werte V sind von 160 Volt an nicht sehr genau, da die zugehörigen Ausschläge für i_0 bei diesem Verfahren ziemlich klein wurden: sie betrugen 52 Skalenteile bis herab zu 2,5 Skalenteile.

Es zeigt sich, daß die nach der von mir abgeleiteten Formel berechnete mittlere Ionisierungspannung V eine gute Konstanz aufweist, während die nach TOWNSEND berechneten Werte von V' bei geringen Potentialdifferenzen stark zunehmen.

Weshalb bei den größeren Potentialdifferenzen die Werte von V auch abnehmen, kann neben der geringen Genauigkeit noch

zweierlei Ursache haben. Einmal kann die Mitwirkung positiver Ionen als Ionisatoren, die TOWNSEND nachgewiesen hat, bei höheren Potentialdifferenzen einsetzen; zweitens haben wir ein Gasgemisch vor uns, für das unsere Formel nicht streng gilt, besonders da die eine Komponente, der Sauerstoff, eine viel kleinere mittlere Ionisierungsspannung als Stickstoff besitzt, so daß bei höheren Potentialdifferenzen eine Abweichung nach der kleineren Ionisierungsspannung sich bemerkbar machen kann. Für die erste Erklärung spricht die Tatsache, daß in Kohlensäure und Sauerstoff, bei denen die positiven Ionen erst bei größeren Spannungen durch Stoß mitwirken, die Werte von V länger konstant blieben, während im Wasserstoff, der sehr leicht durch positive Ionen ionisiert wird, die mittlere Ionisierungsspannung von 27,8 Volt bei $v = 120$ Volt auf 25,9 Volt bei $v = 165$ Volt und 23,3 Volt bei $v = 207$ Volt fiel und bei 249 Volt Glimmentladung einsetzte.

Als mittlere Ionisierungsspannung ist daher im allgemeinen der Wert von V bei den geringeren Potentialdifferenzen als 160 Volt angenommen, z. B. bei Luft 27,1 Volt. Die STOLETOWsche Konstante $N V$ ist hingegen für die Spannungen von 120 Volt ab bestimmt, da bei geringeren Potentialdifferenzen die Bestimmung des Maximaldruckes infolge der Unschärfe des Maximums unsicher ist, ferner ergibt sich in diesen Fällen gewöhnlich ein mit der Spannung abnehmender Wert von $N V$. Diese Erscheinung ist besonders stark in Kohlensäure ausgeprägt. Man erhielt dabei folgende Werte:

Tabelle 6.

v	$N V$	V	v	$N V$	V
41,1	314	28,2	203,5	381	24,2
82,6	318	26,1	244,5	386	23,3
120,7	340 [1]	23,3 [1]	279,9	379	22,2
162,5	367	24.0	320,5	376	22,1

$N V$ nähert sich nach dieser Tabelle einem konstanten Grenzwert, für den $N V = 380$ angenommen wurde. Daß in Kohlensäure besonders verwickelte Verhältnisse vorliegen, zeigen auch die Werte von V. Bei den Potentialdifferenzen von 41,1 und

[1]) Mittel aus vier Beobachtungen.

82,6 Volt erreicht der Maximalstrom bei weitem nicht die Höhe, die man für eine mittlere Ionisierungsspannung von 23,5 Volt erwarten sollte.

Eine weitere Komplikation zeigt sich bei Potentialdifferenzen, die wenig unter dem Minimumpotential der Glimmentladung liegen. Dann wird das Maximum des lichtelektrischen Stromes in Richtung des „kritischen“ Druckes der Glimmentladung verschoben. In Luft wurde diese Erscheinung bei 324 Volt beobachtet, wobei sich für NV der hohe Wert von 362 ergab. In Wasserstoff fand man bei 207 Volt denselben Maximaldruck p_m, den man bei gleichem Abstande für 165 Volt bestimmt hatte. Hieraus berechnete sich für 207 Volt der Wert von NV zu 200, während sonst NV 153 betrug.

In der folgenden Tabelle sind die für die untersuchten Gase gefundenen Werte von NV, V und N niedergelegt; ferner ist $1/N$, die mittlere freie Weglänge eines Ions beim Drucke von 1 mm Hg, mit der mittleren freien Weglänge L eines Gasmoleküls unter denselben Verhältnissen [1]) verglichen.

Tabelle 7.

	NV Stoletowsche Konstante	V Mittlere Ionisierungsspannung	N Stoßzahl d. Ionen auf 1 cm bei 1 mm Hg	$\frac{1}{N}$ Freie Weglänge der Ionen cm	L Freie Weglänge der Molekeln bei 1 mm Hg	$\frac{1}{N}:L$	$\frac{1}{N}:4\sqrt{2}\,.\,L$ [2])
Luft	340	27,1	12,6	0,0794	0,007 45	10,65	1,92
Stickstoff .	346	27,9	12,4	0,0807	0,007 34	11,00	1,94
Wasserstoff	153	27,8	5,5	0,182	0,013 75	13,22	2,34
Sauerstoff .	268	23,9	11.2	0,0893	0,007 94	11,25	1,99
Kohlensäure	380	23,5	16,2	0,0618	0,005 12	12,07	2,13

Die hier gefundenen Werte für NV weichen von den eingangs gegebenen Townsendschen Zahlen in einzelnen Fällen

[1]) Die benutzten freien Weglängen sind der kinetischen Theorie der Gase von O. E. Meyer entnommen und mit Hilfe der Sutherlandschen Formel auf 20° C umgerechnet, da bei dieser Temperatur die Messungen zur Ausführung gelangten.

[2]) Die freie Weglänge verschwindend kleiner, schnell bewegter Körper ist $4\sqrt{2}$ mal so groß als die der Gasmoleküle [vgl. J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 19, 29, 1860].

beträchtlich ab, geringer sind die Unterschiede bei der mittleren Ionisierungsspannung V.

Luft, Wasserstoff, Stickstoff weisen fast die gleiche mittlere Ionisierungsspannung auf. Für die elektronegativen Gase Sauerstoff und Kohlensäure reicht eine geringere Energie zur Stoßionisation aus. Zieht man noch die von TOWNSEND gefundenen Werte für Wasserdampf $V = 22,4$ und Chlorwasserstoff $V = 16,5$ hinzu, so kann man schließen, daß die mittlere Ionisierungsspannung um so kleiner ist, je elektronegativer ein Gas sich verhält. Dem steht vorläufig noch entgegen, daß TOWNSEND für die stark elektropositiven Gase Argon und Helium geringe Werte von V erhalten hat, doch könnte dies in der Einatomigkeit ihrer Molekeln begründet liegen. Bemerkenswert ist auch, daß Sauerstoff, Kohlensäure und Wasserdampf innerhalb der Meßgenauigkeit das gleiche V besitzen. Es ist möglich, daß die Ionisierungsspannung einer Verbindung durch die Ionisierungsspannung des am leichtesten ionisierbaren Elementes bestimmt ist, da beim Ionenstoß sicher Dissoziation eintritt. In dieser Hinsicht werden noch Versuche ausgeführt werden.

Ferner zeigt sich ein Zusammenhang zwischen der Anzahl N der Zusammenstöße eines Ions und der freien Weglänge einer Gasmolekel. Die freie Weglänge eines Ions ist rund 11 mal so groß wie die freie Weglänge einer Molekel, oder rund 2 mal so groß wie die eines verschwindend kleinen, schnell bewegten Körpers. Dies wurde auch von Herrn LENARD[1]) bei Bestimmung der kleinsten Ionisierungsspannung gefunden.

Tabelle 8.

H_2 Proz.	N_2 Proz.	$N V$
100	0	153
73,9	26,1	194,5
50,1	49,9	269,0
27,3	72,7	307,5
0	100	346

Außer den vorgenannten Gasen sind auch Gasgemische untersucht worden, und zwar Gemische von Wasserstoff und Stickstoff

[1]) P. LENARD, Ann. d. Phys. 8, 190, 1902.

und solche von Wasserstoff und Kohlensäure. Es wurde vorläufig darauf verzichtet, eine Theorie für dieselbe aufzustellen. Dies muß umfassenderen Messungen vorbehalten bleiben. Hier sollen nur die Werte von NV, die für eine Potentialdifferenz $v = 124$ Volt in Stickstoff-Wasserstoffgemischen gefunden wurden, in Tabelle 8 angeführt sein.

Es zeigt sich hier, wie auch bei Kohlensäure-Wasserstoffgemischen, kein linearer Zusammenhang mit dem Prozentgehalt.

Schließlich erfülle ich die angenehme Pflicht, Herrn Geheimrat Dr. Hallwachs und Herrn Privatdozent Dr. Dember für die freundliche Anregung zu dieser Arbeit, sowie oft gewährte Unterstützung bestens zu danken.

Dresden, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 9. Januar 1912.

Über den Zusammenhang des Prinzips der kleinsten Aktion mit der Hamilton-Jacobischen partiellen Differentialgleichung und dem Stäckelschen Theorem[1];

von Anton Wassmuth.

(Eingegangen am 2. Januar 1912.)

Unter Hinweis auf die grundlegenden Arbeiten von HÖLDER und VOSS (Göttinger Nachrichten 1896 und 1900) wird hier der ursprüngliche Fall behandelt, daß ein Potential Φ existiere, welches ebenso wie die Bedingungsgleichungen von der Zeit unabhängig sei. Neben den generellen Koordinaten $p_1 \ldots p_n$, welche die Bedingungsgleichungen identisch erfüllen sollen, werden die Momente $q_1 \ldots q_n$ eingeführt und das Prinzip der kleinsten Aktion in der Form:

$$\delta \int 2 L_q . dt = \delta \int [q_1 dp_1 + \cdots + q_n dp_n] = 0$$

geschrieben, wobei man $p_1 \ldots p_n$ als abhängig etwa von einer Größe q ansehen kann. Die Ausführung der Variation liefert

$$\frac{\partial q_2}{\partial p_1} = \frac{\partial q_1}{\partial p_2} \text{ usw.,}$$

d. h. es muß, falls W eine Funktion von $p_1 \ldots p_n$ vorstellt,

$$q_1 = \frac{\partial W}{\partial p_1}, \ldots q_n = \frac{\partial W}{\partial p_n}$$

sein, welche Werte, in die Gleichung

$$2 L_q = A_{11} q_1^2 + 2 A_{12} q_1 q_2 + \cdots = 2 (E - \Phi)$$

eingesetzt, unmittelbar HAMILTONs partielle Differentialgleichung liefern.

Die Differentiation dieser Beziehung nach den unabhängigen Konstanten $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ liefert die JACOBIschen Gleichungen und einen leichten Übergang zum STÄCKELschen Theorem, das sich auch in Determinantenform schreiben läßt.

---

[1] Aus dem Anzeiger der Wiener Akademie der Wissenschaften 1911, Nr. 1; Wien. Ber. 120 [2a], 3—24, 1911.

Als eine Anwendung wird die Ableitung der Gleichungen der Elastizitätstheorie aus diesem Prinzip gegeben und mit Rücksicht auf das Prinzip der Relativität an der Hand einer PLANCKschen Bemerkung auseinandergesetzt, daß für eine H. A. LORENTZsche Transformation nicht

$$dW = q_x dx + q_y dy + q_z dz,$$

sondern $(dW - E dt)$ invariant bleibt.

Die Bewegungsgleichungen des Elektrons u. das Prinzip der kleinsten Aktion[1];

von Anton Wassmuth.

(Eingegangen am 2. Januar 1912.)

Die Herren Hölder und Voss haben (vgl. Göttinger Nachrichten 1896 und 1900) das Prinzip der kleinsten Aktion für rein mechanische Vorgänge in der Form

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta L . dt + 2 L . d\delta t + \delta U' . dt] = 0,$$

worin L die aktuelle Energie, und $\delta U'$ die elementare Arbeit vorstellt, in der allgemeinsten Weise angegeben. Soll aber das Prinzip auch zur Beschreibung von nicht rein mechanischen, aber reversiblen Prozessen, z. B. der der Thermodynamik, Thermoelastizität, Elektrodynamik usw verwendet werden, so empfiehlt sich die Form

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta H . dt + (H + E) d\delta t + \delta U . dt] = 0, \qquad 1)$$

worin nun H das kinetische Potential, das eine Funktion der generellen Koordinaten p_i und der $\dot{p}_i$ sein soll, sowie

$$\delta U = \Sigma P_i \delta p_i$$

die elementare äußere Arbeit vorstellen und die Größe E, die sich später als die Energie erweist, definiert ist durch

$$E = \sum \dot{p}_i \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} - H. \qquad 2)$$

Bei der Ausführung der Variation ergeben sich dann aus 1) und 2) die Lagrangeschen Gleichungen in der Helmholtzschen Form.

Als Anwendung werden aus dem gegebenen kinetischen Potential eines Elektrons die Bewegungsgleichungen desselben gefunden.

---

[1]) Aus dem Anzeiger der Wiener Akademie der Wissenschaften 1911, Nr. 6; Wien. Ber. 120 [2a], 161—164, 1911.

Über die Invarianz eines das kinetische Potential enthaltenden Ausdruckes gegen eine H. A. Lorentz-Transformation[1]*;*

von Anton Wassmuth.

(Eingegangen am 2. Januar 1912.)

Ist $q^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$, H das kinetische Potential, V das Volumen, T die Temperatur, p der Druck, S die Entropie, $G = \frac{\partial H}{\partial q}$ die Bewegungsgröße mit den Komponenten G_x, G_y, G_z, und $u = \sqrt{c^2 - q^2}$, so ist bekanntlich für eine H. A. LORENTZ-Transformation

$$u\,dt = u'dt', \quad H dt = H'dt', \quad V dt = V'dt',$$
$$T dt = T'dt', \quad E dt - G_x dx = E'dt' - G'_x dx',$$

und ebenso

$$p = p', \quad S = S', \quad G_y = G'_y, \quad G_z = G'_z,$$
$$\frac{H}{u} = \frac{H'}{u'}, \qquad \frac{G}{q} u = \frac{G'}{p'} u' \quad \text{usw.}$$

Unter diesen Invarianzen ist wohl die wichtigste die PLANCKsche Relation

$$\frac{H}{\sqrt{c^2 - q^2}} = \frac{H'}{\sqrt{c^2 - q'^2}},$$

da sie gestattet, das kinetische Potential H (und somit auch alle Zustandsgrößen) als Funktion von q, V und T anzugeben, sobald es für die Geschwindigkeit Null als Funktion der Temperatur und des Volums bekannt ist.

In der obigen Arbeit wird gezeigt, daß man zu neuen Invarianzen gelangt, wenn man die angeführten in bestimmter Weise variiert. Diese Bedingungen sind:

I. Es muß auch die Zeit variiert werden, so daß also

$$\delta \frac{d\psi}{dt} = \delta \dot{\psi} = \frac{d\delta\psi}{dt} - \dot{\psi}\frac{d\delta t}{dt}$$

ist und außerdem muß

---

[1]) Aus dem Anzeiger der Wiener Akademie der Wissenschaften 1911, Nr. 10; Wien. Ber. 120 [2a], 543—550, 1911.

II. falls nach HELMHOLTZ die Temperatur $T = \dot{\varepsilon}$, d. i. gleich einer zyklischen Geschwindigkeit genommen wird, die Variation so stattfinden, daß

$$d\delta\varepsilon = d\delta\varepsilon'$$

bleibt. Werden diese Bedingungen erfüllt, so findet man:

$$\delta[u.dt] = \delta[u'.dt'], \qquad \delta[T.dt] = \delta[T'.dt'],$$
$$\delta[V.dt] = \delta[V'.dt'],$$

und insbesondere

$$\delta[H.dt] = \delta[H'.dt'],$$

sowie natürlich

$$\delta\left[\frac{H}{\sqrt{c^2 - q^2}}\right] = \delta\left[\frac{H'}{\sqrt{c^2 - q'^2}}\right].$$

Die gewonnene Erkenntnis steht in innigem Zusammenhange mit der von WASSMUTH (Anzeiger der kaiserl. Akademie vom 16. Februar 1911) gegebenen Form des Prinzips der kleinsten Aktion

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta(H.dt) + E.d\delta t + \delta U.dt] = 0,$$

so daß also zu dem invarianten Teil $\delta[Hdt]$ noch die Summe

$$E.d\delta t + \delta U.dt,$$

die nicht invariant ist, dazu tritt.

Für die rein mechanischen Probleme wird

$$H = 2L - E$$

und das invariante

$$Hdt = G_x dx + G_y dy + G_z dz - Edt,$$

dessen Variation ebenfalls invariant ist (vgl. WASSMUTH, Anzeiger der kaiserl. Akademie vom 12. Januar 1911).

Über eine unmittelbare Bestimmung jeder einzelnen Reaktionskraft eines bedingten Punktsystems für sich aus den Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art[1];

von Fr. Paulus.

Aus dem mathem.-phys. Kabinett der Universität in Graz;
Vorstand: Prof. Dr. ANTON WASSMUTH.

(Eingegangen am 2. Januar 1912.)

Der Verfasser stellt sich in dieser Arbeit die Frage, „ob es denn nicht möglich ist, aus den LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art durch Aufnahme eines neuen Parameters und neuerliches Konstantsetzen desselben eine einzelne, bestimmte Reaktionskraft unabhängig von den übrigen direkt zu erhalten. Denn damit hätte man den Vorteil gewonnen, daß man gerade dort, wo bei geschickter Koordinatenwahl die LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art die Lösung des Bewegungsproblems geben, den vollen Nutzen dieser Gleichungen auch zur Bestimmung der Reaktionskräfte ausnutzen kann“.

Der Inhalt dieser Untersuchung ist kurz folgender:

n Punkte mit den Massen $m_1 = m_2 = m_3$, $m_4 = m_5 = m_6$, $\ldots$, $m_{3n-2} = m_{3n-1} = m_{3n}$ und den rechtwinkligen Koordinaten $x_1 x_2 x_3$, $x_4 x_5 x_6$, $\ldots$, x_{3n-2}, x_{3n-1}, x_{3n} seien an τ (nicht durchweg absolut) Bedingungen:

$$\varphi_1(x_1 x_2 \ldots x_{3n} t) = 0, \ldots \qquad \varphi_\tau(x_1 x_2 \ldots x_{3n} t) = 0 \qquad 1)$$

gebunden und sollen der Einwirkung äußerer Kräfte mit den bezüglichen Komponenten $X_1\, X_2\, X_3$, $X_4\, X_5\, X_6$, $\ldots$, X_{3n-2}, X_{3n-1}, X_{3n} unterliegen.

Um die LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art überhaupt anwenden zu können, müssen wir die Annahme 1) machen: Es sei möglich, die Bewegung des Systems bei seinen $3n - \tau \equiv s$ Freiheiten durch s veränderliche Parameter $p_1 p_2 \ldots p_s$ zu beschreiben, welche sämtliche Bedingungsgleichungen identisch er-

[1]) Auszug aus den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien. Math.-naturw. Kl. 119 [2a], 1669—1718, 1910.



füllen (generelle allgemeine Koordinaten) und mit den rechtwinkligen Koordinaten durch die Formeln:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = f_1(p_1 p_2 \dots p_s t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{3n} = f_{3n}(p_1 p_2 \dots p_s t) \end{array}\right\} \quad 2)$$

zusammenhängen.

Es gilt dann die Beziehung:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial p_h} = \sum_{k=1}^{3n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_h} = 0, \quad i = 1, 2 \dots \tau; \; h = 1, 2 \dots s \quad 3)$$

Annahme 2:

Nach Aufhebung der $l$ten Bedingungsgleichung $\varphi_l = 0$ soll es möglich sein, die Bewegung des Punktsystems bei den jetzt vorhandenen $s+1$ Freiheiten mittels der $s+1$ Parameter $p_1 p_2 \dots p_s p_{s+l}$ richtig zu beschreiben, wo p_{s+l} als neuer veränderlicher Parameter zu den bereits vorhandenen hinzutritt.

An die Stelle der Formeln 2) treten jetzt die Formeln 2a):

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = g_1(p_1 p_2 \dots p_s p_{s+l} t); \\ x_2 = g_2(p_1 p_2 \dots p_s p_{s+l} t); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{3n} = g_{3n}(p_1 p_2 \dots p_s p_{s+l} t); \end{array}\right\} \quad 2a)$$

und behufs Anwendung der LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art setzen wir auch hier voraus, daß $p_1 p_2 \dots p_s p_{s+l}$ voneinander unabhängig sind und die Bedingungsgleichungen

$$\begin{array}{c} \varphi_1(x_1 x_2 \dots x_{3n} t) = 0, \quad \varphi_2(x_1 x_2 \dots x_{3n} t) = 0, \quad \dots, \\ \varphi_{l-1} = 0, \quad \varphi_{l+1} = 0, \quad \dots, \quad \varphi_\tau = 0 \end{array} \quad 1a)$$

identisch erfüllen, d. h. daß die Beziehung:

$$\frac{\partial \varphi_r}{\partial p_{s+l}} = \sum_{k=1}^{3n} \frac{\partial \varphi_r}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}} = 0, \quad r = 1, 2 \dots l-1, \; l+1 \dots \tau, \quad 4)$$

für jede beliebige Stelle p_{s+l} besteht.

Wir nehmen nun drittens noch an, daß bei Wiedereinführung der Bedingung:

$$\varphi_l(x_1 x_2 \dots x_{3n} t) = 0$$

die transformierte Gleichung:

$$\varphi_l[g_1(p_1 p_2 \dots p_{s+l} t) \dots g_{3n}(p_1 p_2 \dots p_{s+l} t)] = 0$$

nur durch die Wurzeln (z. B. $\bar{p}_{s+l}$) einer Gleichung $\chi_l(p_{s+l}) = 0$ erfüllt wird.

Es handelt sich nun um die Bestimmung der Reaktionskraft R_l^k, welche von der Verbindung φ_l auf einen Punkt $m_k = m_{k+1} = m_{k+2}$ ausgeübt wird und die mit Rücksicht auf die LAGRANGEschen Gleichungen erster Art bekanntlich dargestellt ist durch:

$$R_l^k = \lambda_l \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x_k}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x_{k+1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x_{k+2}}\right)^2}.$$

Statt, wie gewöhnlich, zur Berechnung des allein hier in Betracht kommenden ersten Faktors λ_l die LAGRANGEschen Gleichungen erster Art zu verwenden, bilde man sich die aktuelle Energie $\overline{L} = \sum_{k=1}^{3n} \frac{m_k}{2} \dot{x}_k^2$ des Systems bei $s+1$ Freiheiten und transformiere sie mittels der Formeln 2a) in allgemeine Koordinaten; dieselben Formeln vermitteln uns auch den Ausdruck $P_{s+l} = \sum_{k=1}^{3n} X_k \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}}$. Es ist natürlich bei den hier auftretenden Differentiationen p_{s+l} als veränderlich zu betrachten.

Durch Aufstellung der LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art für die Bewegung bei s Freiheiten einerseits und die bei $s+1$ Freiheiten des Systems andererseits und durch Vergleichung beider Bewegungen ergibt sich dann zunächst die Gleichung:

$$\varrho_{s+l} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \overline{L}}{\partial \dot{p}_{s+l}}\right) - \frac{\partial \overline{L}}{\partial p_{s+l}} - P_{s+l}, \qquad 17)$$

wobei nach der Differentiation für $p_1 p_2 \ldots p_s \dot{p}_1 \ldots \dot{p}_s \ddot{p}_1 \ldots \ddot{p}_s$ die Werte einzusetzen sind, wie sie der wirklichen Bewegung bei s Freiheiten entsprechen, hingegen p_{s+l} gleich $\bar{p}_{s+l}$ und $\dot{p}_{s+l} = \ddot{p}_{s+l} = 0$ zu setzen ist.

Aber weiteres folgt unmittelbar aus der Bedeutung des ϱ_{s+l} als einer generalisierten Komponente der zu suchenden Zwangskraft die Beziehung:

$$\lambda_l = \varrho_{s+l} \cdot \frac{1}{\frac{\partial \varphi_l}{\partial p_{s+l}}}, \qquad 18)$$

womit die Bestimmung des λ_l aus den LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art geleistet ist.

Die Richtigkeit dieser Gleichung 18) läßt sich noch auf eine andere Weise leicht bestätigen. In der bekannten Identität:

$$\sum_{k=1}^{3n} (m_k \ddot{x}_k - X_k) \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{p}_{s+l}}\right) - \frac{\partial \bar{L}}{\partial p_{s+l}} - P_{s+l} = \varrho_{s+l}$$

können wir uns die linke Seite, da sich sämtliche Koordinaten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen rechts und daher ebenso links auf die Bewegung bei s Freiheiten beziehen, aus den LAGRANGEschen Gleichungen erster Art entstanden denken und sie daher gleichsetzen:

$$\sum_{k=1}^{3n} (m_k \ddot{x}_k - X_k) \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}}$$

$$= \lambda_1 \sum_{k=1}^{3n} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}} + \cdots + \lambda_l \cdot \sum_{k=1}^{3n} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}} + \cdots$$

$$+ \lambda_r \sum_{k=1}^{3n} \frac{\partial \varphi_r}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_{s+l}}$$

$$= \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial p_{s+l}} + \cdots + \lambda_l \frac{\partial \varphi_l}{\partial p_{s+l}} + \cdots + \lambda_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial p_{s+l}},$$

wo nun nach 4) sämtliche Glieder bis auf $\lambda_l \cdot \frac{\partial \varphi_l}{\partial p_{s+l}}$ verschwinden, so daß wieder folgt:

$$\varrho_{s+l} = \lambda_l \cdot \frac{\partial \varphi_l}{\partial p_{s+l}}.$$

In den meisten Anwendungsfällen ergeben sich noch mannigfache Vereinfachungen. Eine besondere Bedeutung kommt in dieser Hinsicht dem „Orthogonalitätsfall“ zu, der dann vorliegt, wenn in dem Ausdruck für $\bar{L}$ in allgemeinen Koordinaten kein Glied mit $\dot{p}_{s+l}$ in der ersten Potenz vorkommt und $\varphi_l = 0$ eine Absolutbedingung ist, d. h. nur einem einzigen Punkte eine Beschränkung auferlegt. Es gilt dann die Formel:

$$R_l^k = \varrho_{s+l} \cdot \frac{1}{W_l^{s+l}},$$

wobei W_l^{s+l} aus dem bereits bekannten Ausdruck für $\bar{L}$ gefunden wird. Setzt man nämlich die Masse $m_k = m_{k+1} = m_{k+2} = 1$, so ist

$\frac{1}{2}(W_l^{s+l})^2$ der Koeffizient von $\dot{p}_{s+l}^2$.

Über den Potentialgradienten auf der ungeschichteten positiven Säule des Glimm- bzw. Bogenstromes in N_2 u. H_2 bei hohen Strom- u. Gasdichten;

von W. Matthies und H. Struck.

(Eingegangen am 31. Dezember 1911.)

---

§ 1. In einer kürzlich mitgeteilten Untersuchung [1]) wurde gezeigt, daß sich der Potentialgradient auf der positiven Säule des Glimm- und Bogenstromes bei hohen Strom- und Gasdichten in zylindrischen Glasröhren mit Hilfe äußerer, in einer Ebene um das Glasrohr eng anliegender Drahtringe mit der gleichen Genauigkeit und Zuverlässigkeit wie mittels metallischer Sonden ermitteln läßt. Die notwendige Bedingung für die Anwendbarkeit dieser neuen Meßmethode wurde im Vorhandensein genügender Erwärmung der Gefäßwände und der Benutzung vorzüglich isolierter elektrometrischer Meßapparate festgestellt.

Im folgenden werden kurz die Ergebnisse der Messungen mitgeteilt, welche den Beweis für die Brauchbarkeit der „Meßringmethode“ bei Benutzung von Quarzglasapparaten erbringen, und zwar in solchen Fällen, wo die gewöhnliche Sondenmethode wegen der sehr hohen Temperatur in der Entladungsbahn versagt. Gleichzeitig werden die Hauptresultate, welche für die Abhängigkeit des Potentialgradienten auf der ungeschichteten positiven Säule in reinem Stickstoff und Wasserstoff vom Gasdruck, von der Stromdichte und vom Rohrquerschnitt erhalten wurden, tabellarisch und graphisch angegeben. Die Untersuchung in Stickstoff wurde in einem Druckintervall von etwa 5 bis 160 mm Hg und in einem Stromdichteintervall von etwa 0,02 bis 40 Amp./cm² vorgenommen. Es ist hiermit das Bereich der Messungen bezüglich des Druckes um das Doppelte [2]), dasjenige der Stromdichte um das Hundertfache [3]) des bisher vorliegenden erweitert worden.

---

[1]) W. Matthies, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 552, 1911.
[2]) Homén, Wied. Ann. **38**, 172, 1889.
[3]) H. Geiger, Diss. Erlangen 1906; Ann. d. Phys. (4) **22**, 973, 1906.

In Wasserstoff konnten Messungen nur bis zu einem Drucke von 41 mm Hg ausgeführt werden. Zur Ermittelung der Abhängigkeit vom Querschnitt wurde das von HERÄUS hergestellte Entladungsrohr nacheinander mit drei Kapillaren von verschiedenem Durchmesser versehen. Die Benutzung dreier ganz verschiedener Röhren mußte aus pekuniären Gründen unterbleiben. Zum Anschluß an die bereits vorliegenden Messungen [1]) wurden auch noch Gradientenmessungen in Glasröhren angestellt, deren Querschnitte zwischen den in früheren Untersuchungen und den von uns bei den Quarzröhren benutzten lagen.

§ 2. Das für die vorstehende Untersuchung benutzte Rohr hatte im wesentlichen die Dimensionen und die Gestalt der von KONEN und JUNGJOHANN [2]) angegebenen Röhren. Die genauen Angaben über die Versuchsanordnung sowie über verschiedene Einzelheiten der Messung usw. werden in einer demnächst erscheinenden Dissertation folgen. Wir beschränken uns daher an dieser Stelle auf die Mitteilung der folgenden Daten.

Die Potentialmessungen wurden zum größten Teil mit einem DOLEZALEKschen Binantenelektrometer ausgeführt, bei dem innerhalb der Fehlergrenzen der Gradientenmessung genügende Proportionalität zwischen Ausschlag und Potentialdifferenz vorhanden war. Die mit aller Sorgfalt vorgenommene Prüfung mittels des Kompensationsapparates nach RAPS ergab, daß in größeren Spannungsintervallen, welche ungefähr das Zwei- bis Dreifache der von DOLEZALEK [3]) benutzten waren, die Nadelablenkung ein klein wenig stärker als die angelegte Potentialdifferenz wuchs. Der Biegungspfeil der Kurve betrug etwa 5 Promille des maximalen Ausschlages. Ein Teil der Messungen wurde mit einem WULFschen Elektrometer mit 160teiliger Skala unter Verwendung eines bekannten variablen Hilfspotentials ausgeführt. Der Nachteil der etwas geringeren Empfindlichkeit gegenüber dem Binantenelektrometer wurde durch die ganz ausgezeichnete aperiodische Einstellung aufgewogen.

Die Stromstärke wurde mit einem ganz vorzüglichen DEPREZ-D'ARSONVAL-Galvanometer von SIEMENS & HALSKE an einer 1000teiligen Skala durch Bestimmung der Klemmspannung an

---

[1]) Vgl. J. J. THOMSON, Conduction of Electricity. Cambridge 1906.

[2]) H. KONEN und JUNGJOHANN, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 145, 1910.

[3]) DOLEZALEK, Ann. d. Phys. (4) 26, 312, 1908.

einem Normalwiderstande von 0,01 Ohm (Typ der Phys.-Techn. Reichsanstalt) gemessen. Die Eichung erfolgte in bekannter Weise gleichfalls mit dem Kompensationsapparat. Bei ganz hohen Stromstärken wurde auch gelegentlich an einem Zeigerinstrument mit 100 teiliger Skala abgelesen; die relative Meßgenauigkeit betrug etwa 0,5 Proz.

Der Druck im Entladungsrohre wurde vor und nach jeder Potential-Strommessung entweder an einem Mc Leod- oder an einem gewöhnlichen Schenkelmanometer mittels Fernrohres abgelesen. Das erstere war mit größter Sorgfalt durch Auswägen mit Quecksilber usw. geeicht worden. Die Meßbereiche bei der Druckmessung wurden stets so gewählt, daß Höhenunterschiede unter 80 mm nicht in Ansatz kamen. Dies entspricht ungefähr einer relativen Meßgenauigkeit von 0,5 Proz. und stimmt mit derjenigen der Strom- und Spannungsmessung überein. Ausdrücklich betont werden muß, daß die Verbindung des Manometers mit dem Entladungsrohre während der Messung erhalten blieb. Wegen der unvermeidlichen Erwärmung des Entladungsrohres durch die elektrische Strömung, die bei der vorliegenden Untersuchung sogar recht beträchtlich war, gibt die manometrische Druckangabe natürlich nicht unmittelbar den Druck im Entladungsrohre an. Selbstverständlich wurden nur solche Spannungs-Strommessungen benutzt, bei denen der am Manometer abgelesene Druck während der Messungsdauer konstant blieb. Bei tiefen Drucken wurde nach der bekannten Strömungsmethode gearbeitet. Diese versagte bei höheren Drucken einstweilen vollständig, da es an geeigneten, hinreichend konstant arbeitenden Pumpvorrichtungen fehlte.

Als Stromquelle diente eine 420 zellige Akkumulatorenbatterie, die mit der 440-Volt-Leitung der städtischen Zentrale in Serie geschaltet war. Die gröbere Stromregulierung erfolgte mit Hilfe von acht SCHNIEWINDschen Widerstandsbändern zu je 400 Ω bei 1 Amp.-Belastung. Die feinere Einstellung auf eine bestimmte Stromstärke wurde mit einem RUHSTRATschen Schieberheostaten vorgenommen.

Alle Messungen der Gradienten bei verschiedener Stromstärke wurden so ausgeführt, daß sowohl bei auf- als absteigenden Werten der Stromstärke beobachtet wurde. Die Einstellung und Ablesung des gewünschten Druckes, sowie die Herstellung der



notwendigen Elektrometerkontakte wurde, beiläufig bemerkt, von einem Beobachter, die Messung und Regulierung der Stromstärke, sowie Bestimmung der Potentialdifferenzen von einem zweiten Beobachter ausgeführt. Die Haltbarkeit der Quarzglasröhren war bei den in Anwendung gekommenen sehr hohen Stromdichten eine zeitlich recht begrenzte; größte Schnelligkeit bei den einzelnen Messungen war daher geboten.

§ 3. Nachweis der Brauchbarkeit der Meßringmethode bei Quarzröhren. Die Prüfung der „Meßringmethode" am Quarzrohre auf ihre Zuverlässigkeit hin wurde auf indirektem Wege vorgenommen, da ein unmittelbarer Vergleich mit der Sondenmethode wegen der Unmöglichkeit der Verwendung metallischer Sonden ausgeschlossen ist.

Tabelle 1.

p bedeutet den Druck in mm Hg, $\frac{\Delta V}{\Delta x}$ den Gradienten, i die Stromstärke in Ampere.

p	i	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$
6,60	0,5335	26,0
6,93	0,5200	28,5
6,95	0,5130	29,4
6,62	0,5000	26,75
6,94	0,5000	28,0
6,60	0,5000	26,9
7,10	0,5000	28,3

Aus der Tatsache allein, daß die Methode äußerer Meßringe am Quarzrohre zu stets quantitativ reproduzierbaren Werten für den Potentialgradienten führt, kann natürlich nicht die Zuverlässigkeit der Methode geschlossen werden; denn es wäre denkbar, daß die erhaltenen Werte noch mit konstanten, systematischen Fehlern behaftet sind. Als Beleg für die Reproduzierbarkeit der gemessenen Werte des Gradienten mögen folgende Zahlen mitgeteilt sein, die zu ganz verschiedenen Zeiten in sogenanntem reinen Stickstoff erhalten wurden, der in bekannter Weise nach dem RAYLEIGHschen Verfahren hergestellt und gereinigt worden war. Die Messungen verteilen sich auf eine Zeit von einigen Monaten. Die Reduktion der Zahlen auf gleichen Druck und gleiche Stromdichte ist noch nicht vollzogen; zum Vergleich

genügen die Zahlen, da die Änderungen des Gradienten mit der Stromstärke in dem kleinen Strombereiche sehr gering sind.

Es sind absichtlich zum Vergleich die Werte des Gradienten bei relativ niedrigem Druck zusammengestellt, da bei diesem die Abweichungen am größten werden; es hängt das mit dem Verlauf der Druckkurve des Gradienten zusammen (vgl. § 4, S. 89).

Zur Entscheidung der Frage, ob die Meßringe wirklich das ihrer räumlichen Lage zukommende Potential der elektrischen Strömung annehmen, wurde folgendermaßen verfahren.

1. Es wurden nacheinander gemessen:

a) die Potentialdifferenz zwischen der Anode und dem ihr nächstliegenden Meßring;

b) die Potentialdifferenz zwischen der Anode und dem zweiten Meßringe;

c) die Potentialdifferenz zwischen den beiden Meßringen allein.

Aus den bekannten räumlichen Entfernungen ergeben sich hieraus die in Tab. 2 eingetragenen Werte für den Gradienten und den Anodenfall A.

Tabelle 2.
$i = 0{,}5$ Amp.

p	A	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$	
		berechnet aus a und b	berechnet aus c
6,62	40	26,6	26,9
6,94	32	27,8	28,2
9,60	13	35,5	36,15
10,78	19	40,5	40,0
14,88	16	48,75	48,5
15,24	14	48,65	48,9

Wie aus der Tabelle ersichtlich, schwanken die gegen die Nickelstahlelektrode gemessenen Werte des Anodenfalles sehr beträchtlich. Die verhältnismäßig hohen Werte bei 6,62 und 6,94 mm Hg rühren vielleicht von geringen Verunreinigungen der Elektrodenoberfläche her[1]). Nach den Ergebnissen der neueren Untersuchungen von RAISCH[2]) ist andererseits zu erwarten, daß

[1]) Vgl. SKINNER, Wied. Ann. 68, 752, 1899.
[2]) RAISCH, Inaugural-Dissertation, Freiburg 1911.

solche bei den an der Anode herrschenden sehr hohen Temperaturen (die Anode war fast stets rotglühend!) bald entfernt werden.

Möglicherweise hängt die Schwankung auch damit zusammen, daß die bei der Berechnung des Anodenfalles vorausgesetzte räumliche Konstanz des Gradienten auf der ungeschichteten Säule tatsächlich in der Nähe der Anode nicht mehr vorhanden ist. Bei tieferen Drucken ist mehrfach die Beobachtung gemacht, daß der Gradient mit Annäherung an die Anode etwas zunimmt[1]. Jedenfalls geht aber aus den mitgeteilten Zahlen unzweifelhaft hervor, daß der mittels der Meßringe bestimmte Anodenfall in Stickstoff gegen eine Nickelstahlelektrode um nahezu den gleichen Mittelwert wie um den mit Hilfe von Sondenmessungen ermittelten schwankt. Nach Skinner, l. c., ist der Anodenfall in N_2 gegen eine Eisenelektrode im Mittel 19,55 Volt, gegen eine solche aus Nickel 19,85 Volt; der Wert gegen eine Nickelstahlelektrode wird höchstwahrscheinlich nicht sehr entfernt von beiden Werten liegen. Der aus den mitgeteilten Zahlen sich ergebende Mittelwert beträgt 22,3 Volt. Aus der nahen Übereinstimmung unter Berücksichtigung der Unsicherheit der der Berechnung zugrunde gelegten Annahmen darf wohl mit gutem Recht gefolgert werden, daß die mit Hilfe der Meßringe ermittelten Gradienten den wahren Werten entsprechen. Es darf wohl daran erinnert werden, daß die mittels Sonden bestimmten Werte des Anodenfalles im allgemeinen auch recht erhebliche Abweichungen aufweisen[2].

Nebenbei sei erwähnt, daß aus den am Quarzrohre ausgeführten Messungen mit ziemlicher Sicherheit folgt, daß der Anodenfall in N_2 gegen Nickelstahlelektroden mit zunehmender Stromstärke etwas abnimmt. Zu einem gleichen Ergebnis ist v. Recklinghausen bei der Untersuchung des Anodenfalles im Hg-Dampfe gegen Eisenelektroden gelangt[3][4].

2. Die Richtigkeit der vorstehenden Schlüsse über die Zuverlässigkeit der „Meßringmethode“ wird durch die Ergebnisse der im nachfolgenden beschriebenen Messungen bestätigt.

---

[1]) Vgl. W. Matthies, Ann. d. Phys. (4) **17**, 615, 1905; **18**, 473, 1905.
[2]) Vgl. Raisch, l. c.
[3]) Vgl. Wills, Phys. Rev. 19, 65, 1904.
[4]) Desgl. W. Matthies, l. c., S. 1.

Es wurde das Gesamtentladungspotential V am Quarzrohre und mittels der Meßringe der mittlere Gradient bestimmt. Unter der schon vorher angenommenen Voraussetzung der räumlichen Konstanz des Gradienten bis unmittelbar vor die Elektroden läßt sich hieraus die Summe $A + K$ aus Anoden- und Kathodenfall der lichtbogenartigen Entladung berechnen.

Tab. 4 enthält die so gewonnenen Zahlen für Drucke zwischen 6,6 und 14 mm Hg.

Die aufgeführten Zahlen lassen erkennen, daß die Summe aus Anoden- und Kathodenfall um den Mittelwert von 29,5 Volt schwankt. Nach v. LANG[1]) ist dieser Wert in Luft von Atmosphärendruck bei Anwendung von Nickelelektroden 26,18 Volt, nach LECHER[2]) bei Benutzung von Platinelektroden 28 Volt. Nach ARONS[3]) ist der gleiche Wert bei Normaldruck in Luft 29, in Stickstoff 20 Volt gegen Eisen; gegen Platin betragen die entsprechenden Werte 36 bzw. 30 Volt. Bei den mitgeteilten Versuchen bestand die Anode aus Nickelstahl, die Kathode aus Platin (Wehneltkathode mit Eigenerwärmung). Die gute Übereinstimmung des gemessenen Mittelwertes mit den von den früheren Beobachtern gefundenen beweist aufs neue die Zuverlässigkeit der „Meßringmethode" bei Anwendung von Quarzröhren.

Tabelle 3.
$i = 0{,}5$ Amp.

p mm	V Volt	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$ Volt/m	$A + K$ berechnet Volt
6,6	192	26,9	30,5
7,1	206	28,8	35,5
9,2	263	39,0	28,0
8,7	252	36,8	34,0
11,9	323	48,9	32,5
14,0	360	55,0	25,0
		im Mittel	29,5

§ 4. Messungen in Stickstoff und Wasserstoff. Ohne auf nähere Einzelheiten einzugehen, werden im folgenden die

[1]) v. LANG, Wied. Ann. 26, 145, 1885 und 31, 384, 1887.
[2]) LECHER, Wied. Ann. 33, 609, 1888.
[3]) ARONS, Wied. Ann. 58, 73, 1896.

Tabelle 4.

Rohr I. Querschnitt 0,057 cm². Stickstoff.

p	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7 i
10	41,0	40,1	40,0	39,3	38,8	38,1	37,2
20	72,0	67,0	60,8	58,0	55,2	51,8	49,3
30	98,0	90,0	78,5	76,0	67,3	63,4	60,0
40	123,0	107,0	91,2	80,4	75,0	71,0	65,1
50	144,5	120,4	100,5	87,0	80,8	74,4	66,5
60	162,5	130,5	108,4	90,5	83,9	77,0	67,0
70	179,0	137,0	114,2	94,0	86,0	77,5	67,4
80	—	—	119,3	97,6	88,1	77,9	67,5
90	—	—	123,6	100,0	88,9	78,0	67,6
100	—	—	127,0	102,6	90,0	78,4	67,8
110	—	—	131,2	105,0	90,8	78,4	67,9
120	—	—	135,5	107,0	91,8	78,5	68,0
130	—	—	139,8	109,1	92,9	78,6	68,0

Tabelle 5.

Rohr II. Querschnitt 0,0254 cm². Stickstoff.

p	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$										
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1 i
15	76,0	70,2	66,2	61,9	58,3	56,1	54,4	52,5	50,3	49,0	46,2
20	90,0	79,7	71,8	67,0	62,8	60,3	59,6	57,0	54,3	51,5	48,3
30	117,9	96,2	80,1	74,5	70,0	67,3	65,7	63,7	59,6	54,3	50,0
40	143,2	111,8	87,8	80,4	75,1	71,8	70,0	67,1	62,0	56,9	52,0
50	—	—	94,2	86,0	79,9	75,0	72,0	68,6	63,8	58,0	53,5
60	—	—	100,3	90,5	83,8	77,3	73,2	69,3	65,1	59,2	54,7
70	—	—	105,7	94,3	87,5	78,6	74,0	69,8	66,0	60,0	55,0
80	—	—	110,5	98,4	90,5	79,6	74,5	70,3	66,7	60,6	55,2
90	—	—	115,4	101,8	93,7	80,4	75,2	71,0	66,9	61,4	56,0
100	—	—	119,8	105,0	96,5	82,2	75,9	71,8	67,3	62,4	56,8
110	—	—	123,5	108,1	99,0	83,0	76,5	72,3	68,0	62,8	57,5
120	—	—	127,4	110,2	100,0	84,0	77,4	72,9	68,7	63,4	58,0
130	—	—	130,0	113,0	101,3	85,0	78,3	73,9	69,0	63,9	59,0
140	—	—	132,6	114,9	102,5	86,6	79,2	74,4	69,6	64,4	59,5
150	—	—	134,5	116,0	103,8	88,0	80,0	75,2	70,1	65,0	59,8
160	—	—	136,0	117,5	104,3	89,2	81,1	76,0	70,8	65,8	60,3

Meßergebnisse in Stickstoff tabellarisch und graphisch wiedergegeben.

In der Tab. 6 sind die für Wasserstoff gefundenen Werte der Gradienten zusammengestellt.

Tabelle 6.
Rohr II. Querschnitt 0,0254 cm². Wasserstoff.
$i = 0{,}5$ Amp.

p	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$	p	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$
9,5	43,0	25	83,6
10,8	46,0	30	93,8
12,0	52,0	34	99,6
13,6	56,3	36	102,0
15,4	59,6	38	104,2
20,0	74,0	40	106,0
24,0	80,5		

§ 5. Ergebnisse in Stickstoff. Aus den mitgeteilten Tabellen und Kurven lassen sich die folgenden allgemeinen Gesetzmäßigkeiten über das Verhalten des Potentialgradienten auf der ungeschichteten positiven Säule bei hohen Strom- und Gasdichten abstrahieren.

1. Die Änderung des Gradienten mit dem Druck ist qualitativ die gleiche, wie sie bei tiefen Gasdrucken und kleinen Stromdichten bereits festgestellt ist. Der Gradient wächst zunächst stärker als der Druck $\left(\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp} > 1\right)$; die Änderung nimmt aber schnell mit zunehmendem Drucke ab, um sich einem bestimmten konstanten Grenzwerte zu nähern, der sowohl vom Röhrenquerschnitt als von der Stromdichte abhängig ist.

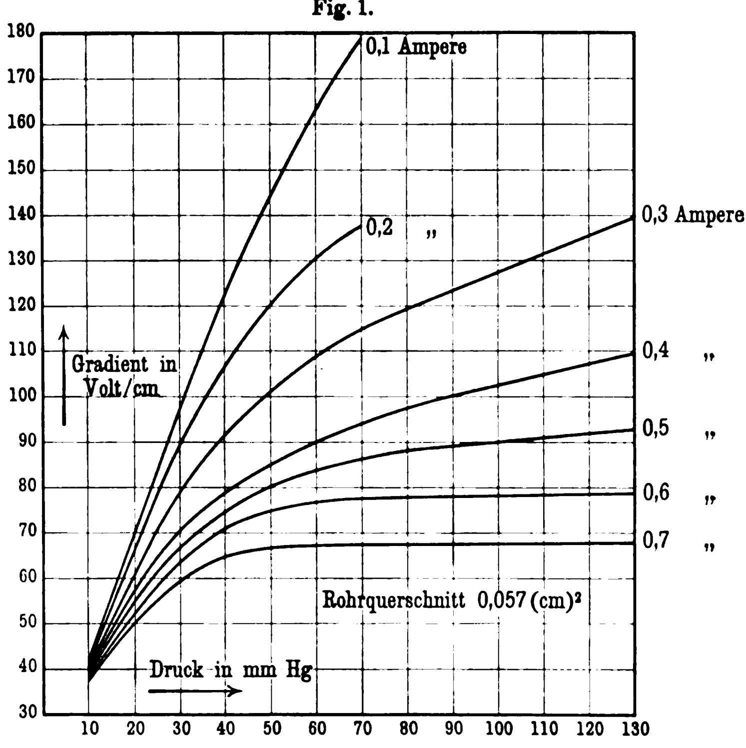
2. Der Anstieg des Gradienten mit dem Druck ist ceteris paribus um so steiler, je geringer die Stromdichte ist (vgl. Fig. 1 und 2).

3. Der konstante Grenzwert von $\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp}$ wird unter sonst gleichen Bedingungen um so schneller erreicht, je größer die Stromdichte und je weiter der Stromquerschnitt ist.

*

Als Beleg für die Richtigkeit dieser Sätze mögen die nachfolgenden Zahlenreihen dienen; in ihnen bedeutet $\frac{\Delta V}{\Delta x_0}$ denjenigen Gradienten, oberhalb dem die Änderung $\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp}$ konstant ist. $\left(\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp}\right)_0$ bezeichnet diesen Grenzwert.

Fig. 1.



Aus den Zahlen geht außerdem hervor, daß die Grenzwerte für den Anstieg unter sonst gleichen Bedingungen mit der Stromdichte und dem Röhrenquerschnitt tatsächlich abnehmen. Soweit das vorliegende Material allgemeinere Schlüsse zuläßt, scheint der Grenzwert mit wachsender Stromdichte schließlich von dieser unabhängig zu werden.

Die Gültigkeit einer linearen Beziehung zwischen Gradienten und Druck ist nach dem Vorstehenden einstweilen in einem Druckbereich von etwa 100 mm Hg festgestellt. Die Abweichungen der

Tabelle 7.

Rohr I. Rohrquerschnitt 0,057 cm².

	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$									
$\left(\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp}\right)_0$	0,42		0,23		0,096		0,022		0,0143	
$\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)_0$	119,3		97,8		88,1		77,5		67,0	
i	0,3		0,4		0,5		0,6		0,7	
p	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.
70	—	—	—	—	—	—	—	—	67,14	67,4
80	—	—	—	—	—	—	77,72	77,9	67,30	67,5
90	123,5	123,6	100,1	100,0	89,06	88,9	77,94	78,0	67,44	67,6
100	127,7	127,0	102,4	102,6	90,02	90,0	78,16	78,4	67,57	67,8
120	136,1	135,5	104,7	105,0	91,94	91,8	78,60	78,5	67,82	68,0
130	140,3	139,8	109,3	109,1	92,90	92,9	78,82	78,6	67,96	68,0

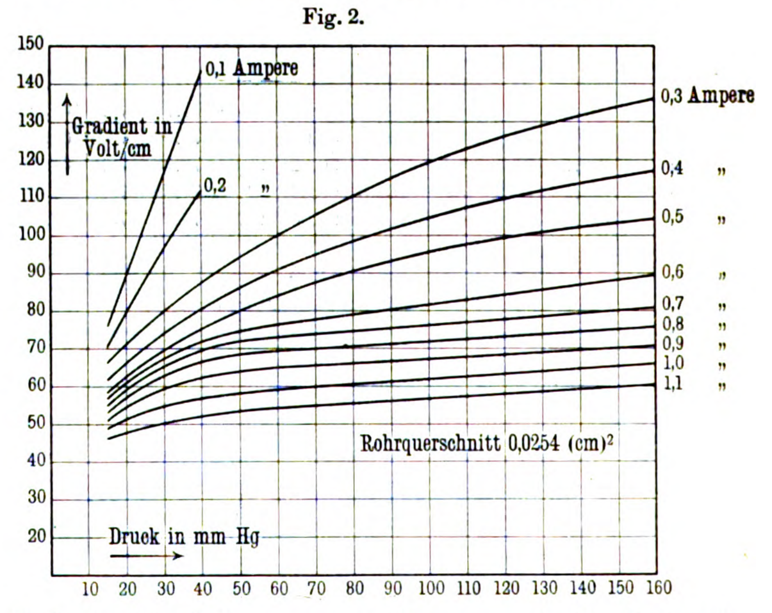
Tabelle 8.

Rohr II. Querschnitt 0,0254 cm².

	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$											
$\left(\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{dp}\right)_0$	0,116		0,078		0,066		0,057		0,057		0,056	
$\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)_0$	77,3		73,2		69,3		65,1		59,2		54,7	
i	0,6		0,7		0,8		0,9		1,0		1,1	
p	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.
70	78,46	78,6	73,98	74,0	69,96	69,8	65,67	66,0	59,77	60,0	55,26	55,0
80	79,60	79,6	74,76	74,5	70,60	70,3	66,24	66,7	60,34	60,6	55,80	55,2
90	80,78	80,4	75,54	75,2	71,28	71,0	66,81	66,9	60,81	61,4	56,39	56,0
100	81,94	82,2	76,30	75,9	71,90	71,8	67,38	67,3	61,50	62,4	56,95	56,8
110	83,10	83,0	77,10	76,5	72,60	72,3	67,95	68,0	62,05	62,8	57,51	57,5
120	84,26	84,0	77,80	77,4	73,26	72,9	68,50	68,7	62,60	63,4	58,07	58,0
130	85,40	85,0	78,60	78,3	73,82	73,9	60,09	69,0	63,20	63,9	58,63	59,0
140	86,58	86,6	79,40	79,3	74,48	74,4	69,66	69,6	63,76	64,4	59,20	59,5
150	87,74	88,0	80,20	80,0	75,14	75,2	70,23	70,1	64,33	65,0	59,76	59,8
160	88,90	89,2	81,0	81,1	75,80	76,0	70,80	70,8	64,90	65,8	60,32	60,3

gemessenen und berechneten Werte liegen mit einigen wenigen Ausnahmen stets erheblich unter 1 Proz. Mit den zur Verfügung stehenden Mitteln war es bis jetzt nicht möglich, Messungen oberhalb von 160 mm Hg auszuführen. Es ist beabsichtigt, die vorliegenden Untersuchungen in Argon zu wiederholen, und es ist zu erwarten, daß in ihm wegen der relativ sehr viel niedrigeren Werte des Gradienten gegenüber Stickstoff eine erhebliche Erweiterung des Druckbereiches möglich sein wird. Hierbei ist allerdings vorausgesetzt, daß die Abnahme des Gradienten mit der Stromdichte nur annähernd gleich wie in Stickstoff ist.

Fig. 2.



Nach den Ergebnissen unserer Messungen des Gradienten in Luft unterscheiden sich die in diesem Falle gefundenen Werte nicht sehr von den in reinem Stickstoff ermittelten. (Bei Stromdichten oberhalb von 8 Amp./cm² sind die Gradienten in Luft höchst wahrscheinlich ein wenig kleiner als diejenigen in N_2.)

Für Atmosphärendruck liegen Messungen des Gradienten im Glimmstrome durch Luft von Kaufmann [1]), Stark [2]) und Stuchtey [3])

---

[1]) Kaufmann, Phys. ZS. **4**, 535 u. 578, 1903.
[2]) J. Stark, ebenda **4**, 535 u. 605, 1903.
[3]) Stuchtey, Dissertation, Bonn 1904; Phys. ZS. **4**, 871, 1903 u. **5**, 88, 1904.

vor. Letzterer hat festgestellt, daß die von KAUFMANN aufgestellte empirische Formel für die Änderung des Gradienten mit der Stromstärke, wonach der Logarithmus des Gradienten als lineare Funktion des Logarithmus der Stromstärke angesetzt wird, in Luft und Wasserstoff in einem Stromstärkeintervall von $(0{,}75 - 60) \cdot 10^{-3}$ Amp. befriedigend genau gilt. Unter der Annahme, daß die Relation ihre Gültigkeit bis zu Stromstärken von etwa 1,1 Amp. behält, lassen sich also Werte des Gradienten berechnen, die mit den durch Extrapolation aus den vorliegenden Kurven für Atmosphärendruck sich ergebenden vergleichbar werden. Die auf diese Weise erhaltenen Zahlen sind in Tab. 9 zusammengestellt. Daneben sind die Werte der Gradienten eingetragen, die sich aus den Messungen am Kohle- bzw. Eisenlichtbogen von GRAU und RUSS[1]), MALCOLM[2]) und CADY und ARNOLD[3]) in Luft oder Stickstoff ableiten lassen. Endlich sind noch die aus eigenen Messungen am Hochspannungskohlelichtbogen in Luft erhaltenen Werte des Gradienten hinzugefügt. Bei den letzteren, sowie bei den Messungen von GRAU und RUSS betrug die Bogenlänge mehrere Centimeter (bis zu 4 cm), während sie bei denjenigen von MALCOLM und CADY-ARNOLD nicht über 8 mm hinausging. Die Werte sind aus den angegebenen Stromspannungscharakteristiken für verschiedene Bogenlängen in bekannter Weise berechnet.

Aus den Zahlen geht hervor, daß die durch Berechnung aus der linearen Funktion

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{\Delta V}{\Delta x_0} + \frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{d p_0}(p - p_0),$$

auf Grund der vorliegenden Zahlen gefundenen Werte für den Gradienten bei Atmosphärendruck durchaus innerhalb der Fehlergrenzen mit den Mittelwerten der direkt bestimmten Werte übereinstimmen. Die Übereinstimmung muß sogar als eine sehr gute angesehen werden, wenn man berücksichtigt, daß die Werte unter recht verschiedenen Versuchsbedingungen aufgenommen worden sind. Die Abweichung der berechneten Werte vom Mittelwerte der früher direkt gemessenen ist ohne Ausnahme kleiner als die größte Schwankung unter den

[1]) GRAU und RUSS, Phys. ZS. 9, 107, 1908.
[2]) MALCOLM, ebenda 8, 471, 1907.
[3]) CADY und ARNOLD, ebenda 8, 893, 1907.

letzteren; mit Ausnahme eines Wertes (80,6) sogar immer kleiner als die größte Abweichung der von den verschiedenen Beobachtern bestimmten Werte vom Mittelwerte dieser.

Es darf daher wohl mit einiger Sicherheit aus den vorliegenden Untersuchungen der Schluß gezogen werden, daß der Potentialgradient auf der positiven Säule des Glimm-

Tabelle 9.

Stromstärke in Amp.	$\frac{\Delta V}{\Delta x}$						
	Rohr I $Q = 0{,}057$	Rohr II $Q = 0{,}0254$	Nach STUCHTEY berechnet für Luft	Nach GRAU u. RUSS berechnet für Luft	Nach MALCOLM berechnet für N_2	Nach CADY und ARNOLD berechnet für Luft	Nach den Messungen der Verfasser am Kohlebogen in Luft
	durch Extrapolation berechnet für N_2						
0,4	254,0	257,5	261	238,0	139,0	—	270
0,5	156,0	209,5	237	192,0	132,5	184,0	248
0,6	110,5	168,9	219	162,5	128,0	165,0	220
0,7	80,6	128,1	204	141,3	125,0	105,0	206
0,8	—	115,7	191	125,0	123,2	80,0	190
0,9	—	105,0	182	112,5	121,5	76,0	174
1,0	—	100,0	175	102,5	120,0	69,4	160
1,1	—	93,8	170	94,1	119,0	66,6	153
2,0	—	—	129	57,5	114,0	61,5	100
3,0	—	—	111	42,5	111,8	45,0	88

oder Bogenstromes bei höheren Drucken als lineare Funktion des Druckes angesetzt werden kann. Es stimmt dies Ergebnis bekanntlich mit der bereits beim Funkenpotential festgestellten analogen Gesetzmäßigkeit überein[1]).

Bezüglich der Abhängigkeit des Gradienten von der Stromstärke bzw. Stromdichte ergibt sich das Folgende (vgl. Fig. 3 u. 4).

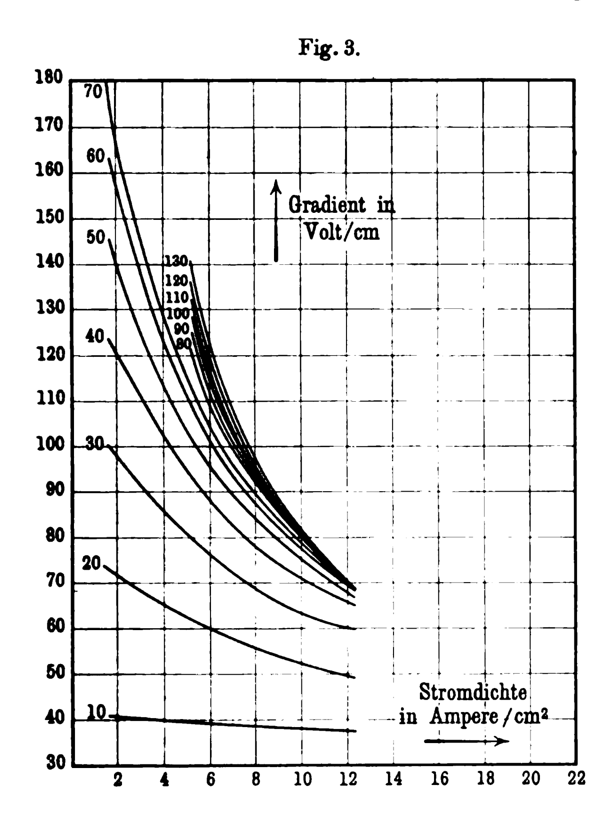
Entgegen den Beobachtungen bei tiefem Druck, wo gelegentlich eine Zunahme des Gradienten mit der Stromdichte festgestellt worden ist[2])[3]), und entgegen den Messungen HOMÉNS[4]),

---

[1]) Vgl. J. J. THOMSON, Conduction of Electricity etc. Cambridge 1906.
[2]) Siehe J. J. THOMSON, l. c.
[3]) LILIENFELD, Phys. ZS. 9, 6, 1908; Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 125, 1907.
[4]) HOMÉN, l. c.

nach welchem auch für höhere Drucke bis zu 80 mm Hg eine solche Änderung mehrfach auftritt, wird nach dem von uns aufgenommenen sehr zahlreichen Beobachtungsmaterial an Stickstoff niemals eine derartige Erscheinung gefunden. Vielmehr ergibt sich in qualitativer Übereinstimmung mit den Resultaten der STUCHTEY-KAUFMANNschen Untersuchung bei Atmosphärendruck

Fig. 3.



stets eine sehr erhebliche Abnahme des Gradienten mit der Stromdichte unter sonst konstanten Bedingungen.

Im einzelnen wurde festgestellt:

1. Die Abnahme des Gradienten mit der Stromdichte nimmt stark mit wachsendem Drucke zu.

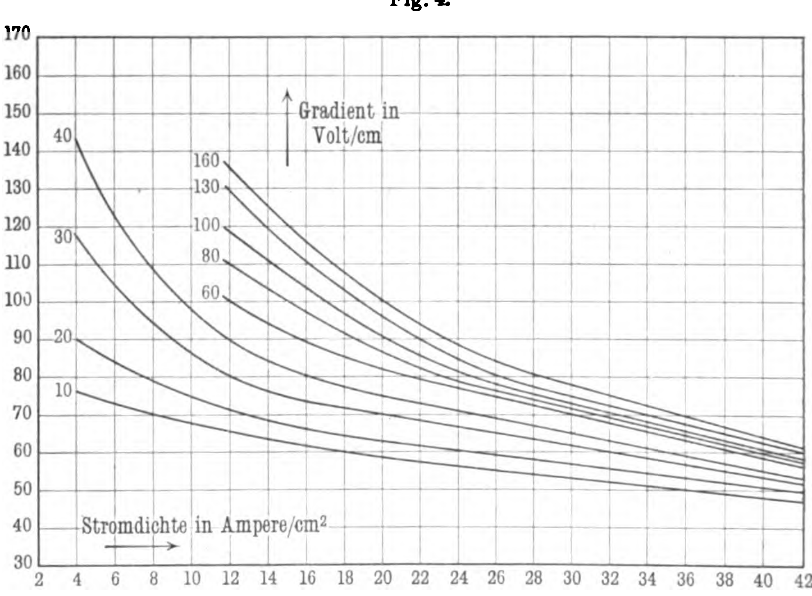
2. Entgegen den Beobachtungen bei tiefem Drucke (unterhalb von 1 mm Hg), wo eine asymptotische Annäherung an



einen Grenzwert festgestellt worden ist, läßt sich bei höheren Drucken zwischen 4 bis 160 mm Hg keine derartige Annäherung erkennen.

3. Die Änderungsgeschwindigkeit $\frac{d\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)}{d i}$ ist im Bereiche der Stromdichten von 0 bis etwa 12 Amp./cm² eine ganz außer-

Fig. 4.



ordentlich große; bei höheren Stromdichten wird sie allmählich kleiner.

4. Ceteris paribus ist die Änderungsgeschwindigkeit um so größer, je weiter der Stromquerschnitt, d. h. je geringer der Einfluß der Rohrwand auf die elektrische Strömung ist.

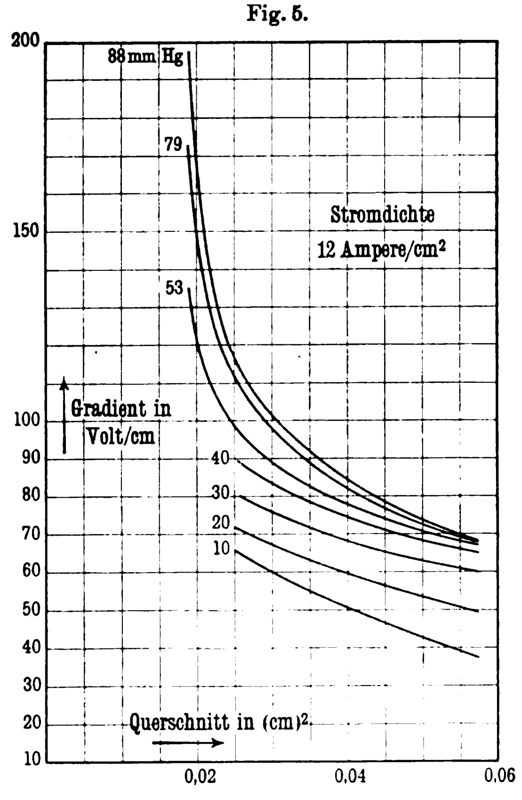
5. Bei weiten Stromquerschnitten und unterhalb von Stromdichten von 1 Amp./cm² läßt sich die Beziehung zwischen Gradient und Stromdichte mit genügender Genauigkeit durch den Kaufmannschen Ansatz:

$$\log \frac{\Delta V}{\Delta x} = A - B \log i$$

darstellen, wo A und B noch nicht ermittelte Funktionen des Gasdruckes und des Rohrquerschnittes sind[1]).

6. In engen Röhren ändert sich der Gradient bei hoher Stromdichte, wahrscheinlich wegen der starken Erwärmung, stärker mit dieser, als nach jenem Ansatze zu erwarten ist. Eine einfache, zahlenmäßige Beziehung hat sich bis jetzt nicht feststellen lassen.

Fig. 5.



Die in den vorstehenden Sätzen ausgesprochenen Gesetzmäßigkeiten werden durch die graphischen Darstellungen der Fig. 3 u. 4 veranschaulicht.

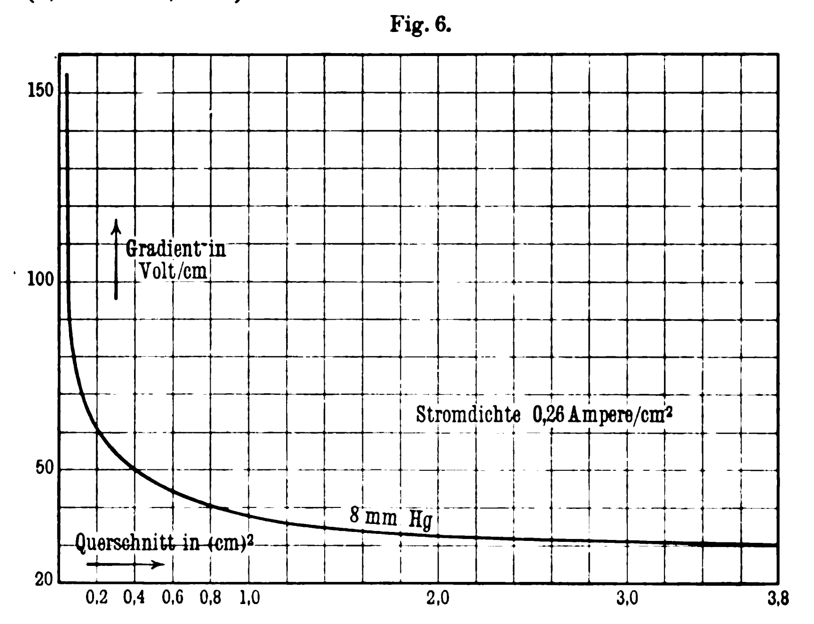
Wie sich aus den mitgeteilten Angaben erkennen läßt, kehren sich die Beziehungen des Gradienten zum Gasdruck und zur Stromdichte in gewissem Sinne bei hohen Gasdrucken gegenüber den bei tiefen Drucken ermittelten gerade um. Während bei tiefen Drucken bekanntlich der Gradient stark mit dem Druck variiert, dagegen fast unabhängig von der Stromdichte ist, zeigt sich bei hohen Gasdrucken gerade das umgekehrte Verhalten.

Was die Abhängigkeit des Gradienten vom Rohrquerschnitt anbetrifft, so ergeben sich qualitativ die gleichen Gesetzmäßigkeiten, wie sie bei tiefen Drucken und kleinen Stromdichten bereits bekannt sind. Im einzelnen werden die Beziehungen durch

[1]) Die Mitteilung des sich auf tiefere Drucke und geringe Stromdichten beziehenden Zahlenmaterials erfolgt in Kürze in der eingangs angekündigten Dissertation.

die Kurven der Fig. 5 und 6 wiedergegeben. In Fig. 5 sind die Werte des Gradienten als Funktion des Rohrquerschnittes für verschiedene Gasdrucke und für die konstante Stromdichte von 12 Amp./cm² eingetragen. Fig. 6 enthält die entsprechende Kurve für die sehr viel geringere Stromdichte von 0,26 Amp./cm² und für einen erheblich größeren Bereich des Rohrquerschnittes (0,019 bis 3,8 cm²).

Fig. 6.



Die aus den Kurven folgenden Gesetzmäßigkeiten sind:

1. Bei konstantem Gasdruck und gleicher Stromdichte nimmt der Gradient mit wachsendem Rohrquerschnitt ab.

2. Die Abnahme erfolgt um so schneller, je kleiner der Querschnitt ist.

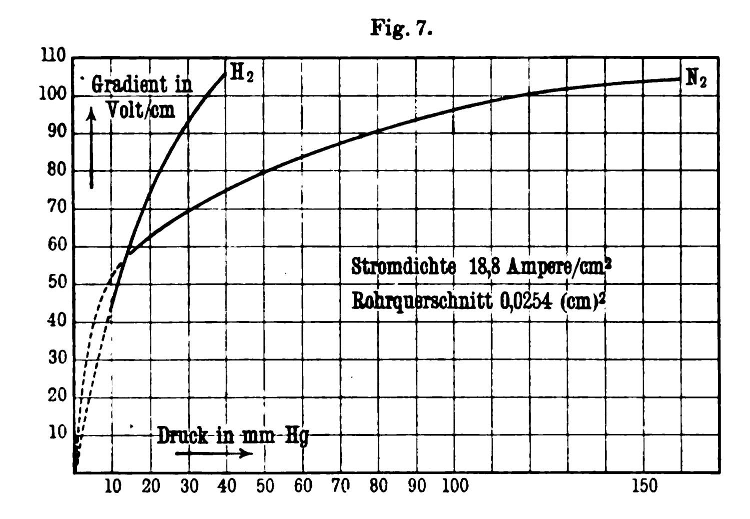
3. Bei konstanter Stromdichte ist die Anderung bei hohen Gasdrucken so gut wie von diesen unabhängig, und zwar ist in roher Annäherung $q \times \frac{\Delta V}{\Delta x} = C$, d. h. der Gradient ist dem Querschnitt umgekehrt proportional.

Mit abnehmendem Gasdruck nimmt der Abfall des Gradienten mit dem Querschnitt zunächst ab, um darauf wieder zu steigen.

4. Bei konstanter Gasdichte nimmt die Änderung des Gradienten mit dem Querschnitte bei wachsender Stromdichte etwas ab.

§ 6. Messungen in Wasserstoff. In Tab. 6 und Fig. 7 sind die Ergebnisse einer Reihe von Messungen in elektrolytisch dargestelltem und in bekannter Weise gereinigtem Wasserstoff niedergelegt. Die Ausführung der Untersuchung war im Gegensatz zum Stickstoff mit einer Reihe von Schwierigkeiten verbunden, auf die an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden

Fig. 7.



soll. Unter anderem stellte sich die Vermeidung einer Schichtung bei manchen Drucken als sehr schwierig heraus. Einstweilen ist es uns gelungen, Messungen in einem Druckbereiche bis zu 41 mm Hg auszuführen. Die Abweichungen der zu verschiedenen Zeiten aufgenommenen Werte des Gradienten waren durchweg größer als diejenigen, welche in Stickstoff sich ergeben hatten. Die in Tab. 6 mitgeteilten Zahlen sind Mittelwerte einer größeren Zahl von Beobachtungen.

Qualitativ gelten für den Gradienten in Wasserstoff die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie sie für Stickstoff festgestellt worden sind.

In quantitativer Hinsicht ergeben sich folgende interessante Unterschiede:

1. Die Änderung des Gradienten mit der Stromdichte ist in H_2 wesentlich kleiner als in N_2 unter sonst gleichen Verhältnissen.

2. Hieraus und im Zusammenhang mit den vorhergehenden Ausführungen folgt, daß in Wasserstoff der Gradient oberhalb eines bestimmten Druckes, der um so höher liegt, je kleiner die Stromdichte ist, größer als derjenige in Stickstoff sein muß, da die früheren Untersuchungen bei tiefen Drucken und kleinen Stromdichten ergeben haben, daß in diesen Fällen der Gradient in H_2 wesentlich kleiner als in N_2 ist. In Fig 7 ist neben der Druckkurve des Gradienten in Wasserstoff diejenige des Stickstoffes bei gleichem Röhrenquerschnitt und gleicher Stromdichte eingetragen. Aus der Darstellung geht hervor, daß bei einer Stromdichte von etwa 18,8 Amp./cm² und einem Röhrenquerschnitt von 0,0254 cm² der Gradient in Wasserstoff und Stickstoff bei einem Drucke von etwa 13 mm Hg gleich wird.

3. Im Druckintervall von 10 bis 40 mm Hg ist der Anstieg des Gradienten mit dem Drucke ein sehr viel steilerer als in Stickstoff bei gleichen Verhältnissen.

Dieser steile Anstieg im Zusammenhang mit der beschränkten Belastbarkeit der Quarzröhren ist der Grund, warum Messungen oberhalb von 41 mm Hg nicht ausgeführt werden konnten. Denn um zu noch höheren Drucken gelangen zu können, hätte es einer wesentlichen Steigerung der Stromdichte bedurft, die aber aus Besorgnis für ein Durchschmelzen der Kapillare auf Grund zahlreicher trauriger Erfahrungen unterbleiben mußte.

Bei 30 mm Hg ist der Gradient in Wasserstoff bei den vorher angegebenen Verhältnissen schon 1,38 mal, bei 40 mm 1,41 mal größer als in Stickstoff.

Bemerkenswert ist, daß schon von STUCHTEY[1]) auf Grund seiner Ergebnisse der Messungen bei Atmosphärendruck die Vermutung ausgesprochen wurde, daß der für Atmosphärendruck bei sehr kleinen Stromstärken liegende Schnittpunkt der Gradientenkurven für Wasserstoff und Luft (bzw. Stickstoff) sich mit abnehmendem Druck den größeren Stromstärken nähern müsse.

In der Tat ergeben die vorliegenden Messungen, daß die Schnittpunkte bei um so höherem Druck liegen, je kleiner die Stromdichte ist.

[1]) l. c.

Bei großem Rohrquerschnitt und kleinen Stromdichten gilt auch bei tiefen Drucken die KAUFMANNsche Relation zwischen Gradient und Stromdichte in Wasserstoff.

Über die Abhängigkeit des Gradienten vom Rohrquerschnitt können einstweilen keine Angaben gemacht werden, da das vorliegende Zahlenmaterial für hohe Drucke und Gasdichten nur an einem Rohr gewonnen ist. (Die anderen Kapillaren brannten mit Wasserstoff vorzeitig durch.)

Zur Entscheidung der Frage, inwieweit die starke Erwärmung des Quarzrohres von Einfluß auf die Abhängigkeit des Gradienten von der Stromdichte usw. ist, werden im Anschluß an die vorliegende Untersuchung genaue Messungen bei konstant gehaltener Gasdichte ausgeführt. Desgleichen ist eine Erweiterung der Untersuchung auf ein Druckintervall bis zu mehreren Atmosphären in Aussicht genommen.

Münster i. W., am 14. Dezember 1911.

Bemerkungen zum Planckschen Wirkungsquantum;

von G. E. Gibson
(Carnegie Fellow.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 12. Januar 1912.)

(Vgl. oben S. 43.)

Es ist eine Schwäche der bisherigen Ableitungen des PLANCKschen Strahlungsgesetzes, daß wir dem Resonator nachträglich bei der Wahrscheinlichkeitsberechnung eine diskontinuierliche Emission und Absorption zuschreiben müssen, während die Gleichung für die Energie des Resonators als Funktion der Strahlungsenergiedichte in Vacuo u und der Eigenschwingungszahl des Resonators ν, nämlich:

$$V = \frac{c^3 u}{8\pi\nu^2}, \qquad 1)$$

auf Grund der MAXWELLschen Gleichungen, welche eine solche Diskontinuität nicht zulassen, berechnet wurde. Im folgenden soll auf Grund einer einfachen Annahme über den Zusammenstoß zwischen einem Resonator und einem Molekül gezeigt werden, daß wir erstens die Annahme diskontinuierlicher Emission und Absorption bei der Ableitung vermeiden können, und daß wir zweitens aus der Elektrodynamik und der kinetischen Theorie der Gase die Tatsache deduzieren können, daß der Resonator nur Energien, welche sehr wenig von einem ganzen Vielfachen des Energiequantums ε verschieden sind, besitzen kann.

Der größeren Anschaulichkeit wegen gehen wir von einer speziellen Form eines Resonators aus. Doch läßt sich die Theorie leicht verallgemeinern.

Es sei die Ladung Pe, wo $-e$ die Ladung eines Elektrons ist, gleichmäßig durch das Innere einer Kugel vom Radius S verteilt. Innerhalb dieser Kugel denken wir uns eine konzentrische Kugelfläche vom Radius s gezeichnet. Die gesamte positive Ladung innerhalb dieser Kugelfläche ist

$$\frac{P s^3}{S^3} e = p e. \qquad 2)$$

Auf der Oberfläche der Kugel vom Radius S befinde sich eine Flächenladung von der Größe Pe. Das Kraftfeld außerhalb der Kugel mit Radius S ist Null. Stellen wir uns vor, daß im Mittelpunkte der Kugel ein Elektron entsteht, während zur gleichen Zeit die Flächenladung auf der Oberfläche der Kugel vom Radius S um e vergrößert wird. Das Kraftfeld außerhalb ist wiederum Null. Die elektrostatische Energie innerhalb der großen Kugel ist eine andere geworden. Wir können uns aber die Entstehung des Elektrons so ausgeführt denken, daß das äußere Kraftfeld während des ganzen Vorganges Null bleibt. Demnach können wir uns die Entstehung eines Elektrons im Mittelpunkte der Kugel beliebig schnell vorgenommen denken, ohne daß eine Strahlung nach außen hin stattfindet.

Wir definieren ein n faches Elektron als eine Flächenladung ne, welche auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius na verteilt ist. Hierbei ist $a = 10^{-13}$ cm der Radius eines Elektrons und n eine ganze Zahl.

In ganz analoger Weise wie bei einem Elektron können wir uns das Entstehen eines $n$fachen Elektrons im Mittelpunkte der Kugel ohne Strahlung nach außen hin stattfindend denken. Auch die Umwandlung eines $n$fachen in ein n'faches Elektron kann ohne Strahlung erfolgen. Solange gleiche positive und negative Ladungen auf konzentrische Kugeln verteilt sind, bleibt das Feld außerhalb der größten Kugel immer Null. Sobald wir aber das $n$fache Elektron, ohne seine Dimensionen zu ändern, vom Mittelpunkte längs der Z-Achse um ζ verrücken, bleibt das äußere Feld nicht mehr unverändert. Wir haben jetzt vielmehr einen Dipol, dessen Potential in einem Punkte x, y, z in der gegen ζ großen Entfernung r vom Resonator durch

$$\varphi = n e \zeta \frac{z}{r^3} \qquad 3)$$

gegeben ist. Einen solchen Dipol nennen wir in Zukunft einen Resonator. Lassen wir das $n$fache Elektron in dem Resonator frei schwingen, so ist seine Bewegungsgleichung, wenn wir die Dämpfung durch Strahlung vernachlässigen,

$$n m \frac{d^2 \zeta}{d t^2} = - n \frac{p e^2}{S^3} \zeta, \qquad 4)$$

wo m die elektromagnetische Masse eines Elektrons bedeutet.

Durch einen Zusammenstoß mit einem anderen Molekül wird der Schwingungszustand eines Resonators in irgend einer Weise verändert werden. Wenn wir den eben beschriebenen Resonator betrachten, so kann seine Gesamtenergie auf zweierlei Weise geändert werden. Es kann erstens das $n$fache Elektron in ein n'faches geändert werden, während die Schwingungsenergie konstant bleibt. Die Energieänderung besteht hierbei aus der elektrostatischen Energie, welche nötig ist, das $n$fache in das n'fache Elektron umzuwandeln. Da wir uns diese Umwandlung aus den oben genannten Gründen ohne Strahlung vorgenommen denken können, machen wir die Hypothese, daß die hierzu nötige Energie einem intramolekularen Vorrat entstammt und an dem Energieaustausch zwischen Resonator und stoßendem Molekül nicht teilnimmt.

Wir können uns den Resonator z. B. in einem Molekül eingebettet denken und die Bedingung machen, daß das Molekül gerade so viel innere potentielle (nicht Wärme-) Energie verliert bzw. gewinnt, als nötig ist, das $n$fache Elektron in ein n'faches umzuwandeln.

Die Kombination von Molekül und Resonator nennen wir im folgenden einen Molekülresonator.

Wir können unsere erste Hypothese auf folgende Weise ausdrücken:

Die Energie eines Molekülresonators ist bei konstanter Schwingungsenergie $\left(\frac{n p e^2 \zeta_0^2}{2 s^3}\right)$ konstant.

Zweitens kann die Schwingungsenergie des Resonators geändert werden. Diese Energieänderung muß nun der kinetischen Energie des Stoßes entstammen und kommt allein für den Wärmeaustausch in Betracht.

Sind u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten eines zweiten nicht schwingenden Moleküls, relativ zum ruhenden Molekülresonator, so ist die Summe der kinetischen Energie des ankommenden Moleküls und der Schwingungsenergie des Molekülresonators:

$$V = \frac{n p e^2 \zeta_0^2}{2 s^3} + \frac{M}{2}(u^2 + v^2 + w^2), \tag{5}$$

wo M die Masse des ankommenden Moleküls und ζ_0 die Amplitude des Resonators unmittelbar vor dem Stoße bedeutet.

Wir schreiben V in der Form:

$$V = 2n'\varepsilon + \delta + \frac{M}{2}(u^2 + v^2), \tag{6}$$

wo n' eine ganze Zahl, $o < \delta < 2\varepsilon$ und $\varepsilon = \frac{pe^2}{2s}$ ist.

Wir machen nun die Hypothese, daß der Resonator nach dem Zusammenstoße ein n'faches Elektron besitzt, welches mit der Amplitude s schwingt; jedoch bleibt im Falle $n' = 0$ ein ruhendes Elektron im Mittelpunkte des Resonators bestehen. Die Schwingungsenergie des Resonators unmittelbar nach dem Zusammenstoße ist demnach:

$$n'\varepsilon = n'\frac{pe^2}{2s}. \tag{7}$$

Da bei dem Zusammenstoß die Gesamtenergie des Molekülresonators und des stoßenden Moleküls nach dem Energieprinzip erhalten bleiben muß, so wird die Geschwindigkeit des stoßenden Moleküls unmittelbar nach dem Zusammenstoße die Komponenten $u, v \left(\frac{2(n'\varepsilon + \delta)}{M}\right)^{1/2}$ haben, wenn wir annehmen, daß der Molekülresonator in Ruhe bleibt, und daß nur diejenige Geschwindigkeitskomponente des stoßenden Moleküls, welche mit der Schwingungsrichtung des Resonators übereinstimmt, beeinflußt wird. Wenn der Molekülresonator auch eine fortschreitende Bewegung hat, muß diese Bewegung auch berücksichtigt werden.

Wäre die Anzahl der Molekülresonatoren ein großer Bruchteil der Gesamtzahl der Moleküle, so würde die Anzahl der Zusammenstöße eine andere sein, als man nach der kinetischen Theorie der Gase erwarten würde. Indessen brauchen wir im folgenden nur die Größenordnung der Anzahl der Zusammenstöße zu wissen, und da die Anzahl schwingender Molekülresonatoren auch bei einem stark leuchtenden Gase nur ein kleiner Bruchteil der Gesamtanzahl der Moleküle ist, können wir mit genügender Annäherung die gewöhnliche kinetische Theorie der Gase anwenden. Nun berechnen wir die Energie, welche ein Resonator in der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen durch Strahlung verliert. Wir können die jeweilige Energie des Resonators in der Form schreiben:

$$U = \tfrac{1}{2}Kf^2 + \tfrac{1}{2}L\dot{f}^2, \tag{8}$$

wo $f(t) = ne\zeta$ das jeweilige Moment des Resonators bedeutet.

K und *L* berechnen sich zu

$$K = \frac{p}{n s^3}$$

und

$$L = \frac{m}{n e^2} \tag{9}$$

Indem wir die MAXWELLschen Gleichungen auf diesen Fall anwenden, und die Strahlungsdämpfung nach dem POYNTINGschen Satze berechnen [1]), erhalten wir als Integral der Resonatorgleichung:

$$f = n e s e^{-\sigma \nu t} \cos (2 \pi \nu t + \theta), \tag{10}$$

wobei

$$\sigma = \frac{2 \pi}{3 c^3} \sqrt{\frac{K}{L^3}} = \frac{2 \pi}{3 c^3} \sqrt{\frac{p e^6 n^2}{s^3 m^3}} \tag{11}$$

und

$$\nu = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{K}{L}} = \frac{1}{2 \pi} \frac{p^{1/2} e}{m^{1/2} s^{3/2}}. \tag{12}$$

Es wird im folgenden gezeigt werden, daß in allen der Messung zugänglichen Fällen die mittlere freie Zeit und die Größe $\sigma \nu$ beide sehr klein sind. Demnach wird es nur äußerst selten vorkommen, daß ein Resonator so lange keinen Zusammenstoß mit einem Molekül erfährt, daß seine Energie um einen merklichen Bruchteil von ε sinken kann.

Unsere Resonatoren würden sich daher praktisch so verhalten, als ob sie nur Energiemengen besitzen könnten, die ganze Vielfache von ε sind. Auf diese Weise ergibt sich die PLANCKsche Beziehung ungezwungen aus der oben aufgestellten Hypothese über den Zusammenstoß zwischen Resonator und Molekül. Die Entropie *S* eines Resonators als Funktion seiner Energie *U* können wir jetzt mit Benutzung der PLANCKschen Wahrscheinlichkeitsbetrachtung in der Form schreiben:

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) \log \left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon} \log \frac{U}{\varepsilon} \right\}. \tag{13}$$

Die Größe von ε ergibt sich aus dem WIENschen Verschiebungsgesetz in der PLANCKschen Form:

$$S = F\left(\frac{U}{\nu}\right) \tag{14}$$

---

[1]) Vgl. PLANCK, Vorlesungen über Theorie der Wärmestrahlung, S. 112.

zu
$$\varepsilon = h\nu \tag{15}$$
oder, wie wir es jetzt mit Bezugnahme auf die Gleichungen 7) und 12) schreiben können,
$$p\,s = \gamma = \frac{h^2}{\pi^2 e^2 m}. \tag{16}$$

Hierbei ist $\gamma = 7{,}47 \,.\, 10^{-9}$ cm eine universelle Konstante, nämlich der Radius (s) eines Resonators, dessen kleine positive Kugel die Ladung e enthält. An Stelle der unerklärten PLANCKschen Beziehung ergibt sich ein einfaches Gesetz für alle in der Natur vorkommenden Resonatoren.

Das Resonatorgesetz können wir in den beiden gleichwertigen Formen schreiben:
$$p^2 = \delta\,\nu \tag{17}$$
$$s^2 = \eta/\nu. \tag{18}$$

Hierbei sind $\delta = 4{,}45 \,.\, 10^{-14}$ sec und $\eta = 0{,}125$ cm²/sec universelle Konstanten.

Wir wollen nun an einem wirklichen Falle beweisen, daß der Energieverlust durch Strahlung zwischen zwei Zusammenstößen ein sehr kleiner Bruchteil von ε ist.

Mit Benutzung des Resonatorgesetzes 17), 18) transformieren sich die Gleichungen 10) und 11) in
$$f(t) = n\,e\,s\,e^{-\psi\nu^2 n t} \cos(2\pi\nu - \theta) \tag{19}$$
und
$$\sigma = \frac{4\pi^2 e^2}{3\,c^3 m}\,n\nu = \psi\,n\,\nu, \tag{20}$$
wo $\psi = 4{,}16 \,.\, 10^{-23}$ sec ist.

Wir betrachten die Kohlensäurebande bei 1000° absolut.

Aus der Wellenlänge des Maximums ($\lambda = 4{,}5\,\mu$) berechnet sich ν zu $67 \,.\, 10^{12}$.

Der mittlere Wert von n ergibt sich aus der PLANCKschen Formel:
$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kt}} - 1} = \frac{\varepsilon}{9} \tag{21}$$
zu $^1/_9$ ungefähr.

Von 9 Resonatoren sind im Mittel 8 in Ruhe, während einer mit einem ε schwingt.

Es wird natürlich auch vorkommen, daß von 18 Resonatoren 17 in Ruhe sind, während einer mit $2\,\varepsilon$ schwingt. Dies wird



aber viel seltener der Fall sein, und wir können mit Sicherheit sagen, daß ein Resonator nur in äußerst seltenen Fällen mit 100 ε schwingen kann.

Wir werden diesen extrem ungünstigen Fall bei der Berechnung der Dämpfung annehmen.

Bei 0° C und 760 mm ist die mittlere freie Zeit eines Kohlensäuremoleküls nach der kinetischen Theorie $2 . 10^{-10}$ sec.

Bei 1000° absolut ist sie bedeutend kleiner. Wir nehmen aber $2 . 10^{-10}$ sec als Extremwert der mittleren freien Zeit bei 1000° an.

Indem wir $n = 100$, $\nu = 67 . 10^{12}$ und $t = 2 . 10^{-10}$ sec setzen, haben wir einen für unsere Theorie äußerst ungünstigen Fall angenommen.

Wir setzen diese Werte in 19) ein und erhalten für die Schwingungsamplitude unmittelbar vor dem zweiten Zusammenstoße:

$$\zeta_t = s\, e^{-0{,}0037}. \qquad 22)$$

Der entsprechende Energieverlust des Resonators ist

$$\frac{n p e^2}{2 s^3} (s^2 - \zeta_t^2) = 0{,}0062\, \varepsilon. \qquad 23)$$

Wir sehen, daß auch in diesem extremen Falle die Energie des Resonators nur um 0,6 Proz. eines ε zwischen zwei Zusammenstößen sinken kann.

Bei der ganzen Berechnung haben wir die Energie, welche der Resonator aus der auffallenden Wärmestrahlung absorbiert, nicht berücksichtigt.

Da sie aber im stationären Zustande gleich der emittierten Energie ist, so hat sie in der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen einen Einfluß von derselben Größenordnung wie diese. Nur in einer verschwindenden Anzahl von Fällen wird sie die Energie eines Resonators in der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen um einen merklichen Bruchteil von ε ändern können.

Aus dem Resonatorgesetz 16) ergibt sich für den Resonator der Kohlensäurebande der Radius der positiven Kugel (s) zu 0,43 $\mu\mu$.

Aus der kinetischen Theorie der Gase berechnet sich der Radius eines kugelförmig gedachten Kohlensäuremoleküls zu 0,15 $\mu\mu$.

Es ist eine befriedigende Stütze unserer Hypothese, daß die Größenordnung so gut übereinstimmt. Bisher haben wir nur geradlinige Schwingungen des Resonators berücksichtigt. Wir können aber jede beliebige Schwingung in drei aufeinander senkrechte geradlinige Schwingungen zerlegen. Indem wir unsere Theorie auf diese drei Schwingungen einzeln anwenden, gelangen wir sofort zu der EINSTEINschen Formel für die spezifische Wärme N ruhender Resonatoren, nämlich:

$$\frac{d(NU)}{dT} = \frac{3R\beta^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1)^2}, \qquad 24)$$

wo R die Gaskonstante und $\beta = \frac{h}{k}$ ist.

Um die Bedeutung der neuen Hypothese über den Zusammenstoß klar hervorzuheben, denken wir uns ein System von N Resonatoren in einen von schwarzen Wänden umgebenen Hohlraum hineingebracht. Wenn die schwarzen Wände auf einer höheren Temperatur sind als die N Resonatoren, wird die Gesamtenergie der letzteren durch Strahlung zunehmen.

Wir betrachten den speziellen Fall, bei welchem die N Resonatoren anfangs in Ruhe sind. Als Beispiel können wir einen Diamanten beim absoluten Nullpunkt nehmen, welcher plötzlich in einen evakuierten schwarzen Körper von hoher Temperatur gebracht worden ist. Die Resonatoren werden im Anfang, da keine Zusammenstöße stattfinden, die Strahlung kontinuierlich aufnehmen. Wir könnten uns denken, daß die kontinuierliche Aufnahme weitergeht, ohne daß jemals ein Zusammenstoß stattfindet. Dieses wäre aber ein instabiler Zustand. Denn sobald ein einziger Zusammenstoß stattfindet, wird nach unserer Hypothese mindestens die Hälfte der Schwingungsenergie des gestoßenen Resonators in gewöhnliche kinetische Energie der Moleküle umgewandelt. Hierdurch müssen sofort neue Zusammenstöße verursacht werden, so daß nach einiger Zeit das Gleichgewicht zwischen strahlender und fortschreitender Energie der Moleküle wiederhergestellt wird. Ohne Zusammenstöße würde man auf das RAYLEIGHsche Gesetz geführt werden. Bei kleiner Anzahl der Stöße, etwa bei sehr tiefer Temperatur oder bei äußerst verdünnten Gasen, könnte es den Anschein haben, als ob die Reso-



natoren zum Teil kontinuierlich strahlten. Das PLANCKsche Gesetz würde bei solchen Fällen nur annähernd gelten. Da dieses einen Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatze mit sich führen würde, so folgern wir, daß ein aus solchen kontinuierlich strahlenden Molekülresonatoren zusammengesetzter schwarzer Körper in der Natur nicht vorkommen kann.

Aus unserer Hypothese über den Zusammenstoß läßt sich das Absorptionsvermögen eines Gases berechnen.

Eine ähnliche Rechnung hat H. A. LORENTZ gemacht unter der Annahme, daß die Schwingungsenergie eines strahlenden Moleküls bei einem Zusammenstoße vollkommen in kinetische Energie der Moleküle, d. h. in Wärmeenergie übergeht.

Ich beabsichtige, die Rechnung in analoger Weise, wie es LORENTZ gemacht hat, durchzuführen.

Über die Begründung des Gesetzes der schwarzen Strahlung;
von Max Planck.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 12. Januar 1912.)
(Vgl. oben S. 43.)

Einleitung.

Die bisherige Ableitung der Formel für die Energieverteilung im Spektrum schwarzer Körper, welche ausgeht von der Betrachtung monochromatischschwingender, strahlende Energie absorbierender und emittierender linearer Oszillatoren, leidet, wie schon mehrfach hervorgehoben wurde, an einem empfindlichen Mangel. Denn um die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Temperatur festzustellen, wird so verfahren, daß die Energie der Oszillatoren einerseits in Beziehung gebracht wird mit der Intensität der im Raume frei fortschreitenden Wellenstrahlung, andererseits aber als Grundlage benutzt wird für die Berechnung der Entropie eines Systems von solchen Oszillatoren.

Die erstere Untersuchung ist rein elektrodynamischer Natur. Bei ihr wird die Schwingungsenergie eines Oszillators

$$U = \frac{1}{2} K f^2 + \frac{1}{2} L \left(\frac{df}{dt}\right)^2 \qquad 1)$$

(f elektrisches Moment des Oszillators, K und L positive Konstante) als durchaus stetig veränderlich behandelt, und ihr Wert berechnet durch Integration der Schwingungsgleichung

$$Kf + L \frac{d^2 f}{dt^2} - \frac{2}{3c^3} \frac{d^3 f}{dt^3} = \mathfrak{E}_z \qquad 2)$$

($\mathfrak{E}_z$ Komponente der elektrischen Feldstärke des äußeren Feldes in der Richtung der Achse des Oszillators, c die Lichtgeschwindigkeit).

Die zweite Untersuchung ist statistischer Natur. Bei ihr wird die Schwingungsenergie des Oszillators als ganzes Vielfaches eines Elementarquantums $\varepsilon = h\nu_0$, mithin als unstetig veränderlich, behandelt, wobei h eine universelle Konstante, ν_0 die Schwingungszahl der Eigenschwingung des Oszillators bedeutet:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{L}}. \qquad 3)$$

Der Widerspruch der beiden Betrachtungsweisen ist evident, und wenn er auch etwas gemildert wird durch die Überlegung, daß die Gleichung 2) nur zur Berechnung der mittleren Energie $\overline{U}$ benutzt wird, während für die statistische Berechnung die wirkliche Energie U in einem bestimmten Zeitpunkt in Betracht kommt, so bleibt doch die Aufgabe übrig, eine anderweitige Ableitung der Strahlungsformel zu finden, bei der die elektrodynamische und die statistische Betrachtungsweise auch im einzelnen miteinander vereinbar sind.

Dieser Aufgabe ist der folgende Aufsatz gewidmet. In ihm wird das Strahlungsgesetz aus gewissen physikalischen Voraussetzungen abgeleitet, die zwar, wie es der Natur der Sache entspricht, gewisse hypothetische Elemente enthalten, die aber, wie ich glaube, von inneren Widersprüchen frei sind, und außerdem sich von dem Kern der klassischen Elektrodynamik und Elektronentheorie nicht weiter entfernen, als bei dessen anerkanntermaßen unüberbrückbarem Gegensatz zur Quantenhypothese durchaus notwendig ist.

Selbstverständlich bin ich nicht der Meinung, daß diese Ableitung die einzige oder daß sie die sachgemäßeste ist; ich halte es im Gegenteil für sehr wahrscheinlich, daß sie nach Form und Inhalt noch erheblich verbessert werden kann, aber es scheint mir doch schon ein wesentlicher Gewinn zu sein, daß überhaupt eine in sich widerspruchsfreie Ableitung sich angeben läßt, an der es bisher streng genommen fehlte.

Physikalische Voraussetzungen.

Wir behalten aus der früheren Ableitung die Voraussetzung bei, daß in einem von stationärer schwarzer Strahlung erfüllten, von ruhenden, spiegelnden Wänden begrenzten Vakuum sich ein System von vielen ruhenden, linearen Oszillatoren mit einer bestimmten gemeinsamen Eigenperiode befinde, und zwar in solchen Entfernungen voneinander, daß sie sich gegenseitig nicht direkt beeinflussen. Diese Oszillatoren sollen Energie absorbieren und emittieren, aber nur in der Form von elektrodynamischer Wellenstrahlung. Die Schwingungsenergie eines Oszillators soll auch wieder durch 1) gegeben sein. Dagegen soll statt der Schwingungsgleichung 2) eine andere gelten, nämlich diejenige,



welche aus ihr hervorgeht, wenn man das Dämpfungsglied einfach fortläßt:

$$Kf + L\frac{d^2f}{dt^2} = \mathfrak{E}_z. \qquad 4)$$

Dies ist allerdings im Widerspruch mit der klassischen Elektronentheorie; aber der Widerspruch erstreckt sich, wie eine nähere Überlegung zeigt, nur auf solche Raumgebiete, die im Innern oder an der Oberfläche des Oszillators liegen[1]), und gerade in diesen Gebieten wird man neue Hypothesen noch am ersten Platz gewähren können.

Nachdem so die gewöhnliche Emission ausgeschaltet ist, muß eine andere dafür eingeführt werden, und hierzu wird nun die Quantenhypothese benutzt. Wir setzen nämlich voraus, daß ein Oszillator nur in einem solchen Zeitpunkt Energie emittieren kann, in dem seine Schwingungsenergie U gerade ein ganzes Vielfaches n des Energieelements $\varepsilon = h\nu_0$ geworden ist. Ob er dann wirklich emittiert, oder ob seine Schwingungsenergie noch weiter durch Absorption zunimmt, soll vom Zufall abhängen. Nicht als ob für die Emission keine Kausalität angenommen würde; aber die Vorgänge, welche die Emission kausal bedingen, sollen so verborgener Natur sein, daß ihre Gesetze einstweilen nicht anders als auf statistischem Wege zu ermitteln sind. Eine derartige Voraussetzung ist der Physik durchaus nicht fremd, sie wird ja z. B. gemacht in der atomistischen Theorie der chemischen Reaktionen, sowie in der Zerfallstheorie radioaktiver Substanzen.

Wenn aber Emission stattfindet, so soll stets die ganze Schwingungsenergie U emittiert werden, und somit die Schwingung des Oszillators auf Null herabsinken, um dann wieder durch neue Absorption von strahlender Energie anzuwachsen.

Es erübrigt jetzt noch die Fixierung des Gesetzes, welches die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, daß ein Oszillator in dem Augenblick, wo seine Energie ein ganzes Vielfaches von ε erreicht, die Emission vollzieht oder nicht. Denn von diesem Gesetz wird offenbar der statistische Gleichgewichtszustand abhängen, der sich bei dem angenommenen Wechselspiel von Absorption und Emission in dem System der Oszillatoren herausbildet; und zwar wird

[1]) Natürlich darf das elektromagnetische Feld an der Oberfläche des Oszillators nicht als das quasistationäre Feld eines schwingenden Dipols angenommen werden.



offenbar die mittlere Energie $\overline{U}$ der Oszillatoren um so größer sein, je größer die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß in einem solchen kritischen Augenblick *keine* Emission stattfindet. Da nun andererseits die mittlere Energie $\overline{U}$ um so größer sein wird, je größer die Intensität der die Oszillatoren umgebenden Hohlraumstrahlung ist, so setzen wir als Emissionsgesetz das Folgende fest: *Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit, daß keine Emission stattfindet, zu der Wahrscheinlichkeit, daß Emission stattfindet, ist proportional der Intensität der den Oszillator erregenden Schwingung.* Den Wert der Proportionalitätskonstanten bestimmen wir durch die Anwendung auf den speziellen Fall, daß die Strahlungsintensität sehr groß ist. Denn hierfür gelten, wie wir wissen, und zwar für jede beliebig angenommene Periode des Oszillators, die bekannten Formeln der klassischen Dynamik und das aus ihnen resultierende RAYLEIGHsche Strahlungsgesetz.

Durch alle diese Festsetzungen, welche die von mir vor einiger Zeit aufgestellte Hypothese der „Quantenemission" näher präzisieren, sind der Ablauf der betrachteten Strahlungsvorgänge, die Eigenschaften des stationären Zustandes, die Entropie und Temperatur eines Systems von Oszillatoren, sowie die Energieverteilung im Spektrum der schwarzen Strahlung vollständig bestimmt. Die bezüglichen Rechnungen denke ich demnächst in den Annalen der Physik zu veröffentlichen.

Emissionszahl. Akkumulationszeit.

Die im vorstehenden angedeutete Ableitung der Strahlungsformel ist zwar eindeutig und in sich widerspruchsfrei, aber die darin behandelten physikalischen Vorgänge sind in der Natur günstigstenfalls nur in gewisser Annäherung anzutreffen. Zur näheren Untersuchung der bestehenden Abweichungen empfiehlt es sich, die physikalischen Eigenschaften des hier angenommenen idealen Oszillators weiter ins einzelne zu verfolgen und, soweit es möglich ist, mit Beobachtungsergebnissen in Beziehung zu bringen. Dahin gehört die Berechnung der Anzahl der stattfindenden Emissionen, ferner der Akkumulationszeit, d. h. der Zeit, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen eines Oszillators verstreicht.



So ergibt sich in einem System von N stationär bestrahlten Oszillatoren als Emissionszahl pro Zeiteinheit der Wert:

$$\frac{8\pi^2\nu^2}{3c^3L}\cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}\cdot N.$$

Die Emissionszahl wächst also, wie zu erwarten, mit steigender Temperatur, doch nicht unbegrenzt, sondern nur bis zu einem bestimmten Maximum, welches von der Schwingungszahl abhängt. Daraus ergibt sich durch eine einfache Überlegung auch die mittlere Akkumulationszeit, d. h. die Zeit, welche im Mittel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen eines Oszillators verstreicht:

$$\frac{3c^3L}{8\pi^2\nu^2}\cdot e^{\frac{h\nu}{kT}},$$

und die Anzahl der Schwingungen, die ein Oszillator im Mittel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen ausführt:

$$\frac{3c^3L}{8\pi^2\nu}\cdot e^{\frac{h\nu}{kT}}.$$

Um eine Vorstellung von der Größe dieser Zahlen zu bekommen, nehmen wir an, daß die Schwingung eines Oszillators in der Bewegung eines Elektrons von der Ladung e und der Masse m besteht. Dann ist nach den Gleichungen 1) und 2):

$$L=\frac{m}{e^2}.$$

Setzt man noch $\nu=\frac{c}{\lambda}$ und benutzt für $\frac{e}{m}$ den neuesten Wert von BESTELMEYER[1]):

$$\frac{e}{m}=1{,}77\,.\,10^7\,.\,c,$$

ferner:

$e=4{,}69\,.\,10^{-10}$, $c=3\,.\,10^{10}$, $k=1{,}35\,.\,10^{-16}$, $h=6{,}55\,.\,10^{-27}$, so ergibt sich für die mittlere Zahl der ungestörten Schwingungen:

$$1{,}37\,.\,10^{11}\,.\,\lambda\,.\,e^{\frac{1{,}46}{\lambda T}}.$$

Mißt man λ nicht in cm, sondern in μ, so wird daraus:

$$1{,}37\,.\,10^{7}\,.\,\lambda\,.\,e^{\frac{14600}{\lambda T}}.$$

---

[1]) A. BESTELMEYER, Ann. d. Phys. (4) 35, 928, 1911.

Nach der hier behandelten Hypothese muß diese Zahl sehr groß sein, weil sonst dem Absorptionsgesetz seine Grundlage entzogen würde. Das ist nun auch in der Tat unter gewöhnlichen Umständen der Fall. Nur wenn die Temperatur T größer wird als 10^{11}, und zugleich die Wellenlänge λ kleiner als $10^{-6}\,\mu$, würde die Zahl der ungestörten Schwingungen von mittlerer Größenordnung werden können und daher in den angestellten Betrachtungen eine Modifikation eintreten müssen.

Für die Emissionszahl pro Sekunde ergibt sich in denselben Einheiten:

$$\frac{2{,}18 \cdot 10^7}{\lambda^2} \cdot e^{-\frac{14600}{\lambda T}} N,$$

und für die mittlere Akkumulationszeit:

$$4{,}58 \cdot 10^{-8} \cdot \lambda^2 \cdot e^{\frac{14600}{\lambda T}}.$$

Über die näheren Einzelheiten beim Vorgang der Emission, namentlich über die Zahl der emittierten Wellenlängen, sagt die hier behandelte Hypothese nichts aus. Es erscheint naheliegend, dieselbe dahin zu erweitern, daß jede Emission mit der Abgabe oder Aufnahme eines Elektrons verbunden ist. Dies würde natürlich die Einführung einer neuen Energieform: der Energie des freien Elektrons, und daher auch eine neue Betrachtungsweise nötig machen.

Ein anderer Umstand, der beim Vergleich des hier behandelten idealen Falles mit den wirklichen Vorgängen zu berücksichtigen wäre, ist der, daß in Wirklichkeit die Oszillatoren weder linear noch unabhängig voneinander schwingen, sondern sich in unmittelbarer Nachbarschaft gegenseitig stark beeinflussen werden.

Dies sind wohl die hauptsächlichsten Richtungen, nach denen ein weiterer Ausbau der Theorie erfolgen müßte. Die dazu nötigen Anhaltspunkte können natürlich nur aus den Erfahrungen an nicht stationären oder selektiven Vorgängen (Linienspektra, Röntgenstrahlen, Elektronen- und Ionenstrahlen usw.) gewonnen werden. Andeutungen für einen Zusammenhang des universellen Wirkungsquantums h mit anderen Atomkonstanten liegen ja bereits mehrfach vor.

Über einen Zusammenhang zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz.

Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn F. Haber;

von J. Stark.

(Eingegangen am 6. Januar 1912.)

In einer vor vier Jahren erschienenen Abhandlung[1]) und später in anderen Veröffentlichungen[2]) wies ich auf folgenden Zusammenhang zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz eines Valenzelektrons hin. Es sei V die Arbeit, welche bei der totalen Abtrennung eines Valenzelektrons aus seiner Bindung an ein Atom oder mehrere Atome geleistet wird; gemäß dem PLANCKschen Elementargesetz wird dann die größte mögliche Frequenz n des Elektrons aus der Gleichung erhalten:

$$V = hn, \qquad \text{I)}$$

wo $h = 6{,}5 \cdot 10^{-27}$ erg sec das PLANCKsche Wirkungsquantum ist.

Die Bedeutung der obigen Verknüpfung zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz eines Valenzelektrons liegt darin, daß sie gestattet, aus der spektralen Lage der unteren Grenze der Banden des Elektrons einen Schluß zu ziehen auf die energetisch gemessene Stärke der Bindung oder Sättigung des Valenzelektrons. Bereits in meiner ersten Veröffentlichung hierüber habe ich die Gleichung I) auf verschiedene Fälle von Sättigung eines Valenzelektrons (gesättigte, ungesättigte, gelockerte Valenzelektronen) angewendet und andere Autoren, wie W. STEUBING[3]), H. LEY und W. GRÄFE[4]), K. A. HOFMANN und H. KIRMREUTHER[5]), haben die

---

[1]) Phys. ZS. 9. 85, 1908.

[2]) Ebenda 9, 356, 889, 1908; 10, 614, 1909. Eine Übersicht über diese und ähnliche Veröffentlichungen ist in meinem Buche gegeben: Die elementare Strahlung. Leipzig, S. Hirzel, 1911.

[3]) W. STEUBING, Phys. ZS. 10, 787, 1909; Ann. d. Phys. (4) 33, 553, 1910.

[4]) H. LEY u. W. GRÄFE, ZS. f. wiss. Photogr. 8, 294, 1910.

[5]) K. A. HOFMANN u. H. KIRMREUTHER, ZS. f. phys. Chem. 71, 312, 1910.

von mir angegebene Beziehung zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung gefunden; kürzlich hat auch A. SOMMERFELD[1]) in seinen Ausführungen über das PLANCKsche Wirkungsquantum darauf verwiesen.

Es ist darum schwer zu verstehen, daß Herr F. HABER[2]) in einer kürzlich erschienenen Mitteilung die von mir angegebene Beziehung zwischen chemischer Energie und optischer Frequenz scheinbar als neu wiederholt und lediglich am Schlusse seiner Mitteilung auf meine „freilich sehr verschieden gearteten Betrachtungen" hinweist. Inwieweit in diesem Punkte Herr HABER gegenüber meinen Arbeiten prinzipiell etwas Neues bringt, möge der Leser auf Grund eines Vergleiches zwischen folgenden Darlegungen von mir und Herrn HABER selbst beurteilen.

Ich schrieb Phys. ZS. 9, 87, 1908: „Es sei $V(V_u, V_g, V_o)$ die maximale potentielle Energie eines aus seiner Bindung gelösten Valenzelektrons, V sei in Erg ausgedrückt. Die kleinste Wellenlänge, welche das Valenzelektron bei seiner Wiederanlagerung emittieren kann, besitzt dann gemäß dem PLANCKschen Gesetz ($e = h_0 n = h_0 c\,\lambda$) den Wert:

$$\lambda = h_0 \frac{c}{e} = h_0 \frac{c}{V} = \frac{6{,}55\,.\,10^{-27}\,.\,3\,.\,10^{10''}}{V}.$$

Herr HABER schreibt Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1119, 1911: „Da das Produkt $h\nu$ eine Energie darstellt, so liegt seine Verknüpfung mit der chemischen Energie besonders nahe. — Von diesen Überlegungen ausgehend habe ich mir die Frage vorgelegt, zu welchen Folgerungen man gelangt, wenn man h als den Arbeitsbetrag auffaßt, welcher erforderlich ist, um einem Atom oder Molekül ein Elektron von der Frequenz 1 zu entreißen."

Die vorstehende Fragestellung des Herrn bedeutet nichts anderes als eine spezialisierte Lesart der von mir gegebenen Gleichung $V = hn$. Und die sich hieran anschließenden Ausführungen des Herrn HABER sind ebenfalls nur eine Anwendung dieser allgemeinen Gleichung auf einen Spezialfall. Herr HABER

[1]) A. SOMMERFELD, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1057, 1911.

[2]) F. HABER, ebenda S. 1117, 1911; Veröff. d. Kaiser-Wilhelms-Instituts f. phys. Chem. u. Elektrochem. Nr. 1.

schreibt nämlich weiter: „Ich füge nun die zweite Vorstellung[1]) hinzu, daß die auf den beiden Seiten des Gleichheitszeichens einer chemischen Reaktionsgleichung stehenden Stoffe durch die Zahl der einem jeden Stoffe eigentümlichen Elektronen und deren Frequenzen gekennzeichnet sind. Ich denke mir also, um einen einfachen Fall zu wählen, einen Stoff a, gekennzeichnet durch die Elektronen $a', a'' \ldots$, einen Stoff b, gekennzeichnet durch die Elektronen $b', b'', \ldots$, und einen Stoff c, entsprechend gekennzeichnet durch die Elektronen $c', c'', \ldots$. Zwischen diesen Stoffen soll eine chemische Reaktionsgleichung bestehen, welche lautet:

$$a + b = c.$$

Dies besagt, daß sich c aus denselben Atomen wie a und b zusammensetzt. Es folgt dann, daß ein identisches Gebilde erhalten wird, wenn man an dem Gemenge der Stoffe $a + b$ einerseits und an ihrer Verbindung c andererseits eine gleichartige Operation vornimmt, indem man nämlich einerseits dem Stoffe a die für ihn kennzeichnenden Elektronen $a', a'' \ldots$ und ebenso dem Stoffe b die Elektronen $b', b'' \ldots$ entreißt, andererseits genau so mit der Verbindung c verfährt. Zu dieser Entreißung von Elektronen bedarf es einer Reihe von Arbeitsgrößen, die nach der Ausgangsvorstellung die Beträge besitzen:

$$h\nu_{a'},\ h\nu_{a''},\ \ldots\ h\nu_{b'},\ h\nu_{b''},\ \ldots\ h\nu_{c'},\ h\nu_{c''}\ \ldots$$

Mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie ergibt sich dann ohne weiteres:

$$Q = h(\nu_{c'} + \nu_{c''} \ldots - \nu_{a'} - \nu_{a''} \ldots - \nu_{b'} - \nu_{b''} \ldots) \qquad 2)$$

oder allgemein:

$$\frac{Q}{h} = \Sigma\nu_{\text{entstehend}} - \Sigma\nu_{\text{verschwindend}}." \qquad 2a)$$

Daß Herr Haber mit diesen Ausführungen die von mir vertretene Vorstellung über die Valenzelektronen und die von mir aufgestellte Beziehung $V = hn$ lediglich variiert, ist leicht zu zeigen.

Für die bei der Abtrennung oder Entreißung eines Elektrons geleistete Arbeit führt Herr Haber kein Zeichen ein, ich wählte

---

[1]) Anmerkung d. Verfassers (Stark): Durch die von mir aufgestellte Valenzhypothese (Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. 5, 124, 1908) wird einem jeden chemischen Atom in einem Molekül eine bestimmte Anzahl von Valenzelektronen von bestimmter Bindung und optischer Frequenz zugewiesen.



dafür das Zeichen V. Ersetzt man in der Gleichung I) das Zeichen n für die Frequenz durch ν, so resultieren für die Valenzelektronen der Stoffe a, b und c die einzelnen Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} V_{a'} = h\nu_{a'},\ V_{a''} = h\nu_{a''} \ldots \\ V_{b'} = h\nu_{b'},\ V_{b''} = h\nu_{b''} \ldots \\ V_{c'} = h\nu_{c'},\ V_{c''} = h\nu_{c''} \ldots \end{array}\right\} \qquad \text{II)}$$

Die energetische Differenz zwischen der Bindung der Elektronen im Stoff c und der Bindung in a und b ist nach einem bekannten Satz der Thermodynamik gleich

$$Q = (V_{c'} + V_{c''} + \cdots) - (V_{a'} + V_{a''} \cdots + V_{b'} + V_{b''} \cdots).$$

Durch Kombination mit Gleichung I) bzw. II) folgt:

$$Q = h\nu_{c'} + h\nu_{c''} \cdots - h\nu_{a'} - h\nu_{a''} \cdots - h\nu_{b'} - h\nu_{b''} \cdots$$

Aachen, Physik. Institut der Techn. Hochschule, 4. Jan. 1912.

Über induzierte Ströme in einem ruhenden Netze linearer Leiter und das Prinzip der kleinsten Aktion;

von Josef Loif.

Aus dem math.-phys. Kabinett der Universität Graz;
Vorstand: Prof. WASSMUTH.

(Eingegangen am 8. Januar 1912.)

Die Herren HÖLDER und VOSS[1]) haben bekanntlich das Prinzip der kleinsten Aktion für rein mechanische Vorgänge in der allgemeinsten Weise angegeben. Soll aber dieses Prinzip auch zur Beschreibung von nicht rein mechanischen, aber reversiblen Prozessen, z. B. der der Thermodynamik, Thermoelastizität, Elektrodynamik usw. verwendet werden, so empfiehlt sich die von A. WASSMUTH[2]) angegebene Form:

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta H . dt + (H + E) d\delta t + \delta U . dt] = 0, \qquad 1)$$

worin H das kinetische Potential, das eine Funktion der allgemeinen Koordinaten p_i und der $\dot{p}_i = \frac{d p_i}{dt}$ sein soll, sowie $\delta U = \sum_{i=1}^{n} P_i \delta p_i$ die elementare äußere Arbeit vorstellen und die Größe E, die sich als die Energie erweist, definiert ist durch:

$$E = \sum_{i=1}^{n} \dot{p}_i \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} - H. \qquad 2)$$

Diese Form gilt, vorausgesetzt, daß die Zeit t explizit nicht auftritt, sowohl dann, wenn die Koordinaten $p_1 \ldots p_n$ vollständig voneinander unabhängig sind, als auch dann, wenn zwischen ihnen Bedingungsgleichungen bestehen. In beiden Fällen gelangt man zu den von H. v. HELMHOLTZ aufgestellten Gleichungen, die

---

[1]) Vgl. Göttinger Nachrichten 1896 u. 1900.

[2]) A. WASSMUTH, Die Bewegungsgleichungen des Elektrons und das Prinzip der kleinsten Aktion. Sitzungsber. der k. Wiener Akad. 120 [2a], 161—164, 1911.

*

den LAGRANGEschen analog sind. Bildet man nämlich die Variation $\delta \dot{\psi}$ einer Geschwindigkeit nach der Regel:

$$\delta \dot{\psi} = \frac{d \delta \psi}{dt} - \dot{\psi} \frac{d \delta t}{dt},$$

so findet man mit Rücksicht auf 2):

$$\delta H . dt = dt \sum \frac{\partial H}{\partial p_i} \delta p_i + \frac{d}{dt} \left[\sum \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \delta p_i \right] dt - \sum \delta p_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \right) - (E + H) \frac{d \delta t}{dt} dt,$$

und

$$\left. \begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_1} [\delta H . dt + (H + E) d \delta t + \delta U . dt] \\ & = \int_{t_0}^{t_1} dt \sum \delta p_i \left[\frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \right) + P_i \right] = 0 \end{aligned} \right\} \qquad 3)$$

da das Glied $\sum \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \delta p_i$ an den Grenzen verschwindet. Sind nun I. sämtliche p_i voneinander unabhängig, so ergeben sich aus 3) die von HELMHOLTZ aufgestellten verallgemeinerten LAGRANGEschen Gleichungen von der Form:

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \right) + P_i = 0; \qquad i = 1, 2 \ldots n. \qquad 4)$$

Bestehen hingegen II. zwischen den n Koordinaten p_i $\sigma \leqq n - 1$ Bedingungsgleichungen von der Form:

$$\left. \begin{aligned} \pi_1^{(1)} \delta p_1 + \pi_2^{(2)} \delta p_2 + \cdots + \pi_n^{(1)} \delta p_n &= 0 \\ \pi_1^{(2)} \delta p_1 + \pi_2^{(2)} \delta p_2 + \cdots + \pi_n^{(2)} \delta p_n &= 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ \pi_1^{(\sigma)} \delta p_1 + \pi_2^{(\sigma)} \delta p_2 + \cdots + \pi_n^{(\sigma)} \delta p_n &= 0 \end{aligned} \right\} \qquad 5)$$

so multipliziere man diese Bedingungsgleichungen der Reihe nach mit den unbestimmten Koeffizienten $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_\sigma$ und addiere sie zu 3); dann ergeben sich auch für diesen Fall die LAGRANGEschen Gleichungen:

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{d H}{\partial \dot{p}_i} \right) + P_i = \sum_{l=1}^{\sigma} \pi_i^{(l)} \lambda_l; \qquad i = 1, 2 \ldots n. \qquad 4')$$

Die Gleichungen 4′), der Reihe nach mit $\dot{p}_1 \ldots \dot{p}_n$ multipliziert und addiert, ergeben, in bekannter Weise vorgehend, für die

Energie E wieder den Ausdruck 2). Beide Fälle finden eine treffliche Veranschaulichung bei der Betrachtung eines ruhenden Netzwerkes linearer Leiter, in denen induzierte Ströme auftreten, die als zyklische Geschwindigkeiten aufgefaßt werden sollen. Von jenen Koordinaten, die die Lage der einzelnen Leiter bestimmen (Positionskoordinaten), werde im folgenden abgesehen.

Denkt man sich einerseits nach HELMHOLTZ [1]) das ganze Netzwerk zerlegt in eine Reihe von geschlossenen Umläufen, von denen jeder für sich eine bestimmte, auf der ganzen Bahn überall gleiche Stromstärke $\dot{p}_i = J_i$ aufweist, so sind nun alle $\dot{p}_i$ und demnach auch alle p_i voneinander unabhängig und es liegt der erste Fall vor.

Legt man aber zweitens jedem einzelnen Zweige, wie es gewöhnlich geschieht, eine eigene Stromstärke $\dot{p}'_\nu = i_\nu$ bei (wir wollen diesen Fall den KIRCHHOFFschen nennen), so bestehen nach dem Satze von den Knotenpunkten zwischen diesen einzelnen Stromstärken i_ν und somit auch zwischen den p'_ν lineare Bedingungen von der Form 5), wobei die π nur die Werte $0, \pm 1$ annehmen können, und es liegt der zweite Fall vor.

Behandelt man, wie dies im nachfolgenden geschehen soll, ein Netzwerk sowohl nach der ersten wie nach der zweiten Art, so müssen sich zwischen den Induktionskoeffizienten in der HELMHOLTZschen und in der KIRCHHOFFschen Darstellungsweise gewisse Beziehungen ergeben. Diese abzuleiten soll die Aufgabe der nachfolgenden Untersuchung sein.

Wir denken uns ein ruhendes Netzwerk linearer Leiter mit μ Knotenpunkten; jeder Knotenpunkt sei mit allen übrigen durch je einen Draht verbunden, so daß das ganze Netzwerk aus

$$m = \binom{\mu}{2}$$

Zweigen besteht. Um zunächst nach HELMHOLTZ die Induktionsgesetze für dieses Netzwerk abzuleiten, haben wir dieses in die kleinste Anzahl von geschlossenen Umläufen zu zerlegen; die Stromstärke auf dem ersten Umlaufe, die wir überall als gleich voraussetzen, werde mit J_1 bezeichnet, die auf dem zweiten Umlaufe mit J_2 ...; den Selbstinduktionskoeffizienten des ersten Umlaufes nennen wir A_{11}, den des zweiten A_{22}, und den gegenseitigen Induktionskoeffizienten A_{12} ...; den Widerstand des ersten

[1]) HELMHOLTZ, Wissenschaftliche Abhandlungen 1, 435 u. 436.



Umlaufes bezeichnen wir mit b_{11}, den des zweiten mit b_{22} ...; den gemeinsamen Widerstand des ersten und zweiten Umlaufes mit b_{12}, wobei b_{12} positiv oder negativ zu nehmen ist, je nachdem J_1 und J_2 gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben.

Ebenso seien die gesamten elektromotorischen Kräfte auf den einzelnen Umläufen durch E'_1, E'_2 ... E'_n ausgedrückt.

Es handelt sich zunächst darum, die kleinste Anzahl von Umläufen zu ermitteln, in die ein Netzwerk von Leitern, das μ Knotenpunkte enthält, zerlegt werden kann.

Verbinden wir zwei Knotenpunkte p und q miteinander und bezeichnen die Stromstärke auf diesem Zweige im Sinne KIRCHHOFFS mit i_{pq}, so bestehen zwischen den m Größen i_{pq} noch $\mu - 1$ Bedingungsgleichungen wegen des Satzes von den Knotenpunkten, so daß

$$m - (\mu - 1) = \binom{\mu - 1}{2}$$

die kleinste Anzahl von Freiheitsgraden ist, welche das System besitzt. Es müssen daher

$$n = \binom{\mu - 1}{2}$$

voneinander unabhängige Größen:

$$\eta_1, \eta_2 \ldots \eta_n$$

zur eindeutigen Beschreibung des ganzen Problems hinreichen.

Die Stromstärken J_1, J_2 ... J_n der einzelnen Umläufe im Sinne von HELMHOLTZ sind dann gegeben durch:

$$J_1 = \frac{d\eta_1}{dt} \ldots J_n = \frac{d\eta_n}{dt}.$$

Es ist also $n = \binom{\mu - 1}{2}$ die kleinste Anzahl der Umläufe.

Wir bezeichnen die Knotenpunkte der Reihe nach mit

$$1, 2, 3 \ldots \mu - 2, \mu - 1, \mu$$

und ordnen sie in Gruppen nach folgendem Schema an:

$1, 2, 3, 4, 5 \ldots \mu - 1, \mu, 1$	$2, 3, 4, 5 \ldots \mu - 1, \mu, 2$	...	$\mathfrak{r}, \mathfrak{r}+1, \mathfrak{r}+2 \ldots \mu - 1, \mu, \mathfrak{r}$
$1, 3, 4, 5 \ldots \mu - 1, \mu, 1$	$2, 4, 5 \ldots \mu - 1, \mu, 2$	...	$\mathfrak{r}, \mathfrak{r}+1, \mathfrak{r}+3 \ldots \mu, \mathfrak{r}$
$1, 4, 5 \ldots \mu, 1$	$2, 5 \ldots \mu, 2$	...	$\mathfrak{r}, \mathfrak{r}+s, \mathfrak{r}+s+1 \ldots \mu, \mathfrak{r}$
⋮	⋮	...	....
$1, \mu - 1, \mu, 1$	$2, \mu - 1, \mu, 2$	...	$\mathfrak{r}, \mu - 1, \mu, \mathfrak{r}$
Erste Gruppe	Zweite Gruppe		$\mathfrak{r}$ te Gruppe

und die letzte Gruppe enthält bei dieser Anordnung die Knotenpunkte $\mu - 2$, $\mu - 1$, μ, $\mu - 2$; es durchläuft also $\mathfrak{r}$, d. i. die An-

zahl der Gruppen, die Werte 1, 2 ... $\mu - 2$, d. h. wir erhalten nach diesem Schema $\mu - 2$ Gruppen. Die in einer und derselben Horizontalreihe derselben Gruppe befindlichen Knotenpunkte, miteinander verbunden, geben einen geschlossenen Umlauf. Die erste Gruppe enthält demnach $\mu - 2$ Umläufe, die zweite $\mu - 3$ Umläufe, die $\mathfrak{r}$te $(\mu - \mathfrak{r} - 1)$ und die $(n - 2)$te Gruppe einen Umlauf. Die Gesamtzahl der Umläufe, die wir nach diesem Verfahren erhalten, ist gegeben durch:

$$\sum_{\mathfrak{r}=1}^{\mu-2} (\mu - \mathfrak{r} - 1) = \binom{\mu - 1}{2} = n,$$

erreicht also die vorgeschriebene Anzahl n.

Wir führen nun, entsprechend der gegebenen Anordnung, für die Stromstärken der einzelnen Umläufe neue Bezeichnungen ein, indem wir die Stromstärke des ersten Umlaufes der ersten Gruppe mit $J_{1,1}$ bezeichnen, die des zweiten Umlaufes der ersten Gruppe mit $J_{1,2}$ usw., die Stromstärke des ersten Umlaufes der zweiten Gruppe mit $J_{2,1}$ ... und allgemein die Stromstärke des $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe mit $J_{\mathfrak{r},s}$, d. h. wir setzen also:

$$J_{\mathfrak{r},s} = J_{\nu},$$

wobei $\mathfrak{r} = 1, 2 \ldots \mu - 2$, $s = 1, 2 \ldots \mu - \mathfrak{r} - 2$, $\nu = 1, 2 \ldots n$ wird.

Um nun die Gleichungen für die Induktion in der von Helmholtz gegebenen Form zu erhalten, müssen wir einerseits zu jedem Wertepaare $\mathfrak{r}, s$ das zugehörige ν, und andererseits für ein gegebenes ν das zugehörige Wertepaar $\mathfrak{r}, s$ angeben können. Da der $\mathfrak{r}$ten Gruppe $(\mathfrak{r} - 1)$ Gruppen mit insgesamt $\left(\mu - 1 - \frac{\mathfrak{r}}{2}\right)(\mathfrak{r} - 1)$ Umläufen vorausgehen, so ist für den $s$ten Umlauf der $\mathfrak{r}$ten Gruppe:

$$\nu = \left(\mu - 1 - \frac{\mathfrak{r}}{2}\right)(\mathfrak{r} - 1) + s. \tag{6}$$

Hätten wir z. B. ein Netzwerk mit 10 Knotenpunkten, so erhalten wir nach obigem Schema 8 Gruppen mit insgesamt $\binom{9}{2} = 36$ Umläufen. Um ferner etwa jenes ν zu finden, welches dem vierten Umlaufe der dritten Gruppe entspricht, setzen wir in 6) $\mu = 10$, $\mathfrak{r} = 3$, $s = 4$ und erhalten $\nu = 19$ oder $J_{3,4} = J_{19}$, d. h. die Stromstärke des vierten Umlaufes der dritten Gruppe ist gleich der Stromstärke des 19. Umlaufes. Um umgekehrt für ein gegebenes ν die zugehörigen Werte von $\mathfrak{r}$ und s zu finden,

d. h. also um angeben zu können, auf welchem Umlaufe der Strom J_ν fließt, suchen wir aus 6):

$$\mathfrak{r} = \frac{(2\mu - 1) - \sqrt{(2\mu - 3)^2 - 8(\nu - s)}}{2}. \qquad 6')$$

Da $\mathfrak{r}$ nur eine positive, ganze Zahl im Intervall $1, 2 \ldots \mu - 2$ sein kann, wählen wir s so, daß der Radikand für gegebene Werte von μ und ν das Quadrat einer positiven ganzen Zahl wird. Dieser spezielle Wert von s, der der Zahlenreihe $1, 2 \ldots \mu - 2$ angehören muß, wird in 6') eingesetzt und liefert das gesuchte $\mathfrak{r}$. Ist z. B. für ein Netzwerk mit 10 Knotenpunkten jener Umlauf anzugeben, dessen Stromstärke J_8 ist, so folgt aus 6') wegen $\mu = 10$ und $\nu = 8$:

$$\mathfrak{r} = \frac{19 - \sqrt{225 + 8s}}{2};$$

für den speziellen Wert $s = 8$ wird nun:

$$\mathfrak{r} = \frac{19 - \sqrt{289}}{2} = 1;$$

d. h. es ist J_8 die Stromstärke des achten Umlaufes der ersten Gruppe.

Das kinetische Potential H_η erscheint hier als quadratische Form der n Größen $\dot\eta_1, \dot\eta_2 \ldots \dot\eta_n$.

Soll ferner die in den einzelnen Drähten als JOULEsche Wärme auftretende Energie berücksichtigt werden, so müssen wir, da das Prinzip der kleinsten Aktion in seiner Anwendbarkeit auf reversible Vorgänge beschränkt ist, diese irreversible Wirkung nach dem Vorgange von HELMHOLTZ dadurch berücksichtigen, daß wir sie als eine äußere Kraft einführen, die eine Verminderung der Energie des Systems bewirkt[1]).

Ist

$$F_1 = \tfrac{1}{2} b_{11} \dot\eta_1^2 + \tfrac{1}{2} b_{22} \dot\eta_2^2 + b_{12} \dot\eta_1 \dot\eta + \cdots$$

die von RAYLEIGH eingeführte Zerstreuungsfunktion, so ist der Betrag dieser Energieänderung:

$$-\sum_{\nu=1}^{n} \frac{\partial F_1}{\partial \dot\eta_\nu} \delta \eta_\nu = -\left[(b_{11} \dot\eta_1 + b_{12} \dot\eta_2 + \cdots) \delta \eta_1 + \cdots\right].$$

[1]) PLANCK, Acht Vorlesungen über theoretische Physik, S. 102.

Die allgemeinen Gleichungen der Induktion nach Helmholtz für ein Netzwerk linearer Leiter lauten dann, entsprechend den Gleichungen 4), wobei das Glied $\frac{\partial H}{\partial \eta_\nu} = 0$ wird:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(A_{11}J_1 + A_{12}J_2 + \cdots + A_{1,n}J_n) \\
&\qquad = E'_1 - (b_{11}J_1 + b_{12}J_2 + \cdots + b_{1n}J_n) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\frac{d}{dt}(A_{1\nu}J_1 + A_{2\nu}J_2 + \cdots + A_{\nu\nu}J_\nu + \cdots + A_{\nu n}J_n) \\
&\qquad = E'_\nu - (b_{1\nu}J_1 + \cdots + b_{\nu\nu}J_\nu + \cdots + b_{\nu n}J_n) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\frac{d}{dt}(A_{1n}J_1 + A_{2n}J_2 + \cdots + A_{nn}J_n) \\
&\qquad = E'_n - (b_{1n}J_1 + \cdots + b_{nn}J_n)
\end{aligned}\right\} \quad 7)$$

Dabei ist

$E'_\nu \;= E'_{\mathfrak{r},s}$ die Summe aller auf dem Umlaufe $\mathfrak{r}s$ vorhandenen elektromotorischen Kräfte;

$A_{\nu\nu} = A_{\mathfrak{r}s,\mathfrak{r}s}$ der Selbstinduktionskoeffizient des $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe;

$A_{\nu\nu'} = A_{\mathfrak{r}s,\mathfrak{r}'s'}$ der Induktionskoeffizient des $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe auf den Umlauf s' in der Gruppe $\mathfrak{r}'$;

$b_{\nu\nu} \;= b_{\mathfrak{r}s,\mathfrak{r}s}$ der Gesamtwiderstand des $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe;

$b_{\nu\nu'} = b_{\mathfrak{r}s,\mathfrak{r}'s'}$ der Widerstand, den die Umläufe ν und ν' gemeinsam haben.

Um ohne Benutzung der Helmholtzschen Zerlegung die Gleichungen der Induktion für ein gegebenes Netzwerk abzuleiten, verfahren wir folgendermaßen:

Wir bezeichnen die Stromstärke auf dem Zweige pq im Sinne Kirchhoffs mit i_{pq}, den Widerstand mit w_{pq} und die elektromotorische Kraft auf diesem Zweige mit E_{pq}; der Selbstinduktionskoeffizient dieses Zweiges werde mit $a_{pq,pq}$, der Induktionskoeffizient des Zweiges pq auf den Zweig $\mathfrak{r}s$ mit $a_{pq,\mathfrak{r}s}$ bezeichnet.

Das elektrokinetische Potential H_s ist in diesem Falle eine quadratische Form der $m = \binom{\mu}{2}$ Größen $i_{pq} = \dot{\varepsilon}_{pq}$, wenn die Stromstärke i_{pq} als zyklische Geschwindigkeit der Größe ε_{pq} aufgefaßt wird. Zwischen den $\dot{\varepsilon}_{pq}$ bestehen aber (im Gegensatze zu den früher eingeführten Größen $\dot{\eta}_\nu$) noch $\mu - 1$ Bedingungsgleichungen von der Form:

$$\left.\begin{array}{l} i_{12} + i_{13} + \cdots + i_{1\mu} = 0 \\ i_{21} + i_{23} + \cdots + i_{2\mu} = 0 \\ \vdots \\ i_{\mu-1,1} + i_{\mu-1,2} + \cdots + i_{\mu-1,\mu} = 0 \end{array}\right\} \quad 8)$$

wobei jene i_{pq} als positiv betrachtet werden, die mit den J in derselben Richtung fließen. Aus 8) ergibt sich:

$$\left.\begin{array}{l} \delta\varepsilon_{12} + \delta\varepsilon_{13} + \cdots + \delta\varepsilon_{1\mu} = 0 \\ \delta\varepsilon_{21} + \delta\varepsilon_{23} + \cdots + \delta\varepsilon_{2\mu} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \delta\varepsilon_{\mu-1,1} + \delta\varepsilon_{\mu-1,2} + \cdots + \delta\varepsilon_{\mu-1,\mu} = 0 \end{array}\right\} \quad 8')$$

Es sind also die Variationen der m Größen ε_{pq} nicht mehr willkürlich, sondern an die $(\mu - 1)$ Gleichungen 8′) gebunden; multiplizieren wir die Gleichungen 8′) mit den Koeffizienten λ_1 $\lambda_2 \ldots \lambda_{\mu-1}$ und verfahren analog wie auf S. 124, so erhalten wir die Gleichungen für die Induktion, in denen jetzt $(\mu - 1)$ Parameter λ auftreten.

Für die einzelnen Zweige des $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe lauten diese Gleichungen mit Rücksicht auf die Zerstreuungsfunktion[1]) F_2:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_s}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}}\right) = E_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s} - i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}\, w_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s} + \lambda_{\mathfrak{r}} - \lambda_{\mathfrak{r}+s} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_s}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}}\right) = E_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1} - i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}\, w_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1} \\ \qquad\qquad + \lambda_{\mathfrak{r}+s} - \lambda_{\mathfrak{r}+s+1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_s}{\partial i_{\mu-2,\mu-1}}\right) = E_{\mu-2,\mu-1} - i_{\mu-2,\mu-1}\, w_{\mu-2,\mu-1} \\ \qquad\qquad + \lambda_{\mu-2} - \lambda_{\mu-1} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_s}{\partial i_{\mu-1,\mu}}\right) = E_{\mu-1,\mu} - i_{\mu-1,\mu}\, w_{\mu-1,\mu} + \lambda_{\mu-1} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_s}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}\right) = E_{\mu\mathfrak{r}} - i_{\mu\mathfrak{r}}\, w_{\mu\mathfrak{r}} - \lambda_{\mathfrak{r}} \end{array}\right\} \quad 9)$$

für
$$\mathfrak{r} = 1, 2 \ldots \mu - 2$$
$$s = 1, 2 \ldots \mu - \mathfrak{r} - 1$$

erhalten wir die Gleichungen für sämtliche Zweige des Netzes.

[1]) $2F_2 = \sum_{\mathfrak{r}=1,s=1}^{\mu-1,\mu-1} w_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}\, i^2_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}$, wobei $\mathfrak{r} + s \leqq \mu$ zu nehmen ist.

Es soll nun der Zusammenhang zwischen den Gleichungen 7) und 9) ermittelt werden.

Nach dem Verfahren von HELMHOLTZ erhalten wir n Gleichungen zwischen den n voneinander unabhängigen Größen $\dot\eta_1', \dot\eta_2 \ldots \dot\eta_n$; die Gleichungen 9) liefern $m = \binom{\mu}{2}$ Gleichungen für die m Größen $\dot\varepsilon_{qp}$, die aber $\mu - 1$ Parameter $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_{\mu-1}$ enthalten.

Um nun den Zusammenhang beider Gruppen von Gleichungen zu finden, suchen wir die Beziehung zwischen den n Größen J_ν und den m Größen i_{pq}. Fassen wir die Stromstärke i_{pq} auf dem Zweige pq als das Ergebnis sämtlicher auf diesem Zweige fließenden Ströme der Gattung J auf, so ist i_{pq} als lineare Funktion der J_ν darstellbar, und dieser lineare Zusammenhang ist — die frühere Zerlegung des Stromnetzes vorausgesetzt — gegeben durch die Gleichungen:

$$i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+1} = J_{\mathfrak{r},1} + \sum_{\varrho=1}^{\mathfrak{r}-1} J_{\varrho,1} + \sum_{\varrho=1}^{\mathfrak{r}-2} J_{\varrho,2} + \cdots + \sum_{\varrho=1}^{\mathfrak{r}-(\mathfrak{r}-1)} J_{\varrho,\mathfrak{r}-1}, \text{ für } \mathfrak{r} = 1, 2 \ldots \mu - 1^{1)};$$

$$\left.\begin{aligned} i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+2} &= J_{\mathfrak{r},2} \\ i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+3} &= J_{\mathfrak{r},3} \\ &\vdots \\ i_{\mathfrak{r},\mu-1} &= J_{\mathfrak{r},\mu-\mathfrak{r}-1} \end{aligned}\right\} \mathfrak{r} = 1, 2 \ldots \mu - 3 \qquad 10)$$

$$i_{\mu\mathfrak{r}} = J_{\mathfrak{r},1} + J_{\mathfrak{r},2} + \cdots + J_{\mathfrak{r},\mu-\mathfrak{r}-1}, \quad \text{für } \mathfrak{r} = 1, 2 \ldots \mu - 2.$$

Führen wir im elektrokinetischen Potential

$$H_\varepsilon = \tfrac{1}{2} a_{12,12} i_{12}^2 + \tfrac{1}{2} a_{13,13} i_{13}^2 + a_{12,13} i_{12} i_{13} + \cdots$$

für die i_{pq} die Ausdrücke 10) ein, so gehe H_ε über in

$$2 H_\eta = A_{11} J_1^2 + 2 A_{12} J_1 J_2 + A_{22} J_2^2 + \cdots;$$

um die Abhängigkeit der Koeffizienten $A_{11}, A_{22}, A_{12} \ldots$ von den $a_{12,12}, a_{13,13}, a_{12,13} \ldots$ klarzulegen, differentiieren wir H_ε unter Berücksichtigung der Gleichungen 10) nach J_ν:

$$\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial J_\nu} = \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial J_{\mathfrak{r}s}} = \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} \frac{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}}{\partial J_\nu} + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}} \cdot \frac{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}}{\partial J_\nu} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}} \cdot \frac{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}{\partial J_\nu};$$

da die Gleichungen 10) linear sind, ist

$$\frac{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}}{\partial J_\nu} = \frac{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}}{\partial J_\nu} = \cdots = \frac{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}{\partial J_\nu} = 1,$$

also

$$\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial J_\nu} = \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}. \qquad 11)$$

[1]) Dabei ist für $\mathfrak{r} = \mu - 1$ das erste Glied $J_{\mathfrak{r},1} = J_{\mu-1,1} = 0$.

Wie man aus 11) ersieht, treten auf der rechten Seite die Differentialquotienten des H_ε nach jenen i_{pq} auf, die auf den einzelnen Zweigen des νten bzw. $s$ten Umlaufes der $\mathfrak{r}$ten Gruppe fließen.

Andererseits ist

$$\frac{\partial H_\eta}{\partial J_\nu} = A_{\nu 1} J_1 + A_{\nu 2} J_2 + \cdots + A_{\nu\nu} J_\nu + \cdots + A_{\nu n} J_n. \quad 11')$$

Aus den Gleichungen 11) und 11') folgt wegen

$$\frac{\partial^2 H_\eta}{\partial J_\nu^2} = \frac{\partial^2 H_\varepsilon}{\partial J_\nu^2}$$

$$A_{\nu\nu} = \frac{\partial^2 H_\varepsilon}{\partial i^2_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}} + 2\,\frac{\partial^2 H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}\,\partial i_{\mathfrak{r}+s,\,\mathfrak{r}+s+1}} + \frac{\partial^2 H_\varepsilon}{\partial i^2_{\mathfrak{r}+s,\,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial^2 H_\varepsilon}{\partial i^2_{\mu\,\mathfrak{r}}},$$

oder in symbolischer Darstellung:

$$A_{\nu\nu} = \left[\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\,\mathfrak{r}}}\right]^{(2)}; \quad 12)$$

auf analoge Weise erhalten wir für den gegenseitigen Induktionskoeffizienten:

$$\left.\begin{aligned} A_{\nu\nu'} = A_{\mathfrak{r}s,\,\mathfrak{r}'s'} &= \frac{\partial}{d i_{\mathfrak{r}',\,\mathfrak{r}'+s'}}\left(\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\,\mathfrak{r}}}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial i_{\mathfrak{r}'+s',\,\mathfrak{r}'+s'+1}}\left(\frac{\partial H_\varepsilon}{d i_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\,\mathfrak{r}}}\right) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &+ \frac{\partial}{d i_{\mu\,\mathfrak{r}'}}\left(\frac{\partial H_\varepsilon}{d i_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}} + \cdots + \frac{\partial H_\varepsilon}{\partial i_{\mu\,\mathfrak{r}}}\right). \end{aligned}\right\} 12')$$

Wie man aus diesen Gleichungen ersieht, hängen die $A_{\nu\nu}$ und $A_{\nu\nu'}$ in linearer Weise von den $a_{pq,\,\mathfrak{r}s}$ ab; wegen der Vertauschbarkeit der Differentiationsordnung folgt unmittelbar:

$$A_{\mathfrak{r}s,\,\mathfrak{r}'s'} = A_{\mathfrak{r}'s',\,\mathfrak{r}s}.$$

Durch ein ähnliches Verfahren lassen sich auch die Widerstände der einzelnen Zweige des νten Umlaufes direkt angeben. Führen wir in die Zerstreuungsfunktion

$$2F_2 = \sum_{\mathfrak{r}=1,\,s=1}^{\mu-1,\,\mu-1} w_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}\, i^2_{\mathfrak{r},\,\mathfrak{r}+s}, \text{ wobei } \mathfrak{r} + s \leqq \mu,$$

für die i_{pq} mittels der Gleichungen 10) die J_ν ein, so gehe F_2 über in:

$$2F_1 = b_{11}J_1^2 + 2b_{12}J_1J_2 + \cdots + b_{\nu\nu}J_\nu^2 + \cdots + b_{nn}J_n^2;$$

ferner ist

$$\frac{\partial F_2}{\partial J_\nu} = \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}$$
$$= i_{\mathfrak{r}+s}w_{\mathfrak{r}+s} + i_{\mathfrak{r}+s+1}w_{\mathfrak{r}+s+1} + \cdots + i_{\mu\mathfrak{r}}w_{\mu\mathfrak{r}} \qquad 13)$$

und

$$\frac{\partial F_1}{\partial J_\nu} = b_{\nu 1}J_1 + b_{\nu 2}J_2 + \cdots + b_{\nu n}J_n. \qquad 13')$$

Aus 13) und 13′) folgt dann:

$$b_{\nu\nu} = \frac{\partial^2 F_2}{\partial i_{\mathfrak{r}+s}^2} + \frac{\partial^2 F_2}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}^2} + \cdots + \frac{\partial^2 F_2}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}^2}$$
$$= w_{\mathfrak{r}+s} + w_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1} + \cdots + w_{\mu\mathfrak{r}} \qquad 14)$$

und

$$\left.\begin{aligned} b_{\nu\nu'} = & \frac{\partial}{\partial i_{\mathfrak{r}',\mathfrak{r}'+s'}}\left(\frac{\partial F_2}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} + \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1}} + \cdots + \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}\right) \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + \frac{\partial}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}'}}\left(\frac{\partial F_2}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} + \cdots + \frac{\partial F_2}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}\right)\end{aligned}\right\} \qquad 14')$$

Der Zusammenhang zwischen den Gleichungen 7) und 9) läßt sich leicht ermitteln.

Addieren wir die Gleichungen 9), die für die einzelnen Zweige des νten Umlaufes gelten, so erhalten wir:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_\epsilon}{\partial i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}} + \cdots + \frac{\partial H_\epsilon}{\partial i_{\mu\mathfrak{r}}}\right)$$
$$= E_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s} + \cdots + E_{\mu\mathfrak{r}} - (i_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s}w_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s} + \cdots + i_{\mu\mathfrak{r}}w_{\mu\mathfrak{r}}).$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist wegen 11) und 11′) identisch mit

$$\frac{d}{dt}(A_{\nu 1}J_1 + \cdots + A_{\nu n}J_n).$$

Der Klammerausdruck auf der rechten Seite der Gleichung ist wegen 13) und 13′) identisch mit

$$b_{\nu 1}J_1 + \cdots + b_{\nu n}J_n.$$

Da ferner

$$E_{\mathfrak{r},\mathfrak{r}+s} + E_{\mathfrak{r}+s,\mathfrak{r}+s+1} + \cdots + E_{\mu\mathfrak{r}} = E_\nu'$$

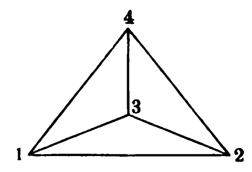
die Summe aller elektromotorischen Kräfte auf dem νten Umlaufe ist, so sind wir, ausgehend von den Gleichungen 9), durch Elimination der λ auf die HELMHOLTZsche Gleichung:

$$\frac{d}{dt}(A_{\nu 1} J_1 + \cdots + A_{\nu n} J_n) = E'_\nu - (b_{\nu 1} J_1 + \cdots + b_{\nu n} J_n)$$

gestoßen.

Beispiel: Wir hätten ein Netzwerk mit $\mu = 4$ Knotenpunkten (WHEATSTONEsche Brücke). Die Anzahl der Umläufe ist $n = \binom{\mu - 1}{2} = 3$; und zwar ist

1, 2, 3, 4, 1 der erste Umlauf der ersten Gruppe,
1, 3, 4, 1 „ zweite „ „ „ „
2, 3, 4, 2 „ erste „ „ zweiten „



Für die Stromstärken der einzelnen Umläufe finden wir nach 6):

$$J_{1,1} = J_1; \qquad J_{1,2} = J_2; \qquad J_{2,1} = J_3$$

ebenso:

$$A_{11,11} = A_{11}; \qquad A_{12,12} = A_{22}; \qquad A_{21,21} = A_{33};$$
$$A_{11,12} = A_{12}; \qquad A_{11,21} = A_{13}; \qquad A_{12,21} = A_{23};$$

ferner:

$$b_{11,11} = b_{11} = w_{12} + w_{23} + w_{34} + w_{41},$$
$$b_{12,12} = b_{22} = w_{13} + w_{34} + w_{41},$$
$$b_{21,21} = b_{33} = w_{23} + w_{34} + w_{42},$$
$$b_{11,12} = b_{12} = w_{34} + w_{41},$$
$$b_{11,21} = b_{13} = w_{23} + w_{34},$$
$$b_{12,21} = b_{23} = w_{34}.$$

Das elektrokinetische Potential H_η lautet:

$$2 H_\eta = A_{11} J_1^2 + 2 A_{12} J_1 J_2 + A_{22} J_2^2 + \cdots + 2 A_{23} J_2 J_3,$$

und die Gleichungen 7) sind:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(A_{11} J_1 + A_{12} J_2 + A_{13} J_3) &= E'_1 - (b_{11} J_1 + b_{12} J_2 + b_{13} J_3)\\
\frac{d}{dt}(A_{12} J_1 + A_{22} J_2 + A_{23} J_3) &= E'_2 - (b_{12} J_1 + b_{22} J_2 + b_{23} J_3)\\
\frac{d}{dt}(A_{13} J_1 + A_{23} J_2 + A_{33} J_3) &= E'_3 - (b_{13} J_1 + b_{23} J_2 + b_{33} J_3)
\end{aligned}\right\} \quad 7')$$

Die Anzahl der Zweige und somit der Ströme i_{pq} ist $m = \binom{\mu}{2} = 6$, zwischen denen $\mu - 1 = 3$ Bedingungsgleichungen von der Form:

$$\begin{aligned} i_{12} + i_{13} + i_{14} &= 0 \\ i_{21} + i_{23} + i_{24} &= 0 \\ i_{31} + i_{32} + i_{34} &= 0 \end{aligned}$$

bestehen. Die Gleichungen 9) lauten:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{12}}\right) &= E_{12} - i_{12} w_{12} + \lambda_1 - \lambda_2 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{23}}\right) &= E_{23} - i_{23} w_{23} + \lambda_2 - \lambda_3 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{34}}\right) &= E_{34} - i_{34} w_{34} + \lambda_3 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{41}}\right) &= E_{41} - i_{41} w_{41} - \lambda_1 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{13}}\right) &= E_{13} - i_{13} w_{13} + \lambda_1 - \lambda_3 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{42}}\right) &= E_{42} - i_{42} w_{42} - \lambda_2 \end{aligned}\right\} \quad 9')$$

wobei

$$2 H_e = a_{12,12} i_{12}^2 + a_{13,13} i_{13}^2 + a_{23,23} i_{23}^2 + a_{34,34} i_{34}^2 + a_{41,41} i_{41}^2 + a_{42,42} i_{42}^2 + 2 a_{12,13} i_{12} i_{13} + \cdots + 2 a_{41,42} i_{41} i_{42}.$$

Die Gleichungen 10) lauten jetzt:

$$\begin{aligned} i_{12} &= J_{1,1} = J_1 & i_{23} &= J_{1,1} + J_{2,1} = J_1 + J_3 \\ i_{13} &= J_{1,2} = J_2 & i_{41} &= J_{1,1} + J_{1,2} = J_1 + J_2 \\ i_{42} &= J_{2,1} = J_3 & i_{34} &= J_{1,1} + J_{1,2} + J_{2,1} = J_1 + J_2 + J_3. \end{aligned}$$

12) und 12') gibt:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left[\frac{\partial H_e}{\partial i_{12}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{23}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{34}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{41}}\right]^{(2)} \\ &= a_{12,12} + a_{23,23} + a_{34,34} + a_{41,41} \\ &\quad + 2(a_{12,23} + a_{12,34} + a_{12,41} + a_{23,34} + a_{23,41} + {}_{34,41}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12} = a_{12,34} &+ a_{12,41} + a_{12,13} + a_{23,34} + a_{23,41} + a_{23,13} + a_{34,34} \\ &+ a_{34,41} + a_{34,13} + a_{41,34} + a_{41,41} + a_{41,13} \cdots; \end{aligned}$$

ebenso finden wir wegen

$$2 F_2 = w_{12} i_{12}^2 + w_{13} i_{13}^2 + w_{23} i_{23}^2 + w_{34} i_{34}^2 + w_{41} i_{41}^2 + w_{42} i_{42}^2$$

aus 14) und 14'):

$$b_{11} = w_{12} + w_{23} + w_{34} + w_{41}, \quad b_{12} = w_{34} + w_{41} \ldots$$

Addieren wir die ersten vier Gleichungen der Gruppe 9′), so ergibt sich:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_e}{\partial i_{12}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{23}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{34}} + \frac{\partial H_e}{\partial i_{41}}\right)$$
$$= (E_{12} + E_{23} + E_{34} + E_{41}) - (i_{12} w_{12} + i_{23} w_{23} + i_{34} w_{34} + i_{41} w_{41});$$

unter Zuhilfenahme der Gleichungen 11), 11′) und 13), 13′) finden wir nun:

$$\frac{d}{dt}(A_{11} J_1 + A_{12} J_2 + A_{13} J_3) = E_1' - (b_{11} J_1 + b_{12} J_2 + b_{13} J_3),$$

das ist aber die erste Gleichung in 7′).

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **15. Februar 1912.** **Nr. 3.**

Sitzung vom 26. Januar 1912.

Vorsitzender: Hr. H. RUBENS.

Hr. **F. F. Martens** führt einen neuen Permeabilitätsmesser vor und demonstriert mit demselben objektiv

1. die Hysteresiskurve;
2. die Beziehung zwischen Spannung und Induktion bei einem Transformator mit sinusförmigem Verlauf der Induktion.

Ferner spricht Hr. E. **Grüneisen** über

Sublimieren, Verdampfen und Schmelzen einatomiger Elemente.

Endlich legt Hr. **Rubens** eine Mitteilung der Herren **A. Eucken** und **Georg Gehlhoff** vor:

Elektrisches und thermisches Leitvermögen und WIEDEMANN-FRANZsche Zahl der Antimon-Cadmiumlegierungen zwischen 0° und —190° C.



Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen" der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Karl Scheel** und **Wilhelm Heuse**: Über die Wärmeausdehnung des Quecksilbers. Bemerkung zu einer Arbeit der Herren **Callendar** und **Moss**.

Von Hrn. **J. Franck** und **G. Hertz**: Bemerkung zu unserer Notiz über einen Zusammenhang zwischen Ionisierungsspannung und Quantenhypothese.

Von Hrn. **J. Franck** und **W. Westphal**: Über eine Beeinflussung der Stoßionisation durch Fluoreszenz.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. Hans Busch, Assistent am Institut für angewandte Elektrizität, Göttingen.
(Vorgeschlagen durch Hrn. H. Th. Simon.)

Hr. Dr. E. Wilke, Assistent der phys.-chem. Abteilung des Chemischen Instituts der Universität Heidelberg.
(Vorgeschlagen durch Hrn. A. v. Dechend.)

Hr. Oberlehrer Dr. Walter Mendelssohn, Strausberg (Mark), Wilhelmstraße 14.
(Vorgeschlagen durch Hrn. A. Eucken.)

Hr. Dr. Kamill Kraft, Krakau (Österreich), Pauskastraße 11.
(Vorgeschlagen durch Hrn. St. Loria.)

Hr. Privatdozent Dr. Karl Tubandt, Halle a. S., Blumenthalstraße 13.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. Flade.)

Hr. G. Klapper, Charlottenburg 5, Witzlebenstraße 12.
(Vorgeschlagen durch Hrn. O. v. Baeyer.)

Hr. Prof. Dr. G. Just, Berlin W. 10, Von-der-Heydtstraße 1 und
Hr. Dr. Walter Burstyn, Berlin W. 30, Traunsteinerstraße 9.
(Beide vorgeschlagen durch Hrn. Karl Scheel.)

Hr. L. Vegard, Würzburg, Schönleinstraße 8.
(Vorgeschlagen durch Hrn. J. Franck.)

Über die Wärmeausdehnung des Quecksilbers. Bemerkungen zu einer Arbeit von Callendar u. Moss; von Karl Scheel und Wilhelm Heuse.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

---

§ 1. Vor etwa Jahresfrist haben CALLENDAR und MOSS[1]) eine umfangreiche Untersuchung über die Wärmeausdehnung des Quecksilbers nach der Methode der kommunizierenden Röhren veröffentlicht. Die Verfasser stellen selbst eine beträchtliche Differenz zwischen ihren Resultaten und den von CHAPPUIS im Bureau international des Poids et Mesures gefundenen fest. Sie erheben gegen die Messungen CHAPPUIS', der nach der Dilatometermethode arbeitete, den Einwand, daß es unzulässig sei, aus der in nur einer Richtung gemessenen linearen Ausdehnung eines Körpers durch Multiplikation mit 3 dessen kubische Ausdehnung zu berechnen, weil die hierbei vorausgesetzte Isotropie des Körpers nicht verbürgt sei.

Man mag diesen Einwand vielleicht für berechtigt halten, wenn man nur die Beobachtungen CHAPPUIS' über die Ausdehnung des Quecksilbers zur Diskussion heranzieht, wie es CALLENDAR und MOSS getan haben. In Wirklichkeit kann man sich über die Zuverlässigkeit der genannten Beobachtungsergebnisse CHAPPUIS' erst dann ein richtiges Urteil bilden, wenn man sie im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen über die Ausdehnung des Wassers betrachtet.

Ferner unterlassen es CALLENDAR und MOSS, die umfangreichen einschlägigen Beobachtungen der Reichsanstalt in die Diskussion zu ziehen.

§ 2. CHAPPUIS[2]) bestimmte die Ausdehnung des Quecksilbers in einem 1 m langen Rohr von 4 cm Durchmesser aus verre dur

---

[1]) HUGH L. CALLENDAR and HERBERT MOSS, Phil. Trans. (A) **211**, 1—32, 1911.

[2]) P. CHAPPUIS, Trav. et Mém. du Bureau international des Poids et Mesures **13**, C, 31 S., 1903 (1907).

nach der gewichtsthermometrischen Methode zwischen 0 und 40°, sowie in der Nähe von 100°; die lineare Ausdehnung des Rohres wurde komparatorisch bestimmt (direkte Methode).

Ferner berechnete er unter Benutzung des so für 100° gefundenen Wertes den Gang der Ausdehnung zwischen 0 und 100° aus Vergleichungen der Thermometer aus verre dur mit dem Wasserstoffthermometer (indirekte Methode). Beide Methoden lieferten gut zusammenstimmende Werte, wie aus der später mitzuteilenden Tabelle 2 ersehen werden kann.

§ 3. Die Messungen CHAPPUIS' werden dadurch gestützt, daß er mit dem gleichen Dilatometer aus verre dur zwischen 0 und 40°, sowie bei 100° die Wärmeausdehnung des Wassers[1]) bestimmte, ferner dadurch, daß er die Ausdehnung des Wassers zwischen 0 und 40° auch noch in einem aus Platiniridium bestehenden Dilatometer ermittelte, dessen linearer Ausdehnungskoeffizient in gleicher Weise wie derjenige des Dilatometers aus verre dur gemessen wurde.

Beide Untersuchungen ergeben eine ausgezeichnete Übereinstimmung (vgl. Tabelle 1); sie scheinen bereits den Einwand von CALLENDAR und MOSS zu entkräften, denn es ist wohl kaum anzunehmen, daß die beiden von CHAPPUIS benutzten Gefäße verschiedenen Materials in demselben Betrage anisotrop sind. Ferner aber stimmen auch CHAPPUIS' Werte der Wasserausdehnung vorzüglich überein mit Messungsergebnissen, welche zwischen 0 und 40°, sowie bei 100° THIESEN, SCHEEL und DIESSELHORST[2]) bzw. THIESEN[3]) allein nach der Methode der kommunizierenden Röhren gewonnen haben. Außerdem sind CHAPPUIS' Werte in Einklang mit Ergebnissen, welche THIESEN[4]) im Jahre 1887 im Bureau international aus Wägungen eines Quarzkilogramms in Wasser ableitete. Alle diese auf Wasser bezüglichen Werte sind in der folgenden Tabelle 1 als Abweichungen von einem Mittelwert zusammengestellt:

---

[1]) P. CHAPPUIS, Trav. et Mém. du Bureau international des Poids et Mesures 13, D, 40 S., 1904 (1907).

[2]) M. THIESEN, K. SCHEEL und H. DIESSELHORST, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 3, 1—70, 1900.

[3]) M. THIESEN, ebenda 4, 1—32, 1904.

[4]) BENOIT, Trav. et Mém. du Bureau international des Poids et Mesures 7, 112, 1890.

Tabelle 1.

Spezifisches Volumen des Wassers, bezogen auf 4°.

Temperatur °C	Mittel-wert	Abweichungen vom Mittelwert in 10^{-6}				
		CHAPPUIS verre dur	CHAPPUIS Platiniridium	THIESEN, SCHEEL, DIESSELHORST (absolut)	THIESEN (absolut)	THIESEN (Wägung)
0	1,000 132	— 1	— 1	0	—	+ 1
10	1,000 272	— 1	— 2	+ 1	—	+ 1
20	1,001 771	— 3	— 1	+ 2	—	+ 2
30	1,004 343	— 4	— 1	+ 3	—	+ 4
40	1,007 814	— 6	0	+ 5	—	—
100	1,043 422	— 11	—	—	+ 11	—

§ 4. In der Reichsanstalt sind Beobachtungen über die relative Ausdehnung des Quecksilbers in den Jenaer Gläsern 16''' und 59''', sowie im verre dur zwischen 0 und 100° nach der gewichtsthermometrischen Methode angestellt worden [1]). Zur Berechnung der absoluten Ausdehnung des Quecksilbers benutzte man Werte der linearen Ausdehnung von 1 m langen Glasstäben, die bei 0, 25, 50, 75, 100° auf dem Komparator gefunden wurden. Diese Berechnung wurde aber vorsichtigerweise nur auf zwei Dilatometer, je eines aus Glas 16''' und 59''', erstreckt, weil nur bei diesen eine Gewähr dafür vorhanden zu sein schien, daß Dilatometer und Glasstäbe aus gleichem Material bestanden. Insonderheit ist das beim Glas 59''' der Fall, denn Dilatometerrohr und Kapillare wurden fast gleichzeitig von der Glashütte geliefert und stammen wahrscheinlich aus derselben Schmelze. Für das Glas 16''' bleiben in dieser Hinsicht noch einige Zweifel übrig; namentlich ist eine in der zitierten Arbeit gezogene Schlußfolgerung zu berücksichtigen, „daß das Jenaer Glas 16''' nicht in einer für weitergehende Ansprüche genügend gleichartigen Beschaffenheit hergestellt wird". In die folgende Tabelle 2 der Quecksilberausdehnung soll deshalb auch nur der aus der Beobachtung mit dem Dilatometer aus Jenaer Glas 59''' abgeleitete Wert ohne Einschränkung eingesetzt werden, während das vom Dilatometer aus Glas 16''' stammende Ergebnis eingeklammert ist.

[1]) M. THIESEN, K. SCHEEL und L. SELL, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 2, 73—184, 1895; besonders S. 160—163.



In derselben Weise wie bei CHAPPUIS (§ 2) wurde der Gang der Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0 und 100° aus Thermometervergleichungen abgeleitet. Auch hier sind die von Glas 16''' stammenden Werte in der Tabelle 2 eingeklammert.

§ 5. Mit Hilfe der in § 4 genannten Dilatometer wurde in der Reichsanstalt nicht nur die relative Ausdehnung des Quecksilbers, sondern auch diejenige des Wassers im Glase bestimmt. Man erhält so für jedes Dilatometer einen Wert des Unterschiedes der Ausdehnung von Quecksilber und Wasser, bei dessen Berechnung die Ausdehnung des Glases herausfällt.

Die Ausdehnung des Wassers zwischen 0 und 100° ist schließlich von THIESEN[1]) in der Reichsanstalt nach der Methode der kommunizierenden Röhren bestimmt. Kombiniert man den von ihm gefundenen Wert mit den vorstehend genannten Dilatometerbeobachtungen, so ergibt sich, unabhängig von der Glasausdehnung, das spezifische Volumen des Quecksilbers bei 100° ausgedrückt durch dasjenige bei 0°

aus Dilatometer	16''' Nr. 1	1,018 259
" "	16''' Nr. 2	1,018 259
" "	verre dur Nr. 3	1,018 254
" "	59'''	1,018 267

Bei der vorzüglichen Übereinstimmung dieser Einzelmessungen ist dem Mittelwert 1,018 260 ein hohes Gewicht beizulegen.

§ 6. In der folgenden Tabelle 2 sind die im Bureau international und in der Reichsanstalt gefundenen Werte der Aus-

Tabelle 2.
Spezifisches Volumen des Quecksilbers, bezogen auf 0°.

Temperatur °C	Mittelwert	Abweichungen vom Mittelwert in 10^{-6}					
		CHAPPUIS direkt	CHAPPUIS indirekt	THIESEN, SCHEEL und SELL			CALLENDAR und MOSS
				16'''	59'''	absolut (THIESEN)	
0	1,000 000	0	0	(0)	0	0	0
10	1,001 817	0	−1	(0)	0	—	−10
20	1,003 634	0	−2	(0)	+2	—	−18
30	1,005 453	−2	−2	(+ 1)	+3	—	−24
40	1,007 273	−3	−2	(+ 1)	+6	—	−29
100	1,018 257	−3	—	(−25)	−1	+3	−52

[1]) l. c.

dehnung des Quecksilbers gemäß den vorstehenden Erörterungen wiederum als Abweichungen von einem Mittelwert zusammengestellt.

In einer letzten Spalte sind in der gleichen Weise die Beobachtungen von Callendar und Moss beigefügt.

Die Tabelle läßt nicht nur den Widerspruch zwischen den Messungsergebnissen von Callendar und Moss mit den Werten von Chappuis (direkt) erkennen, worauf Callendar und Moss bereits selbst aufmerksam machen, sondern sie zeigt auch, daß dieser Widerspruch mit den Beobachtungen von Chappuis nach der indirekten Methode, sowie mit allen Messungen der Reichsanstalt besteht, welche sämtlich untereinander in vorzüglicher Übereinstimmung sind.

Wie dieser Widerspruch zu klären ist, muß zurzeit unentschieden bleiben; immerhin dürfte es unzulässig sein, statt der bisher gebräuchlichen Tabellen über die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0 und 100° die umfangreiche Tabelle, welche Callendar und Moss am Schlusse ihrer Veröffentlichung geben, zu benutzen, solange ihre Resultate nicht von anderer Seite bestätigt sind.

§ 7. In allerneuester Zeit hat Harlow[1]) auf Anregung von Callendar die kubische Ausdehnung des Quarzglases nach der gewichtsthermometrischen Methode mit Quecksilber als thermometrischer Substanz bestimmt. Er begründet die Arbeit mit dem gleichen Zweifel, welchen Callendar und Moss gegen die Chappuisschen Messungen (§ 1) erhoben haben, nämlich, ob es bei höheren Ansprüchen an die Genauigkeit zulässig sei, den kubischen Ausdehnungskoeffizienten eines Körpers aus dem linearen durch Multiplikation mit 3 zu berechnen. Als Resultat seiner an drei Dilatometern angestellten Beobachtungen gibt Harlow den mittleren kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Quarzglases zwischen 0 und 100° zu $0{,}998 \cdot 10^{-6}$ an. Durch Division mit 3 würde man hieraus den linearen Ausdehnungskoeffizienten zu $0{,}33 \cdot 10^{-6}$ berechnen. Dieser Wert ist mit allen bisher bekannten Bestimmungen des mittleren linearen Ausdehnungskoeffizienten des Quarzglases zwischen 0 und 100° in Widerspruch.

---

[1]) F. J. Harlow, Proc. Phys. Soc. London 24, 30—39, 1912.



Für diese Größe fanden:

CHAPPUIS (1903)[1]), an einem selbstgefertigten Zylinderchen, 10 mm Durchmesser	$0{,}50 \cdot 10^{-6}$
SCHEEL (1903)[2]), an einem Zylinderchen von W. C. HERÄUS, 3,7 mm Durchmesser	$0{,}47 \cdot 10^{-6}$
SCHEEL (1903)[2]), an einem Zylinderchen von W. C. HERÄUS, 7 mm Durchmesser	$0{,}46 \cdot 10^{-6}$
SCHEEL (1907)[3]), an einem ringförmigen Körper von der Firma CARL ZEISS, Jena	$0{,}51 \cdot 10^{-6}$
HOLBORN und HENNING (1903)[4]), an einem Stab von HERÄUS, 2,9 mm Durchmesser, 0,52 m lang (mittlerer Ausdehnungskoeffizient zwischen 0 und 250°)	$0{,}48 \cdot 10^{-6}$

Nun legt HARLOW seinen Rechnungen den Wert des mittleren Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers zwischen 0° und 100° von CALLENDAR und MOSS $182{,}05 \cdot 10^{-6}$ zugrunde. Benutzt man statt dessen den aus Messungen des Bureau international und der Reichsanstalt abgeleiteten Mittelwert der Tabelle 2 $182{,}57 \cdot 10^{-6}$, so würde sich der mittlere kubische Ausdehnungskoeffizient des Quarzglases zwischen 0 und 100° zu $1{,}52 \cdot 10^{-6}$ und daraus durch Division mit 3 der lineare Koeffizient zu $0{,}51 \cdot 10^{-6}$ berechnen. Dieser Wert ist aber in völliger Übereinstimmung mit den an sehr verschiedenen Materialien direkt gemessenen Werten.

Die Beobachtungen von HARLOW zwingen also nicht zu der Annahme einer Anisotropie des Quarzglases, vielmehr sprechen auch sie dafür, daß die Messungen der Ausdehnung des Quecksilbers von CALLENDAR und MOSS mit Fehlern behaftet sind.

[1]) P. CHAPPUIS, Verh. d. Naturf. Ges. Basel **16**, 173—183, 1903.
[2]) K. SCHEEL, Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 119—123, 1903.
[3]) K. SCHEEL, ebenda **9**, 718—721, 1907.
[4]) L. HOLBORN und F. HENNING, Ann. d. Phys. (4) **10**, 446—448, 1903.

Charlottenburg, 19. Januar 1912.

Zur Theorie des Pendels mit elastischem Faden;

von Max K. Grober.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. Dezember 1911.)
(Vgl. diese Verh. **13**, 1105, 1911.)

---

§ 1. Historisches und Vorbemerkungen.

Die elastischen Wirkungen, die bei Pendeln auftreten, sind von einigen Mathematikern und Physikern bereits untersucht worden. Bessel [1]) gibt die Figur des Fadens durch ziemlich komplizierte mathematische Ausdrücke an und bestimmt ferner den Ort des freien Endpunktes des Fadens. Unter der Annahme endlich, daß die Masse des Pendels im Endpunkt vereinigt sei, stellt er die Differentialgleichungen auf und löst sie nach weiteren vereinfachenden Annahmen, von denen er sagt: „daß bald nach dem Anfang einer Beobachtungsreihe die Bewegung des Pendels wirklich in den Zustand kommt, welcher der Berechnung zugrunde gelegt wurde". Im Jahre 1884 erkannte Peirce [2]) die Notwendigkeit der Berücksichtigung der elastischen Eigenschaften von Pendelstäben und stellte eine Theorie auf, die von Lorenzoni [3]) erweitert wurde. 1897 nun gelang es Helmert [4]), nachdem er Fehler, die in obigen Arbeiten enthalten sind, aufgedeckt hatte, eine einwandfreie Theorie aufzustellen, deren Übereinstimmung mit den experimentellen Tatsachen er endlich 1898 [5]) veröffentlichte.

---

[1]) Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels. Abhandl. d. Berliner Akademie d. Wiss. 1826, Beil. II. Einfluß der Federkraft des Fadens auf seine Figur und die Schwingungszeit des Pendels.

[2]) C. S. Peirce, Note on the effect of the flexure of the pendulum upon its period of oscillation. App. Nr. 16. Coast and Geodetic Survey, Report for 1884; Washington 1885.

[3]) Lorenzoni, L'effetto della flexione del pendolo sul tempo della sua oscillazione 1896.

[4]) F. R. Helmert, Der Einfluß der Elastizität der Pendel bei absoluten Schwerebestimmungen. Astr. Nachr. Nr. 3430, 143.

[5]) Derselbe, Beiträge zur Theorie des Reversionspendels. Veröffentlichungen des Kgl. Preuß. Geod. Institutes. Potsdam 1898.

In diesen Abhandlungen werden fast stets nur die Verbiegungen des Pendelstabes als elastische Wirkungen behandelt. Hierbei ergeben die starren Pendelkörper zunächst genügend große Annäherungen, so daß man von den hierbei bekannten Resultaten ausgehen und durch Zusatzglieder die bei solchen elastischen Pendeln auftretenden Abweichungen als unendlich wenig variierte Kurven erhalten kann.

Ganz anders verhält es sich bei dem hier gestellten Problem. Dieses Pendel gibt, wie Fig. 1 bis 3 zeigen, so wesentlich von den sonst bei unveränderlichem Faden erhaltenen Kurven unterschiedene, daß Übergänge von einer Kurvenart zur anderen wenig aussichtsreich erscheinen.

Das elastische Fadenpendel ist mir, nachdem ich mich schon längere Zeit damit beschäftigt hatte, in der Literatur in FÖPPLS [1]) Mechanik begegnet. Die Annahmen, die dort gemacht werden, um eine Integration der Differentialgleichungen zu ermöglichen, sind so weitgehend, daß die bei den Schwingungserscheinungen des Pendels auftretenden charakteristischen Kurven fast vollständig verwischt werden.

Die Schwingungsvorgänge eines solchen Pendels stellen natürlich einen viel allgemeineren Fall dar als er bis jetzt gewöhnlich behandelt wurde: es würde sich nun darum handeln, ganz allgemein den Schwingungsverlauf des Pendels in seiner Abhängigkeit von den Größen des Pendels und den elastischen Größen zu untersuchen. Hierzu reichen aber die Mittel der analytischen Mechanik nicht aus. Wenn nun die Lösbarkeit des allgemeinsten Problemes nicht erreicht wurde, so läßt sich doch ein Spezialfall integrieren, von dem aus ein Weg zu führen scheint zur Behandlung des allgemeinsten Problemes, der dem aus der Astronomie bekannten, nämlich dem von der KEPLERschen Bewegung zum Dreikörperproblem, parallel läuft.

§ 2. Aus der Elastizitätstheorie.

Zunächst mögen einige für den vorliegenden Fall aus der Elastizitätstheorie in Betracht kommende Bemerkungen vorausgeschickt werden. Der erste, der ein allgemeines Gesetz über das elastische Verhalten bestimmter Körper aufstellte, war HOOKE,

---

[1]) A. FÖPPL, Vorlesungen über technische Mechanik. VI. Die wichtigsten Lehren der höheren Dynamik. § 27, S. 138—146. Leipzig 1910.

der im Jahre 1678 in seiner „De potentia restitutiva" schrieb „ut tensio sic vis". Zwar hatten schon einige andere Forscher den Widerstand fester Körper gegen Bruch und Zerreißen unter-

Fig. 1.



sucht, waren aber zu keinem allgemeinen Gesetz über die elastischen Vorgänge an einem Körper gekommen.

Es ergab sich dann aber später, daß das HOOKEsche Gesetz nicht streng gültig sei, sondern daß die Dehnung mit der Belastung beschleunigt wächst, daß also statt

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{l}{q} \cdot p,$$

wo λ die Dehnung, E eine elastische Materialkonstante, l die Länge, q der Querschnitt des Drahtes und p das belastende Gewicht ist,

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{l}{q} \cdot \frac{p}{1 - Ap}$$

zu setzen wäre, wo A eine zweite Materialkonstante ist. Unter Zugrundelegung dieses erweiterten Gesetzes würde aber das Problem rein rechnerisch noch viel mehr erschwert werden, ohne daß nennenswerte Förderungen vorauszusehen wären; so wollen wir das Proportionalitätsgesetz beibehalten, das ja auch in den im folgenden Paragraphen sich ergebenden Zahlenwerten bestätigt ist.

Ferner verbietet die Elastizitätstheorie, plötzlich angreifende Kräfte mit in die Aufgabe einzubeziehen. PONCELET hat wohl zuerst gezeigt, daß solche Kräfte imstande sind, die Dehnung des Fadens zu verdoppeln im Verhältnis zur Dehnung der gleich großen langsam angreifenden Kraft. Es müssen also alle die Fälle ausgeschaltet werden, die z. B. beim sphärischen Pendel behandelt sind, wo der Pendelkörper in die obere Kugelhälfte sich bewegt, diese dann verläßt und in die untere fällt, um dann dort seine Bewegung fortzusetzen. Endlich müssen auch Biegungen

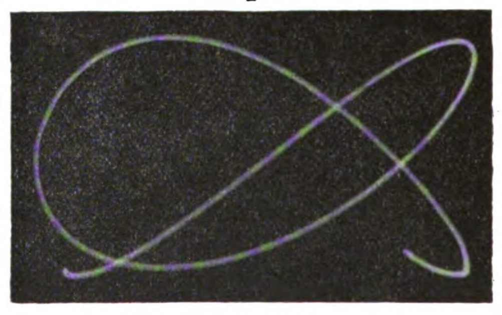
des Pendelfadens unberücksichtigt bleiben, wie sie in den anfangs erwähnten Arbeiten untersucht worden sind.

Wir legen somit unserer Theorie einen masselosen Faden mit elastischen Eigenschaften zugrunde, der an einem Ende befestigt ist und an dessen anderem Ende ein materieller Punkt angreift. Diesem wird von einem bestimmten Punkte aus eine bestimmte Anfangsgeschwindigkeit erteilt. Unter obigen Voraussetzungen ist sein Weg zu bestimmen.

§ 3. Die Beschreibung der Pendel.

Um dem am Ende des vorigen Paragraphen aufgestellten theoretischen Problem mich möglichst anzunähern in der experimentellen Anordnung, benutzte ich zunächst sehr dünne Gummifäden, deren Elastizitätskoeffizient etwa 0,15 war. Bei diesen

Fig. 2.



Fäden war aber die Dämpfung der elastischen Schwingung so groß, daß schon nach einigen Schwingungen verhältnismäßig große elastische Anfangsausschläge nicht mehr genügend stark hervortraten und die photographischen Aufnahmen gar nicht mehr die eigentümlichen Kurven, die diesem Pendel angehören, ergaben.

Deshalb bediente ich mich bei späteren Versuchen der Metallspiralfedern, die den Übelstand der starken Dämpfung erheblich verminderten; es nahm allerdings das Gewicht des Fadens verhältnismäßig stark zu, doch zeigte sich auch nach langer Zeit keine merklich große Abnahme der elastischen Amplitude, so daß bequem Zeit vorhanden war, photographische Aufnahmen herzustellen.

Am freien Ende des Pendels befand sich eine kleine 4-Volt-Glühlampe, welcher der Strom durch die Spiralfeder und einen

sehr dünnen Litzendraht zugeführt wurde. Im verdunkelten Raum wurde dann einfach die sich bewegende Glühlampe photographiert und es ergaben sich die abgebildeten Kurven (Fig. 1 bis 3). Die Konstanten des Pendels sind aus folgender Tabelle zu erkennen; es bedeutet l_x die Länge der Feder bei x-Gramm Belastung, n_e die Anzahl der elastischen Schwingungen, n_m die des mathematischen Pendels von der jeweiligen mittleren Länge [1]).

	p	0	10	20	30	40	50	100
I.	l	55	64	73	81	90	98	139
	n_e	(120)	82	63	54	48	43	32
	n_m	41	37	35	33	31,5	30,5	25,5
II.	l	81	103	124	147	168	188	—
	n_e	(75)	49	40	34	30	27,5	—
	n_m	35	31	28	25	23	21	—
III.	l	59	68	77	86	95	104	146
	n_e	(160)	85	64	56	49	44	33
	n_m	40	36	34	32	31	30,3	25

Es ist nun, wie auch aus der Anmerkung hervorgeht,

$$n_e > n_m$$

und somit ist eine Art Resonanzfall $n_e = n_m$ nicht möglich. Wohl aber lassen sich andere rationale Fälle praktisch darstellen, z. B.

$$n_e : n_m = 2:1 \text{ (Fig. 1).}$$

Feder III: p (=) 18 g

$$n_e : n_m = 3:2.$$

Feder III: p (=) 50 g,

in Fig. 2 und 3 mit sechs elastischen und vier mathematischen Schwingungen.

[1]) Die experimentellen Werte hätten sich ohne weiteres aus der das Hookesche Gesetz annehmenden Formel:

$$\lambda = \frac{64\, n\, r^3}{\alpha^4} \frac{p}{C}$$

(n Windungszahl, r mittlere Halbmesser, d Drahtstärke, C Materialkonstante) ergeben und hieraus:

$$\frac{1}{n_e} = T_e = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$$

$$\frac{1}{n_m} = T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l_x}{g}}$$

§ 4. Die Ruhepunktsfläche.

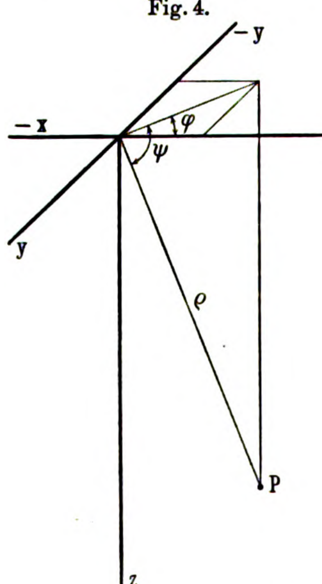
Auf Grund der auseinandergesetzten Annahmen wollen wir nunmehr die Fläche bestimmen, auf der der Schwerpunkt des Pendelkörpers liegen würde, wenn auf ihn nur in jeder bestimmten Lage allein die Kraft g wirkt und dabei von jeder

Fig. 3.



durch Bewegungsenergie hervorgerufenen Dehnung abgesehen wird. Diese Fläche möge die Ruhepunktsfläche heißen, ihre Bestimmung ist deshalb nötig, um bei den Bewegungsvorgängen ohne Anfangsgeschwindigkeiten die Lage des Pendelkörpers zu kennen, von der aus er fallen muß. Würde der Körper nicht von dort aus fallen, so würde ja die PONCELETsche Theorie fordern, daß für den Anfangsstoß der Kraft ein bestimmtes Gewicht gegeben werden müßte.

Fig. 4.



Unter Berücksichtigung der räumlichen Verhältnisse führen wir ein englisches Koordinatensystem ein, x, y, z. Im Anfangspunkt desselben sei das Pendel befestigt. Die Länge des nicht gespannten Fadens sei ϱ_0 und falls dieser selbst unveränderlich an Länge wäre, d. h. $E = \infty$, würde die Gesamtheit aller Punkte, die der freie Endpunkt von ϱ erreicht, eine Kugelfläche bilden mit ϱ_0 als Radius und $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ als Mittelpunkt (Fig. 4). Den Winkel, den ϱ mit der horizontalen xy-Ebene bildet, nennen wir ψ, und den Winkel,

den die Projektion von ϱ in die xy-Ebene mit der positiven x-Achse einschließt φ, so daß sich ergibt:

$$x = \varrho \cos\psi \cos\varphi$$
$$y = \varrho \cos\psi \sin\psi$$
$$z = \varrho \sin\psi.$$

Von der auf den Schwerpunkt des Pendelkörpers wirkenden Erdanziehung haben wir also nur den Teil zu betrachten, der die sogenannte Fadenspannung hervorruft, d. h.

$$m g \sin\psi.$$

Setzen wir diesen Wert an Stelle von p in λ ein, so wird

$$\lambda = \frac{m \varrho_0 g}{E} \sin\psi,$$

also

$$\varrho = \varrho_0 \left(1 + \frac{mg}{E} \sin\psi\right)$$
$$= \varrho_0 (1 + a \sin\psi),$$

wobei

$$a = \frac{mg}{E}.$$

Für $\psi = \frac{\pi}{2}$ erreicht ϱ seinen Maximalwert und die hierzu gehörenden a-Werte lassen sich aus der Tabelle (S. 149) ablesen. Die Kurve, bei der ϱ der Radiusvektor und ψ der Polarwinkel ist, gibt die Schnittkurve der Ruhepunktsfläche mit der xz-Ebene an, und die Ruhepunktsfläche selbst ist die Rotationsfläche dieser Kurve von der oz-Achse. In Fig. 5 ist die Kurve für $a = 0, {}^1/_2, 1$ dargestellt im Bereich $0 \leqq \psi \leqq \pi$. In kartesischen Koordinaten ist die Fläche durch

$$x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 + \varrho_0^2 a^2 z^2 - 2\varrho_0 a x^2 z$$
$$- 2\varrho_0 a y^2 z - 2\varrho_0 a z^3 - \varrho_0^2 x^3 - \varrho_0^2 y^2 - \varrho_0^2 z^2 = 0$$

dargestellt.

Ist u der Winkel, den der Fahrstrahl mit der Tangente an die Kurve bildet, so wird

$$tg\, u = \frac{\varrho}{\frac{\partial \varrho}{\partial \psi}} = \frac{1 + a \sin\psi}{a \cos\psi}$$

für

$$\psi = 0; \quad tg\, u = \frac{1}{a},$$

$$\psi = \frac{\pi}{2}; \quad tg\, u = \infty;$$

d. h. die Richtung der Tangente im Schnittpunkt der Kurve mit der x-Achse ist $1/a$, im Schnittpunkt der Kurve mit der y-Achse von a unabhängig und stets parallel zur x-Achse.

§ 5.
Die Differentialgleichungen des allgemeinsten Problems.

Wir benutzen die Gleichungen:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \frac{dq_i}{dt}} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i.$$

Auf den Punkt P wirkt nun als äußere Kraft mg, die wir in die Komponenten nach den Koordinaten ϱ, ψ, φ zerlegen. Be-

Fig. 5.

$\varrho = \varrho_0(1 + a \sin\psi)$ für $a = 0, \frac{1}{2}, 1$.

zeichnen wir mit A_{q_i} die Komponenten der äußeren Kraft nach der allgemeinen Koordinate q_i, so wird

$$A_\varrho = mg \sin\psi$$
$$A_\psi = m\varrho g \cos\psi$$
$$A_\varphi = 0.$$

Als innere Kraft tritt (J_{q_i}) hinzu:

$$J_\varrho = -\frac{E}{\varrho_0}(\varrho - \varrho_0)$$
$$J_\psi = 0$$
$$J_\varphi = 0$$

und somit wird:

$$Q_{q_i} = A_{q_i} + J_{q_i}$$
$$Q_\varrho = m g \sin\psi - \frac{E}{\varrho_0}(\varrho - \varrho_0)$$
$$Q_\psi = m g \varrho \cos\psi$$
$$Q_\varphi = 0.$$

Diese Kräfte sind aber als Differentialquotienten von

$$-Q = m g \varrho \sin\psi - \frac{E\varrho}{\varrho_0}\left(\frac{\varrho}{2} - \varrho_0\right)$$

gegeben.

Durch Vereinigung der entsprechenden Glieder erhalten wir dann die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\varrho} - \varrho\dot{\psi}^2 - \varrho\cos\psi\,\dot{\varphi}^2 &= g\sin\psi - \frac{E}{m\varrho_0}(\varrho - \varrho_0) \\ \frac{d}{dt}(\varrho^2\dot{\psi}) + \varrho^2\sin\psi\cos\psi\,\dot{\varphi}^2 &= g\varrho\cos\psi \\ \frac{d}{dt}(\varrho^2\cos^2\psi\,\dot{\varphi}) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad 1)$$

zu denen als erstes Integral

$$\frac{1}{2}m\left[\dot{\varrho}^2 + \varrho^2\dot{\psi}^2 + \varrho^2\cos^2\dot{\varphi}^2\right] - \left\{m g \varrho \sin\psi - \frac{E\varrho}{\varrho_0}\left(\frac{\varrho}{2} - \varrho_0\right)\right\} = h$$

hinzutritt.

Dieses System von Differentialgleichungen enthält die allgemeinsten Formen der obenerwähnten Pendelbewegungen.

§6. Die Differentialgleichungen der Spezialfälle.

Das System I ist von drei Variablen abhängig, die ihrerseits Funktionen der Zeit sind. Wir können nun annehmen, daß alle, einige oder gar keine dieser Größen konstant sind und erhalten dann acht Kombinationsmöglichkeiten.

Fall I. ϱ, ψ, φ variabel:

Das elastische Fadenpendel. Hierzu Gl. 1).

Fall II. ϱ konstant; ψ, φ variabel:

Das sphärische Pendel.

$$\varrho^2 \frac{d}{dt}(\cos^2\psi\,\dot\varphi) = 0$$

$$\varrho^2\dot\psi^2 + \varrho^2\cos^2\psi\,\dot\varphi = 2g\varrho\sin\psi + h.$$

Fall III. ϱ, φ konstant; ψ variabel:

Das Ebenenpendel.

$$\ddot\psi = \frac{g}{\varrho}\cos\psi.$$

Fall IV. ψ konstant; ϱ, φ variabel:

Das konische Pendel mit elastischem Faden.

$$\ddot\varrho - \varrho\cos^2\psi\,\dot\varphi^2 = g\sin\psi - \frac{E}{m\varrho_0}(\varrho - \varrho_0)$$

$$\cos^2\psi\frac{d}{dt}(\varrho^2\dot\psi) = 0$$

$$\varrho\sin\psi\,\dot\varphi = g\cos\psi.$$

Fall V. ϱ, ψ konstant; φ variabel:

Das konische Pendel.

$$\varrho^2\cos^2\psi\,\dot\varphi^2 = h'.$$

Fall VI. φ konstant; ϱ, ψ variabel:

Das Ebenenpendel mit elastischem Faden.

$$\ddot\varrho - \varrho\,\dot\psi^2 = g\sin\psi - \frac{E}{m\varrho_0}(\varrho - \varrho_0)$$

$$\frac{d}{dt}(\varrho^2\dot\psi) = g\cos\psi.$$

Fall VII. ψ, φ konstant, ϱ variabel:

Die elastische Schwingung.

$$\ddot\varrho = cg - \frac{E}{m\varrho_0}(\varrho - \varrho_0).$$

Fall VIII. ϱ, ψ, φ konstant:

Der triviale Fall.

Von diesen acht Fällen sind nach Ausscheidung von VIII die Lösungen von II, III, V, VII bekannt. Die Lösung von IV wird hier gegeben, I und VI sind bis jetzt nicht gelöst.

§ 7. Das konische Pendel mit elastischem Faden.

Es ist möglich, die Anfangsbedingungen so zu bestimmen, daß der Pendelkörper sich auf einem Kreise bewegt, daß also ϱ unabhängig von t ist; dann erhalte ich:

$$-\varrho \cos^2 \psi \, \dot{\varphi}^2 = g \sin \psi - \frac{E}{m \varrho_0} (\varrho - \varrho_0)$$

$$\varrho \sin \psi \, \dot{\varphi}^2 = g,$$

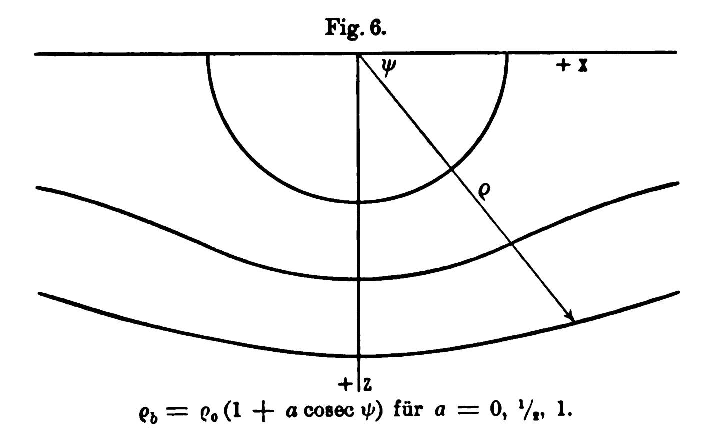
woraus

$$\varrho = \varrho_0 (1 + a \operatorname{cosec} \psi)$$

folgt. Zum Unterschied von ϱ in § 4 wollen wir dieses mit ϱ_b (ϱ bei Bewegung), jenes ϱ_r nennen.

Für $\psi = \frac{\pi}{2}$ wird $\varrho_b = \varrho_0 (1 + a) = \varrho_r$. $\psi = \frac{\pi}{2}$ heißt: der Öffnungswinkel des Kegels ist 0, es findet also keine Bewegung statt, also muß ϱ_b in ϱ_r übergehen, d. h. die Flächen $(\varrho_b, \psi, \varphi)$

Fig. 6.



$\varrho_b = \varrho_0 (1 + a \operatorname{cosec} \psi)$ für $a = 0, \frac{1}{2}, 1$.

und $(\varrho_r, \psi, \varphi)$ berühren sich. Wird ψ kleiner, so wächst ϱ_b und erreicht für $\psi = 0$ den Wert ∞.

Bringen wir obige Gleichung mit dem Flächensatz zusammen, so wird

$$F = \cos^2 \psi \sqrt{\frac{\varrho^3 q}{\sin \psi}}$$

$$= \varrho^{3/2} (1 + a \operatorname{cosec} \psi)^{3/2} \cos^2 \psi \, g^{1/2} \sin^{-1/2} \psi.$$

Bestimmen wir die Anzahl der Umläufe als Funktion von ψ, so wird

$$n = \frac{F}{\pi \varrho^2 \cos^2 \psi} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\varrho \sin \psi}},$$

also

$$T = \pi \sqrt{\frac{\varrho \sin \psi}{g}},$$

für $\psi = \frac{\pi}{2}$

$$[T]_{\frac{\pi}{2}} = \pi \sqrt{\frac{\varrho(1+a)}{g}}.$$

Die Umdrehungszeit des Kegelpendels mit elastischem Faden vergrößert sich mit abnehmendem Öffnungswinkel des Kegels und erreicht im Grenzfall (Öffnungswinkel $= 0$) ein Maximum, das den Wert der Schwingungszeit des mathematischen Pendels gleicher Länge hat. (Analogon zum gewöhnlichen Kegelpendel.)

Ist ϱ Funktion von t, so erhalten wir

$$\ddot{\varrho} - \varrho \frac{E}{m \varrho_0} - \frac{g}{\sin \psi} - \frac{E}{m} = 0,$$

woraus

$$\varrho = \varrho_0 (1 + a \operatorname{cosec} \psi) + v \sqrt{\frac{m \varrho_0}{E}} \sin \sqrt{\frac{E}{m \varrho_0}}\, t$$

folgt, d. h. ϱ behält die Periode

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \varrho_0}{E}} = \frac{2\pi}{b}, \text{ wo } b = \sqrt{\frac{E}{m \varrho_0}}.$$

Setzen wir diesen Wert in den Flächensatz ein, so wird

$$\varphi = \frac{F}{\cos^2 \psi} \int \frac{dt}{\left[\varrho_0 (1 + a \operatorname{cosec} \psi) + \frac{v}{b} \sin b t\right]^2}$$

ein Integral, das sich zu

$$\frac{F}{\cos^2 \psi (b^2 P^2 - v^2)} \left[\frac{v \cos b t}{P + \frac{v}{b} \sin b t} + \frac{b^2 P}{\sqrt{b^2 P^2 - v^2}} \arcsin \frac{v^2 + b P v \sin b t}{v t \left(P + \frac{v}{b} \sin b t\right)}\right]$$

wobei $P = \varrho_0 (1 + a \operatorname{cosec} \psi)$ ist.

§ 8. Perioden von φ und ϱ.

Die Schlußformel von § 7 schreiben wir mit den Bezeichnungen

$$\varphi = a(A + a_1 \text{ arc sin } B),$$

wo sich die Bedeutung der Buchstaben durch Vergleichung ohne weiteres ergibt. Hieraus folgt, wenn $A_1 = \frac{A}{a_1}$ gesetzt wird:

$$\sin \frac{\varphi}{a\, a_1} = \sqrt{1 - B^2} \sin A_1 + B \cos A_1$$

mit $\Phi = 2\pi a a_1$ als Periode.

Die Perioden von ϱ und φ sind verschieden; hieraus ergibt sich, daß der tiefste Punkt (ϱ Maximum) der auf dem Kegel erreicht wird, nicht immer auf derselben Stelle liegen bleibt, es tritt also eine ähnliche Erscheinung ein wie beim sphärischen Pendel. Ist nun die Periode von ϱ größer als die von φ, so hat das Pendel bereits einen Umlauf vollendet und ϱ hat seinen Anfangswert noch nicht erreicht; ϱ erreicht erst wiederum sein Maximum, wenn das Pendel schon über einen Umlauf ausgeführt hat. Da keine Dämpfungen angenommen werden, sind die ϱ_{max} gleich groß, also liegen die zu ihnen gehörenden Endpunkte des Pendels auf einem Kreis. Auf diesem liegt nun, unter obiger Annahme, daß die Periode von ϱ größer ist als die von φ, das folgende Maximum von ϱ jedesmal in der Bewegungsrichtung des Pendels verschoben; ich sage dann: die Maxima wandern vorwärts. Ist aber die Periode von φ größer als die von ϱ, so hat ϱ schon eine Schwingung vollendet, ehe φ um 2π gewachsen ist; dann sage ich: die Maxima von ϱ wandern rückwärts.

Wir gehen aus von der Ungleichung, die hier gültig ist:

$$\frac{(P^2 b^2)^{3/2}}{(P^2 b^2 - v^2)^{3/2}} \cdot \sqrt{\frac{g}{P \,.\, \sin \psi}} > 1,$$

die wir noch mit $\cos^2 \varphi$ erweitern und dann in folgender Form haben:

$$1 < \frac{P^{3/2} \cos^2 \psi \, g^{1/2}}{\sin^{1/2} \psi} \cdot \frac{1}{\cos^2 \psi (P^2 b^2 - v^2)} \cdot \frac{b^2 P}{\sqrt{P^2 b^2 - v^2}} \cdot b,$$

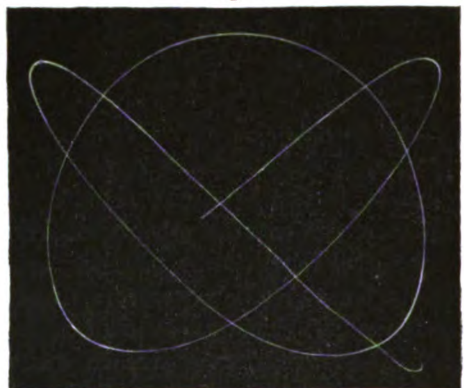
$$1 < \frac{F}{\cos^2 \psi (P^2 b^2 - v^2)} \cdot \frac{b^2 P}{\sqrt{P^2 b^2 - v^2}} \cdot b = a \,.\, a_1 \,.\, b,$$

also

$$\frac{1}{b} < a\, a_1,$$

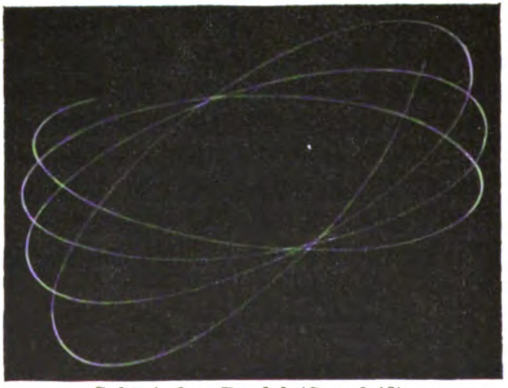
d. h. die Periode von ϱ ist kleiner als die Periode von φ, oder die Maxima und Minima der Fadenlänge des elastischen, konischen Pendels wandern in der Richtung der Bewegung des Pendels rückwärts. Die Fig. 7 zeigt dieses im Aufriß, und Fig. 8 zeigt

Fig. 7.



Elastisches Pendel (Ansicht).

Fig. 8.



Sphärisches Pendel (Grundriß).

das Vorwärtswandern der höchsten Punkte des sphärischen Pendels im Grundriß.

Eine ausführliche Darstellung, sowie den Zusammenhang mit anderen Schwingungsproblemen (Lissajouschen Figuren), die mechanische Erzeugung der Kurven und die Näherungsmethoden für das allgemeine Problem denke ich an anderer Stelle zu geben.

Berlin-Charlottenburg, 23. Januar 1912.

Über eine Beeinflussung der Stoßionisation durch Fluoreszenz;

von J. Franck und W. Westphal.

(Eingegangen am 26. Januar 1912.)

Bei fluoreszierenden Flüssigkeiten ist eine Änderung der Leitfähigkeit durch Bestrahlung mit Licht in einer Reihe von Fällen sichergestellt. Auch bei fluoreszierenden Gasen und Dämpfen hat J. STARK[1]) einen Zusammenhang zwischen Photoeffekt und Fluoreszenz vermutet, und STARK und STEUBING[2]) haben ihn auch bei einigen Substanzen bestätigt gefunden. Dagegen hat MATHIES[3]) zeigen können, daß nicht bei allen fluoreszierenden Gasen ein Photoeffekt besteht, denn nach ihm soll er z. B. in Benzol und Joddampf sicher nicht vorhanden sein. Dies Resultat können wir für Joddampf im Laufe dieser Untersuchung vollkommen bestätigen. STARK legt das so aus, daß in diesem Fall die absorbierte Energie nicht genügt, um das Elektron abzureißen, hält aber an der Identität der bei diesen Prozessen in Mitleidenschaft gezogenen Elektronen fest. Er zieht zur Begründung Versuche von FRANCK und WOOD[4]) heran, die zeigten, daß die Elektronen der Fluoreszenz der Anziehung elektro-negativer Gase gerade so unterworfen sind, wie freie Elektronen. Gibt man diesen Schluß zu, so kann man erwarten, daß bei der Fluoreszenz in den Fällen, in denen den Elektronen durch das Licht nicht genügend Energie zugeführt wird, um sie völlig loszureißen, mindestens eine Lockerung erfolgt. Ein solches Elektron muß dann natürlich leichter von seinem Muttermolekül loszureißen sein, als ein nicht schwingendes. Die kinetische Energie, die ihm hierzu durch Elektronenstoß zugeführt werden muß, also die Ionisierungsspannung, muß kleiner werden.

Ein sehr empfindliches Mittel, um selbst kleine Änderungen dieser Größe, allerdings nur qualitativ, nachzuweisen, bietet die

---

[1]) Literatur siehe bei J. STARK, Phys. ZS. 10, 614, 1909.
[2]) STEUBING, Phys. ZS. 10, 787, 1909.
[3]) W. MATHIES, ebenda 11, 956, 1910.
[4]) J. FRANCK und W. WOOD, diese Verh. 13, 84, 1911.

Untersuchung der Beeinflussung der Glimmentladung durch die Fluoreszenz. In der Tat haben wir nun im Joddampf eine sehr merkliche Beeinflussung derselben durch Licht gefunden, die wir geneigt sind, mit dem gesuchten Effekt zu identifizieren. Jedenfalls glauben wir im folgenden zeigen zu können, daß sekundäre Effekte, gegen welche ja die Glimmentladung empfindlich zu sein pflegt, ausgeschlossen sind.

Die von uns benutzte Anordnung war sehr einfach. Eine Reihe verschieden geformter Entladungsröhren, die mit U-förmigen Kühlrohren versehen waren, wurde gut gereinigt, in die U-Röhren wurde etwas festes Jod getan, dann wurden sie unter Kühlung des Jodrohres mit fester Kohlensäure und Äther mit einer Gaedepumpe ausgepumpt und abgeschmolzen. Die Kühlung wurde erst angesetzt, nachdem etwaige Feuchtigkeit schon fortgepumpt war. Die Elektroden bestanden aus Platin; Siegellack, Schliffe mit Hahnfett usw. mußten vermieden werden, da sie vom Jod angegriffen werden und einen schwach leitenden Überzug auf dem Glase hervorrufen. Die zuerst verwandten Röhren waren Glaskugeln von etwa 15 cm Durchmesser mit zwei einfachen Platindrahtelektroden. Die angelegte Spannung wurde einer Hochspannungsbatterie entnommen und durch einen Amylalkoholabzweigwiderstand variiert. Als Lichtquelle zum Hervorrufen der Fluoreszenz diente meist der intensive Lichtkegel des Kondensors der Projektionslampe im Hörsaal, sonst eine kleinere Projektionsbogenlampe. Die Entladungsstromstärke wurde durch ein Drehspulgalvanometer mit entsprechenden Nebenschlüssen gemessen. In der Erdleitung befand sich ein Telephon zur Prüfung, ob intermittierende Entladung vorlag. Die Bogenlampe brannte dauernd während des Versuches, Einschalten und Fortnehmen einer roten Glasplatte zwischen Lampe und Rohr bewirkte Erregung bzw. Auslöschung der Fluoreszenz.

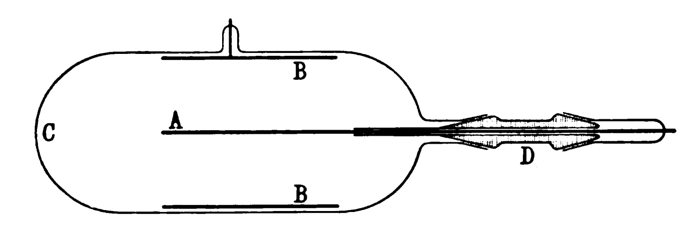
Mit dieser Anordnung machten wir einige Versuche, um festzustellen, ob das Anfangspotential der Entladung bei Erregung der Fluoreszenz sich ändert. Obgleich das Resultat anscheinend positiv war, möchten wir hierauf nicht viel Wert legen, denn das Einsetzen der Entladung erfolgte zu unregelmäßig, als daß wir mit Sicherheit darauf Schlüsse bauen möchten. Wir beschränken uns daher im folgenden darauf, die Änderung der Stromstärke bei Belichtung zu untersuchen. Bei Verwendung der oben an-



gegebenen Röhrenform war sie äußerst beträchtlich; bei einigen Potentialen bis zu 1000 Proz. und mehr. Aber je nach der Stromstärke erfolgte eine Vergrößerung oder Verkleinerung des Stromes bei Belichten, ohne daß man eine bestimmte Gesetzmäßigkeit in diesen Änderungen feststellen konnte. Gleichzeitig ergab die Beachtung des Telephons, daß dann, wenn die Entladung sehr empfindlich gegen den Einfluß des Lichtes war, der Strom intermittierend war, und daß man bei Zulassen und Abblenden des Lichtes Änderungen der Tonhöhe im Telephon um mehrere Oktaven erhielt. Diese empfindlichen Stellen lagen meistens da, wo die Entladung auch gegen Potentialänderungen sehr empfindlich war. Bei den Entladungsformen, bei denen Gleichstrom bestand, also im Telephon nichts zu hören war, erhielten wir immer eine Vergrößerung des Stromes bei Belichtung, und zwar betrug dieselbe bis zu 30 Proz. Selbstverständlich sind diese Resultate, die wir bei Gleichstrom erhielten und die sich noch sauberer in einem anders geformten Entladungsrohr, das weiter unten beschrieben wird, erhalten ließen, diejenigen, auf die wir den Hauptwert legen. Die Erscheinungen bei intermittierender Entladung sind zu wenig übersehbar, als daß wir die Verkleinerung der Stromstärke erklären könnten. Daß sie jedoch keinen Widerspruch zu dem von uns gesuchten Effekt der Erleichterung der Entladung bildet, mag daraus hervorgehen, daß wir manchmal auch bei Erhöhung der angelegten Spannung sowie bei Bestrahlung mit Radium ein Sinken der Stromstärke erhalten konnten. Wir haben trotz der mangelnden Erklärung an den empfindlichen Stellen der intermittierenden Entladung wegen der leichten Beobachtung und der Annehmlichkeit, die für manche Zwecke die hier mögliche Benutzung des Telephons bot, eine Reihe Beobachtungen gemacht. Zuerst galt es festzustellen, daß die ganze Erscheinung nicht etwa durch Erwärmung des Gefäßes oder der Glaswände hervorgerufen wurde. Das geschah erstens dadurch, daß wir außer dem Wassergefäß, das sich dauernd in der Lampe befand, ein zweites von 30 cm Länge in den Strahlengang schalteten, ohne daß wir eine größere Abschwächung des Effektes erhielten, als er sich durch die zweifache Reflexion an den Wänden erklärte. Zweitens erwärmten wir das Entladungsrohr mit einem Bunsenbrenner und erhielten dadurch immer eine Abschwächung des Stromes auch bei den Gleichstromversuchen. Der Einfluß

durch Erwärmung konnte also hier nicht in Frage kommen; schließlich war er ja auch dadurch praktisch ausgeschaltet, daß wir nur Differenzversuche bei Bestrahlung durch das rote, für Wärmestrahlen durchlässige Filter und ohne Filter gemacht haben. Um die Möglichkeit auszuschließen, daß die geringen Mengen ultravioletten Lichtes, die bei dieser Anordnung noch die Glaswände durchdringen konnten, in Frage kamen, haben wir Versuche mit dem WOOD-LEHMANNschen Ultraviolettfilter unternommen; es zeigte sich keine Spur von Fluoreszenz und ebensowenig eine Einwirkung auf die Entladung durch das von ihm durchgelassene Licht. Versuche über die Trägkeit des Effektes wurden so vorgenommen, daß periodisch schnell das wirksame Licht abgeblendet und zugelassen wurde. Im Telephon hörte man dann eine im gleichen Tempo erfolgende Variation der Tonhöhe. Eine etwa vorhandene Trägheit dürfte nach unseren Versuchen $^1/_{10}$ Sekunde nicht überschreiten. Wenn es hiernach schon unwahrscheinlich war, daß der Vorgang bei Belichtung nur in einer Auslösung einer anderen Entladung, also einem Umspringen der Entladung in eine andere Form bestand, so wird das noch klarer dadurch, daß der Effekt proportional der auffallenden Lichtstärke war, jedenfalls soweit sich das mit Galvanometer und Telephon feststellen ließ. Mit den oben beschriebenen großen Rohren ließ sich ferner sehr bequem zeigen, daß wir es hier mit einem Volumeffekt im Gase zu tun haben. Es war für das Auftreten des Effektes unwesentlich, welche Partien des Gases von dem konzentrierten Lichtkegel getroffen wurden. Jedenfalls war er nicht an ein Belichten der Elektroden, etwa der Kathode, gebunden. Wir haben das durch Konzentrieren des Lichtkegels an Stellen der Entladungsbahn, die von den Elektroden weit entfernt waren, sowie durch Abschirmen der Elektroden mit schwarzer Pappe festgestellt. Dagegen scheint, was wir hier nicht näher untersucht haben, eine gewisse Abhängigkeit der Größe des Effektes von dem Ort zu bestehen, wo die Entladungsbahn belichtet wird. Versuche über Beeinflussung des Effektes durch zugemischte Gase, die die Fluoreszenz herabsetzen, haben noch kein eindeutiges Resultat ergeben. Denn Wasserdampf, der die Fluoreszenz stark herabdrückt, hatte keinen großen Einfluß, während Chlor, das ebenfalls stark fluoreszenzschwächend wirkt, anscheinend den Effekt sehr herabsetzt. Bei Kontrollmessungen in gleichen Röhren,

in denen sich nur Luft befand, haben wir nie eine Einwirkung des Lichtes auf die Stromstärke erhalten. Eine besondere Wichtigkeit haben wir der Untersuchung der Frage gewidmet, ob nicht trotz der negativen Angaben in der Literatur doch im fluoreszierenden Joddampf ein regelrechter Photoeffekt bestünde. Dieser könnte dann, wie zuerst KREUSSLER gezeigt hat, bei den hohen angelegten Potentialen durch Stoßionisation so verstärkt werden, daß er den ganzen Einfluß hervorriefe und die von uns eingeführte Hypothese der erleichterten Abgabe schwingender Elektronen unnötig machte. Mit den oben beschriebenen Rohrtypen haben wir nun keine Spur eines Photoeffektes finden können, trotzdem wir die Untersuchung mit den verschiedensten Meßinstrumenten, dem ELSTER und GEITELschen Elektroskop, dem Quadrantelektrometer und dem ELSTER-GEITELschen Einfadenelektrometer vornahmen. Wegen nicht sehr guter Isolation der



Glaswände und ungünstiger Feldverteilung ist jedoch die angewandte Rohrform zur Auffindung schwacher Effekte nicht günstig. Wir gingen daher zu einer anderen Rohrform über, die die genannten Nachteile vermeidet. Da sich gezeigt hatte, daß ein Bestrahlen der Platinelektroden ganz unwesentlich ist für den beschriebenen Effekt, so brauchte bei Konstruktion des Rohres darauf keine Rücksicht genommen zu werden. Es ergab sich für diese Zwecke und auch für die saubersten Bestimmungen der Beeinflussung der Entladung eine Rohrform, die in der Figur abgebildet ist.

A ist ein Platindraht, *B* ein Platinzylinder. Das Licht fiel durch den mit *C* bezeichneten Teil des Gefäßes ein. Der Teil *D* bestand aus Quarz und war mit dem übrigen Teil, der aus Glas bestand, durch Schliffe verbunden. Da die Schliffe nicht gefettet werden durften, so waren sie äußerlich durch Marineleim abgedichtet. Der Quarz gewährte eine sehr gute Isolation. Das

U-förmige Kühlrohr ist der Einfachheit halber nicht mitgezeichnet. Wir konnten auf diese Weise die Untersuchung des Photoeffektes mit den oben angegebenen Apparaten sehr viel weiter treiben und können angeben, daß, wenn ein Photoeffekt überhaupt vorhanden ist, er bei der von uns benutzten Lichtstärke die Größe von 10^{-15} Amp. nicht wesentlich übersteigen kann. Um nun die Frag zu entscheiden, ob ein so minimaler Photoeffekt imstande sein würde, eine so starke Beeinflussung der Glimmentladung hervorzurufen, sind wir folgendermaßen vorgegangen: Wir aktivierten die Innenelektrode, indem wir sie als Kathode in einem Gefäß, das Thoriumemanation enthielt, exponierten. Es schlägt sich dann auf dem Drahte Thorium A, B und C nieder, die α-Strahlen und schwächere β-Strahlen aussenden. Die Aktivität klingt mit der Halbierungskonstante des Produktes von 11 Stunden ab. Die verwandte aktive Ausgangssubstanz verdanken wir der Freundlichkeit des Herrn O. HAHN. Mit der so aktivierten Elektrode setzten wir unseren Apparat wieder zusammen und bestimmten die Sättigungsstromstärke, die wir unter der Einwirkung der radioaktiven Strahlung in unserem Rohre erhielten. Sie betrug in einem Falle z. B. $5 . 10^{-10}$ Amp. Da die Halbierungskonstante der aktiven Substanz bekannt ist, so wissen wir, was wir der Ordnung halber noch einmal kontrollierten, daß in 10 Stunden der Strom ungefähr auf die Hälfte gesunken sein muß, also um ungefähr $2{,}5 \times 10^{-10}$ Amp. abgenommen hat. Wir gingen nun so vor, daß wir den zeitlichen Abfall der Beeinflussung der Glimmentladung durch die radioaktive Strahlung feststellten. Der Einfluß zeigte sich deutlich und in demselben Sinne wie durch die Bestrahlung mit Licht. Jedoch ergab sich, daß eine Abnahme der Ionisierungsstärke um $1 . 10^{-10}$ Amp. erst eine Abnahme der Glimmentladung von etwa 5 Proz. hervorrief, während die Belichtung in demselben Rohr bei aktiver Elektrode eine Vergrößerung je nach der Stromstärke zwischen 5 und 30 Proz. bewirkte. Da die obere Grenze eines möglichen Photoeffektes von uns zu etwa 10^{-15} Amp. festgestellt worden ist, und eine Änderung der Ionisierung um 10^{-10} Amp. erst eine Beeinflussung der Glimmentladung um 5 Proz. hervorruft, so scheint uns der Schluß zwingend, daß, wenn selbst bei fluoreszierendem Joddampf doch noch ein äußerst schwacher Photoeffekt vorhanden sein sollte, er mit der von uns beobachteten Erscheinung nichts zu tun haben dürfte.

Die Untersuchung der Beeinflussung der Glimmentladung durch Licht bei aktiver Elektrode macht es sehr unwahrscheinlich, daß man bei Schweigen des Telephons eine intermittierende Entladung hat, deren Frequenz über der Hörbarkeitsgrenze liegt, und bei der das Licht dann nur verzögerungsaufhebend wirken würde. Denn eine solche Verzögerung würde ja schon durch die starke radioaktive Strahlung vollkommen beseitigt. Um ein Beispiel anzugeben, erhielten wir bei diesem Rohr bei Bestrahlung mit der großen Projektionslampe folgenden Einfluß:

Glimmentladungsstärke	10^{-7} Amp. . . .	30 Proz.	Steigerung
„	5.10^{-4} „ . . .	5 „	„

Wir haben am Anfang der Arbeit erwähnt, daß wir uns die hier gezeigte Beeinflussung der Entladung so vorstellen, daß dem schwingenden Elektron durch das Licht schon eine gewisse Energie zugeführt worden ist, und daß daher die zuzuführende Energie durch Elektronenstoß bis zu dem Punkt, bei dem das Elektron vom Molekül abgespalten wird, kleiner werden muß. Auf die Weise werden bei der Glimmentladung sehr viel mehr Elektronen eine freie Weglänge durchlaufen, auf der das freidurchlaufene Potentialgefälle genügt, ihnen die zur Stoßionisation benötigte kinetische Energie zu erteilen.

Man könnte nun die Frage aufwerfen, ob z. B. auf die Ionisation von α-Strahlen ein ähnlicher Einfluß nach diesen Vorstellungen zu erwarten ist. Das ist jedoch nicht der Fall, da die α-Strahlen beim Zusammenprall mit den Molekülen das Vielfache der Energie besitzen, die genügt, um Ionisation hervorzurufen. Wenn trotzdem die α-Strahlen nicht jedes Molekül ionisieren, das sie treffen, so liegt das nicht an der energetischen Prädisposition der Moleküle selbst, ionisiert zu werden. Jedenfalls kann eine Energiezufuhr, die den Elektronen der Moleküle zugute kommt, diese Prädisposition nicht ändern.

In der Tat haben wir bei dahingehenden Versuchen keine Beeinflussung gefunden. Allerdings wird bei der angewandten Rohrform und dem Dampfdruck des Jods bei Zimmertemperatur von ungefähr 1 mm Hg nur ein kleiner Teil der Reichweite der α-Strahlen ausgenutzt, und es bleibt daher die Frage offen, ob die Gesamtzahl der Ionen, die ein α-Teilchen zu bilden imstande ist, sich nicht doch durch die Fluoreszenz des Gases ändert. Dieser Punkt und eine quantitative Untersuchung der Beeinflussung

der Ionisierungsspannung muß einer späteren Arbeit vorbehalten werden. Ferner muß untersucht werden, ob nicht jede starke Absorption von Licht im Gase einen analogen Einfluß hat.

Wir wollen zum Schluß kurz die Frage streifen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein Teilchen gerade während seiner Fluoreszenz ionisiert wird. Die Zahl der Teilchen, die in einer Sekunde ionisiert wird, kann man aus der Stromstärke berechnen. Die Zahl der Teilchen, die gleichzeitig leuchten, kann man auf Grund der Quantenhypothese und der Helligkeit der Fluoreszenz, sowie einer Schätzung der Dauer des Leuchtens der Größenordnung nach bestimmen. Es ergibt sich, daß beide Zahlen äußerst kleine Bruchteile eines Prozentes der vorhandenen Moleküle sind. Nimmt man an, daß die Wahrscheinlichkeiten unabhängig voneinander sind, so ergibt sich hier für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Molekül während der Fluoreszenz ionisiert wird, praktisch der Wert 0. Da aber trotzdem ein Einfluß deutlich nachweisbar ist, so müßte man mit PLANCK annehmen, daß alle Moleküle mehr oder minder Energie absorbiert haben, und also alle leichter ionisierbar geworden sind, während natürlich nur die wenigen emittieren, die gerade ein Quant absorbiert haben.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, daß die Wahrscheinlichkeiten, daß ein Molekül leuchtet, und die andere, daß es ionisiert wird, nicht unabhängig voneinander sind, sondern von derselben Prädisposition abhängen.

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, daß die Stromstärke der Glimmentladung in Joddampf vergrößert wird durch Belichtung der Entladungsbahn mit Licht, das Fluoreszenz zu erregen imstande ist.

Es wird gezeigt, daß der Effekt im Gase selbst seinen Ursprung hat, und daß er nicht durch einen gewöhnlichen Photoeffekt bedingt ist. Es wird die Vermutung ausgesprochen, daß unter Einwirkung des Lichtes schwingende Elektronen leichter abgespalten werden, als dieselben Elektronen ohne Belichtung.

Berlin, Physik. Institut der Universität, Januar 1912.

Bemerkung zu unserer Notiz über einen Zusammenhang zwischen Ionisierungsspannung und Quantenhypothese;

von J. Franck und G. Hertz[1]).

(Eingegangen am 26. Januar 1912.)

Bei der Abfassung unserer unter obigem Titel in diesen Verhandlungen abgedruckten Notiz haben wir zu unserem Bedauern übersehen, daß schon Herr J. STARK einen ganz ähnlichen Zusammenhang zwischen Ionisierungsspannung und Quantenhypothese in mehreren Arbeiten diskutiert hat. Zweck dieser Bemerkung ist, auf unser Versehen und die Priorität des Herrn STARK hinzuweisen. Die betreffenden Arbeiten finden sich in der Phys. ZS. 9, 481, 889, 1908; 10, 614, 1909; STEUBING, Phys. ZS. 10, 787, 1909; Jahrb. d. Radioakt. 6, 168, 1909.

Sowohl bei Herrn STARK wie bei uns wird die Ionisierungsarbeit gleich dem PLANCKschen Wirkungselement multipliziert mit einer Frequenz gesetzt. Der Unterschied besteht darin, daß STARK als Frequenz diejenige des ultravioletten Endes des Bandenspektrums einsetzt, während wir die nach LINDEMANN berechnete Eigenschwingung des selektiven Photoeffektes von POHL und PRINGSHEIM benutzen. Unseres Ermessens machen die Arbeiten von LINDEMANN und von HABER die Berechtigung dieses Ansatzes wahrscheinlich. Ferner bietet das Einsetzen dieser Frequenz den Vorteil, daß man auch ohne Quantenhypothese auskommen kann. Denn die bei der Stoßionisation gegen die elektrostatischen Kräfte zu leistende Arbeit ergibt bei Anwendung der LINDEMANNschen Vorstellungen einen Wert, der sehr angenähert gleich demjenigen ist, den man bei Benutzung der Quantenhypothese erhält und auch mit den nach unserer Meinung besten Angaben über die Ionisierungsspannung gut übereinstimmt.

---

[1]) J. FRANCK u. G. HERTZ, diese Verh. 13, 967, 1911.

Wir werden in nächster Zeit für eine Reihe von Gasen die Ionisierungsspannung direkt und auf ähnliche Weise wie v. BAEYER und DEMBER zu bestimmen versuchen, und hoffen, so experimentell zur Klärung der Frage beizusteuern.

Berlin, Physik. Institut der Universität, Januar 1912.

Bemerkung zu unserer Arbeit: Bildung und Geschwindigkeit negativer Ionen im Kanalstrahl[1]*;*

von J. Koenigsberger u. J. Kutschewski.

(Eingegangen am 5. Februar 1912.)

Zu der Folgerung über den Ort der Entstehung der zweiwertigen positiven Ionen ist zu bemerken: Wenn die zweiwertigen Ionen im Entladungsraum sofort als solche entstanden sind und bis in den Beobachtungsraum erhalten bleiben, so läßt sich weder durch magnetische noch durch elektrische Ablenkung direkt feststellen, ob sie wirklich zweiwertig sind. Man muß dann eine unsichere Annahme über das Atomgewicht machen. Nur wenn im Beobachtungsraum die Umladung zu einwertigen positiven Ionen eintritt, was das Verhalten der negativen Ionen als wahrscheinlich vermuten läßt, müßte die elektrostatische Ablenkung eines Strahlenbündels halb so groß wie die der anderen Strahlen gefunden werden. Wenn andererseits eine Umladung auch der zweiwertigen Ionen im Entladungsraum eintritt, was für die einwertigen positiven Ionen, wie Ann. Phys. 1912 dargelegt, sehr wahrscheinlich ist, so müßte die elektrostatische Ablenkung der im Beobachtungsraum zweiwertigen Ionen größer sein als für die einwertigen, wie sich durch einfache Rechnung ergibt.

[1]) Diese Verh. **14**, 1—8, 1911, besonders S. 8.

Elektrisches, thermisches Leitvermögen und Wiedemann-Franzsche Zahl der Antimon-Cadmiumlegierungen zwischen 0° und —190° C;

von A. Eucken und Georg Gehlhoff.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. Januar 1912.)

(Vgl. oben S. 137.)

Die Antimon-Cadmiumlegierungen zeichnen sich vor anderen dadurch aus, daß sie sehr hohe Thermokräfte besitzen, und zwar hat die Verbindung SbCd die höchste mit Metallen bzw. Metalllegierungen erreichbare Thermokraft von 305 Mikrovolt[1]) pro Grad Celsius gegen Kupfer. Die Thermokraft fällt dann nach beiden Seiten mit abnehmendem bzw. mit zunehmendem Prozentgehalt an Cd bzw. Sb nahezu symmetrisch ab, wie E. Becquerel[2]) gefunden hat. In neuerer Zeit wurde die Thermokraft dieser Legierungsreihe von A. Smith[3]) gemessen, der auch elektrisches Leitvermögen, Hall- und Nernsteffekt dieser Reihe bestimmte.

Es schien nun interessant, das Verhältnis des elektrischen Leitvermögens zum Wärmeleitvermögen dieser Legierungen zu untersuchen, um zu sehen, ob ein Zusammenhang zwischen Thermokraft und Leitverhältnis vorhanden ist, wie er schon oft vermutet und z. B. im Schenckschen Gesetz zum Ausdruck kommt. Die Gesetzmäßigkeit eines solchen Zusammenhanges müßte bei diesen Legierungen wegen ihrer hohen Thermokraft am ehesten zum Ausdruck kommen. Der eine von uns versuchte deshalb, das Leitverhältnis direkt nach der von F. Kohlrausch angegebenen Methode [Jaeger und Diesselhorst[4])] in der vereinfachten Form, wie sie Pfleiderer[5]) angewandt hat, zu messen. Hierbei ergaben sich jedoch große Schwierigkeiten. Es war einmal sehr schwierig,

---

[1]) W. Haken, Inaug.-Diss. Berlin 1910.

[2]) E. Becquerel, Ann. chim. phys. 8, 408, 1866.

[3]) Alpheus W. Smith, Phys. Rev. 32, 178, 1911.

[4]) W. Jaeger und H. Diesselhorst, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 3, 269, 1900.

[5]) G. Pfleiderer, Ann. d. Phys. (4) 33, 707, 1910.

Stäbe von durchaus gleichmäßiger Beschaffenheit zu gießen. Da nun das elektrische wie das Wärmeleitvermögen sich namentlich in der Nähe der Verbindung SbCd sehr stark mit dem Prozentgehalt ändern, erhielt man meist eine unsymmetrische Lage des Temperaturmaximums im Stabe, so daß die erhaltenen Werte für ein und dieselbe Legierung sehr verschieden waren. Eine weitere Fehlerquelle lag darin, daß das Wärmeleitvermögen dieser Legierungen sich als sehr klein erwies, so daß die äußeren Verluste beträchtlich waren und es mehrere Stunden dauerte, bis Konstanz der Temperaturverteilung erreicht war.

Es schien deshalb wünschenswert, das Wärmeleitvermögen direkt zu messen, und als bequemste Methode bot sich die inzwischen von A. Eucken [1]) ausgearbeitete. Bezüglich der Beschreibung dieser kann auf die betreffende Arbeit verwiesen werden.

Die Legierungen wurden aus reinsten, von C. A. F. Kahlbaum bezogenen Metallen unter Wasserstoff zusammengeschmolzen, kurz vor dem Umgießen mit einem Porzellanstab gut umgerührt, da Cd und Sb im flüssigen Zustande nicht vollkommen löslich sind, und dann in Formen gegossen, wo sie langsam erkalteten.

Die Bearbeitung der Legierungen war sehr schwierig und mühsam, da sie außerordentlich brüchig sind. Die Stücke wurden deshalb so gut als möglich abgedreht, die Endflächen abgeschliffen und poliert. Um guten Kontakt mit den auf die Enden gedrückten Kupferplatten herzustellen, wurde, da das Löten nicht möglich war, nach einigen Versuchen folgendermaßen verfahren: Die gut gereinigten Endflächen wurden galvanisch vergoldet und dann amalgamiert; nach Zwischenlegen von etwas Zinnamalgam wurden die Klötze zwischen die Kupferplatten gepreßt, so daß nach Abtropfen des überschüssigen Quecksilbers ein sehr guter Kontakt zwischen Legierung und Kupferplatte entstand, der in der Kälte nach Erstarren des Amalgams einem Löten gleichkam. Zur Charakteristik dieses Kontaktes sei erwähnt, daß die Klötze sich nach vollendeter Messung schwer abheben ließen.

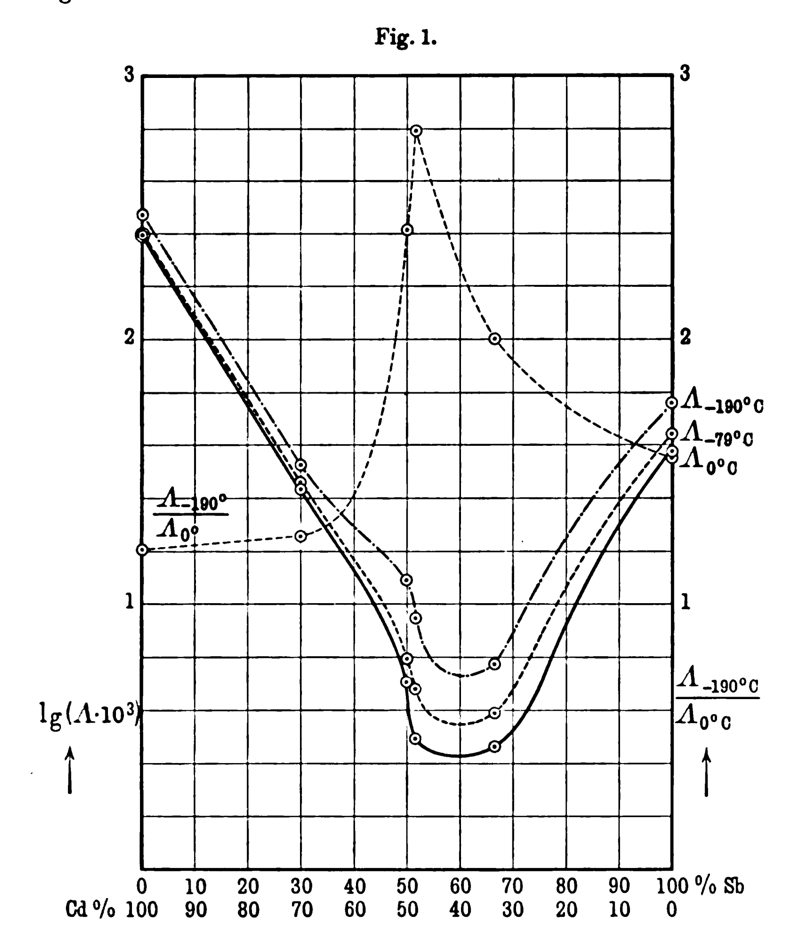
Der Durchmesser der Klötze war 2 bis 3 cm, der Abstand zwischen den in Löchern isoliert eingeführten Thermoelementen 1 bis 1,5 cm. Da die genaue Lage der Lötstellen in den durch-

---

[1]) A. Eucken, Ann. d. Phys. (4) 34, 185, 1911.

schnittlich 0,6 mm weiten Löchern nicht angebbar ist, ist der Absolutwert des Wärmeleitvermögens mit einer Unsicherheit von einigen Prozenten behaftet.

Fig. 1.



Die Messungen wurden bei den Temperaturen 0°, — 79° und — 190° C ausgeführt. Die Resultate sind in Tabelle 1 und Fig. 1 (ausgezogene Kurven) wiedergegeben.

In dieser Tabelle bedeutet Λ' die in einer Sekunde durch den Block fließende Wärmemenge (cal), bezogen auf die Temperaturdifferenz 1° der Lötstellen. Infolge der äußeren Wärmeverluste ist Λ' um einen gewissen Betrag zu vermindern, der

Tabelle 1.

Legierung Cd Proz.	Sb Proz.	0° C Λ'	0° C Korr.	0° C Λ	− 79° C Λ'	− 79° C Korr.	− 79° C Λ	− 190° C Λ'	− 190° C Korr.	− 190° C Λ	$\frac{\Lambda_{-190^0}}{\Lambda_{0^0}}$	Bemerkungen
100	0	1,165	0,006	0,2442	1,156	0,0040	0,2430	1,397	0,0018	0,2942	1,204	—
66,7	33,3	0,1535	0,0070	0,0267	0,1590	0,00475	0,0281	0,1855	0,0021	0,0334	1,250	Festes Gefüge
50,0	50,0	0,03812	0,00785	0,00519	0,0421	0,0053	0,00633	0,0760	0,0024	0,01266	2,440	Ziemlich brüchig
48,3 (äquimolekular)	51,7	0,00560	0,00760	0,00315	0,01773	0,00515	0,00490	0,0228	0,0023	0,00882	2,800	Unregelmäßig kristallisiert, äußerst brüchig
33,3 (nicht ganz genau)	66,7	0,02510	0,0069	0,00299	0,02875	0,00467	0,00395	0,03865	0,0021	0,00598	2,000	Sehr hart
0	100	0,1435	0,0063	0,0381	0,1642	0,0043	0,0445	0,2152	0,0019	0,0593	1,560	—

in der darauffolgenden Reihe angegeben ist. Bezieht man den korrigierten Wert von Λ' auf die Volumeinheit, so gelangt man zu dem Wärmeleitvermögen Λ (cal/cm-grad-sec). — Die vorletzte Rubrik der Tabelle enthält das Verhältnis

$$\frac{\Lambda_{-190^0}}{\Lambda_{0^0}}.$$

In Fig. 1 sind die Resultate der Tabelle graphisch dargestellt, und zwar ist als Abszisse der Prozentgehalt der Legierung an Cd bzw. Sb, als Ordinate der Logarithmus des Wärmeleitvermögens $x \cdot 10^3$ aufgetragen.

Die Unterschiede des Wärmeleitvermögens der Legierungen in Tabelle 1 erweisen sich als überraschend groß. So wird durch Zusatz von 33 Proz. Antimon zum Cadmium das Wärmeleitvermögen auf den 10. Teil herabgesetzt, bei Antimon ist der Einfluß des Cadmiums noch größer. Extrem kleine Werte des Wärmeleitvermögens haben die Verbindung SbCd und die Legierungen 2 Sb + 1 Cd sowie 1 Sb + 1 Cd; z. B. ist das Wärmeleitvermögen der Verbindung SbCd bei 0° nur unerheblich größer als das des Fensterglases, während Kristalle, wie Flußspat, Quarz oder dergleichen etwa fünfmal besser leiten.

Beinahe noch auffälliger wird dieses Verhalten der Legierungen durch den Temperaturkoeffizienten des Wärmeleitvermögens gekennzeichnet, dessen Zusammenhang mit der Zusammensetzung durch die gestrichelte Kurve in Fig. 1 dargestellt ist. Die Figur enthält bei gleicher Abszisse wie oben als Ordinate $\frac{\Lambda_{-190^0}}{\Lambda_{0^0}}$ aufgetragen. Man sieht, daß dieser Wert für die Verbindung SbCd 2,8, für reines Cd dagegen nur 1,2 beträgt. Bei nichtleitenden Kristallen fand EUCKEN für das Verhältnis $\frac{\Lambda_{-190^0}}{\Lambda_{0^0}}$ Werte nahe bei 3. Gerade der hohe negative Temperaturkoeffizient des Wärmeleitvermögens der Verbindung SbCd führt daher zu der Vermutung, daß hier der Wärmetransport nicht oder nur in ganz untergeordnetem Maße durch die Elektronen, sondern durch die gleichen, bisher noch wenig bekannten Ursachen, wie bei den nichtleitenden Kristallen bewirkt wird.

Ein Vergleich unserer Resultate mit bekannten zeigt gute Übereinstimmung mit dem von LORENZ [1]) sowie BERGET [1]) gemessenen Wert für Antimon; der Wert für Cd ist etwas größer als die von H. F. WEBER [1]), LORENZ [1]), JAEGER und DIESSELHORST [1]) gemessenen.

Zur Messung des elektrischen Leitvermögens wurden teils dieselben Stücke wie die zur Messung des Wärmeleitvermögens benutzten, teils wurden umgegossene längere Stäbe (Sb, Cd und 2 Cd + 1 Sb) verwandt.

Die Messung des Widerstandes geschah mit Hilfe von Strommessung und Spannungsabzweigung, wozu an zwei Stellen des Stabes bzw. Klotzes zwei sehr dünne Kupferdrähte angelötet wurden, deren Potentialdifferenz bei stromdurchflossenem Stabe mittels eines Galvanometers bestimmt wurde. Aus dem Querschnitt der Stäbe und dem Abstande der Abzweigstellen konnte nach Kenntnis des Widerstandes das Leitvermögen leicht berechnet werden. Die Stromzuführung erfolgte bei den Klötzen durch aufgelötete Kupferplatten mit starken Kupferdrähten. Zur Messung des Leitvermögens bei 0° C wurde der Stab bzw. Klotz in eis-

[1]) Siehe Physikalisch-Chemische Tabellen von LANDOLT und BÖRNSTEIN, 3. Aufl., 1905, S. 507.



gekühltes Ligroin getaucht; die Messung bei — 79° C wurde in einem Bad von Ligroin und fester Kohlensäure vorgenommen; in dieses Bad sowie in flüssige Luft wurden die Körper direkt hineingehängt. Wir überzeugten uns, daß in ihnen kein merkliches Leitvermögen vorhanden war. Die Temperatur der Bäder mußte besonders bei den Legierungen wegen der hohen Thermokraft dieser sehr gleichmäßig sein. Restierende Thermokräfte wurden durch Kommutieren des Stromes eliminiert. Daß die Körper genügend lange gekühlt waren, wurde durch Kontrollmessungen in größeren Zeitabständen geprüft. Die folgende Tabelle gibt die so erhaltenen Resultate wieder.

Der Wert des elektrischen Leitvermögens für Cadmium war um etwa 7 Proz. kleiner als die von IHLE[1]), LORENZ[1]), JAEGER und DIESSELHORST[1]) gemessenen, auf 0° C extrapolierten Werte; er steht jedoch in der Mitte zwischen diesen Werten und den von DEWAR und FLEMING[1]) gemessenen. Der für Antimon erhaltene Wert steht zwischen den von BERGET[1]) bzw. OBERBECK und BERGMANN[1]) gemessenen Werten.

Tabelle 2.

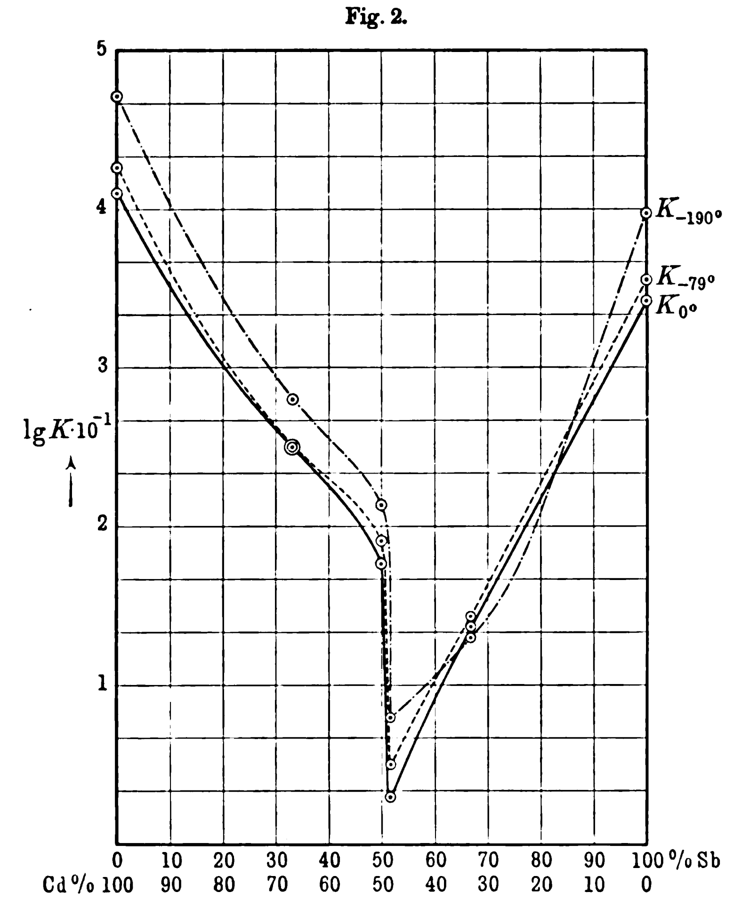
Cd Proz.	Sb Proz.	Elektrisches Leitvermögen K			$\frac{K_{-79^0}}{K_{0^0}}$	$\frac{K_{-190^0}}{K_{0^0}}$
		0° C	— 79° C	— 190° C		
100	0	$1{,}2890 \cdot 10^5$	$1{,}835 \cdot 10^5$	$5{,}05 \cdot 10^5$	1,424	3,82
66,7	33,3	$2{,}69 \cdot 10^3$	$3{,}425 \cdot 10^3$	$6{,}38 \cdot 10^3$	1,273	2,37
50	50	$0{,}588 \cdot 10^3$	$0{,}795 \cdot 10^3$	$1{,}37 \cdot 10^3$	1,325	2,33
48,3	51,7	$1{,}99 \cdot 10^1$	$3{,}145 \cdot 10^1$	$6{,}26 \cdot 10^1$	1,580	3,13
33,3	66,7	$0{,}247 \cdot 10^3$	$0{,}272 \cdot 10^3$	$0{,}2025 \cdot 10^3$	1,101	0,829
0	100	$2{,}565 \cdot 10^4$	$3{,}568 \cdot 10^4$	$9{,}56 \cdot 10^4$	1,391	3,73

Die Tabelle ist in Fig. 2 u. 3 wiedergegeben. In Fig. 2 ist als Ordinate lg K, als Abszisse wieder die Zusammensetzung der Legierungen in Prozenten aufgetragen. In Fig. 3 stellt die gestrichelte Kurve $\frac{K_{-79^0}}{K_{0^0}}$, die ausgezogene Kurve $\frac{K_{-190^0}}{K_{0^0}}$ in Abhängigkeit von der Zusammensetzung dar.

[1]) Siehe Physikalisch-Chemische Tabellen von LANDOLT und BÖRNSTEIN, 3. Aufl., 1905, S. 716.

Wie man sieht, ist der Einfluß der Zusammensetzung auf das elektrische Leitvermögen noch weit größer als der auf das Wärmeleitvermögen. Das Verhältnis des Leitvermögens des Cadmiums zu dem der Verbindung SbCd ist für Wärme 77,5, für Elektrizität dagegen 6445 (bei 0° C). Zum Vergleich sei erwähnt,

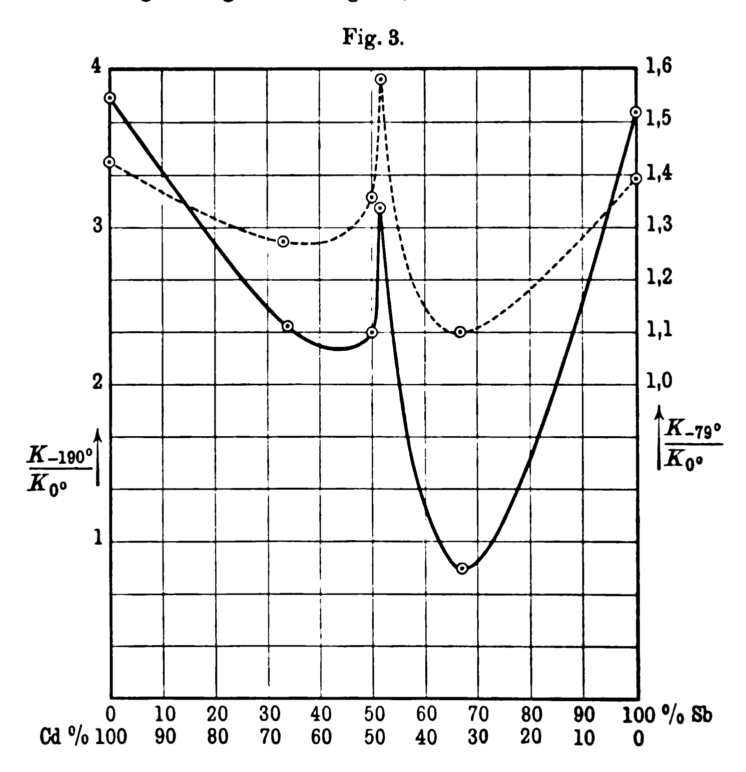
Fig. 2.



daß das elektrische Leitvermögen der Verbindung SbCd nur noch 30mal so groß ist wie das bestleitender Schwefelsäure. Die Elektronenkonzentration in der Verbindung SbCd muß daher außerordentlich gering sein, wodurch der oben aus dem Verhalten des Temperaturkoeffizienten des Wärmeleitvermögens gezogene Schluß bestätigt wird.

Einen sehr auffälligen Gang zeigt der Temperaturkoeffizient des elektrischen Leitvermögens, der von dem des Wärmeleitvermögens erheblich abweicht. Letzterer zeigt einen kontinuierlichen Anstieg von reinem Antimon bzw. Cadmium zu einem Maximum für die Verbindung SbCd; dagegen nimmt der Temperaturkoeffizient des elektrischen Leitvermögens mit zunehmendem Cadmium- bzw. Antimongehalt gleichmäßig ab, um kurz vor der Verbindung

Fig. 3.



SbCd rapide zu einem Maximum anzusteigen, dessen Wert zwischen 0° und —79° C größer ist als der für reines Cadmium und Antimon, zwischen 0° und —190° C dagegen etwas kleiner ist als der Wert für die reinen Metalle; dabei ist besonders merkwürdig, daß das elektrische Leitvermögen der Legierung mit 66,7 Proz. Sb und 33,3 Proz. Cd von 0° bis zu —79° C zu-, von da bis zur Temperatur der flüssigen Luft abnimmt. Dieses Verhalten des Temperaturkoeffizienten, verbunden mit sehr kleinem

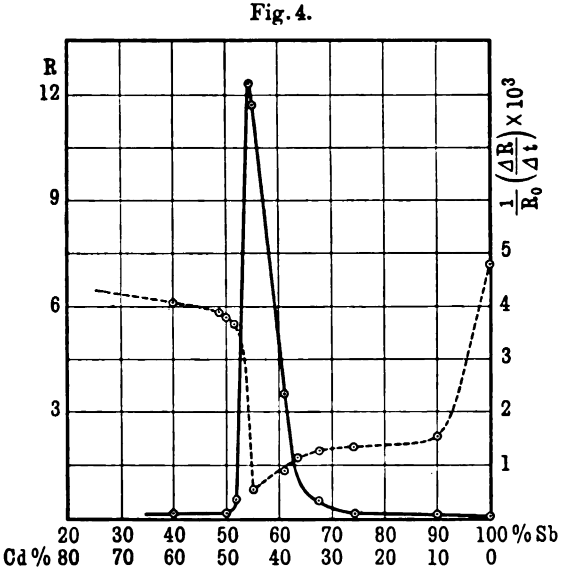
elektrischen Leitvermögen sowie relativ größerem Wärmeleitvermögen, hat diese Legierung mit den Halbleitern (Kohle, Graphit, Selen usw.) gemeinsam. Auch der Größenordnung nach ist das Leitvermögen für Wärme und Elektrizität dieser Legierung das gleiche wie das der Kohle und des Graphits, wie folgende kleine Zusammenstellung zeigt:

Tabelle 3.

	$\varLambda$	$K \cdot 10^3$
2 Sb + 1 Cd	0,00299	0,247
Kohle	0,00041	0,2
Graphit	0,00043	etwa 0,8

Der Unterschied besteht nur darin, daß das elektrische Leitvermögen der Legierung 2 Sb + 1 Cd schon bei niedriger Tempe-

Fig. 4.



ratur seinen Wendepunkt hat. Ob die anderen Legierungen von Sb und Cd bei höherer oder tieferer Temperatur auch dies Verhalten zeigen, muß einstweilen dahingestellt bleiben.

Vergleicht man obige Resultate mit den von A. SMITH[1]) bei 0° und + 100° C gewonnenen, so zeigt der Gang des Temperatur-

[1]) ALPHEUS W. SMITH, l. c.

koeffizienten des Leitvermögens, abhängig von dem Prozentgehalt zwischen 0° und + 100° C (s. Fig. 4, Kurve II), keine Ähnlichkeit mit dem von uns gefundenen; man muß daher annehmen, daß mit steigender Temperatur das Leitvermögen der Legierungen sich weiterhin in auffälliger Weise, die von der bei reinen Metallen gewöhnlichen abweicht, ändert.

Vor allen Dingen zeigt sich hier wie dort bestätigt, daß Verbindungen zweier Metalle bezüglich ihrer elektrischen Eigenschaften ein bemerkenswertes Verhalten zeigen, wie es bei dem Leitvermögen und bei dem Temperaturkoeffizienten hervortritt. Dies zuerst von Le Chatelier[1]) und von Guertler[2]) bezüglich des elektrischen Verhaltens von Metalllegierungen ausgesprochene Gesetz gilt aber offenbar in gleicher Weise für das Wärmeleitvermögen, welches gleichfalls für die Verbindung ein Minimum erreicht, während der Temperaturkoeffizient dort ein Maximum hat. Beide besitzen für die Verbindung SbCd einen singulären Punkt.

Tabelle 4.

Cd	Sb	$\frac{A}{K}$		Thermokraft gegen Cu in Mikrovolt
Proz.	Proz.	0° C	— 190° C	
100	0	1,883	0,479	+ 0,38*
66,7	33,3	9,93	5,23	+ 4,48
50	50	8,83	9,24	+ 134,2
48,3	51,7	158	141	+ 305*
33,3	66,7	12,1	29,5	+ 87,2
0	100	1,485	0,620	+ 32*

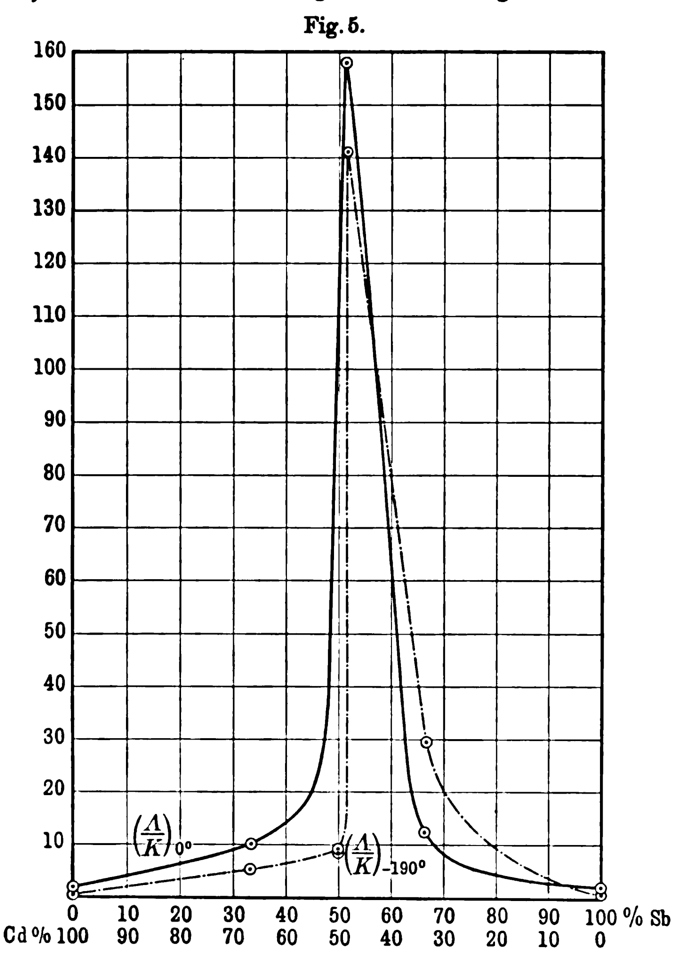
Die mit einem Stern versehenen Werte sind der Arbeit von Haken entnommen, die übrigen Werte sind aus den Becquerelschen Werten unter Zugrundelegung dieser umgerechnet, da Becquerel seine Werte in Daniell-einheiten gemessen hat.

Wie hiernach nicht anders zu erwarten ist, zeigt auch das Verhältnis von Wärmeleitvermögen zu elektrischem Leitvermögen einen singulären Punkt für die Verbindung; der Wert dieses Verhältnisses ist jedoch exorbitant hoch, wie man aus Tabelle 4 und Fig. 5 ersieht. Es ergibt sich ferner ein ganz analoger Gang

[1]) Le Chatelier, Rev. gén. des Sciences 6, 531, 1895.
[2]) Guertler, ZS. f. anorg. Chem. 51, 397, 1906; 54, 88, 1907.

zwischen Thermokraft und WIEDEMANN-FRANZscher Zahl; jedoch läßt sich quantitativ keine einfache Gesetzmäßigkeit aufstellen. Fig. 6 zeigt den Verlauf der Thermokraft nach BECQUEREL[1]) und HAKEN[2]). Man sieht durch Vergleich dieser Figur mit der vorher-

Fig. 5.

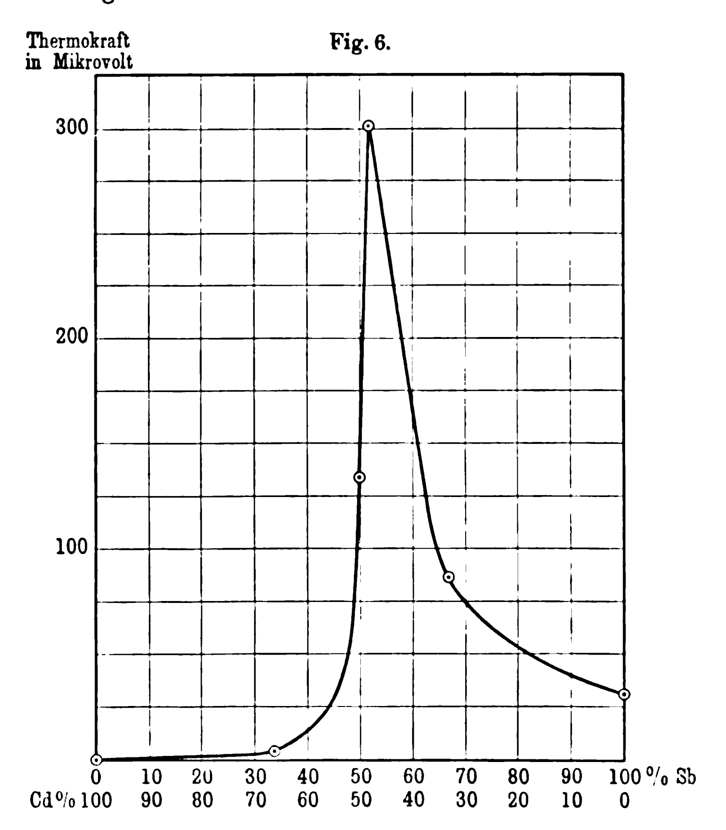


gehenden deutlich, wie groß die Analogie zwischen dem Verlauf des Leitverhältnisses und der Thermokraft ist. Aber auch das elektrische wie das thermische Leitvermögen selbst, sowie besonders

[1]) E. BECQUEREL, l. c.
[2]) W. HAKEN, l. c.

der Temperaturkoeffizient des letzteren zeigen im Verlauf unverkennbare Ähnlichkeit mit der Thermokraftkurve. Der Vollständigkeit wegen sei auch noch die Kurve für den Halleffekt (Fig. 7, ausgezogene Kurve) wiedergegeben, der von A. SMITH gemessen ist und gleichfalls den analogen Verlauf wie die Thermokraft aufweist. Es ist wohl zweifellos, daß all dies einen inneren Zusammenhang besitzen muß.

Fig. 6.



Die Werte der Tabelle 3 stehen nun in Widerspruch zu den bisher bekannten Resultaten; so hatte RIETZSCH[1]) gefunden, daß durch Verunreinigungen von Phosphor und Arsen (gemessen bis 3 bzw. 5 Proz. Zusatz), die das elektrische Leitvermögen des Kupfers stark herabsetzen, das Wärmeleitvermögen noch stärker vermindert

[1]) A. RIETZSCH, Ann. d. Phys. (4) 3, 403, 1900.

wird, so daß die WIEDEMANN-FRANZsche Zahl kleiner wird als die des reinen Kupfers. Ferner hat F. A. SCHULZE[1]) bei Legierungen zwischen Edelmetallen, die Mischkristalle bilden, nur geringe Änderungen (Vergrößerung) der WIEDEMANN-FRANZschen Zahl gefunden, während hier die Änderung das Hundertfache des für Antimon geltenden Wertes beträgt. Auch bei den Zinn-Wismut- und Blei-Wismutlegierungen fand er[2]) nur geringe Änderungen des Leitverhältnisses für die an Wismut reichen Legierungen, bei den Zink-Zinnlegierungen dagegen gar keine. Allerdings beziehen sich obige ältere Resultate höchstens bei den Cu-P- und den Cu-As-Legierungen auf Verbindungen; bei den Sn-Bi- und Pb-Bi-Legierungen sind Verbindungen noch nicht sicher festgestellt.

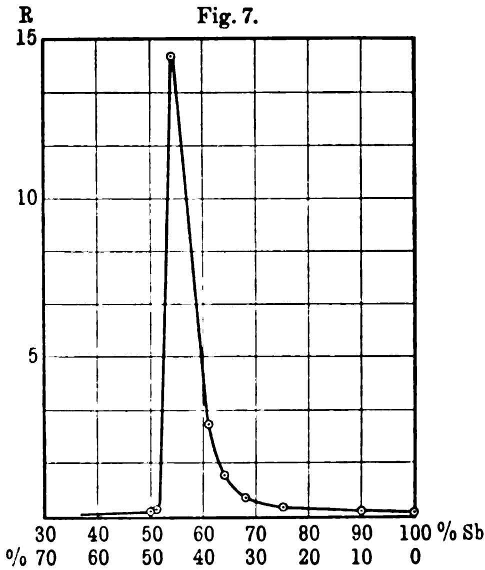


Fig. 7.

Man sieht weiterhin aus diesen Resultaten, daß das Maximum der effektiven Thermokraft[3]), wie sie für den Nutzeffekt eines Thermoelementes maßgebend ist, nicht mit dem Maximum der Thermokraft schlechtweg übereinstimmt; es scheint vielmehr, daß mit wachsender Thermokraft das elektrische Leitvermögen schneller abnimmt als das Wärmeleitvermögen, und daß man über einen gewissen Maximalwert der effektiven Thermokraft überhaupt nicht hinauskommt. Es ist das ein Punkt, der bei der Verwendung von Thermoelementen zur Messung von kleinen Energiemengen (z. B. Wärmestrahlung) oder bei der Konstruktion von Thermosäulen zu beachten ist; auch ist der von W. HAKEN[4]) aus

---

[1]) F. A. SCHULZE, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 856, 1911.
[2]) F. A. SCHULZE, Ann. d. Phys. (4) 9, 555, 1902.
[3]) Siehe z. B. E. ALTENKIRCH, Phys. ZS. 10, 560, 1909.
[4]) W. HAKEN, l. c.

seinen Messungen über die Beziehungen zwischen Thermokraft und elektrischem Leitvermögen gezogene Schluß, daß hauptsächlich Metallverbindungen sich am besten zur Konstruktion von Thermosäulen eignen würden, nicht zwingend; vielmehr spielt hier die Wärmeleitfähigkeit eine ebenso wichtige Rolle wie das elektrische Leitvermögen; es scheint eher, daß gerade Metallverbindungen mit extrem hohen Werten für die Thermokraft zu praktischen Zwecken ungeeignet sind. Die Messungen von Haken ergeben allerdings im Gegensatz zu unseren Resultaten oft ein Maximum der elektrischen Leitfähigkeit für die Metallverbindungen, das mit einem Maximum der Thermokraft parallel geht. Jedoch ist in keiner Weise vorauszusehen, wie sich das Wärmeleitvermögen in solchen Punkten verhält, und es bleibt mehr als ungewiß, wie weit sich Metallverbindungen mit extrem hohen Werten der Thermokraft für praktische Zwecke eignen. Aus dem Schenckschen Gesetz rückwärts auf dieses Wärmeleitvermögen zu schließen, dürfte wohl nicht gestattet sein, da — auch abgesehen vom Vorzeichen — die Schenck-Bernoullische Formel nur für verdünnte feste Lösungen gilt und schon für stärkere Konzentrationen, geschweige denn Metallverbindungen, keinerlei quantitative Gültigkeit beanspruchen kann. Zur Klärung dieser Fragen und zur möglichen Aufdeckung eines Gesetzes über den Zusammenhang zwischen Leitverhältnis und Thermokraft, wenn ein solches, wie es den Anschein hat, existiert, sind weitere Messungen erforderlich. Diese werden mit einer etwas modifizierten Versuchsanordnung fortgesetzt. Die vorliegende Mitteilung wurde dadurch veranlaßt, daß die Messungen durch äußere Gründe eine Unterbrechung erfuhren.

Berlin, Physik. u. Physik.-Chem. Inst. d. Universität, Juli 1911.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **29. Februar 1912.** **Nr. 4.**

Sitzung vom 9. Februar 1912.

Vorsitzender: Hr. F. KURLBAUM.

Hr. **J. Franck** berichtet
über eine Beeinflussung der Stoßionisation
durch Fluoreszenz,
nach gemeinsam mit Hrn. **W. Westphal** angestellten Versuchen.
(Schon abgedruckt S. 159—166.)

Ferner spricht Hr. **A. Eucken** über die
Molekularwärme
des Wasserstoffs bei tiefen Temperaturen.

Zum Abdruck in den „Verhandlungen" der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Alfred Schulze:** Die spezifische Wärme binärer Gemische. I. (Eingereicht durch Hrn. F. DOLEZALEK.)

Von Hrn. **J. Koenigsberger**: Über die Wirkung der Gravitation auf die Elektronen.

Von Hrn. **J. Koenigsberger** und **J. Kutschewski:** Bemerkung zu unserer Arbeit: Bildung und Geschwindigkeit negativer Ionen im Kanalstrahl. (Schon abgedruckt S. 168.)



Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. ERNST RIESENFELD, Freiburg i. B., Fuchsstraße 2.
(Vorgeschlagen durch Hrn. JOH. KOENIGSBERGER.)

Hr. IMMANUEL BÖHM, Berlin S. 14, Annenstraße 51.
(Vorgeschlagen durch Hrn. M. K. GROBER.)

Berichtigung zu S. 45: An Stelle des neuen Mitgliedes BRAISCH muß es heißen:

Hr. Dr. RUDOLF RAISCH, Wissensch. Hilfsarbeiter bei der Kaiserl. Techn. Prüfungsstelle, Berlin NW. 6, Hannoverschestr. 13.

Über die Wirkung der Gravitation auf die Elektronen;

von J. Koenigsberger.

(Eingegangen am 5. Februar 1912.)

H. A. LORENTZ hat die Gravitation auf das Überwiegen der elektrostatischen Anziehung über die Abstoßung zurückzuführen gesucht. Danach müßten die Elektronen der Gravitation unterliegen. W. WIEN und später J. J. THOMSON haben die Annahme von LORENTZ erweitert und diskutiert. R. GANS hat gefolgert, daß die Gravitation nur auf die Elektronen, die mit einer positiven Masse verbunden sind, wirken könnte.

Die neuerdings erschienenen Untersuchungen von A. EINSTEIN [1]) und von M. ABRAHAM [2]) über den Zusammenhang zwischen Gravitation und Relativitätstheorie sind die Veranlassung, folgende früher angestellte Überlegungen zu veröffentlichen.

Die Elektronen besitzen, wie wir jetzt annehmen müssen, im wesentlichen eine rein elektromagnetische Masse. Deshalb dürfte die Frage, ob die Gravitation eine elektromagnetische Erscheinung ist, eng mit dem experimentellen Problem zusammenhängen, ob die Gravitation auf die Elektronen wirkt.

Auf Kathodenstrahlen wäre die Wirkung der Gravitation kleiner als die Wirkung äußerst schwacher magnetischer und elektrischer Felder, die sich kaum ausschließen lassen, und wäre daher vorläufig kaum nachweisbar.

Die Pendelbeobachtungen geben aber, wie ich glaube, schon eine teilweise Beantwortung der Frage. Es ist

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{m_T}{m_g}},$$

worin t die Schwingungsdauer, l die Länge des korrespondierenden mathematischen Pendels, m_T die träge Masse, m_g die Gravitationsmasse bedeutet. $m_T = m_p + m_e$, worin m_p die chemische träge

---

[1]) A. EINSTEIN, Ann. d. Phys. (4) 35, 898, 1911.
[2]) M. ABRAHAM, Phys. ZS. 13, 1, 1912.

Masse des positiven Kernes, m_e die träge Ruhemasse der Elektronen (aus e/m für Kathodenstrahlen etwa $^1/_{1700}\, m_p$ von Wasserstoff); m_g, die Gravitationsmasse, ist, wenn die Gravitation nicht auf die Elektronen wirkt, gleich m_p.

Also ist bei gleicher Pendellänge, aber bei Pendelkugeln mit chemisch verschiedener Masse

$$t_1 : t_2 = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{m_e}{m_p}\right)_1 : \left(1 + \frac{1}{2}\frac{m_e}{m_p}\right)_2.$$

Nach den Versuchen von BESSEL[1]) an einer Pendelkugel von Messing (Zn, Cu) und einer von Elfenbein (im wesentlichen Calciumphosphat) hat sich die reduzierte Pendellänge der beiden bis auf $2 \cdot 10^{-5}$ gleich ergeben, bei neueren Beobachtungen von SOUTHERNS[2]) an Uranoxyd und Bleioxyd bis auf $5 \cdot 10^{-6}$, also mit derselben Annäherung

$$\left(\frac{m_e}{m_p}\right)_1 = \left(\frac{m_e}{m_p}\right)_2. \qquad 1)$$

Es ist aber $m_p = v \cdot N \cdot A$, und $m_e = v \cdot N \cdot n \cdot m_0$, worin N die Zahl der Atome in 1 ccm, A das Gewicht eines Atoms[3]), n die Zahl der freien und gebundenen Elektronen pro Atom, m_0 die Masse eines Elektrons bedeutet. Demnach ist

$$\frac{m_e}{m_p} = \frac{n \cdot m_0}{A}, \qquad 2)$$

und daher nach 1) ist $A_1 : A_2 = n_1 : n_2$, $\frac{A_1}{A_2}$ ist das Verhältnis der Atomgewichte.

Die Genauigkeit, mit der die Beziehung gelten muß, folgt aus dem Verhältnis von $1 : \frac{m_e}{m_p}\frac{1}{2}$. Für ein Atomgewicht 100 und ein Elektron pro Atom wäre $\frac{m_e}{m_p} = 6 \cdot 10^{-6}$, also gelten die obigen Beziehungen für die Elektronenzahl da etwa auf ein Elektron genau. Für Wasserstoff dagegen ist $\frac{m_e}{m_p} = 6 \cdot 10^{-4}$, also wäre da die Beziehung auf 0,01 der Masse des Elektrons genau.

---

[1]) F. W. BESSEL, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels, herausgegeben von H. Bruns, Ostwald-Klassiker, Leipzig, 1889, S. 57

[2]) H. SOUTHERNS, Proc. Roy. Soc. (A) 84, 325, 1910.

[3]) Von dem Atomgewicht müßte exakt die Masse der Elektronen abgezogen werden, doch ist dies praktisch ohne Belang.

Wir wissen aber, daß sogar im Wasserstoffatom die Gesamtzahl der Elektronen, wie aus dem Zeemaneffekt und der Theorie der Serienspektra folgt, $\gtrless 6$ sein muß. Für hochatomige Substanzen ist n, wie aus den Erscheinungen der Radioaktivität, ferner aus der Theorie von J. J. THOMSON für die Kathodenstrahlabsorption folgt, weit größer. Nach unserer Formel muß aber entweder die Gravitation auf die Elektronen in Atomen wirken oder die Elektronenzahl proportional (nicht gleich[1]) dem Atomgewicht sein. Letzteres würde, wie man leicht sieht, merkwürdige Folgerungen nach sich ziehen, da die Atomgewichte vielfach nicht in einfachem rationalen Verhältnis stehen. Man würde sehr hohe Elektronenzahlen pro Atom erhalten, und es müßte die Massebestimmung durch Wägung merklich etwas anderes ergeben, wie die durch Zentrifugalkräfte. Der einfachste Ausweg aus dieser Schwierigkeit dürfte daher die Annahme sein, daß die Gravitation auf die Elektronen in den Atomen wirkt und tatsächlich eine elektromagnetische Erscheinung ist.

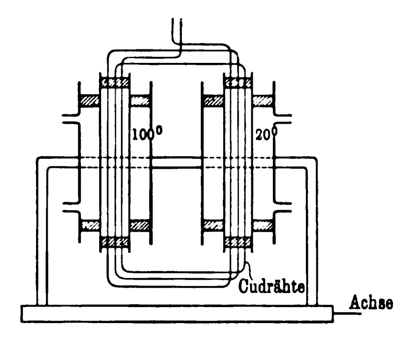
Die Gravitation könnte ferner auf die in Metallen beweglichen Elektronen wirken. Doch kann selbst, wenn die Gasgesetze anwendbar wären, die durch die Gravitation hervorgerufene elektromotorische Kraft $E = g \cdot \frac{m}{e} = 6 . 10^{-18}$ Volt p/cm sich weder in einer Wirkung auf die Stromleitung, noch elektrostatisch äußern. Das erstere folgt aus Betrachtungen analog denen, die L. BOLTZMANN in seinen „Vorlesungen über Gastheorie" angestellt hat. Das letztere folgt aus der Tatsache, daß bis auf Größen zweiter Ordnung, die von der Änderung in der Verteilung der Elektronen bei verschiedener Elektronenzahl herrühren, die elektromotorische Gravitationskraft in allen Substanzen die gleiche sein muß. Erst wenn die Elektronenzahl in einer Substanz sehr klein wäre, könnte die Gravitation die Verteilung merklich beeinflussen. Aber auch dann wäre die Wirkung, ähnlich wie bei der Voltakraft, nur statisch. Daher müßte sie elektrometrisch gemessen werden, was wegen ihrer Kleinheit schwierig wäre.

---

[1]) Daß die Elektronenzahl gleich dem Atomgewicht ist, worauf die Berechnungen von J. J. THOMSON zum Teil deuten, scheint mir schon wegen des oben besprochenen Verhaltens von Wasserstoff nicht wahrscheinlich.



Fräulein E. VON BAHR und der Verfasser haben versucht, ob mit einer Anordnung, analog der für den Nachweis von Thermokräften durch Druckwirkung von TH. DES COUDRES [1]) angewandten Methode, sich ein Einfluß der Gravitation ergibt. Die Versuchsanordnung ist aus beistehender Skizze zu ersehen. 20 Windungen von 1 qmm Kupferdraht wurden auf einer Spule von 1 m Höhe befestigt, und die eine Seite in Öl auf 100°, die andere auf 20° gehalten (vgl. Figur). Das System konnte um eine horizontale Achse gedreht, vertikal oder horizontal gestellt werden. Die Drähte selbst können so befestigt werden, daß sie durch die eigene Schwere nicht beeinflußt sind. Wir hätten



eine etwaige Thermokraft von $1 . 10^{-9}$ Volt pro 1 m Draht und 1° Temperaturdifferenz wahrnehmen können, sie war aber nicht vorhanden. Eine Theorie dieses Versuches läßt sich deshalb noch nicht einwandsfrei geben, weil die jetzige Theorie der freien Elektronen für gewöhnlich Thermokräfte zwischen zwei Metallen usw. zu Widersprüchen mit der Erfahrung führt [2]). Bei den Thermokräften müssen offenbar noch Größen berücksichtigt werden, die nicht einfachen Potentialkräften entsprechen.

---

[1]) TH. DES COUDRES, Wied. Ann. 43, 673, 1891.
[2]) Vgl. Ann. d. Phys. (4) 35, S. 38, 1911.

Die spezifische Wärme binärer Gemische I;
von Alfred Schulze.

(Eingegangen am 1. Februar 1912.)

Einleitung.

Die spezifische Wärme binärer Gemische ist bisher in verhältnismäßig geringem Maße untersucht worden. So hat zuerst J. H. SCHÜLLER [1]) Gemische von Alkohol — Wasser, Alkohol — Chloroform, Alkohol—Schwefelkohlenstoff, Alkohol—Benzin, Chloroform—Schwefelkohlenstoff u. a. untersucht; er fand bei den meisten Gemischen, daß ihre spezifischen Wärmen von der Mischungsregel ziemlich bedeutend abweichen. Auf Grund dieser Messungen stellte DRECKER [2]) theoretische Untersuchungen an, indem er aus der spezifischen Wärme bei konstantem Druck die bei konstantem Volumen berechnete und diese mit den Ausdehnungskoeffizienten und Dichten in Beziehung brachte. Er kam aber hierbei zu keinen befriedigenden Resultaten.

Auch andere Forscher, wie LECHER [3]), ZETHERMANN [4]), DUPRÉ und PAGE [5]), bestimmten die spezifischen Wärmen von Alkoholgemischen, die nur die obigen Resultate bestätigten. FORCH [6]) untersuchte Lösungen von Naphtalin in organischen Lösungsmitteln (Schwefelkohlenstoff, Benzol, Chloroform, Äthyläther, Toluol) und maß ihre Wärmetönungen. Bei dem Gemisch Ameisensäure—Wasser stellte LÜDEKING [7]) fest, daß seine spezifischen Wärmen kleiner sind, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen.

Sehr hübsche Messungen liegen von BUSSY und BUIGNET [8]) vor, die die spezifischen Wärmen von einer ganzen Reihe von

---

[1]) J. H. SCHÜLLER, Dissertation, Bonn 1869; Pogg. Ann., Ergänzungsband 5, 115, 192, 1871.

[2]) J. DRECKER, Wied. Ann. 20, 870, 1883.

[3]) E. LECHER, Wien. Ber. 76 [1], 1877.

[4]) E. ZETHERMANN, Journ. d. Phys. 10, 312, 1881.

[5]) DUPRÉ und PAGE, Phil. Trans. 159, 591, 1870.

[6]) FORCH, Ann. d. Phys. (4) 12, 202, 211, 1903.

[7]) LÜDEKING, Phys. ZS. 1, 282, 1900.

[8]) BUSSY und BUIGNET, C. R. 64, 330, 1867.

Gemischen mit der Wärmetönung und der Volumenänderung beim Mischen vergleichen.

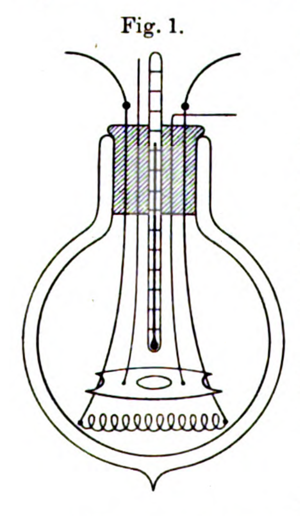
In neuerer Zeit ist öfter schon die Vermutung ausgesprochen, daß die Abweichungen der spezifischen Wärmen von der Mischungsregel durch molekulare Änderungen hervorgerufen sind; aber in welcher Weise diese vor sich gehen, und welches der tiefere innere Grund der Abweichungen ist, konnte bisher nicht ermittelt werden.

Der Zweck der vorliegenden Arbeiten ist es nun, experimentell sowie theoretisch bei binären Gemischen die Abweichungen der spezifischen Wärmen von der Mischungsregel zu erklären. Wir werden sehen, daß diese Abweichungen sich nur durch die beim Mischen eintretenden Änderungen in der Molekularkonstitution erklären lassen.

Apparate zur Messung der spezifischen Wärme.

Gemessen wurden die spezifischen Wärmen auf elektrischem Wege; die Flüssigkeiten befanden sich in einem versilberten, kugelförmigen Dewargefäß von ungefähr 1000 ccm Inhalt. Der Heizdraht (0,3 mm) war aus Konstantan. Die durch den elektrischen Strom dem Flüssigkeitsgemisch zugeführte JOULEsche Wärme wurde durch das Thermometer angezeigt. Das Dewargefäß (Fig. 1) war durch einen Filzstopfen verschlossen; durch diesen führten die Zuleitungsdrähte zu dem Heizdraht. Ebenso war dort ein Rührer angebracht, dieser bestand aus einer 1 mm dicken Messingscheibe (mit verschiedenen Löchern), die durch einen starren Draht auf und nieder bewegt werden konnte. Das Kalorimeter wurde mit destilliertem Wasser geeicht, wo sich als Wasserwert

Fig. 1.



$$w = 40{,}6 \text{ g}$$

ergab.

Wenn nun i die Stromstärke, e die Spannung, t die Sekundenzahl, τ die Temperaturerhöhung, p das Gewicht der Flüssigkeit,

c_g die spezifische Wärme des Gemisches ist, so kann letztere auf Grund der Gleichung:

$$0{,}239 \, . \, i \, . \, e \, . \, t = \tau \, (w + p \, . \, c_g) \qquad 1)$$

ohne weiteres berechnet werden.

Da hier nur eine Temperaturerhöhung von 3 bis 4° benutzt wurde, so konnte die Wärmeabgabe nach außen hin vernachlässigt werden. Was die Meßmethode selbst anbetrifft, so ist natürlich eine viel größere Präzision zu erreichen. Jedoch reichte die Genauigkeit für den vorliegenden Zweck vollkommen aus.

Die spezifische Wärme binärer Gemische.

Die spezifische Wärme eines Gemisches ist bestimmt durch die Gewichtsmengen der Komponenten; sind also p_a und p_b die Massen der Flüssigkeitskomponenten A und B in 1 g Mischung, so ergibt sich für die spezifische Wärme des Gemisches:

$$c_g = c_a p_a + c_b \, . \, p_b, \qquad 2)$$

wo c_a und c_b die spezifischen Wärmen der reinen Flüssigkeiten sind. Es ist dann natürlich:

$$p_a + p_b = 1. \qquad 3)$$

Mithin müssen die spezifischen Wärmen als Funktion des Massenbruchs dargestellt werden. Führt man dagegen die Molekularwärmen ein, so sind diese nicht mehr von den Massenbrüchen abhängig, sondern von den Molenbrüchen, wo unter „Molenbruch" verstanden ist das Verhältnis der Molekülzahl der betreffenden Gattung zur Gesamtzahl der vorhandenen Moleküle. Sind also m_a und m_b die Molekulargewichte der Komponenten A und B, so ergibt sich für den Molenbruch q_a der Komponente A:

$$q_a = \frac{\frac{p_a}{m_a}}{\frac{p_a}{m_a} + \frac{p_b}{m_b}}, \qquad 4)$$

analog für B, wo dann auch

$$q_a + q_b = 1 \qquad 5)$$

sein muß. Aus den Gleichungen 3) und 4) ergibt sich dann für den Massenbruch:

$$\left.\begin{aligned} p_a &= \frac{m_a q_a}{m_a q_a + m_b q_b} \\ \text{analog} \qquad p_b &= \frac{m_b q_b}{m_a q_a + m_b q_b} \end{aligned}\right\}. \qquad 6)$$

Führt man dies in die Gleichung 2) ein, so ergibt sich für die Molekularwärme eines binären Gemisches:

$$c_g (m_a q_a + m_b q_b) = c_a . m_a . q_a + c_b . m_b . q_b . \qquad 7)$$

DOLEZALEK [1]) unterschied nun bei den binären Gemischen drei Typen von Kurven; er ging dabei von den Dampfdruckkurven aus; es zeigt sich aber auch bei den anderen Eigenschaften der Gemische, daß immer wieder jene drei Typen bestehen bleiben. Bei den Dampfdrucken unterschied DOLEZALEK zunächst den Typus, bei dem diese geradlinig verlaufen; zweitens den, bei welchem die Dampfdrucke langsamer, und endlich, bei welchem sie schneller als der Molenbruch ansteigen. Im zweiten Falle, wo also die Dampfdruckkurve unterhalb der Geraden liegt, zeigte DOLEZALEK theoretisch, daß die beiden Komponenten eine chemische Verbindung eingehen; der dritte Fall ergab sich für solche Gemische, wo Assoziation vorhanden war. Der erste Typus wird mithin nur für ideale Gemische vorhanden sein, d. h. für solche, in denen nur Monomoleküle enthalten sind, und die beim Vermischen keine molekularen Umwandlungen erfahren.

Ein ganz analoges Verhalten konnte auch für das langwellige Refraktionsvermögen binärer Gemische [2]) konstatiert werden; hier liegen die Verbindungskurven oberhalb, die Assoziationskurven unterhalb der Mischungsgeraden, wie sich dies auch aus theoretischen Gesichtspunkten ergibt.

Für die spezifischen Wärmen hat sich nun ebenfalls dasselbe Bild gezeigt. Diejenigen Gemische, bei denen die Komponenten eine gegenseitige Bindung eingehen, haben eine größere spezifische Wärme, als sie eigentlich nach der Mischungsregel haben sollten, und die Assoziationsgemische eine kleinere. Ein ideales Gemisch verläuft dann wieder geradlinig. Bei diesen Abweichungen kommt es vor allem auf die Größe der spezifischen Wärme der Verbindung selbst oder der Bimolekeln, Trimolekeln usw. an. Wenn die spezifische Wärme der Bimole sehr klein ist im Vergleich zu der der Monomole, so kann es prinzipiell einmal vorkommen, daß beim Assoziationsgemisch die Kurve oberhalb der Mischungsgeraden liegt. Jedoch ist mir bei einem reinen Assoziationsgemisch ein solcher Fall nicht bekannt.

---

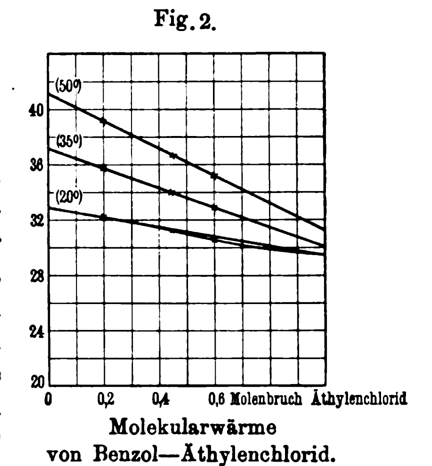
[1]) F. DOLEZALEK, ZS. f. phys. Chem. 64, 727, 1908; 71, 191, 1910.
[2]) A. SCHULZE, ZS. f. Elektrochem. 18, 77, 1912.

So habe ich denn eine ganze Reihe von binären Gemischen auf ihre spezifische Wärme hin untersucht. Zunächst will ich nur — rein qualitativ — die Versuchsergebnisse mitteilen und sie an Hand der DOLEZALEKschen Theorie erläutern. In einer späteren Arbeit will ich eine genauere theoretische Begründung bringen.

I. Benzol—Äthylenchlorid.

Das Gemisch Benzol—Äthylenchlorid ist in bezug auf seine Dampfspannungen bereits untersucht[1]); hier zeigt sich, daß diese geradlinig verlaufen (bei 50°), das Gemisch also ein ideales ist. Da mithin beim Mischen keine molekularen Umsetzungen erfolgen, so müßte sich dies ebenfalls bei den spezifischen Wärmen zeigen. Und tatsächlich ergaben die Messungen, daß die spezifischen Wärmen sowohl wie die Molekularwärmen bei 50° geradlinig verlaufen. Bei 35° und 20° tritt eine allerdings kaum merkliche Abweichung von der Geraden auf der Seite des Äthylenchlorids auf, was darauf schließen läßt, daß bei diesen Temperaturen das Äthylenchlorid ein wenig assoziiert ist. Die Fig. 2 gibt die Kurven der molekularen Wärmen bei den drei Temperaturen 50°, 35°, 20° wieder. Die Tabellen 1, 2, 3 stellen die Resultate der Messungen dar. q_a bedeutet den Molenbruch Äthylenchlorid, p_a die Masse Äthylenchlorid in 1 g Mischung. c_g ist die spezifische Wärme und $c_g(m_a q_a + m_b q_b)$ die Molekularwärme der Mischung. $m_a = 98{,}95$ und $m_b = 78{,}05$ sind die Molekulargewichte von Äthylenchlorid und Benzol.

Fig. 2.



Molekularwärme von Benzol—Äthylenchlorid.

Wenn man bei diesem Gemisch die linke und rechte Seite der Gleichung:

$$c_g(m_a q_a + m_b q_b) = c_a \cdot m_a \cdot q_a + c_b \cdot m_b \cdot q_b$$

[1]) v. ZAWIDZKI, ZS. f. phys. Chem. 35, 129, 1900; DOLEZALEK, ebenda, 64, 727, 1908.

für 50° berechnet, so findet man, daß sie genau identisch sind. Bei 35° und 20° ist die linke Seite um ein ganz wenig kleiner als die rechte; denn die rechte Seite gibt stets den Wert an, den die spezifische Wärme des Gemisches haben würde, wenn sie nach der Mischungsregel ginge. Die Abweichungen von der Geraden sind in Wirklichkeit so klein, daß man sie in den Figuren gar nicht bemerken würde. Für 20° ist sie daher etwas übertrieben gezeichnet, um eine Abweichung überhaupt kenntlich zu machen.

Tabelle 1.
Benzol-Äthylenchlorid bei 50°.

p_a	c_g	q_a	$c_g(m_a q_a + m_b q_b$
0,0	0,5270	0,0	41,13
0,239	0,4770	0,2	39,14
0,456	0,4298	0,4	37,14
0,559	0,4084	0,5	36,14
0,655	0,3879	0,6	35,14
0,835	0,3497	0,8	33,14
1,0	0,3145	1,0	31,15

Tabelle 2.
Benzol-Äthylenchlorid bei 35°.

p_a	c_g	q_a	$c_g(m_a q_a + m_b q_b)$
0,0	0,4745	0,0	37,04
0,239	0,4476	0,2	36,73
0,456	0,3981	0,4	34,40
0,559	0,3810	0,5	33,72
0,655	0,3647	0,6	33,04
0,835	0,3345	0,8	31,70
1,0	0,3076	1,0	30,44

Tabelle 3. Benzol—Athylenchlorid bei 20°.

p_a	c_g	q_a	$c_g(m_a q_a + m_b q_b)$
0,0	0,4218	0,0	32,92
0,239	0,3935	0,2	32,29
0,456	0,3660	0,4	31,63
0,559	0,3534	0,5	31,28
0,655	0,3417	0,6	30,95
0,835	0,3204	0,8	30,36
1,0	0,3007	1,0	29,74

Endlich zeigen noch die Messungen, daß die spezifischen Wärmen der Komponenten sowohl wie die der Mischungen mit abnehmender Temperatur abnehmen.

Es sind nun die Dampfdrucke einer ganzen Reihe idealer Gemische [1]) untersucht worden; und zwar handelt es sich um Gemische von Benzol, Chlorbenzol, Brombenzol, Äthylbenzol, Äthylenchlorid, Toluol, Äthylenbromid und Propylenbromid. Es ist an-

[1]) Guthrie, Phil. Mag. (5) **18**, 495, 1884; Linebarger, Journ. Amer. Chem. Soc. **17**, 615, 1885; Lehfeldt, Phil. Mag. (5) **40**, 397, 1895, **46**, 42, 1898; Zawidzki, l. c.

zunehmen, ja man kann wohl sogar sagen, es ist sicher, daß auch die spezifischen Wärmen all dieser Gemische bei derselben Temperatur wie die entsprechenden Dampfdruckkurven einen geradlinigen Verlauf zeigen.

II. Äthyläther — Chloroform.

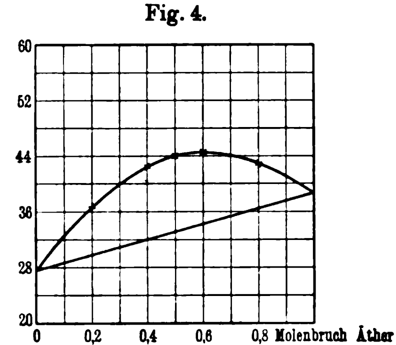
Was nun die spezifischen Wärmen des Äther — Chloroformgemisches anbelangt, so treten hier sehr sonderbare, interessante Erscheinungen zutage. Es ist dies bei fünf Temperaturen, bei

Fig. 3.

60
52
44
36
28
20
0 0,2 0,4 0,6 0,8 Molenbruch Äther

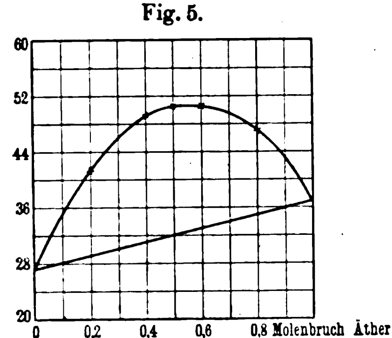
Analytische Molekularwärme von Äther—Chloroform bei + 20°.

Fig. 4.



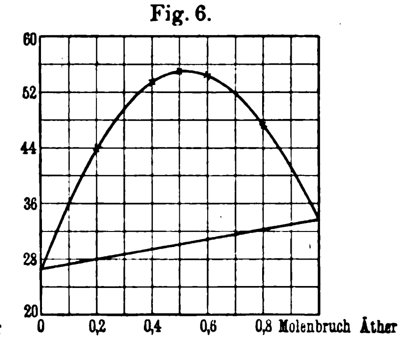
Analytische Molekularwärme von Äther—Chloroform bei 0°.

Fig. 5.



Analytische Molekularwärme von Äther—Chloroform bei — 30°.

Fig. 6.



Analytische Molekularwärme von Äther—Chloroform bei — 50°.

+ 20°, 0°, — 10°, — 30°, — 50° untersucht worden. Die Fig. 3 bis 6 zeigen die Molekularwärmen, die als Funktion des Molenbruchs Äther (q_a) dargestellt sind. Die Tabellen 4 bis 8 geben die

Resultate der Messungen bei den fünf verschiedenen Temperaturen. Es sind: $m_a = 74{,}08$, $m_c = 119{,}39$ die Molekulargewichte von reinem Äther und reinem Chloroform.

Man sieht hier, welche Unterschiede die beiden Seiten der Gleichungen:

$$c_g = c_a \cdot p_a + c_c \cdot p_c$$

$$c_g (m_a q_a + m_c q_c) = c_a \cdot m_a q_a + c_c \cdot m_c \cdot q_c$$

ergeben. Die beiden Seiten können natürlich niemals identisch werden, wenn die Versuchsfehler auch noch so groß wären. Die spezifischen Wärmen der Mischungen sind hier bedeutend größer, als sie es nach der Mischungsregel sein sollten, und zwar weicht die spezifische Wärme des molekularen Gemenges bei 20° um ungefähr 10 Proz. von der Mischungsregel ab und bei —50° sogar um etwa 75 Proz.

Dolezalek[1]) hat nun auf theoretischem Wege gezeigt, daß Äther und Chloroform beim Mischen eine chemische Verbindung eingehen. Und zwar verbindet sich ein Molekül Äther mit einem Molekül Chloroform der Reaktionsgleichung gemäß:

Äther + Chloroform = Ätherchloroform.

Daß dem tatsächlich so ist, hat sich auch bei den Kontraktionen und langwelligen Refraktionsvermögen[2]) erwiesen. Man hat demnach nicht mehr zwei Komponenten, den reinen Äther und das reine Chloroform zu unterscheiden, sondern drei Komponenten, den unverbundenen Äther, das unverbundene Chloroform und die Verbindung Ätherchloroform. Wenn die Massen dieser drei Komponenten in 1 g Mischung p'_a, p'_c, p'_{ac} sind, wo auch:

$$p'_a + p'_{ac} + p'_c = 1 \tag{8}$$

sein muß, so gilt für die spezifischen Wärmen:

$$c_g = c_a \cdot p'_a + c_{ac} \cdot p'_{ac} + c_c \cdot p'_c, \tag{9}$$

wo c_{ac} die spezifische Wärme der Verbindung bedeutet. Für die Molekularwärmen folgt dann analog dem früher Abgeleiteten:

$$c_g (m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c) = c_a . m_a . x_a + c_{ac} . m_{ac} . x_{ac} + c_c . m_c . x_c. \tag{10}$$

x_a, x_{ac}, x_c stellen die „wahren Molenbrüche" vor, die nicht zu verwechseln sind mit den sogenannten „analytischen Molenbrüchen" q_a und q_c. Es ist wiederum:

$$x_a + x_{ac} + x_c = 1, \tag{11}$$

[1]) Dolezalek, ZS. f. phys. Chem. 71, 191, 1910.
[2]) A. Schulze, ZS. f. Elektrochem. 18, 77, 1912.

und zwischen dem analytischen und wahren Molenbruch besteht die Relation:

$$q_a = \frac{x_a + x_{ac}}{1 + x_{ac}}. \qquad 12)$$

In Gleichung 10) ist m_{ac} das Molekulargewicht der Verbindung:

$$m_{ac} = m_a + m_c = 193{,}47.$$

Ich bezeichne nun dementsprechend auch $c_g(m_a q_a + m_c q_c)$ die „analytische Molekularwärme“ und $c_g(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c . x_c)$ die „wahre Molekularwärme“. Letztere ist natürlich nur dann bekannt, wenn es die wahren Molenbrüche sind, und diese, wenn die Verbindungskonstante K aus dem Massenwirkungsgesetz errechnet ist. Dieses lautet für das Äther—Chloroformgemisch folgendermaßen:

$$x_{ac} = K . x_a . x_c. \qquad 13)$$

Dies K hat DOLEZALEK für 20° aus den Dampfdruckmessungen berechnet, infolgedessen war ich imstande, für diese Temperatur die wahren Molekularwärmen zu berechnen. Diese sollen jedoch erst später angegeben werden.

Nun sehen wir aus den Figuren, daß mit abnehmender Temperatur die Abweichungen der spezifischen Wärmen der Mischungen von der Mischungsgeraden beträchtlich zunehmen. Daraus folgt, daß die Menge der Verbindung mit abnehmender Temperatur zunimmt.

Zu noch tieferen Temperaturen hinunterzugehen, hat in diesem Falle keinen Zweck, da das Chloroform gleich unterhalb —50° gefriert. Natürlich wird im festen Zustande die Verbindung mit abnehmender Temperatur ebenfalls größer werden; aber in theoretischer Hinsicht hat dies keine Bedeutung mehr, da wir die Molekularkonstitution im festen Körper noch nicht kennen.

Tabelle 4. Äther—Chloroform bei 20°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g(m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2338	—	—	0,0	27,91	—	—
0,134	0,2983	0,2747	0,0236	0,2	32,91	30,31	2,60
0,293	0,3674	0,3231	0,0443	0,4	37,21	32,71	4,50
0,383	0,4011	0,3510	0,0501	0,5	38,80	33,90	4,90
0,482	0,4313	0,3807	0,0506	0,6	39,76	35,10	4,66
0,713	0,4823	0,4511	0,0312	0,8	40,10	37,50	2,60
1,0	0,5385	—	—	1,0	39,89	—	—

Tabelle 5. Äther—Chloroform bei 0°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2324	—	—	0,0	27,75	—	—
0,134	0,3287	0,2712	0,0575	0,2	36,26	29,91	6,35
0,293	0,4183	0,3168	0,1020	0,4	42,41	32,08	10,33
0,383	0,4533	0,3428	0,1105	0,5	43,85	33,16	10,69
0,482	0,4821	0,3715	0,1106	0,6	44,45	34,25	10,20
0,713	0,5137	0,4380	0,0757	0,8	42,71	36,41	6,30
1,0	0,5208	—	—	1,0	38,58	—	—

Tabelle 6. Äther—Chloroform bei —10°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2317	—	—	0,0	27,66	—	—
0,134	0,3438	0,2694	0,0744	0,2	37,92	29,71	8,21
0,293	0,4444	0,3136	0,1308	0,4	45,00	31,76	13,24
0,383	0,4795	0,3389	0,1406	0,5	46,38	32,79	13,59
0,482	0,5080	0,3667	0,1413	0,6	46,83	33,81	13,02
0,713	0,5293	0,4288	0,1005	0,8	44,01	35,65	8,36
1,0	0,5117	—	—	1,0	37,91	—	—

Tabelle 7. Äther—Chloroform bei —30°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2296	—	—	0,0	27,41	—	—
0,134	0,3704	0,2652	0,1052	0,2	40,86	29,25	11,6
0,293	0,4870	0,3070	0,1800	0,4	49,32	31,09	18,23
0,383	0,5245	0,3308	0,1937	0,5	50,74	32,00	18,74
0,482	0,5510	0,3567	0,1943	0,6	50,80	32,89	18,91
0,713	0,5677	0,4181	0,1496	0,8	47,20	34,76	12,44
1,0	0,4940	—	—	1,0	36,60	—	—

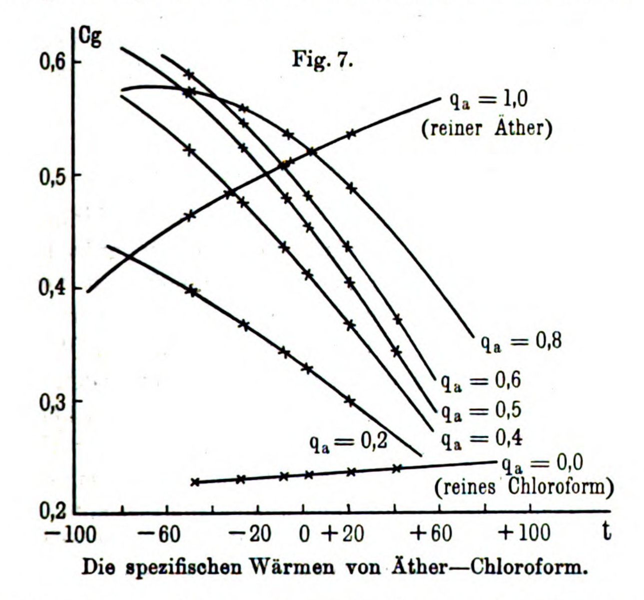
Was nun die Temperaturkoeffizienten der spezifischen Wärmen anbetrifft, so sieht man, daß der reine Äther und das reine Chloroform mit abnehmender Temperatur eine fortgesetzt kleinere spezifische Wärme annehmen, wie es ja auch das Nernstsche Wärmetheorem verlangt. Dies ergibt sich auch aus den vielen Messungen der spezifischen Wärmen organischer Flüssigkeiten von Regnault[1]).

[1]) Regnault, Mém. de l'Acad. 26, 262, 1862; Pogg. Ann. 62, 50, 1844.

Tabelle 8. Äther—Chloroform bei —50°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2264	—	—	0,0	27,03	—	—
0,134	0,3989	0,2573	0,1416	0,2	44,00	28,39	16,61
0,293	0,5296	0,2937	0,2359	0,4	53,63	29,74	23,89
0,383	0,5698	0,3145	0,2553	0,5	55,12	30,42	24,70
0,482	0,5944	0,3373	0,2571	0,6	54,80	31,10	23,70
0,713	0,5730	0,3904	0,1826	0,8	47,64	32,46	15,18
1,0	0,4671	—	—	1,0	33,82	—	—

Die spezifischen Wärmen der Mischungen von Äther und Chloroform aber scheinen zunächst dem Nernstschen Wärmesatz zu widersprechen, denn diese nehmen zusehends mit abnehmender



Die spezifischen Wärmen von Äther—Chloroform.

Temperatur zu, und zwar bei 10° Temperaturdifferenz durchschnittlich um 5 Proz. (s. Fig. 7). So sonderbar dies Ansteigen erscheint, so selbstverständlich ist es auch vom rein theoretischen Gesichtspunkte aus. Denn in dem gemessenen Wert für die spezifische Wärme der Mischung ist nicht nur die „spezifische" Wärme selbst enthalten, sondern auch die „chemische" Wärme. Und diese ist gerade bei dem Äther—Chloroformgemisch sehr groß.

Denn wenn man Äther und Chloroform bei Zimmertemperatur im molekularen Verhältnis vermengt, so tritt eine Temperaturerhöhung von etwa 16° auf.

In Fig. 7 sieht man deutlich aus dem Kurvenbild, daß die spezifischen Wärmen der Gemische für eine bestimmté Temperatur einem Maximum zustreben, um dann wieder mit weiterhin abnehmender Temperatur zu fallen.

Mithin muß auch für das molekulare Gemenge die spezifische Wärme im absoluten Nullpunkt gleich Null sein, wie es der dritte Wärmesatz verlangt.

Es wäre nun interessant, experimentell den Umkehrpunkt des molekularen Gemenges zu bestimmen. Dies gefriert allerdings bei —80°; für diese Temperatur sind, wie die Theorie ergibt, ungefähr 80 Molekülprozente Verbindung vorhanden. Wenn natürlich auch die Verbindungskonstante K bei den tiefen Temperaturen sehr rapide ansteigt, auf Grund der Gleichung:

$$\frac{d \log K}{d T} = - \frac{Q}{R T^2} \tag{14}$$

(T absolute Temperatur, R Gaskonstante, Q Wärmetönung.)

und infolgedessen die Zunahme der Menge der Verbindung immer langsamer wird, so wird ungefähr der Umkehrpunkt bei —150° liegen. Ihn aber experimentell zu bestimmen, ist von keinem Belang. Denn bei dem Übergang von der flüssigen zur festen Phase tritt zunächst ein Sprung in den spezifischen Wärmen auf, und außerdem wird sehr wahrscheinlich in der festen Phase die Richtung der Kurve eine andere sein. In theoretischer Hinsicht nützt es ebenfalls nichts, da wir die Molekularkonstitution — wie schon früher erwähnt — im festen Körper nicht kennen. Allein aus obigen theoretischen Betrachtungen folgt schon, daß trotz anfänglichen Steigens der spezifischen Wärmen mit abnehmender Temperatur das NERNSTsche Wärmetheorem sich auch für die Gemische bestätigen muß.

Wenn ich nun die Gleichung der wahren Molekularwärmen betrachte:

$$c_g (m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c) = c_a m_a . x_a + c_{ac} . m_{ac} . x_{ac} + c_c m_c x_c,$$

so kann die theoretische Kurve (d. h. die rechte Seite dieser Gleichung) mit der gemessenen (d. h. die linke Seite) nicht übereinstimmen, da ja die chemische Wärme unberücksichtigt ge-

blieben ist. Um dieser noch Genüge zu leisten, brauche ich noch die Wärmetönungen der Gemische. Wenn diese bekannt sind, kann die spezifische Wärme der Verbindung c_{ac} selbst berechnet werden. Jedoch über diese theoretischen Betrachtungen soll erst in einer späteren Arbeit berichtet werden.

Aus all diesem ist — rein qualitativ zunächst — erwiesen, daß Äther und Chloroform beim Mischen eine Verbindung eingehen, die mit abnehmender Temperatur stark zunimmt.

III. Aceton — Chloroform.

Ähnliche Erscheinungen wie bei dem Äther—Chloroformgemisch treten auch hier bei dem Gemisch Aceton—Chloroform auf. Dies ist untersucht bei den vier Temperaturen: $+35^{\circ}$, $+20^{\circ}$, -10°, -40° (Molekularwärme s. Fig. 8 bis 11). Hier sind die spezifischen Wärmen ebenfalls größer, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen, und die Abweichungen von der Mischungsgeraden nehmen mit abnehmender Temperatur erheblich zu. Man sieht also auch hier aus dem Kurvenbild, daß die beiden Komponenten (Aceton und Chloroform) eine chemische Verbindung eingehen, die mit abnehmender Temperatur naturgemäß größer wird. Dies steht auch im Einklang mit den Rechnungen DOLEZALEKS [1]). Und zwar verbindet sich hier ein Molekül Aceton mit einem Molekül Chloroform. Für die Temperatur von 35° existiert die Dampfdruckkurve von diesem Gemisch; die Verbindungskonstante ist dann dafür aus dem Massenwirkungsgesetz berechnet worden.

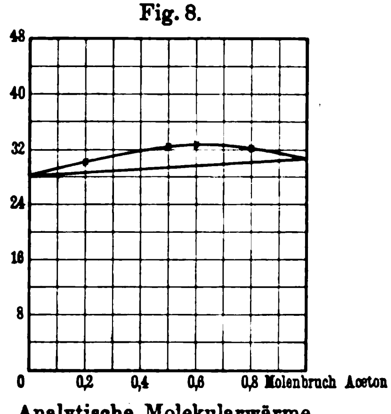
Infolgedessen ist man imstande, außer der analytischen Molekularwärme $c_g(m_a q_a + m_c q_c)$, auch die wahre Molekularwärme $c_g(m_a x_a + m_{ac} x_{ac} + m_c x_c)$ anzugeben. q_a und q_c sind wieder die analytischen, x_a, x_{ac} und x_c die wahren Molenbrüche. Im übrigen sind die Formeln für dieses Gemisch mit denen des Äther—Chloroformgemisches vollkommen identisch, da sich ja dieselben chemischen Vorgänge abspielen. Die Resultate der Messungen sind in den Tabellen 9 bis 12 angegeben. Die Molekulargewichte von Aceton und Chloroform sind $m_a = 58,05$, $m_c = 119,39$.

[1]) DOLEZALEK, ZS. f. phys. Chem. 64, 727, 1908; siehe auch W. BEIN, ebenda 66, 257, 1909.



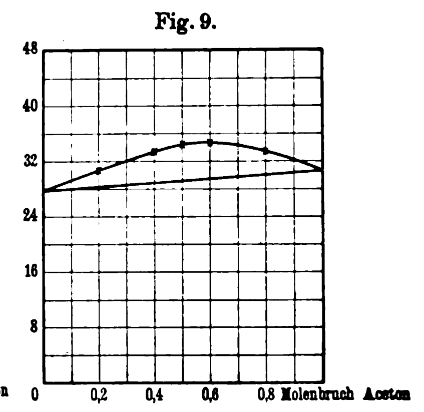
Von dem reinen Aceton wissen wir nun, daß es etwas assoziiert ist. Da bei ziemlich geringer Assoziation eine starke Verbindungsbildung auftritt, so ist bei 35° und bei 20° in den Kurven von einer Assoziation des Acetons noch nichts zu merken. Sie konnte daher für 35° bei der Rechnung unbeachtet bleiben. Da

Fig. 8.



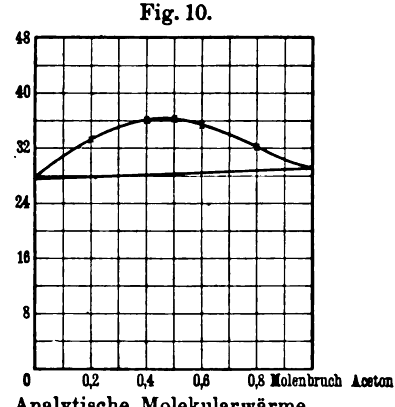
Analytische Molekularwärme von Aceton—Chloroform bei + 35°.

Fig. 9.



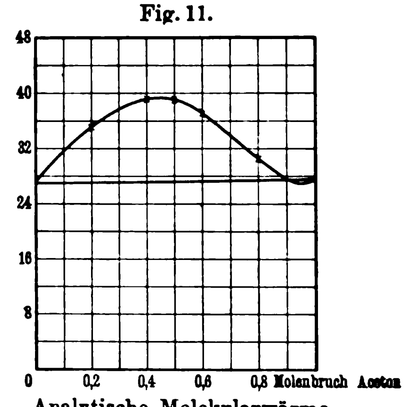
Analytische Molekularwärme von Aceton—Chloroform bei + 20°.

Fig. 10.



Analytische Molekularwärme von Aceton—Chloroform bei — 10°.

Fig. 11.



Analytische Molekularwärme von Aceton—Chloroform bei + 40°.

aber die Assoziation beim Aceton mit abnehmender Temperatur stark zunimmt, so macht sie sich bei den tieferen Temperaturen deutlich bemerkbar. In den Fig. 10 und 11 sieht man daher sehr schön, wie auf der Acetonseite die Kurven heruntergedrückt sind, ja wie sie sogar bei — 40° unter die Mischungsgerade heruntergehen.

In Fig. 12 sind nun die spezifischen Wärmen dieses Gemisches als Funktion der Temperatur t dargestellt. Man findet ganz das Analoge wie beim Äther—Chloroformgemisch; nur ist hier der Temperaturkoeffizient nicht so groß, weil die chemische Wärme geringer ist. Mischt man reines Aceton und reines Chloroform in molekularem Gemenge, so tritt bei Zimmertemperatur eine Temperaturerhöhung von etwa 13° auf. Infolgedessen ist auch

Tabelle 9. Aceton—Chloroform bei +35°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2354	—	—	0,0	28,10	—	—
0,108	0,2783	0,2676	0,0107	0,2	29,81	28,66	1,15
0,245	0,3325	0,3080	0,0245	0,4	31,54	29,22	2,32
0,327	0,3648	0,3324	0,0324	0,5	32,37	29,49	2,88
0,422	0,3948	0,3605	0,0343	0,6	32,61	29,77	2,84
0,660	0,4592	0,4313	0,0279	0,8	32,29	30,33	1,96
1,0	0,5320	—	—	1,0	30,88	—	—

Tabelle 10. Aceton—Chloroform bei +20°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2338	—	—	0,0	27,91	—	—
0,108	0,2888	0,2654	0,0234	0,2	30,93	28,43	2,50
0,245	0,3529	0,3048	0,0481	0,4	33,47	28,91	4,56
0,327	0,3866	0,3286	0,0580	0,5	34,30	29,15	5,15
0,422	0,4191	0,3560	0,0631	0,6	34,61	29,40	5,21
0,660	0,4720	0,4252	0,0478	0,8	33,19	29,90	3,29
1,0	0,5236	—	—	1.0	30,40	—	—

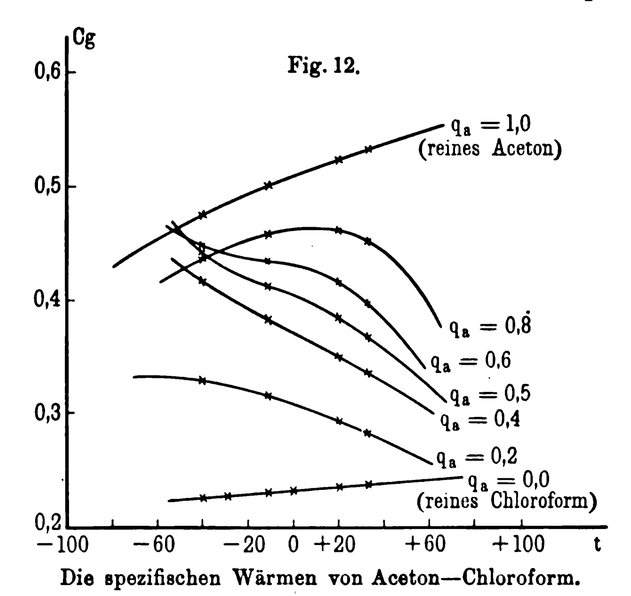
Tabelle 11. Aceton—Chloroform bei —10°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2317	—	—	0,0	27,66	—	—
0,108	0,3100	0,2607	0,0493	0,2	33,21	27,93	5,28
0,245	0,3825	0,2972	0,0853	0,4	36,28	28,19	8,09
0,327	0,4031	0,3192	0,0889	0,5	36,21	28,32	7,89
0,422	0,4300	0,3445	0,0855	0,6	35,51	28,46	7,05
0,660	0,4595	0,4084	0,0511	0,8	32,31	28,72	3,59
1,0	0,4993	—	—	1,0	28,98	—	—

Tabelle 12. Aceton—Chloroform bei —40°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2280	—	—	0,0	27,22	—	—
0,108	0,3281	0,2607	0,0674	0,2	35,15	27,29	7,86
0,245	0,4153	0,2885	0,1268	0,4	39,39	27,36	12,03
0,327	0,4401	0,3088	0,1313	0,5	39,05	27,39	11,66
0,422	0,4498	0,3321	0,1177	0,6	37,15	27,43	9,72
0,660	0,4310	0,3911	0,0299	0,8	30,31	27,50	2,81
1,0	0,4749	—	—	1,0	27,57	—	—

das Ansteigen der spezifischen Wärmen der Mischungen zu erklären. Auch diese Kurven müssen aus denselben theoretischen Gründen, wie sie bereits erläutert sind, einem Umkehrpunkte zu-



Die spezifischen Wärmen von Aceton—Chloroform.

streben, um dann wie die reinen Komponenten dem absoluten Nullpunkte zuzustreben. Einen solchen Umkehrpunkt sehen wir schon für den Molenbruch Aceton 0,8. Erst steigt die Kurve beständig an, um dann bei + 15° abzufallen. (Auf die Bestimmung der Umkehrpunkte komme ich in der zweiten Arbeit über die spezifischen Wärmen noch näher zu sprechen.)

Um die spezifische Wärme der Verbindung c_{ac} exakt zu berechnen, brauche ich noch die Wärmetönungen. Und erst wenn die chemische Wärme bekannt ist, ist man imstande, die Kurve der wahren Molekularwärmen zu berechnen. Auch hierüber soll erst später berichtet werden.

Jedenfalls zeigt sich aus diesen qualitativen Betrachtungen schon — ebenso wie beim Äther—Chloroformgemisch —, daß Aceton und Chloroform beim Vermischen eine chemische Verbindung eingehen, die sich bei den spezifischen Wärmen dadurch bemerkbar macht, daß die Kurven weit oberhalb der Mischungsgeraden liegen und daß mit abnehmender Temperatur die Abweichungen der Kurven von der Mischungsgeraden stark zunehmen.

IV. Benzol—Chloroform.

Das Gemisch Benzol—Chloroform ist bei den drei Temperaturen 55°, 20°, 6° untersucht worden. Wie man aus den Fig. 13, 14, 15 der Molekularwärmen ersieht, liegen diese Kurven oberhalb der

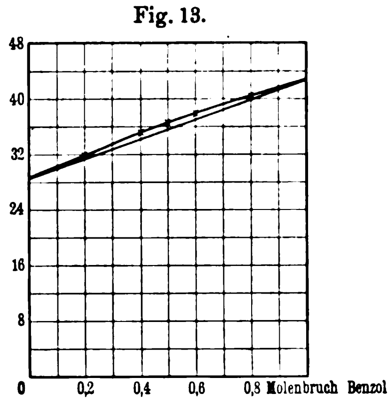
Tabelle 13. Benzol—Chloroform bei + 55°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2374	—	—	0,0	28,34	—	—
0,141	0,2859	0,2806	0,0053	0,2	31,77	31,18	0,59
0,304	0,3411	0,3307	0,0104	0,4	35,08	34,01	1,07
0,395	0,3707	0,3589	0,0118	0,5	36,60	35,43	1,17
0,490	0,3970	0,3855	0,0115	0,6	37,95	36,85	1,10
0,715	0,4617	0,4547	0,0070	0,8	40,32	39,68	0,64
1,0	0,5447	—	—	1,0	42,51	—	—

Tabelle 14. Benzol—Chloroform bei + 20°.

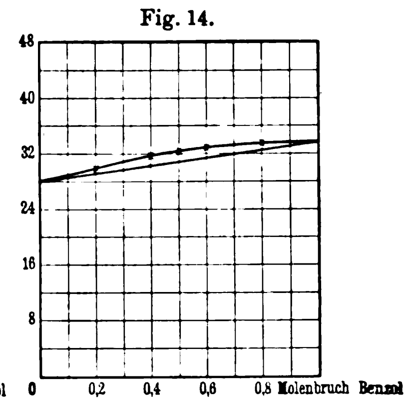
p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2338	—	—	0,0	27,91	—	—
0,141	0,2692	0,2602	0,0090	0,2	29,92	28,92	1,00
0,304	0,3083	0,2909	0,0174	0,4	31,71	29,92	1,79
0,395	0,3281	0,3081	0,0200	0,5	32,42	30,42	2,00
0,490	0,3440	0,3234	0,0206	0,6	32,88	30,92	1,96
0,715	0,3787	0,3655	0,0132	0,8	33,07	31,92	1,15
1,0	0,4218	—	—	1,0	32,92	—	—

Fig. 13.



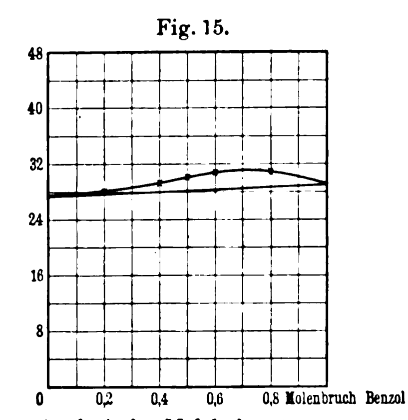
Analytische Molekularwärme
von Benzol—Chloroform bei + 55°.

Fig. 14.



Analytische Molekularwärme
von Benzol—Chloroform bei + 20°.

Fig. 15.



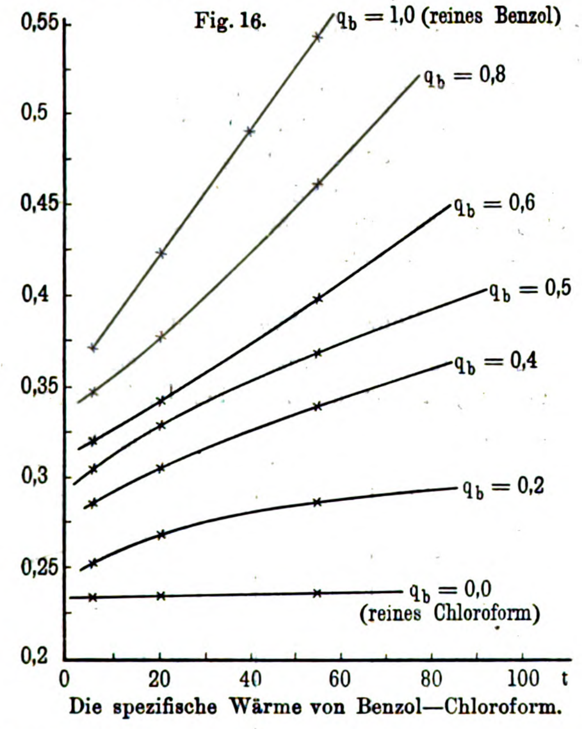
Analytische Molekularwärme
von Benzol—Chloroform bei + 6°.

Tabelle 15. Benzol—Chloroform bei + 6°.

p_b	c_g	$c_b\,p_b + c_c\,p_c$	Diff.	q_b	$c_g\,(m_b\,q_b + m_c\,q_c)$	$c_b\,m_b\,q_b + c_c\,m_c\,q_c$	Diff.
0,0	0,2328	—	—	0,0	27,79	—	—
0,141	0,2563	0,2524	0,0039	0,2	28,48	28,05	0,43
0,304	0,2863	0,2752	0,0111	0,4	29,45	28,31	1,14
0,395	0,3044	0,2881	0,0163	0,5	30,05	28,44	1,61
0,490	0,3178	0,2988	0,0190	0,6	30,73	28,57	2,16
0,715	0,3462	0,3301	0,0161	0,8	30,94	28,82	2,12
1,0	0,3726	—	—	1,0	29,08	—	—

Mischungsgeraden, d. h. Benzol und Chloroform lagern sich beim Mischen aneinander. Dasselbe zeigt sich auch beim langwelligen Refraktionsvermögen[1]) dieses Gemisches. Die Abweichungen von der Mischungsgeraden sind hier bedeutend kleiner als bei den beiden vorigen Gemischen; denn zunächst ist eine viel geringere Verbindungsbildung vorhanden, und außerdem macht sich eine sehr geringe Wärmetönung kund. Denn bei einer Mischung von

Fig. 16.



Die spezifische Wärme von Benzol—Chloroform.

molekularen Mengen erhöht sich die Temperatur um 2 bis 3°. Daß bei diesem Gemisch eine verschwindend kleine Wärmetönung vorhanden ist, sieht man sehr schön in Fig. 16, wo die spezifischen Wärmen als Funktion der Temperatur dargestellt sind. Hier nehmen die spezifischen Wärmen der Mischungen ebenso mit abnehmender Temperatur ab, wie die der Komponenten.

Daß die Abweichungen der spezifischen Wärmen der Gemische von der Mischungsgeraden mit zunehmender Temperatur

---

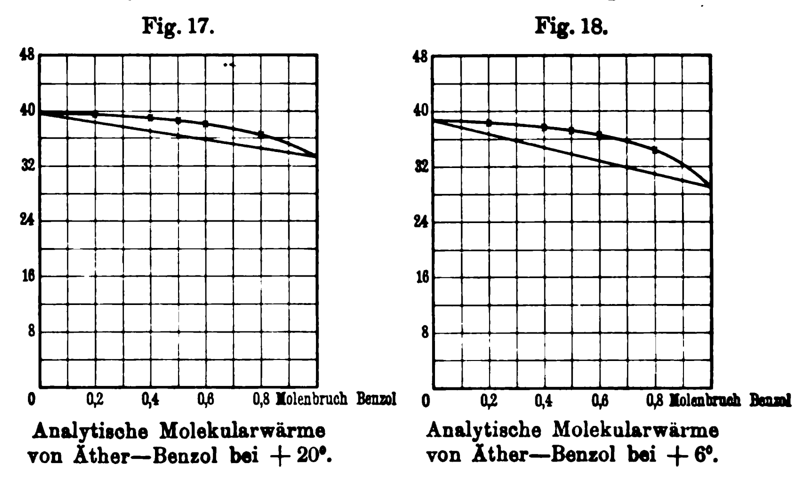
[1]) A. Schulze, ZS. f. Elektrochem. 18, 77, 1912.

geringer werden, ist aus den Kurven deutlich zu sehen. Das Maximum der Abweichung liegt ebenso wie bei der Dampfdruckkurve [1]) auf der Benzolseite. In den Tabellen 13, 14, 15 sind die Ergebnisse der Messungen enthalten (p_b bedeutet der Massenbruch Benzol, q_b der analytische Molenbruch Benzol); die Molekulargewichte der Komponenten sind: $m_b = 78{,}05$ (Benzol), $m_c = 119{,}39$ (Chloroform).

Sehr hübsch macht sich bei den tiefen Temperaturen die geringe Assoziation des Chloroforms bemerkbar. Bei 6° ist eine große Ausbuchtung auf der Chloroformseite, ganz ebenso wie beim langwelligen Refraktionsvermögen. Bei den beiden vorigen Gemischen war hiervon natürlich nichts zu merken, da dort ja sehr viele Chloroformmoleküle zur Verbindung verbraucht waren. Beim Benzol — Chloroformgemisch dagegen liegt nur eine geringe Verbindungsbildung vor, so daß die sehr minimale Assoziation des Chloroforms sich kundtun kann.

V. Benzol — Äthyläther.

Endlich sind noch die spezifischen Wärmen des Gemisches Benzol—Äthyläther gemessen, und zwar bei den Temperaturen 20°



Analytische Molekularwärme von Äther—Benzol bei + 20°.

Analytische Molekularwärme von Äther—Benzol bei + 6°.

und 6°. Auch hier liegen die spezifischen Wärmen und die Molekularwärmen (Fig. 17 und 18) über der Mischungsgeraden, d. h.

---

[1]) Linebarger, Journ. Amer. chem. Soc. 17, 615, 1895.

Benzol und Äther ergeben beim Mischen eine chemische Verbindung. Dasselbe bezeugen auch die von DEUTSCHMANN gemessenen Kontraktionen dieses Gemisches und das vom Verfasser bei verschiedenen Temperaturen untersuchte langwellige Refraktionsvermögen (l. c.).

Die Abweichungen der spezifischen Wärmen der Gemische werden auch hier mit zunehmender Temperatur kleiner; und wegen der verschwindend kleinen Wärmetönung (Temperaturanstieg bei Mischung ungefähr 0,25°), nehmen die spezifischen Wärmen der Gemische, ebenso wie die der Komponenten, mit abnehmender Temperatur ab. Die Ergebnisse der Messungen bei 20° und 6° finden sich in den Tabellen 16 und 17. Die Molekulargewichte der Komponenten sind: $m_a = 74{,}08$ (Äther), $m_b = 78{,}05$ (Benzol). Da von diesem Gemisch die Gleichgewichtskonstante noch nicht bekannt ist, können auch die wahren Molekularwärmen nicht angegeben werden.

Tabelle 16. Äther—Benzol bei + 20°.

p_b[1]	c_g	$c_a p_a + c_b p_b$	Diff.	q_b[1]	$c_g (m_a q_a + m_b q_b)$	$c_a m_a q_a + c_b m_b q_b$	Diff.
0,0	0,5385	—	—	0,0	39,89	—	—
0,209	0,5288	0,5143	0,0145	0,2	39,59	38,50	1,09
0,413	0,5167	0,4903	0,0264	0,4	39,10	37,10	2,00
0,513	0,5096	0,4786	0,0310	0,5	38,77	36,41	2,36
0,612	0,5009	0,4670	0,0339	0,6	38,30	35,71	2,59
0,808	0,4750	0,4442	0,0308	0,8	36,70	34,32	2,38
1,0	0,4218	—	—	1,0	32,92	—	—

Tabelle 17. Äther—Benzol bei + 6°.

p_b	c_g	$c_a p_a + c_b p_b$	Diff.	q_b	$c_g (m_a q_a + m_b q_b)$	$c_a m_a q_a + c_b m_b q_b$	Diff.
0,0	0,5260	—	—	0,0	38,97	—	—
0,209	0,5106	0,4940	0,0166	0,2	38,23	36,99	1,24
0,413	0,4948	0,4627	0,0321	0,4	37,44	35,01	2,43
0,513	0,4863	0,4473	0,0390	0,5	37,00	34,02	2,98
0,612	0,4760	0,4321	0,0439	0,6	36,40	33,04	3,36
0,808	0,4496	0,4020	0,0476	0,8	34,73	31,06	3,67
1,0	0,3726	—	—	1,0	29,08	—	—

[1]) p_b = Massenbruch, q_b = anal. Molenbruch } Benzol.

Zusammenfassung.

Die vorstehenden Untersuchungen wurden angestellt zur Prüfung der aus Dampfdruckmessungen gezogenen Folgerungen über die molekulare Konstitution von binären Gemischen. Es zeigte sich, daß die spezifischen Wärmen und die Molekularwärmen von einem idealen Gemisch geradlinig verlaufen, und von Gemischen, die eine chemische Verbindung eingehen, größer sind, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen. Bei Assoziationsgemischen liegen sie unterhalb der Mischungsgeraden.

Als erstes Gemisch wurde Benzol—Äthylenchlorid untersucht, das bei 50° sich als ideal erwies, jedoch bei tieferen Temperaturen auf eine Assoziation des Äthylenchlorids schließen ließ.

Die Gemische Äthyläther—Chloroform und Aceton—Chloroform zeigten deutlich eine chemische Bindung, die stark mit abnehmender Temperatur zunimmt, was die immer größer werdende Abweichung der Molekularwärmen von der Mischungsgeraden kenntlich macht. Infolge der starken Wärmetönung steigen die spezifischen Wärmen der Gemische mit abnehmender Temperatur stark an. Bei tiefen Temperaturen macht sich sehr die Assoziation des Acetons bemerkbar.

Ebenso liegen die Molekularwärmen der Gemische Benzol—Chloroform und Benzol—Äther oberhalb der Mischungsgeraden, was wiederum Verbindungsbildung anzeigt. Auch werden die Abweichungen von der Mischungsregel mit abnehmender Temperatur größer, aber wegen der geringen Wärmetönung fallen hier die spezifischen Wärmen der Gemische mit abnehmender Temperatur.

Es findet sich bei diesen fünf binären Gemischen in bezug auf ihre Molekularkonstitution bestätigt, was bereits aus den Messungen ihrer Dampfdrucke und des langwelligen Refraktionsvermögens erschlossen wurde.

Charlottenburg, Physik. Institut d. Techn. Hochschule.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **15. März 1912.** **Nr. 5.**

Sitzung vom 23. Februar 1912.

Vorsitzender: Hr. F. KURLBAUM.

Hr. **O. Reichenheim** berichtet
über den anomalen Anodenfall.

Sodann spricht Hr. **Wilhelm H. Westphal**
über den Potentialverlauf in nächster Nähe der Kathode bei der Glimmentladung. II.

Endlich reicht Hr. **O. v. Baeyer** eine Mitteilung ein von Hrn. **F. Schulze**
über Metallzerstäubung durch ultraviolettes Licht.

Zum Abdruck in den „Verhandlungen" der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **F. Grünbaum:** Abermals die Grenzen des Relativitätsprinzips.

Von Hrn. **M. v. Pirani** und **Alfred R. Meyer:** Über den Zusammenhang zwischen der Temperatur des Fadens und dem Wirtschaftlichkeitsfaktor der Glühlampen.

Von Hrn. **Alfred Schulze:** Die spezifische Wärme binärer Gemische. II.



Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Frl. cand. ROTHGIESSER, Freiburg i. B., Starkenstr. 11 und
Das Physikalische Institut der Universität Freiburg i. B.
(Beide vorgeschlagen durch Hrn. F. HIMSTEDT.)

Hr. Dr. phil. FRITZ HÖNIGSBERGER, Schöneberg, Meranerstr. 11.
(Vorgeschlagen durch Hrn. KARL SCHEEL.)

Hr. Dr. ERNST LAMLA, Berlin S. 42, Gitschinerstr. 42.
(Vorgeschlagen durch Hrn. A. GEHRTS.)

Über den Zusammenhang zwischen der Temperatur des Fadens und dem Wirtschaftlichkeitsfaktor der Glühlampen;

von M. v. Pirani und Alfred R. Meyer.

(Mitteilung aus dem physikalischen Laboratorium des Glühlampenwerkes der SIEMENS & HALSKE-A.-G.)

(Eingegangen am 19. Februar 1912.)

Die Wirtschaftlichkeit einer Glühlampe wird durch die Zahl bestimmt, welche angibt, wieviel Wattsekunden pro Hefnerkerze (kurz W/K) die Lampe benötigt. Als Lichtstärke wird dabei, wenn nichts weiter bemerkt ist, die mittlere horizontale Lichtstärke angenommen.

Während die Kohlefadenlampen 3 bis 3,5 W/K aufweisen, hat die Tantallampe 1,5 bis 1,7 W/K, und bei der Wolframlampe, die normalerweise mit 1,0 bis 1,1 W/K betrieben wird, ist man neuerdings, wenigstens bei einigen Lampentypen, auf 0,8 bis 0,9 W/K gekommen.

Die Verbesserung der Ökonomie der Lampen wurde bekanntlich dadurch erreicht, daß man den Leuchtfaden auf immer höhere Temperaturen brachte. Die Frage einer weiteren Ökonomieverbesserung ist gleichbedeutend mit einer weiteren Temperatursteigerung des Fadens.

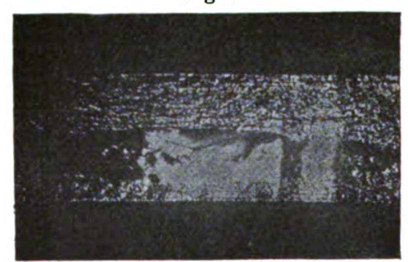
Es ist deshalb von Interesse, sich die Frage vorzulegen, welchen Temperaturen die Glühfäden der verschiedenen Lampentypen unterworfen werden, und wie sich die Abhängigkeit der Ökonomie von Veränderungen der Temperatur darstellt.

Wenn wir die Beantwortung dieser Frage unternehmen, so müssen wir uns von vornherein darüber klar sein, daß das, was wir bestimmen, nicht eine physikalische Konstante, sondern eine technische Größe ist, denn die Ökonomie einer Lampe hängt ja in gewissem Maße außer von der Temperatur ihres Fadens auch von der Konstruktion ab, und bei sonst gleicher Konstruktion verursacht, wie wir weiter unten sehen werden, die Oberflächenbeschaffenheit des Fadenmaterials Unterschiede, welche unvermeidlich sind, da wir ja dem Faden keine vollkommen definierte Ober-

fläche zu verleihen vermögen, sondern vielmehr darauf angewiesen sind, die Oberfläche zu benutzen, die sich der Faden im Laufe der Brennzeit der Lampe selbst bildet.

Aus dieser Überlegung heraus ergibt es sich (und der Versuch bestätigt die Überlegung), daß es zweckmäßig sein wird, zu den in Rede stehenden Messungen Lampen zu wählen, welche eine Zeitlang gebrannt haben. — Daß es auch dadurch nicht möglich ist, eine definierte Oberfläche zu erzielen, zeigt das Photogramm eines im Vakuum bei sehr hohen Temperaturen geglühten Tantalbandes, auf welchem sich direkt nebeneinander Stellen von offenbar verschiedenem Reflexionsvermögen befinden.

Fig. 1.



Etwa 45 fache Vergrößerung.

Wenn auch der in der Reproduktion wiedergegebene Fall in dieser Deutlichkeit selten auftritt, so beweist er doch, daß die Möglichkeit kleiner Differenzen in der Reflexionsfähigkeit der Oberfläche durchaus nicht von der Hand zu weisen ist, ein Punkt, auf den bereits in einer früheren Arbeit von dem einen von uns hingewiesen wurde [1]).

Unsere Messungen richteten sich zunächst auf die Bestimmung der schwarzen Temperatur der Fäden, die in der gleichen Weise wie früher bei der Wellenlänge 0,64 μ [2]) durch Vergleich mit einem auf Temperatur des schwarzen Körpers geeichten Tantal- oder Wolframband [2]) ausgeführt wurden.

Da mittels dieses Vergleichsnormals nur Temperaturen bis etwa 2100° C gemessen werden konnten, so mußten die höheren Temperaturen der Lampenfäden durch Extrapolation bestimmt werden. Hierzu wurden zwei voneinander unabhängige Beziehungen verwandt, von denen die erste schon früher [3]) mit Erfolg bei ähnlichen Problemen Anwendung gefunden hat. Sie lautet:

$$\lg i = \alpha + \beta \lg S,$$

[1]) v. Pirani, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 301, 1910.

[2]) v. Pirani u. Meyer, ebenda 13, 540, 1911.

[3]) Meyer, ebenda 13, 680, 1911; v. Pirani u. Meyer, ZS. f. wissenschaftl. Photogr. 10, 135, 1911.

wo i der Strom der Lampe und S die schwarze Temperatur ihres Fadens ist. Diese Gleichung ist, wie hier noch einmal erwähnt werden möge, als eine Anlehnung an das nur für schwarze Körper gültige STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz aufzufassen und kann immer da angewandt werden, wo in dem betreffenden Temperaturbereich Knicke in der Temperatur-Widerstands-Kurve des untersuchten Körpers nicht zu erwarten sind.

Als zweite Beziehung, welche auf Grund theoretischer Überlegungen zur Extrapolation benutzt werden konnte, ist das WIENsche Gesetz zu nennen, welches in seiner logarithmischen Form lautet:

$$\lg E_\lambda = a - \frac{b}{\Theta},$$

wo E_λ die Energie des Wellenbereiches $\lambda + d\lambda$ und Θ die absolute Temperatur des schwarzen Körpers ist. Dies Gesetz ist aus folgendem Grunde in unserem Falle anwendbar: Der Schwerpunkt des physiologischen Effekts, den das Licht eines Temperaturstrahlers in unserem Auge auslöst, wandert in dem in Betracht kommenden Temperaturbereich von 0,59 bis etwa 0,58 μ. Dies folgt aus der von KÖNIG[1]) und neuerdings von STILLER[2]) festgestellten Empfindlichkeitskurve des menschlichen Auges, die bei 0,55 μ ein außerordentlich scharf ausgeprägtes Maximum aufweist, in Kombination mit der für das sichtbare Gebiet geltenden Emissionskurve des schwarzen Körpers, bei der die Intensitäten in dem ganzen in Frage kommenden Temperaturbereich nach der Seite der roten Strahlen hin anwachsen. Wir können also, wie es übrigens früher schon HABER[3]) getan hat, die Lichtmessung an einem Licht aussendenden Temperaturstrahler als Energiemessung bei einer einzigen zwischen 0,55 und 0,6 μ liegenden Wellenlänge auffassen, und da es sich hier nicht um absolute Werte handelt, als Energiemaß in beliebigen Einheiten die Kerzenstärke einführen. Wir haben dann für den schwarzen Körper $\lg K = A - \frac{B}{\Theta}\cdot$ Auch für nicht schwarze Körper zeigte es sich, daß in dem der direkten Messung zugänglichen Intervall 1600 bis 2100° C die Beziehung $\lg K = A' - \frac{B'}{\Theta}$ gilt, wo Θ die

---

[1]) LIEBENTHAL, Praktische Photometrie, S. 62, 1907.

[2]) THÜRMEL, Ann. d. Phys. (4) 33, 1139, 1910.

[3]) HABER, Thermodynamik technischer Gasreaktionen 1905, S. 271.

aus der absoluten schwarzen Temperatur (gewonnen bei 0,64 μ), unter Benutzung des bekannten Absorptionsvermögens[1]) berechnete wahre Temperatur bedeutet.

Die geradlinige Abhängigkeit des $\lg K$ von $\frac{1}{\Theta}$ wurde in dem genannten Intervall an 10 Lampen bestätigt. Die größte Abweichung, die sich hierbei ergab, betrug nicht mehr als 20° bei 2100° C.

In den folgenden Tabellen sind die auf dem beschriebenen Wege gewonnenen Mittelwerte für den Zusammenhang zwischen den W/K und der schwarzen Temperatur in Holbornscher Skala [$c = 14200$][2]) angeführt, und zwar A. an sechs Wotanlampen mit gezogenem Faden aus reinem Wolfram (16 bis 100 Kerzen, 110 Volt); B. an zwei Tantallampen (32 Kerzen, 100 Volt) und

A. Wolframlampen.

W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0,51$)	W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0,51$)
12,5	1442	1538	0,95	2136	2323
12,0	1450	1547	0,90	2155	2346
11,0	1466	1565	0,85	2176	2371
10,0	1486	1586	0,80	2200	2399
9,0	1509	1610	0,75	2226	2430
8,0	1534	1638	0,70	2254	2463
7,0	1563	1667	0,65	2284	2499
6,0	1597	1703	0,60	2318	2538
5,0	1637	1754	0,55	2357	2382
4,0	1692	1816	0,50	2401	2632
3,0	1767	1901	0,45	2451	2692
2,0	1887	2035	0,40	2509	2762
1,5	1978	2140	0,35	2578	2845
1,4	1998	2166	0,30	2660	2943
1,3	2023	2194	0,25	2767	3074
1,2	2051	2226			
1,1	2082	2262			
1,0	2115	2301			

[1]) v. Wartenberg, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 105, 1910; Henning, ZS. f. Instrkde. 30, 61, 1910.

[2]) Holborn u. Valentiner, Ann. d. Phys. (4) 22, 1, 1907.

B. Tantallampen.

W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}56$)	W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}56$)
10,0	1491	1575	0,95	2142	2308
9,0	1511	1598	0,90	2162	2327
8,0	1535	1625	0,85	2183	2353
7,0	1564	1657	0,80	2206	2380
6,0	1600	1696	0,75	2232	2409
5,0	1644	1744	0,70	2261	2441
4,0	1697	1805	0,65	2293	2476
3,0	1774	1889	0,60	2327	2514
2,0	1892	2021	0,55	2364	2557
1,5	1984	2125	0,50	2407	2607
1,4	2007	2151	0,45	2456	2664
1,3	2031	2179	0,40	2513	2730
1,2	2058	2210			
1,1	2089	2244			
1,0	2124	2283			

C. Kohlefadenlampen.

W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}7$)	W/K	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}7$)
10,0	1674	1737	1,2	2300	2411
9,0	1697	1761	1,1	2334	2448
8,0	1724	1790	1,0	2373	2489
7,0	1756	1824	0,95	2392	2510
6,0	1794	1865	0,90	2415	2536
5,0	1841	1915	0,85	2439	2562
4,0	1903	1981	0,80	2465	2590
3,0	1991	2076	0,75	2493	2621
2,0	2116	2211	0,70	2524	2655
1,5	2218	2321	0,65	2558	2692
1,4	2243	2347	0,60	2598	2736
1,3	2270	2377			

C. an einer Kohlefadenlampe (16 Kerzen, 220 Volt), deren Faden nicht „präpariert“, d. h. nicht mit einer aus Kohlenwasserstoffen niedergeschlagenen Kohleschicht überzogen war. Im übrigen sei bemerkt, daß für Kohlefäden die Temperaturangaben nicht, wie man annehmen sollte, genauer, sondern eher ungenauer sind, da die Reflexionsfähigkeit verschiedener Fäden sehr stark schwankt. Ganz besonders ist dies bei den „präparierten“ Fäden zu bemerken.

In der letzten Rubrik sind die wahren Temperaturen in Celsiusgraden unter Hinzufügung desjenigen Absorptionsvermögens angegeben, mit Hilfe dessen sie aus den schwarzen Temperaturen in bekannter Weise[1]) errechnet wurden. Das Absorptionsvermögen für Wolfram ist von v. WARTENBERG[2]) angegeben, das für Tantal von HENNING[2]); für Kohle wurde der von dem einen von uns bestimmte Wert verwandt[3]).

Die maximalen Temperaturunterschiede, die die untersuchten gealterten Wolframlampen untereinander aufweisen, betrugen bei 3,0 W/K 60°, bei 1,0 W/K 70°, was einer Veränderung des Absorptionsvermögens von 0,58 bis 0,45 entsprechen würde (wenn man den mittleren Werten das Absorptionsvermögen 0,51 zuordnet und die willkürliche Annahme macht, daß die wahre Temperatur des Fadens in allen Fällen die gleiche sein soll), eine Veränderung, die man nach HENNING[2]) als zulässig ansehen kann. Die Temperaturunterschiede, welche einer gewissen nicht zu großen Veränderung der Ökonomie der Lampe entsprechen, sind übrigens auch in den Fällen, wo wir die größte Abweichung vom Mittelwert konstatiert haben, nahezu gleich groß. So entspricht die Veränderung von 3 W/K auf 1 W/K bei Wolframlampen in allen Fällen einer Temperaturdifferenz von 400°, und die Veränderung von 1 W/K auf 0,8 W/K stets 100°. Die letztere Bemerkung gilt auch für nicht gealterte Lampen, deren Fadentemperaturen bei 1,0 W/K in der Regel um 100° niedriger gefunden wurden. — Auch bei Tantallampen waren Unterschiede in der gleichen Richtung und Größenordnung zwischen gealterten und nicht gealterten Lampen zu verzeichnen.

---

[1]) HOLBORN u. HENNING, Berl. Akad. Ber. 1905, S. 311.
[2]) l. c.
[3]) v. PIRANI, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 19, 1911.

In der nächsten Figur sind die von den verschiedenen untersuchten Wolfram-, Tantal- und Kohlelampenfäden pro Quadratmillimeter ausgestrahlten Kerzenstärken in Abhängigkeit von der aus dem Absorptionsvermögen berechneten wahren Temperatur angegeben. Es ist hierbei zu bemerken, daß als strahlende Fläche bei den Metallfadenlampen [1]) die im Verhältnis $2:\pi$ verkleinerte Projektion des Fadens auf eine in der Ebene des Photometerschirmes liegende Fläche und bei den Kohlefadenlampen die Projektion [2]) des Fadens angenommen wurde.

Für die Darstellung der Kerzen pro Quadratmillimeter ist der logarithmische Maßstab $\lg \frac{K}{mm^2}$ und für die Temperatur der reziproke Maßstab $\frac{1}{\Theta}$ gewählt worden. Um die Ablesung zu erleichtern, sind statt der $\lg \frac{K}{mm^2}$ die Kerzen pro Quadratmillimeter, und statt der reziproken absoluten Temperaturen die Celsiustemperaturen eingetragen.

Die Figur zeigt, daß die Mittelwerte der Kerzen pro Quadratmillimeter für die drei untersuchten Lampenarten zusammenfallen (vgl. jedoch Anmerkung 2).

Als Vergleich dazu dient die zweite Linie, welche den Zusammenhang zwischen den K/mm^2 und der Temperatur eines schwarzen Körpers [3]) darstellt.

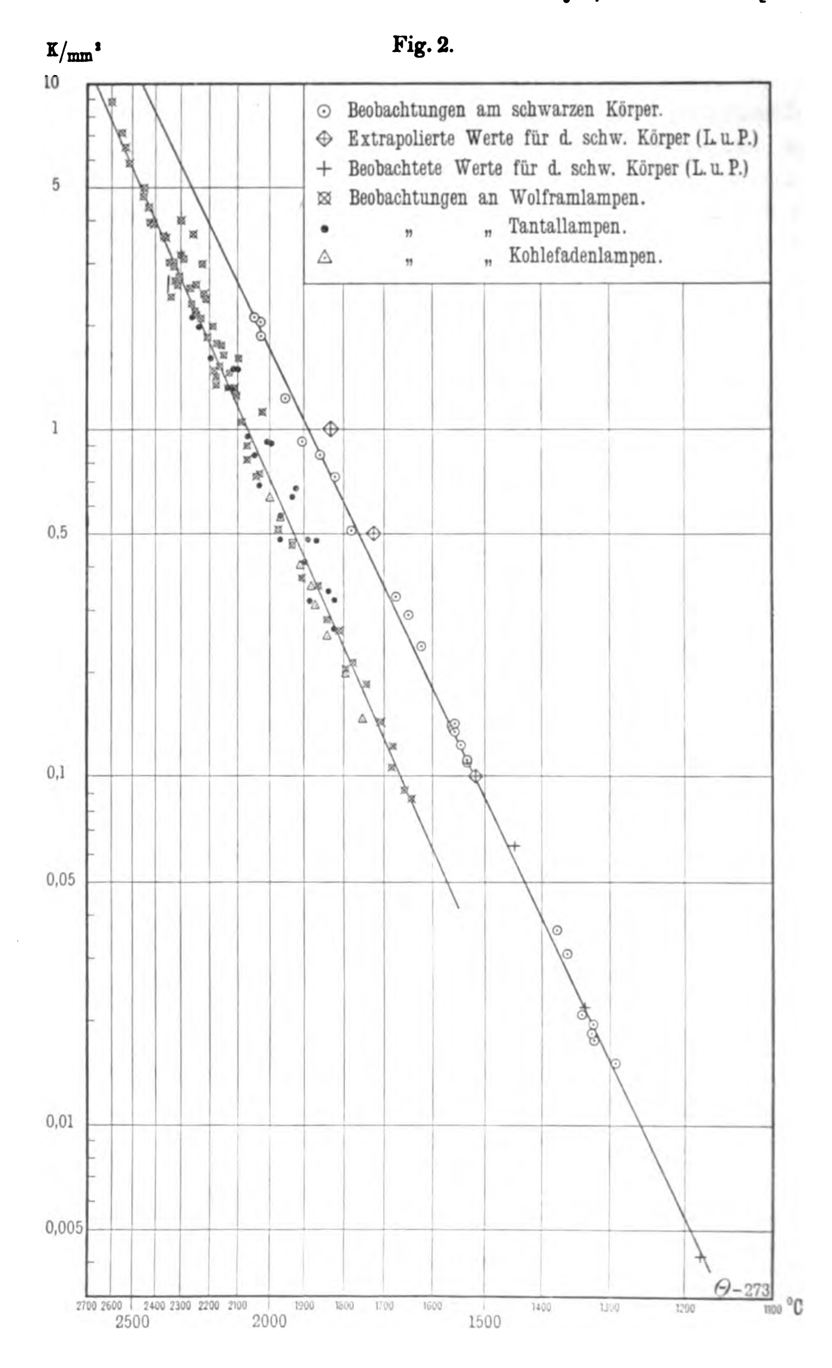
---

[1]) Dies geschieht unter der für Metallfadenlampen zulässigen Annahme, daß der Faden der Lampe gleichmäßig auf einer Zylinderfläche verteilt ist.

[2]) Der mögliche Fehler ist bei der Berechnung der wirksamen Oberfläche des Kohlefadens sehr groß, da die Verdeckungen einer Windung der Spirale durch eine andere wechselnd und daher nur schwer in Rechnung zu setzen sind.

[3]) Der schwarze Körper bestand aus einem 40 cm langen Kohlerohr von 14 mm Innendurchmesser, in dessen Mitte ein den Rohrdurchschnitt ausfüllendes Thoriumoxydplättchen untergebracht war. An einem Ende war der Ofen mit einer Blende von 5 mm Durchmesser versehen. Die Temperatur wurde an dem Thoriumoxydplättchen mittels eines Holborn-Kurlbaumschen Pyrometers bestimmt. Die Blende des auf einer 250 cm langen Photometerbank stehenden Ofens war dem Photometerschirm zugekehrt und wurde als Lichtquelle angesehen. Die Messung geschah durch Vergleich mit verschiedenen feststehenden Normallampen, deren Lichtstärke so bemessen war, daß der Photometerschirm niemals näher als 80 cm an die Blende herangerückt zu werden brauchte.

Fig. 2.


K/mm²
10
5
1
0,5
0,1
0,05
0,01
0,005
Beobachtungen am schwarzen Körper.
Extrapolierte Werte für d. schw. Körper (L. u. P.)
Beobachtete Werte für d. schw. Körper (L. u. P.)
Beobachtungen an Wolframlampen.
„ „ Tantallampen.
„ „ Kohlefadenlampen.
Θ−273
2700 2600 2400 2300 2200 2100 1900 1800 1700 1600 1400 1300 1200 1100 °C
2500
2000
1500

Man sieht, daß sowohl die Linie $\lg \frac{K}{mm^2} \sim \frac{1}{\Theta}$ des schwarzen Körpers, als auch die der nicht schwarzen Körper Gerade sind. Die mit einem + versehenen Punkte auf der Linie des schwarzen Körpers sind die auf die HOLBORN-VALENTINERsche Skala reduzierten Beobachtungswerte für die Flächenhelligkeit des schwarzen Körpers, welche von LUMMER und PRINGSHEIM[1]) beobachtet wurden, die mit ⊕ versehenen die von denselben Autoren extrapolierten Werte.

Zwecks genauerer Angabe der aus der Figur wegen des kleinen Maßstabes schwer ablesbaren Zahlenwerte ist der Zusammenhang zwischen den Kerzen pro Quadratmillimeter und der wahren Temperatur in Celsiusgraden noch einmal in der nachfolgenden Tabelle zusammengefaßt.

K/mm^2	Temperatur in °C für den schwarzen Körper	Temperatur in °C für Wolfram-, Tantal-, Kohlefaden-lampen[2])	K/mm^2	Temperatur in °C für den schwarzen Körper	Temperatur in °C für Wolfram-, Tantal-, Kohlefaden-lampen[2])
10,0	2459	2666	0,1	1518	1665
6,0	2309	2513	0,06	1454	1596
4,0	2199	2397	0,04	1408	
2,0	2035	2220	0,02	1326	
1,0	1889	2065	0,01	1256	
0,6	1796	1964	0,006	1209	
0,4	1727	1887	0,004	1173	
0,2	1615	1772			

Die Beobachtungen des Zusammenhanges zwischen den K/mm^2 und der absoluten Temperatur für den schwarzen Körper geben uns die Möglichkeit, für ein normales Auge die wirksame Wellenlänge zu berechnen, für welche die Beziehung $\lg E_\lambda = a - \frac{b}{\Theta}$

[1]) LIEBENTHAL, Praktische Photometrie, S. 139, 1907.

[2]) Es ist klar, daß die in Abhängigkeit von der wahren Temperatur dargestellten Kerzenstärken pro Quadratmillimeter für die Kohlefäden hätten Temperaturwerte ergeben müssen, die zwischen denen der Metallfäden und denen des schwarzen Körpers liegen. Daß dies nicht zutrifft, ist auf die in Anm. 1, § 7 angeführte Ungenauigkeit der Rechnung zurückzuführen; die Abweichung liegt im richtigen Sinne.

gilt, denn die Konstanten a und b sind ja für den schwarzen Körper bekannt. Es ergibt sich, wenn man die beiden Temperaturen $\Theta_1 = 1769^0$ und $\Theta_2 = 2330^0$ abs. Temp. wählt und das Verhältnis der dazugehörigen Kerzenstärke pro Quadratmillimeter $\frac{K_2}{K_1} = \frac{2,19}{0,0795} = 27,5_6$ bildet, die Wellenlänge $0,58_6\,\mu$.

Zusammenfassung.

1. Es werden Mittelwerte für den Zusammenhang zwischen den W/K und der Temperatur des Glühfadens für Wolfram-, Tantal- und Kohlelampen angegeben, die an gealterten Lampen gewonnen sind.

2. Es wird der bereits früher von HABER ausgesprochene Satz, daß das sichtbare Gebiet des Spektrums als Unschärfe einer mittleren Wellenlänge aufgefaßt werden kann, experimentell am schwarzen Körper bis zu Temperaturen von 2050° C bestätigt.

3. Diese mittlere Wellenlänge ist von der Empfindlichkeitskurve des Auges abhängig und von der Temperatur des strahlenden Körpers. Sie kann bei reinen Temperaturstrahlern innerhalb der in dieser Arbeit betrachteten Temperaturgrenzen für das normale Auge zu $0,58_6\,\mu$ angenommen werden.

4. Die bereits in früheren Arbeiten verwandte Extrapolationsmethode zur Erweiterung der Temperaturskala, welche sich als eine Anlehnung an das STEFANsche Gesetz kennzeichnet, hat sich auch im vorliegenden Falle wieder bewährt. Es wird ferner eine in ähnlicher Weise aus dem WIENschen Gesetze folgende Beziehung für nicht schwarze Körper mit Erfolg verwandt.

Über den Potentialverlauf in nächster Nähe der Kathode bei der Glimmentladung II;

von Wilhelm H. Westphal.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 23. Februar 1912.)

(Vgl. oben S. 211.)

§ 1. Einleitung.

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich in qualitativer Übereinstimmung mit einer Arbeit von C. A. SKINNER[2]) mit Hilfe von Sondenmessungen den Nachweis geführt, daß im CROOKESschen Dunkelraume einer Glimmentladung das Potential nicht stetig vom Ende des Dunkelraumes bis zur Kathode abfällt, sondern daß in unmittelbarster Nähe der Kathode ein Sprung des Potentials stattfindet. Dieser Sprung beträgt beim normalen Kathodenfall etwa ein Viertel des Gesamtpotentials und steigt mit wachsender Anomalie desselben auf einen höheren Bruchteil. Eine Kurve des Potentialverlaufes in nächster Nähe einer Kathode aus Stahl in Stickstoff für verschiedene Drucke ist in Fig. 1 aus jener Arbeit hier abgedruckt.

Für die Erkenntnis des Mechanismus der Kathodenstrahlen ist es von höchster Wichtigkeit, nachzuweisen, daß dieser Potentialsprung, den ich wegen seiner Analogie zum Kathodenfall „Kathodensprung" nannte, in der Tat existiert und nicht etwa durch einen in der Art der Messung begründeten Fehler vorgetäuscht wird. Dieser Verdacht liegt nahe, da man vermuten könnte, daß eine Sonde die positiven Ionen von der Kathode abschirme und so die Entstehung der Elektronen hinter ihr verhindere. Sie würde sich dann durch die allein aufprallenden positiven Ionen auf ein höheres Potential aufladen, als ohne das Vorhandensein der Sonde an dieser Stelle herrschen würde. Diese Frage hat W. ASTON[3]) diskutiert.

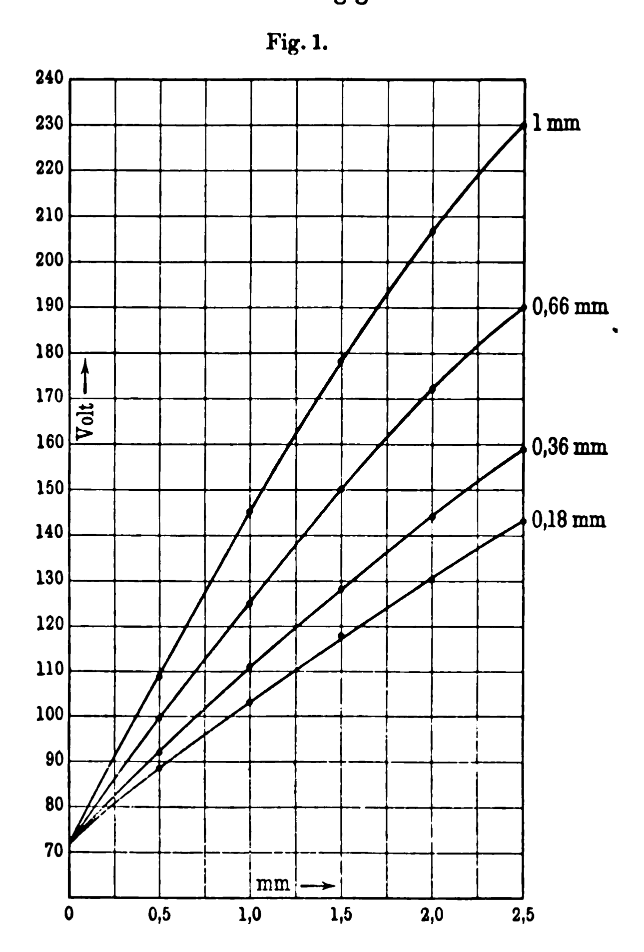
Einen Beweis dafür, daß dies nicht der Fall ist, sehe ich in folgendem. Falls der Sprung dadurch vorgetäuscht würde, daß

[1]) W. H. WESTPHAL, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 275, 1910.
[2]) C. A. SKINNER, Phil. Mag. (6) 2, 616, 1901; 4, 490, 1902.
[3]) W. ASTON, Proc. Roy. Soc. (A) 84, 526, 1911.



eine eingeführte Sonde das Feld merklich verzerrt, würde der Einfluß bei gleich dicker Sonde abnehmen müssen mit zunehmender Länge des Dunkelraumes, also mit fallendem Druck. Dies ist, wie Fig. 1 zeigt, nicht der Fall. Der Sprung erweist sich bei normalem Kathodenfall als unabhängig vom Druck.

Fig. 1.



Störungen der Entladung durch die Sonde infolge Abschirmens der positiven Ionen von der Kathode treten allerdings merklich auf, sobald man sich in die allernächste Nähe der Kathode begibt (l. c., S. 280). Es war aber zur Messung des Sprunges nicht erforderlich, der Kathode so nahe (0,5 mm) zu kommen, da

sich der Sprung durch eine ganz eindeutige Extrapolation aus weiter entfernten Punkten ergab.

Um den Potentialverlauf im Dunkelraume ohne Benutzung von Sonden zu untersuchen, hat W. ASTON[1]) den Feldverlauf durch die Ablenkung eines feinen Kathodenstrahlbündels untersucht, das senkrecht durch den Dunkelraum hindurchtrat. Die Integration des Feldverlaufes ergab dann den Potentialverlauf. Mit Hilfe dieser Methode glaubte er den Nachweis geliefert zu haben, daß der Sprung nicht existiere, und er schiebt meine Resultate auf prinzipielle Fehler der Sondenmessung. Ferner hat A. WEHNELT[2]) die Richtigkeit von Sondenmessungen im CROOKESschen Dunkelraume angezweifelt.

Aus allen diesen Gründen schien es mir notwendig, die Existenz des Sprunges noch einmal mit ganz anderen Mitteln nachzuweisen. Als am besten geeignet zu diesem Zwecke erschien mir eine Methode, die von mir bereits früher[3]) in mehr qualitativer Weise angewandt worden war. Ein feines Kathodenstrahlbündel geht von einer WEHNELTschen Oxydkathode aus und wird durch ein homogenes Magnetfeld senkrecht zu seiner Bahn abgelenkt. Die Bahn der Kathodenstrahlen wird mittels eines photographischen Apparates aufgenommen und auf der photographischen Platte ausgemessen. Aus der Form der Kurve läßt sich der Potentialverlauf unter gewissen Bedingungen berechnen. Die Verwendung von Oxydkathoden statt einer kalten Kathode ist statthaft, da sich nach früheren Untersuchungen des Verfassers[4]) bei ihnen ebenfalls bei Sondenmessungen ein Kathodensprung ergeben hat. Es bot sich ferner bei ihnen der Vorteil, daß, wie an der gleichen Stelle nachgewiesen ist, das Potential im Dunkelraume praktisch linear verläuft, also die hohen positiven und negativen Volumladungen sich kompensieren, was die exakte Berechnung der Kurve sehr erleichtert. Außerdem gibt es sonst keine Möglichkeit, ein von seinem Ursprungsort an ganz feines, scharf begrenztes Kathodenstrahlbündel zu erzeugen, wie es für diese Methode notwendig ist.

---

[1]) W. ASTON, Proc. Roy. Soc. (A) **84**, 526, 1911.
[2]) A. WEHNELT, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 505, 1911.
[3]) W. H. WESTPHAL, Ann. d. Phys. (4) **27**, 571, 1908.
[4]) W. H. WESTPHAL, Ann. d. Phys. (4) **27**, 571, 1908.

§ 2. Die Gleichung der Ablenkungskurve.

Wird ein Kathodenstrahlbündel aus seiner ursprünglich geradlinigen Bahn durch ein dazu senkrechtes Magnetfeld abgelenkt, so ist — jedenfalls bei der hohen Ionisation im Oxydkathodenstrahl — anzunehmen, daß die Niveauflächen des Potentials die Biegung des Strahles mitmachen, genau so, wie wenn man einen stromdurchflossenen Draht in eine beliebige Form biegt. Diese Ansicht findet eine Stütze in Messungen von A. WEHNELT[1]); auch rechtfertigt sie sich durch die experimentelle Bestätigung, wie unten gezeigt wird[2]).

Im folgenden bedeutet:

x die Richtung des unabgelenkten Strahles,

z „ „ „ Magnetfeldes,

y „ „ senkrecht zu beiden,

s die Ablenkungskurve,

$\mathfrak{E}_x$, $\mathfrak{E}_y$, $\mathfrak{E}_s$ die elektrische Feldstärke in der betreffenden Richtung,

$\mathfrak{H}$ die magnetische Feldstärke,

$\frac{e}{m}$ das Verhältnis von Ladung zur Masse des Elektrons,

$$\omega = \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{H},$$

$$\alpha = \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{E}_s.$$

Die Gleichungen für die Beschleunigung der Elektronen lauten dann:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{E}_x - \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{H} \cdot \frac{dy}{dt}, \qquad 1\text{a})$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{E}_y + \frac{e}{m} \cdot \mathfrak{H} \cdot \frac{dx}{dt}. \qquad 1\text{b})$$

Nun ist

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_s \cdot \frac{dx}{ds}$$

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_s \cdot \frac{dy}{ds},$$

[1]) A. WEHNELT, ebenda (4) 10, 560, 1903.

[2]) Bei der früheren Anwendung dieser Methode ging ich von der, jedenfalls unrichtigen, Annahme aus, daß die Niveauflächen des Potentials durch die Biegung des Strahles nicht beeinflußt werden.

also

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \cdot \frac{dx}{ds} - \omega \cdot \frac{dy}{dt}, \tag{2a}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \alpha \cdot \frac{dy}{ds} + \omega \cdot \frac{dx}{dt}. \tag{2b}$$

Multipliziert man die obere Gleichung mit $\frac{dy}{dt}$, die untere mit $\frac{dx}{dt}$ und subtrahiert beide voneinander, so ergibt sich:

$$\frac{dy}{dt} \cdot \frac{dx^2}{dt^2} - \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dy^2}{dt^2} = -\omega\left[\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right].$$

Dividiert man jetzt beide Seiten durch $\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$, so ist

$$\frac{\frac{dx^2}{dt^2}}{\frac{dy}{dt}} - \frac{\frac{dx}{dt} \cdot \frac{dy^2}{dt^2}}{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = -\omega\left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]$$

oder

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dy}\right) = -\omega\left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right].$$

Also ist

$$\int \frac{d\left(\frac{dx}{dy}\right)}{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} = -\omega \int dt.$$

Die Integration ergibt:

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{tg}(C_1 - \omega t).$$

An der Kathode, für $x = y = 0$, $t = 0$, ist

$$\frac{dx}{dy} = \infty = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}.$$

Es ist also $C_1 = \frac{\pi}{2}$, und man kann schreiben:

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{cotg} \omega t,$$

also

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \omega t = \operatorname{tg} \varphi \tag{3}$$

$$(\varphi = \omega t).$$

Eliminiert man mit Hilfe dieser Gleichung dy aus Gleichung 2a), so folgt

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha\cdot\frac{dx}{ds} - \omega\cdot\frac{dx}{dt}\cdot \operatorname{tg}\varphi.$$

φ ist der Neigungswinkel der Kurve gegen die x-Achse. Es ist also $\frac{dx}{ds} = \cos\varphi$. Setzt man dies in die Gleichung ein, und dividiert zugleich durch ω^2, so lautet die Gleichung:

$$\frac{d^2x}{a\varphi^2} = \frac{\alpha}{\omega^2}\cdot\cos\varphi - \frac{dx}{d\varphi}\operatorname{tg}\varphi.$$

Eine weitere einfache Umformung ergibt:

$$\frac{\frac{d^2x}{d\varphi^2}}{\cos\varphi} + \frac{\sin\varphi\cdot\frac{dx}{d\varphi}}{\cos^2\varphi} = \frac{\alpha}{\omega^2}$$

oder

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{\frac{dx}{d\varphi}}{\cos\varphi}\right) = \frac{\alpha}{\omega^2}.$$

Die Integration ergibt:

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{\alpha}{\omega^2}\cos\varphi\cdot(\varphi + C_2).$$

Für $\varphi = \omega t = 0$ ist $\frac{dx}{d\varphi} = \frac{1}{\omega}\frac{dx}{dt} = \frac{u_0}{\omega}$, wenn u_0 die Geschwindigkeit der Elektronen unmittelbar an der Kathode, also für $x = 0$, bedeutet. Also ist

$$\frac{u_0}{\omega} = \frac{\alpha}{\omega^2}C_2,$$

$$C_2 = \frac{u_0\cdot\omega}{\alpha}.$$

Integriert man obigen Ausdruck noch einmal, so folgt:

$$x = \frac{\alpha}{\omega^2}(\varphi\sin\varphi + \cos\varphi + C_2\sin\varphi + C_3).$$

Für $x = 0$ ist $\varphi = \omega t = 0$, also ist

$$C_3 = -1.$$

Es ergibt sich nunmehr für x folgender Ausdruck:

$$x = \frac{\alpha}{\omega^2}(\varphi\sin\varphi + \cos\varphi - 1) + \frac{u_0}{\omega}\cdot\sin\varphi. \qquad 4a)$$

Zur Berechnung von y benutzt man am besten die aus 3) folgende Beziehung:

$$\frac{dy}{d\varphi} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Es ergibt sich dann, wie hier nicht weiter ausgeführt sein soll:

$$y = \frac{\alpha}{\omega^2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi - C_2 \cos \varphi + C_4).$$

Für $\varphi = 0$ ist $y = 0$, also

$$C_4 = C_2 = \frac{u_0 \omega}{\alpha}.$$

Es ist demnach

$$y = \frac{\alpha}{\omega^2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) + \frac{u_0}{\omega} (1 - \cos \varphi). \qquad 4b)$$

Die Gleichungen 4a) und 4b) stellen eine Kreisevolvente dar, also die Kurve, die ein Punkt eines Fadens beschreibt, wenn man den Faden von einem Kreise abwickelt. Der Radius des Kreises ist $\frac{\alpha}{\omega^2}$.

Im Falle $u_0 = 0$ liegt der Nullpunkt der Kurve an der Stelle, wo der Fadenpunkt den Kreis noch berührt. Mit wachsendem u_0 verschiebt sich der Nullpunkt längs der vollständigen Evolvente. Dies ist physikalisch leicht verständlich. Falls das Elektron mit einer Anfangsgeschwindigkeit in das homogene elektrische und magnetische Feld eintritt, kann man sich seine Bahn rückwärts in einem Felde von gleicher Stärke verlängert denken bis zu dem Punkt, an dem er die Geschwindigkeit 0 hätte. Das wäre dann die vollständige Evolvente.

Die Anfangsgeschwindigkeit u_0 der Elektronen ist die Geschwindigkeit, die sie dem Kathodensprung verdanken. Die Konstanten $\frac{\alpha}{\omega^2}$ und $\frac{u_0}{\omega}$ lassen sich nun mit Leichtigkeit aus der Bahnkurve berechnen. Man bestimmt zunächst für eine Reihe von Punkten die Werte von $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \varphi$ nebst den dazugehörigen Werten von x und y. Da φ also für jeden Punkt aus $\operatorname{tg} \varphi$ berechnet werden kann, so kann man φ und seine trigonometrischen Funktionen in die Ausdrücke für x und y einsetzen und erhält so bei

bekanntem x und y je zwei Gleichungen mit den beiden Unbekannten $\frac{\alpha}{\omega^2}$ und $\frac{u_0}{\omega}$.

Im folgenden sei gesetzt:

$$\frac{\alpha}{\omega^2} = \frac{\frac{e}{m} \cdot \mathfrak{E}_s}{\omega^2} = A,$$

$$\frac{u_0}{\omega} = B.$$

Sei l die Länge des Dunkelraumes, V_2 die Potentialdifferenz in ihm unter Abzug des Sprunges, so ist bei der gemachten Annahme eines homogenen Feldes

$$\mathfrak{E} = \frac{V_2}{l}.$$

Ist ferner V_1 das Sprungpotential, so ist

$$\frac{1}{2} m u_0^2 = e . V_1,$$

$$u_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} \cdot V_1}.$$

Hieraus folgt

$$\frac{B^2}{A} = 2 l \cdot \frac{V_1}{V_2}.$$

Bezeichnet $V_0 = V_1 + V_2$ das gesamte Entladungspotential, so ergibt sich:

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{B^2}{2 l . A + B^2}. \qquad 5)$$

Es genügt also die Bestimmung der beiden Konstanten A und B und der Länge l, um das Verhältnis des Kathodensprunges zum gesamten Entladungspotential zu berechnen. Dazu ist weder die Messung des Entladungspotentials noch des Magnetfeldes erforderlich.

Der Vollständigkeit halber sei auch die Lösung der Bahngleichung gegeben, für den Fall, daß das elektrische Feld nicht konstant ist, sondern mit der Entfernung von der Kathode abnimmt. Durch den Ansatz

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 (1 - a s)$$

läßt sich wohl immer der Feldverlauf im Dunkelraume nach dem

Sprung mit großer Genauigkeit, auch an kalten Kathoden, darstellen.

Die Beschleunigungskomponenten sind dann:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e}{m}\mathfrak{E}_0(1 - as)\cdot\frac{dx}{ds} - \frac{e}{m}\cdot\mathfrak{H}\frac{dy}{dt},$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e}{m}\mathfrak{E}_0(1 - as)\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{e}{m}\cdot\mathfrak{H}\frac{dx}{dt}.$$

Die Auflösung, die hier nicht im einzelnen gegeben werden soll, führt zu folgenden Resultaten. Es ist wieder

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi.$$

Setzt man

$$\frac{e}{m}\cdot\mathfrak{E}_0 = \alpha, \qquad \frac{e}{m}\mathfrak{E}_0 . a = \omega'^2,$$

so ergibt sich schließlich:

$$x = \frac{1}{\omega^2 - \omega'^2}\Big[\alpha\Big(\cos\omega t\cdot\cos\omega' t + \frac{\omega}{\omega'}\cdot\sin\omega t\cdot\sin\omega' t - 1\Big) + u_0 . \omega\Big(\sin\omega t . \cos\omega' t - \frac{\omega'}{\omega}\sin\omega' t . \cos\omega t\Big)\Big],$$

$$y = \frac{1}{\omega^2 - \omega'^2}\Big[\alpha\Big(\sin\omega t\cdot\cos\omega' t - \frac{\omega}{\omega'}\cdot\cos\omega t\cdot\sin\omega' t\Big) + u_0 . \omega\Big(1 - \cos\omega t . \cos\omega' t - \frac{\omega'}{\omega}\sin\omega t . \sin\omega' t\Big)\Big].$$

Diese Ausdrücke gehen natürlich bei verschwindendem ω' in die Ausdrücke 4a) und 4b) über.

Da $\omega' t$ immer klein ist gegen ωt, kann man sich bei etwaiger Anwendung der Gleichung mit einer Reihenentwickelung für die Funktionen von $\omega' t$ begnügen, derart, daß keine höheren als zweite Potenzen von $\omega' t$ vorkommen.

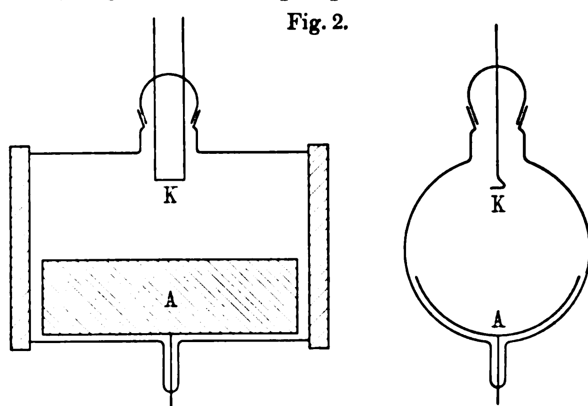
Bei den hier verwandten Oxydkathoden ist es jedoch wegen der Homogenität des Feldes ($\omega' = 0$) unnötig, die genauere Gleichung zu verwenden. Dagegen würde es an einer kalten Kathode unter Umständen nötig sein.

§ 3. Die Versuchsanordnung.

Das benutzte Entladungsrohr ist in Fig. 2 im Querschnitt dargestellt. Es bestand aus einem zylindrischen Glasrohre von 10 cm Weite und 15 cm Länge, dessen Enden durch aufgeschliffene

und mit Siegellack aufgekittete ebene Glasplatten verschlossen waren. Die Anode (*A*) bestand aus einem großen, der Rohrkrümmung angepaßten Aluminiumblech. Die Oxydkathode (*K*) war mittels eines Schliffes eingeführt und besaß die übliche Form. Der Oxydfleck wurde durch Einbrennen eines winzigen Flöckchens von weißem Siegellack hergestellt. Die Spannung wurde einer Batterie von etwa 1200 Volt entnommen und im übrigen ganz in der üblichen Weise verfahren. Außerdem war ein großer Glasballon von etwa 5 Liter Inhalt dicht am Entladungsgefäß angeblasen, um das Vakuum während einer photographischen Aufnahme möglichst konstant zu halten. Die Evakuation geschah durch ein Aggregat von Gaedepumpen.

Fig. 2.



Über das Entladungsgefäß konnte von jeder Seite eine Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes geschoben werden. Von der hinreichenden Homogenität des Feldes derselben habe ich mich bei früherer Gelegenheit überzeugt. Die benutzten Felder schwankten zwischen 15 und 35 Gauß; doch spielt diese Größe bei den gemachten Berechnungen keine Rolle.

Die Orientierung des Strahlenbündels senkrecht zum Magnetfelde läßt sich leicht durch Drehen des Rohres, das etwas Spielraum hatte, in einem Schliff bewerkstelligen. Die richtige Einstellung erkennt man daran, daß die Strahlen bei sehr starker Ablenkung deutlich in ihrer Ebene bleiben.

Der photographische Apparat wurde an das Ende der einen Spule gesetzt. Er besaß ein sehr lichtstarkes Hekladoppelanastigmat und lieferte Bilder, die wenig kleiner als die Original-

dimensionen waren. Als Platten sind gewöhnliche nicht orthochromatische Platten zu empfehlen, da es hier darauf ankommt, das violette Strahlenbündel möglichst lichtstark und die gelblich glühende Kathode möglichst lichtschwach zu erhalten. Die Expositonszeiten betrugen etwa eine halbe Minute.

Fig. 3.

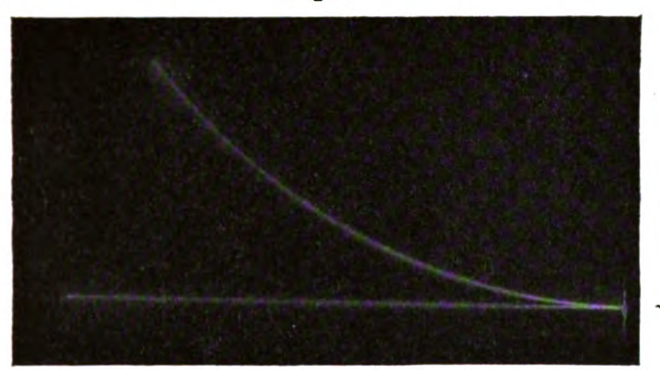
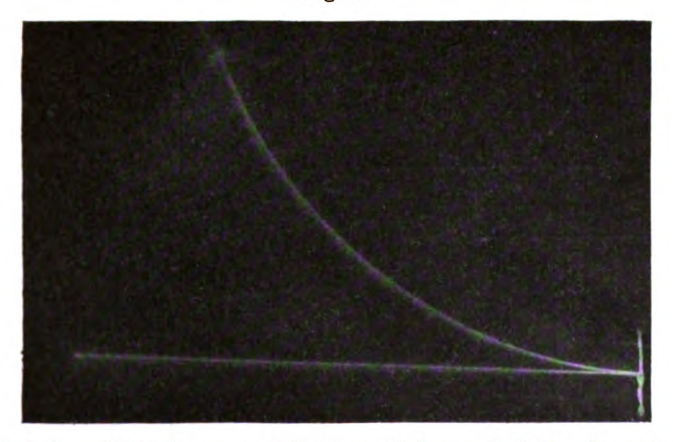


Fig. 4.



Bei den Aufnahmen wurde so verfahren, daß durch geeignete Einstellung der Kathodentemperatur und des Entladungspotentials der Dunkelraum, der sich deutlich von der helleren positiven Säule abhebt, gerade bis an die Anode reichte. Es wurde der abgelenkte und der unabgelenkte Strahl auf der gleichen Platte photographiert. Letzterer diente dann bei der Ausmessung als x-Achse.

In Fig. 3 und 4 sind die Originale der unten besprochenen Kurven *I* und *II* wiedergegeben.

§ 4. Die Ausmessung der Platten und die Berechnung der Konstanten *A* und *B*.

Nach vielen verschiedenen Versuchen erwies es sich bei weitem als die beste Methode, die Platten durch Aufpressen auf feinstes Millimeterpapier auszumessen. Und zwar wurde stets der äußere Rand des abgelenkten und dementsprechend der innere Rand des unabgelenkten Strahles als maßgebend angesehen.

Zunächst wurden durch Auflegen unter den betreffenden Winkeln gegen die Linien des Papieres diejenigen Punkte der Kurve aufgesucht, bei denen $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi = 0{,}5, 0{,}75, 1{,}0$ usw. war, und diese Stellen durch feine Tintenpunkte auf der Glasseite der Platte markiert. Dann wurde die Platte so aufgelegt, daß der unabgelenkte Strahl mit einer Linienrichtung des Papieres zusammenfiel, und die zu jenen Punkten gehörigen Werte von x und y bestimmt. Ferner wurden die Werte von x und y in Schritten von 0,5 cm auf der x-Achse bestimmt.

Aus ersteren Werten wurden A und B bestimmt. Aus den Gleichungen 4a) und 4b) folgt:

$$A = \frac{y \,.\, \sin\varphi - x(1 - \cos\varphi)}{(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi)\sin\varphi - (\varphi\sin\varphi + \cos\varphi - 1)(1 - \cos\varphi)}, \qquad 6\text{a})$$

$$B = \frac{x(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi) - y(\varphi\sin\varphi + \cos\varphi - 1)}{(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi) \,.\, \sin\varphi - (\varphi\sin\varphi + \cos\varphi - 1)(1 - \cos\varphi)}. \qquad 6\text{b})$$

Für die oben genannten Werte von $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi$ war ein für allemal eine Tabelle der zugehörigen Koeffizienten von x und y nach diesen Gleichungen hergestellt.

An die Genauigkeit der Ausmessung der Kurven werden große Anforderungen gestellt. Bei den in Frage kommenden Werten von $\operatorname{tg}\varphi$ ergibt sich A als die Differenz zweier Zahlen, die 20- bis 100mal größer sind als A selbst, bei B betragen die beiden Zahlen auch noch das 4- bis 10fache von B. Ein ganz kleiner Fehler in der Ausmessung von x oder y bewirkt deshalb gleich ein völlig falsches Resultat. So kommt es auch, daß die bei der gleichen Kurve berechneten Werte von A und B häufig

ganz bedeutende Abweichungen unter sich zeigen. Jedoch gelang es unter Auslassung ganz offensichtlich fehlerhafter Werte und Mittelwertbildung stets, die Konstanten A und B so zu bestimmen, daß mit ihnen die gemessenen Kurven auf eine geradezu überraschende Weise dargestellt werden konnten.

Die Kurve wurde dann unter Benutzung der ausgemessenen Punkte auf Koordinatenpapier in doppelter Größe aufgetragen und sorgfältig mit dem Kurvenlineal nachgezogen.

Mittels der berechneten Konstanten A und B wurde dann eine Reihe von Punkten der Kurve von $\varphi = 25^0$ an von 5 zu 5^0, und einige andere, berechnet und in das Kurvenbild eingetragen (die umkreisten Punkte der folgenden Figuren). In den meisten Fällen war die Übereinstimmung ausgezeichnet, manchmal eine absolute.

Ferner wurde die Länge des Dunkelraumes durch kleine Schritte mit dem Zirkel auf der Platte bestimmt, zur Berechnung von $\frac{V_1}{V_0}$ aus Gleichung 5). Man darf hier nicht die Länge des unabgelenkten Strahles einsetzen, der natürlich bedeutend kürzer ist als der abgelenkte Strahl.

§ 5. Die Meßresultate.

Zunächst sollen für eine Ablenkungskurve die Resultate der Ausmessung und Berechnung im einzelnen gegeben werden, um zu zeigen, auf welche Weise dabei verfahren wurde. Tabelle Ia gibt die bei der Ausmessung der Platte I gefundenen Werte von x und y in Schritten von 0,5 cm auf der x-Achse.

Tabelle Ia.

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5 cm
y	0,39	0,61	0,89	1,21	1,61	2,12	2,76	3,6 „

Tabelle Ib gibt die zu den oben genannten Werten von $\frac{dy}{dx}$ gehörigen Werte von x und y.

Tabelle Ib.

$tg\,\varphi$	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5
x	2,61	3,5	4,23	4,7	5,02 cm
y	0,69	1,21	1,86	2,4	2,85 „

Aus den fünf Reihen ergeben sich mittels der Gleichungen 6a) und 6b) die Konstanten A und B (Tab. Ic).

Tabelle Ic.

A	7,3	2,2	2,4	2,3	1,8
B	4,0	5,1	5,1	5,1	4,9

Das erste und das letzte Wertepaar weicht stark von den übrigen ab. Sie wurden deshalb als offenbar ungenau beobachtet von der Mittelwertsbildung ausgeschlossen. Das Mittel der übrigen ergibt:

$$A = 2{,}3, \qquad B = 5{,}1.$$

Der Ausschluß der beiden Wertepaare ist dann berechtigt, wenn sich mit dem Mittel der anderen die Kurve genau darstellen läßt. Dies wird durch das Resultat bestätigt.

Mit Hilfe der gefundenen Werte von A und B wird nun wieder eine Reihe von Punkten der Kurve berechnet. Sind A und B richtig bestimmt, so müssen diese berechneten Punkte auf der beobachteten Kurve liegen. Die berechneten Wertepaare von x und y sind in Tabelle Id zusammengefaßt.

Tabelle Id.

x	1,4	2,5	2,84	3,31	3,49	3,78	4,2	4,62	3,73	5,10 cm
y	0,18	0,62	0,79	1,09	1,22	1,44	1,84	2,29	2,41	2,92 „

Nunmehr wird nach Tabelle Ia die Kurve auf Koordinatenpapier aufgetragen und sorgfältig ausgezogen. Dann werden nach Tabelle Id die berechneten Punkte eingetragen (die umkreisten Punkte, s. Fig. 5).

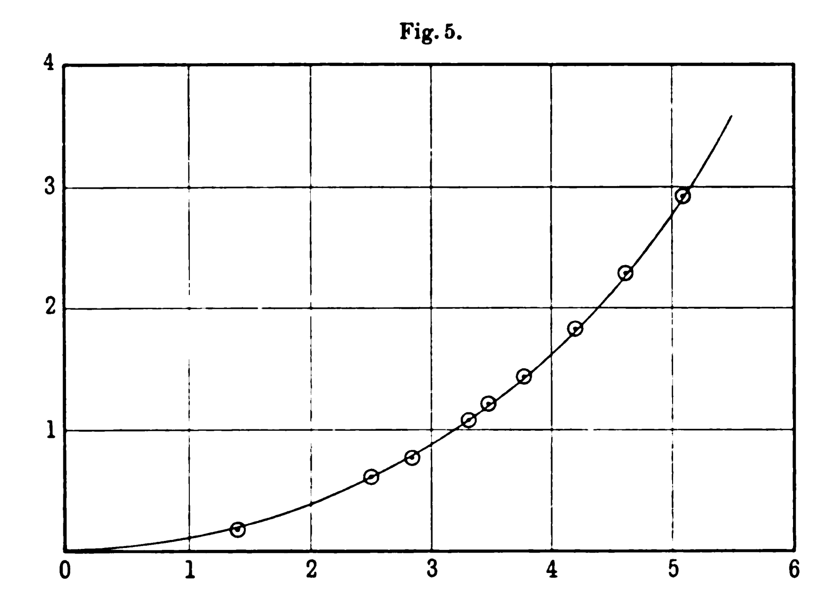
In der Tat liegen sie mit großer Genauigkeit auf der beobachteten Kurve. Die Werte von A und B sind also richtig, die Abweichungen vom Mittelwert erklären sich durch ungenauere Beobachtungen. Um zu zeigen, welch kleine Fehler dazu gehören, um so große Fehler in A und B um viele Prozente hervorzurufen, sind in Tabelle Ie nochmals die Werte von $\operatorname{tg}\varphi$, x und y zusammengestellt, und zwar für letztere die beobachteten und die aus A und B berechneten.

Tabelle Ie.

$tg\,\varphi$	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5
x beob. . .	2,61	3,5	4,23	4,7	5,02
x ber. . . .	2,5	3,5	4,2	4,73	5,10
y beob. . .	0,69	1,22	1,86	2,4	2,85
y ber. . . .	0,62	1,22	1,84	2,41	2,92

Man sieht, daß das erste und letzte Wertepaar an nur wenig falschen Stellen der Kurve abgelesen ist. Trotzdem führen sie zu unbrauchbaren Werten von A und B.

Fig. 5.



Die gefundenen Konstanten A und B dienen nun nach Gleichung 5) zur Berechnung des Verhältnisses von Sprungpotential zu Gesamtpotential. Hierzu ist noch die Kenntnis der Länge l des Dunkelraumes erforderlich. Es ist $l = 7{,}5$ cm. Es ergibt sich dann das gesuchte Verhältnis:

$$\frac{V_1}{V_0} = 0{,}45.$$

Es liegt also in diesem speziellen Falle fast die Hälfte des Entladungspotentials im Kathodensprung.

Fig. 6.

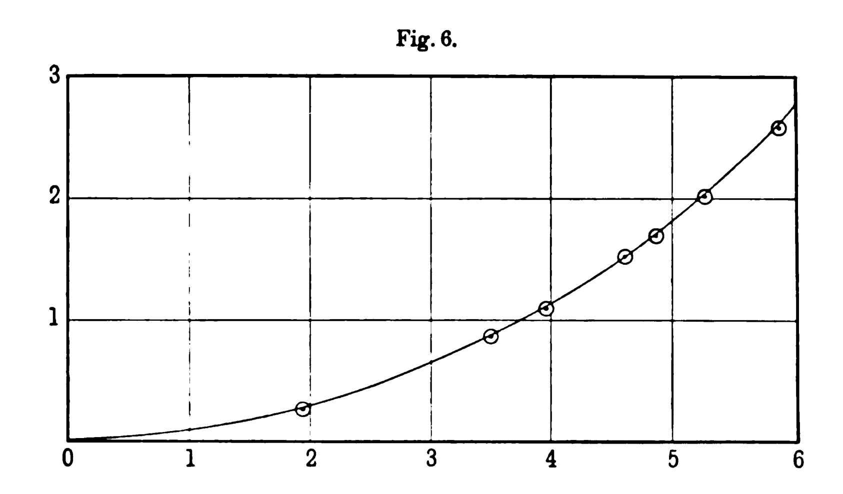


Fig. 7.

Fig. 8.

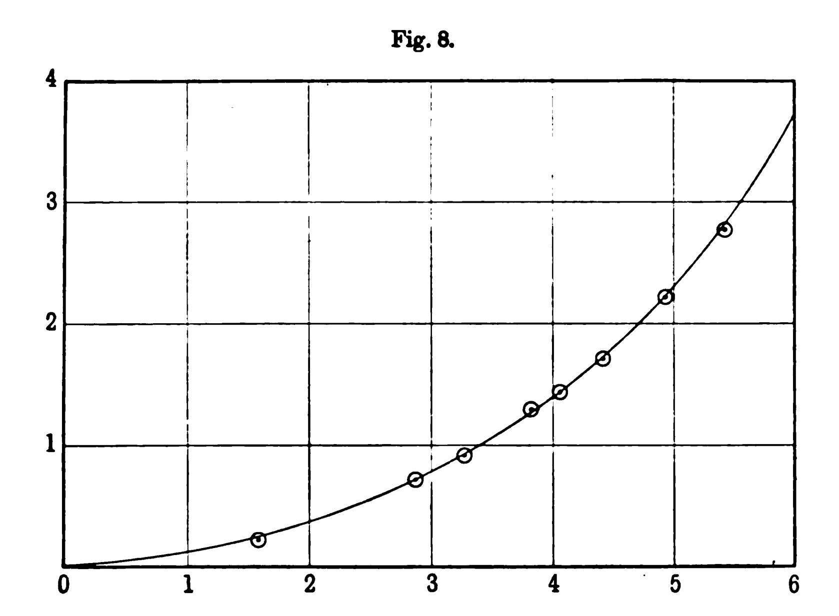


Fig. 9.

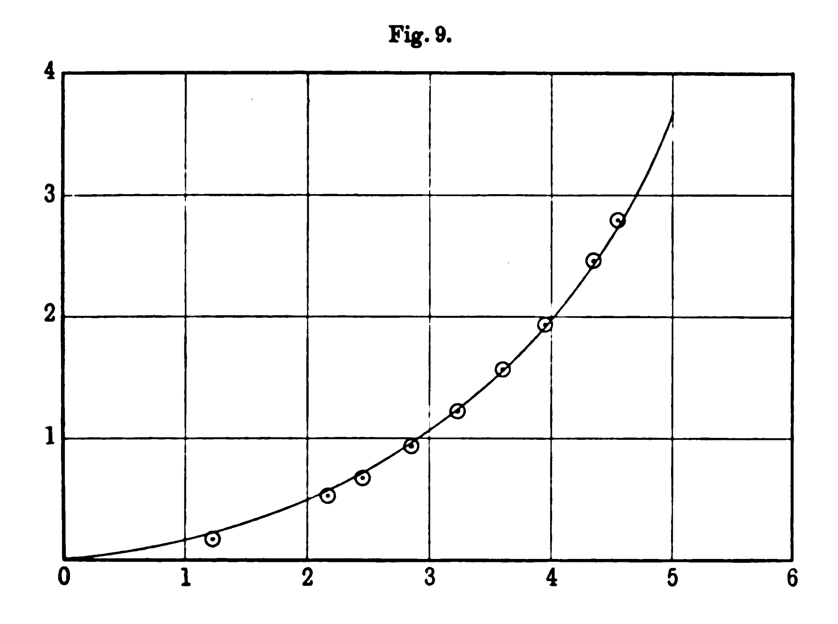


Fig. 10.

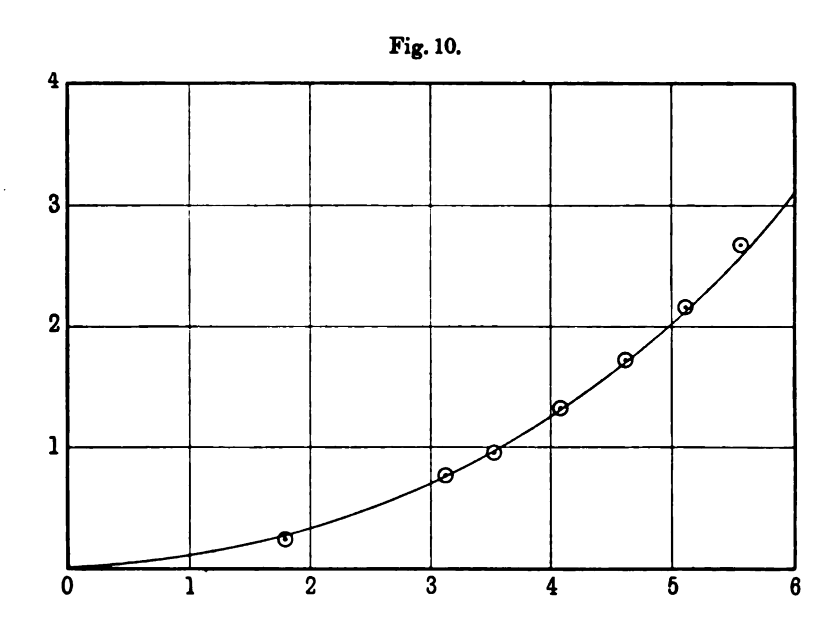
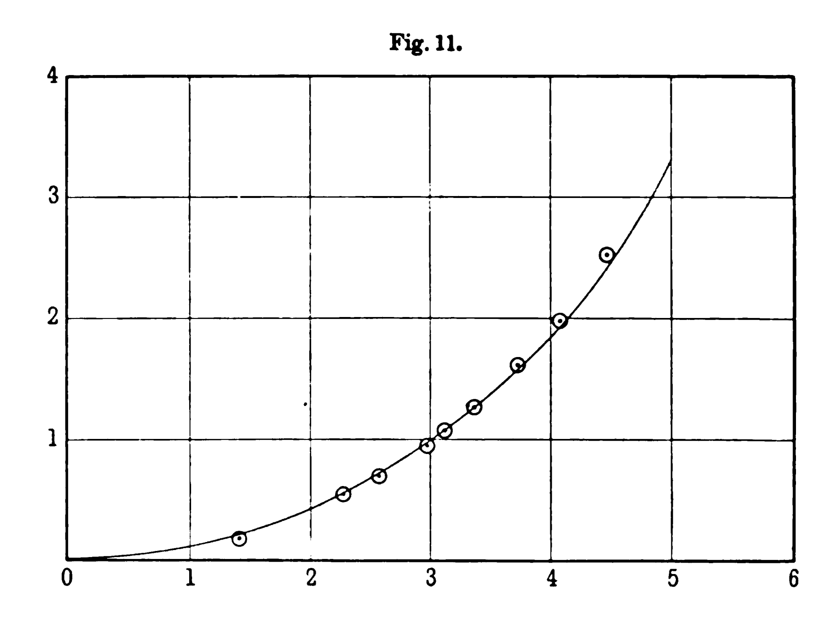
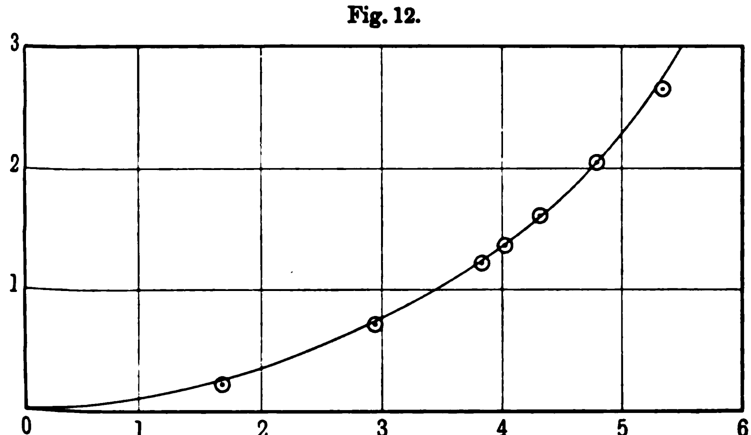


Fig. 11.



Nunmehr wird von den weiteren aufgenommenen Kurven nur noch der Wert von A, B, l und $\frac{V_1}{V_0}$ und die entsprechende Figur gegeben, bei der die ausgezogene Kurve die tatsächlich gemessene Kurve darstellt, während die umkreisten Punkte aus A und B berechnet sind, genau wie oben. Ich bemerke, daß die hier wiedergegebenen Kurven mein gesamtes Material darstellen, also keine Auslese des Besten stattgefunden hat.

Fig. 12.



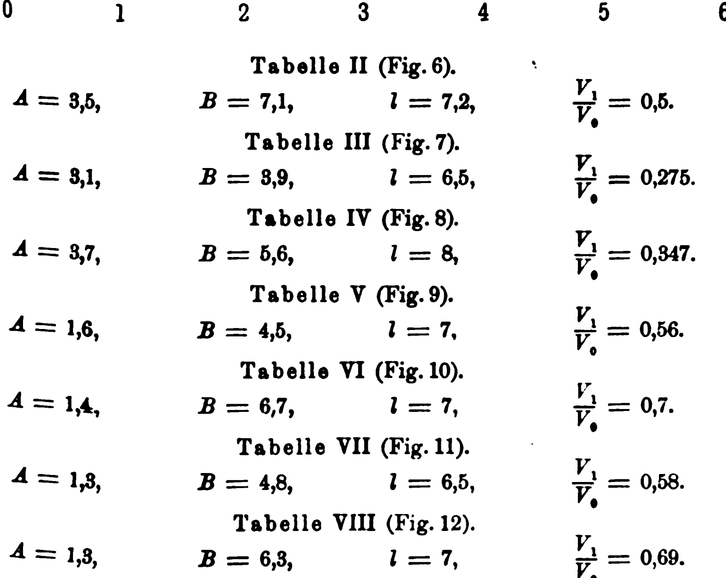


Tabelle II (Fig. 6).

$A = 3{,}5$, $B = 7{,}1$, $l = 7{,}2$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}5$.

Tabelle III (Fig. 7).

$A = 3{,}1$, $B = 3{,}9$, $l = 6{,}5$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}275$.

Tabelle IV (Fig. 8).

$A = 3{,}7$, $B = 5{,}6$, $l = 8$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}347$.

Tabelle V (Fig. 9).

$A = 1{,}6$, $B = 4{,}5$, $l = 7$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}56$.

Tabelle VI (Fig. 10).

$A = 1{,}4$, $B = 6{,}7$, $l = 7$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}7$.

Tabelle VII (Fig. 11).

$A = 1{,}3$, $B = 4{,}8$, $l = 6{,}5$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}58$.

Tabelle VIII (Fig. 12).

$A = 1{,}3$, $B = 6{,}3$, $l = 7$, $\frac{V_1}{V_0} = 0{,}69$.

Die Übereinstimmung der berechneten Punkte mit der Kurve ist nicht überall gleich gut. Dies liegt daran, daß bei der Bildung der Mittelwerte von A und B bei der immerhin geringen Zahl der Daten manchmal nicht ganz der richtige Wert getroffen wurde. Immerhin sind die Abweichungen außerordentlich klein, und würden sich durch mehrfach wiederholte Ausmessung wohl noch wesentlich vermindern lassen.

§ 6. Die Beweiskraft der Resultate.

Trotzdem die Resultate des vorigen Paragraphen schon durch die gute Übereinstimmung der Theorie mit dem experimentellen Befunde sehr zugunsten der zugrunde gelegten Anschauungen sprechen, soll hier noch gezeigt werden, wie die Kurven aussehen würden, falls ein Kathodensprung nicht vorhanden wäre, also $u_0 = 0$. Es soll also die Kurve berechnet werden, die bei gleicher Länge des Dunkelraumes, bei gleichem Entladungspotential V_0 und bei gleichem Magnetfeld entstehen müßte, falls das gesamte Entladungspotential V_0 über den Dunkelraum linear verteilt wäre, statt des Potentials $V_0 - V_1 = V_2$, wie oben vorausgesetzt wurde. Die Koordinaten usw. für diesen Fall seien mit Strichen gekennzeichnet. Es ist dann, wie aus 4a) und 4b) folgt:

$$x' = A'(\varphi' \sin\varphi' + \cos\varphi' - 1),$$
$$y' = A'(\sin\varphi' - \varphi' \cos\varphi').$$

Es ist

$$A' = \frac{\alpha'}{\omega^2} = \frac{\frac{e}{m} \cdot \frac{V_0}{l}}{\omega^2},$$

$$A = \frac{\alpha}{\omega^2} = \frac{\frac{e}{m} \cdot \frac{V_2}{l}}{\omega^2},$$

also

$$A' = A\frac{V_0}{V_2} = A\frac{1}{1 - \frac{V_1}{V_0}}.$$

A' läßt sich also für jede Kurve aus A und $\frac{V_1}{V_0}$ berechnen. Dies habe ich für Kurve I durchgeführt. In Fig. 13 ist die so berechnete Kurve (b) mit der experimentell gefundenen Kurve (a) zusammengestellt.

Ebenso kann man die Kurve finden, die entstehen müßte, falls das ganze Potential im Kathodensprung säße.

Es wäre dann die Kurve ein Kreis mit den Koordinaten

$$x'' = B''.\sin\varphi'',$$
$$y'' = B''(1 - \cos\varphi'').$$

Nun ist

$$B'' = \frac{u_0''}{\omega} = \frac{\sqrt{2\frac{e}{m}\cdot V_0}}{\omega},$$

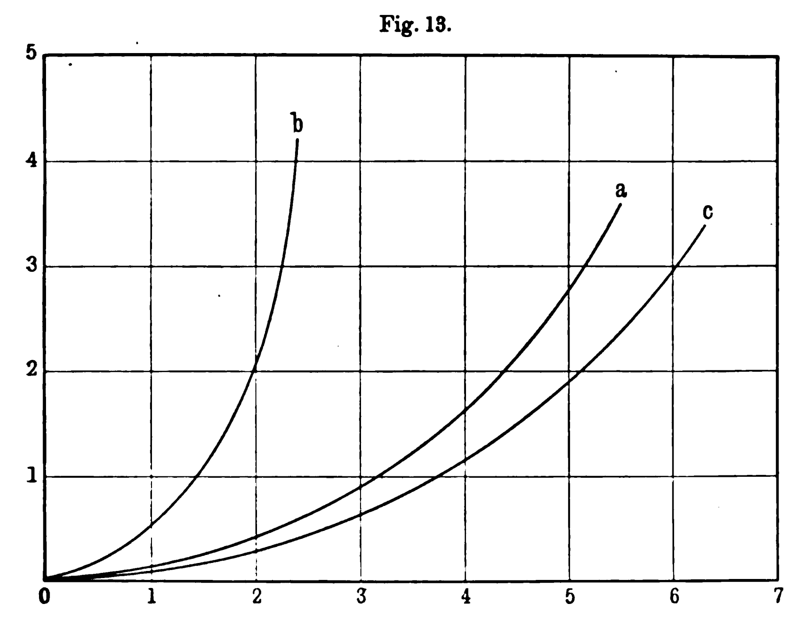
$$B = \frac{u_0}{\omega} = \frac{\sqrt{2\frac{e}{m}\cdot V_1}}{\omega},$$

also

$$B'' = B\sqrt{\frac{V_0}{V_1}}.$$

B'' ist der Krümmungsradius des Kreises. Dieser Kreis (c) ist ebenfalls in Fig. 13 eingetragen.

Fig. 13.



Man sieht, daß beide Kurven weit entfernt von der experimentellen Kurve liegen. Vor allem die Kurve b ohne Sprung hat durch den starken Krümmungsradius am Anfang einen ganz typisch anderen Verlauf.

Es sei noch bemerkt, daß der hier geführte Beweis für die Existenz des Kathodensprunges zwingend ist, wenn die Annahme der mitgeführten Niveauflächen richtig ist. Und diese Annahme dürfte durch die Übereinstimmung des Experimentes mit der Theorie als bewiesen gelten.

§ 7. Die numerischen Resultate.

Die gefundenen Werte für das Verhältnis $\frac{V_1}{V_0}$ sind untereinander merklich verschieden; sie liegen zwischen 0,275 und 0,7. Das ist mit den Resultaten meiner oben erwähnten Untersuchungen ganz im Einklang[1]). An kalten Kathoden stieg das Verhältnis, von 0,25 bei normalem Kathodenfall beginnend, mit wachsender Anomalie desselben an. An der Oxydkathode haben wir nun verhältnismäßig ganz außerordentlich hohe Stromdichten, also fast immer einen ganz anomalen Kathodenfall, der unter Umständen das Verhältnis $\frac{V_1}{V_0}$ so groß, wie oben gefunden, werden läßt.

Welchen Einfluß die Temperatur der Kathode auf den Sprung hat, habe ich bisher nicht untersucht.

Als die beste Deutung des Kathodensprunges erscheint mir auch heute noch die Annahme Skinners, daß die positiven Ionen an der Kathode unter Verlust eines Teiles ihrer Geschwindigkeit reflektiert werden, und so an derselben eine hohe positive Volumladung erzeugen.

§ 8. Zusammenfassung der Resultate.

Auf die beschriebene Weise glaube ich, einen einwandfreien Beweis für die Existenz des Potentialsprunges an der Kathode gegeben zu haben. Dieser Beweis ist frei von den möglichen Fehlerquellen, die durch Sonden oder durch fremde Ionisatoren (Kathodenstrahlen quer zur Entladung) bei früheren Versuchen zu Zweifeln Veranlassung gaben. Es ergibt sich also folgendes als Resultate dieser Arbeit:

---

[1]) Einen Anspruch auf große Genauigkeit können diese Werte natürlich nicht haben, da ein Fehler in A, der sich in der Berechnung der Kurven wenig bemerkbar macht, sie umgekehrt proportional mit A verändert. Wesentlich ist nur, daß das Verhältnis sicher größer als Null, vermutlich hier nie kleiner als 0,25 ist.

1. Die Existenz des Kathodensprunges wird durch die Bahnform magnetisch abgelenkter Kathodenstrahlen nachgewiesen.

2. Der Kathodensprung betrug in den untersuchten Fällen 0,275 bis 0,7 des Entladungspotentials.

3. Die völlige Übereinstimmung der mittels der hier verwandten Methode gefundenen Resultate mit den Resultaten der Sondenmessungen in einer früheren Arbeit des Verfassers beweist, daß man bei Verwendung genügend feiner Sonden mit ihnen auch im CROOKESschen Dunkelraume der Kathodenstrahlen richtige Resultate erzielen kann.

4. Bei magnetischer Ablenkung folgen die Niveauflächen des Potentials der Krümmung der Kathodenstrahlen.

Berlin, Physikal. Institut der Universität, Februar 1912.

Anmerkung bei der Korrektur. Aus einer in der Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 8. März 1912 vorgetragenen Arbeit der Herren E. GEHRCKE und R. SEELIGER ergibt sich ein weiterer Beweis für die Existenz des Kathodensprunges. Dort wurde gezeigt, daß ein Kathodenstrahl in Luft bei Geschwindigkeiten unterhalb etwa 30 Volt die Fähigkeit verliert, das Gas zum Leuchten zu bringen. Da jedoch, wie auch meine Photographien zeigen, die Kathodenstrahlen von Anfang an die Luft zum Leuchten bringen, so folgt, daß sie schon eine Anfangsgeschwindigkeit haben, die mindestens 30 Volt betragen muß.

Über Metallzerstäubung durch ultraviolettes Licht; von F. Schulze.

(Auszug aus der Berliner Dissertation.)
(Vorgelegt in der Sitzung vom 23. Februar 1912.)
(Vgl. oben S. 211.)

Über die Zerstäubung durch ultraviolettes Licht (vgl. oben) sind mehrfach Beobachtungen angestellt und teils für, teils gegen das Vorhandensein dieses Effektes ins Feld geführt worden. Um zur Klärung der Frage beizutragen, habe ich auf Veranlassung von Herrn Geheimrat RUBENS einige Versuche unternommen, über die ich im folgenden berichten möchte.

Im Jahre 1889 teilten LENARD und WOLF[1]) Versuche mit, welche sie als Resultat einer Zerstäubung deuteten. Sie setzten Goldblättchen, die sie teilweise mit Glas oder Zinnfoliestreifen bedeckt hatten, dem Lichte einer Bogenlampe aus und fanden, daß die bestrahlten Stellen im reflektierten Lichte rauh und matt erschienen, und hierin vermuteten die Verfasser eben eine Zerstäubung. Im durchfallenden Lichte konnte übrigens keine Änderung festgestellt werden. Ein zweiter Beweis der Herren für die Zerstäubung, die Reaktion des AITKEN-HELMHOLTZschen[2]) Dampfstrahles, konnte bald darauf von HELMHOLTZ und RICHARZ[3]) als nicht stichhaltig nachgewiesen werden, da auch Ionen als Kondensationskerne wirken, die von der Metalloberfläche und dem umgebenden Gase unter dem Einfluß des ultravioletten Lichtes gebildet werden. Im übrigen hat Herr LENARD selbst später[4]) einen Versuch mitgeteilt, der gegen die Abspaltung elektrisch geladener Massenteilchen spricht.

Eine von Wasserstoffgas umgebene blanke Oberfläche von Natriumamalgam wurde so lange belichtet, daß $2{,}9 \cdot 10^{-6}$ Coulomb negativer Elektrizität von ihr entwichen, und das elektrische Feld über dem Amalgam war so gestaltet, daß die gesamte Elektrizitäts-

[1]) LENARD u. WOLF, Wied. Ann. 37, 443, 1889.
[2]) R. v. HELMHOLTZ, Wied. Ann. 32, 1, 1887.
[3]) HELMHOLTZ u. RICHARZ, Wied. Ann. 40, 162, 1890.
[4]) LENARD, Ann. d. Phys. (4) 2, 350, 1890.

menge an einen reinen Platindraht getragen wurde; wären hier Natriumatome die Träger gewesen, so würde gemäß dem elektrochemischen Äquivalent des Natriums ihr Gesamtgewicht $0,7 . 10^{-6}$ mg betragen haben, mehr als doppelt so viel, als nach Bunsen noch durch die Flammenreaktion erkennbar ist; bei größeren Trägern der Elektrizität natürlich noch mehr. Das negative Resultat dieses Versuches sprach gegen die Zerstäubung. Vor einiger Zeit hat nun Herr Stark[1]) wieder das Eintreten einer Zerstäubung auf Grund der Lichtquantenhypothese wahrscheinlich gemacht. Er stützt sich dabei auf eine kurze Bemerkung der Herren Rubens und Ladenburg[2]), die diese am Schluß ihrer Arbeit über die lichtelektrische Erscheinung an dünnen Goldblättchen gemacht hatten. Die Verfasser hatten einen mit der Zeit zunehmenden lichtelektrischen Effekt nach rückwärts festgestellt und eine Einwirkung der Lenardschen Zerstäubung vermutet. Stark weist nun darauf hin, daß bei der Rubens-Ladenburgschen Anordnung die Möglichkeit nicht ausgeschlossen sei, daß „die lichtelektrischen Kathodenstrahlen, die im angelegten elektrischen Kraftfeld beschleunigt wurden, im Gasraum durch Stoß positive Ionen erzeugten, die ihrerseits im elektrischen Feld zu Kanalstrahlen wurden und als solche beim Auftreffen das Blättchen zerstäubten“. Stark ist der Ansicht, daß, so lange das Inkrafttreten dieser Nebenerscheinung nicht vermieden wird, nicht ohne weiteres auf einen unmittelbaren Zerstäubungseffekt des Lichtes geschlossen werden kann.

Dennoch hält er eine zerstäubende Wirkung des Lichtes für möglich. Unter Einsetzung der aus der Lichtquantenhypothese sich ergebenden Werte erhält er bei einer Entfernung von 10 cm von der Quecksilberlampe als günstigsten Wert bei einer Stunde Belichtungsdauer eine Zerstäubung von 0,7 mg Gold.

Vor einiger Zeit hat endlich noch The Svedberg[3]) Versuche beschrieben, die für die zerstäubende Wirkung des Lichtes zu sprechen scheinen. Nach Bestrahlung verschiedener Metalle unter Wasser, Methylalkohol und Äthylalkohol mit der Quecksilberlampe konnte er die Bildung ultramikroskopischer Teilchen in der Flüssigkeit nachweisen.

---

[1]) Stark, Phys. ZS. 9, 895, 1908.

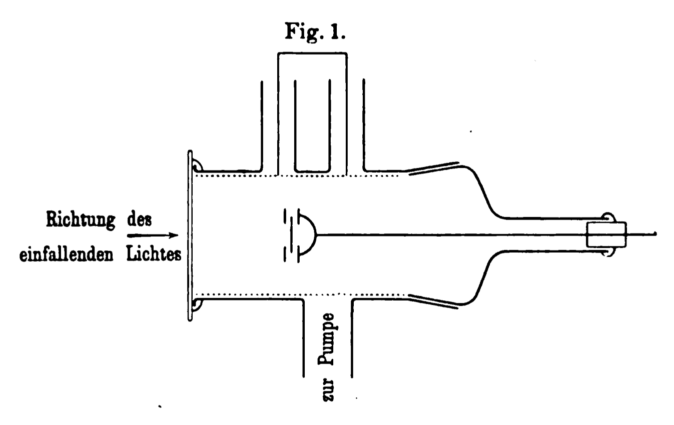
[2]) Rubens u. Ladenburg, Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 749, 1907.

[3]) Svedberg, ZS. f. Chem. u. Ind. d. Kolloide 6, 129, 1910.

Da sich aber schon eine Abhängigkeit von der Natur der Flüssigkeit ergibt, so darf man wohl nicht ohne weiteres eine unmittelbare Wirkung des Lichtes annehmen. SVEDBERG selbst vermutet, daß hierbei chemische Reaktionen mit im Spiele sind.

Durch genaue Wiederholung der RUBENS-LADENBURGschen Versuche wollte ich nun untersuchen, ob, wie seinerzeit vermutet, die Dickenverminderung der Goldblättchen auf einer Zerstäubung durch ultraviolettes Licht beruht. Daher waren die zuerst angestellten Versuche rein qualitative; es wurde untersucht, ob ein ultraviolett bestrahltes Goldblättchen mit der Zeit merklich dünner wird. Die Versuchsanordnung war folgende: Ein Beobachtungsrohr (Fig. 1) von 15 cm Länge und 4 cm Weite war auf einer

Fig. 1.



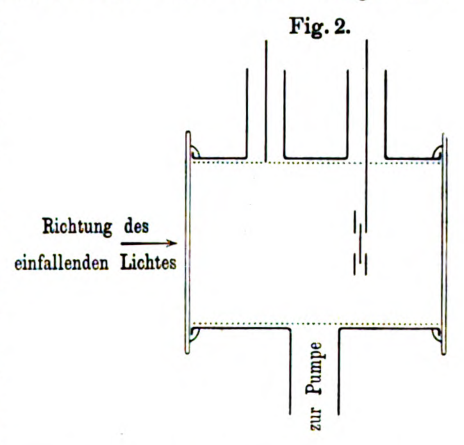
Seite durch eine Quarzplatte abgedeckt. Auf der anderen Seite war durch einen Schliffansatz eine Elektrode mit Bernstein isoliert eingeführt, die aus zwei Teilen bestand, einer an einem Messingstab befestigten Scheibe von ringförmiger Gestalt, darauf wurde die zweite, genau gleiche Scheibe durch zwei Schrauben befestigt, und zwischen beide konnte das Goldblättchen eingepreßt werden. Als Gegenelektrode diente ein Drahtnetz aus Messing, das ebenso wie die Messingteile der zu belichtenden Elektrode vor Bestrahlung geschützt wurde.

Als Lichtquelle wurde eine Quarzquecksilberlampe benutzt, deren Strahlung durch eine Quarzlinse von 6 cm Durchmesser auf das Goldblättchen konzentriert wurde. Die Entfernung der Lampe vom Beobachtungsrohr betrug 50 cm. Evakuiert wurde mit einer verkürzten Fallpumpe, der Gasdruck wurde durch ein Induktorium

geprüft. Die Blättchen waren das sogen. echte Blattgold. Ihre Dicke wurde durch Auswägen zu 300 $\mu\mu$ und zu 70 $\mu\mu$ bestimmt. Zur Untersuchung des Effektes wurden die Elektroden kurz geschlossen und geerdet, so daß sich also kein elektrisches Feld zwischen ihnen ausbilden konnte. Der Druck wurde variiert zwischen einigen Zentimetern Quecksilbersäule — zwei Versuche wurden auch bei Atmosphärendruck angestellt — und dem nach der DEWARschen Methode erreichbaren hohen Vakuum mittels Kokosnußkohle und flüssiger Luft. Die Dauer eines Versuches betrug mindestens 24 Stunden.

Um das Blättchen während des Belichtens direkt beobachten zu können, wurde eine andere Form des Beobachtungsrohres (Fig. 2) benutzt, wobei ohne Verwendung eines Schliffes die der Quarzplatte gegenüberliegende Seite durch eine ebene Glasplatte abgedeckt wurde, und die Einführung der Elektrode durch einen seitlichen Ansatz geschah. Dadurch war es mir auch möglich, das bestrahlte Blättchen bei Beginn und Beendigung des Versuches zu photographieren. Die meisten Blättchen zeigten nun bei dem grellen Licht der Quecksilberlampe von vornherein kleine Löcher und Unregelmäßigkeiten, die sich durch dünnere Stellen charakterisierten. Doch wurden sie absichtlich nicht von den Versuchen ausgeschlossen, denn die Beschädigungen waren zur Orientierung auf den photographischen Platten sehr geeignet.

Fig. 2.



Es konnte auch hier nicht der geringste Unterschied in der Durchsichtigkeit der Blättchen vor und nach der Bestrahlung konstatiert werden. Die dünneren Blättchen von 70 $\mu\mu$ Dicke waren in doppelter Lage für das Licht der Quecksilberlampe undurchlässig, während sie in einfacher Lage schwach durchscheinend waren. Ich belegte nun, um mich auch hier auf der photographischen Platte gut orientieren zu können, die Elektrode

zur Hälfte einfach, zur anderen Hälfte doppelt mit Goldblatt. Die photographischen Aufnahmen bewiesen deutlich, daß nach der Belichtung an keiner Stelle die doppelte Belegung durchscheinend geworden war.

Im ganzen konnte ich nun nach zahlreichen Versuchen feststellen, daß der Zerstäubungseffekt, wenn er existiert, nach dieser Methode nicht erkennbar ist, und daß ferner alle Wahrnehmungen stärkerer Zerstäubung chemischen oder auch physikalischen Einflüssen zuzuschreiben sind, die mit einer direkten Zerstäubung der Materie durch ultraviolettes Licht nichts zu tun haben. Waren diese Versuche unter sorgfältiger Vermeidung eines elektrischen Feldes erfolgt und hatten so ein negatives Resultat ergeben, so war es andererseits von Interesse, nunmehr die Wirkung eines elektrischen Feldes zu untersuchen und den Eintritt einer Zerstäubung in Abhängigkeit vom angelegten Potential festzustellen. Denn es wäre doch denkbar, daß durch auffallendes Licht positiv oder negativ geladene Metallteilchen gebildet werden, denen durch ein angelegtes Potential eine entsprechende Beschleunigung erteilt wird, so daß sie von der bestrahlten Elektrode losgelöst werden. Diese Bildung von positiv geladenen Metallteilchen glaubt ja schon Dember[1]) festgestellt zu haben.

Um dies zu untersuchen, wurden die Versuche genau wie früher ausgeführt, und zwar entweder mit isolierten offenen Elektrodenenden, so daß die lichtelektrische Aufladung ermöglicht war, oder unter Anlegung eines Potentials von —2, —110, —220, —340, —4200, +110 Volt an die Goldblattelektrode. Die Versuche wurden bei hohem Vakuum — Kokosnußkohle und flüssiger Luft — ausgeführt, so daß anzunehmen ist, daß Stoßionisation ausgeschlossen war. Die jedesmal von neuem festzustellende Tatsache, daß nicht die geringste Veränderung des Blättchens im durchfallenden Licht wahrzunehmen war, bewies, daß die Zahl der etwa losgelösten Metallteilchen viel zu klein ist, um nach dieser Methode nachgewiesen werden zu können.

Da nun früher mehrfach Zerstäubungseffekte konstatiert und auf die Einwirkung des ultravioletten Lichtes zurückgeführt worden waren, so lag es nahe, andere Einflüsse, die vielleicht zu einer

[1]) Dember, Ann. d. Phys. (4) 26, 403, 1908 u. 30, 133, 1909.



Massenverringerung der bestrahlten Metallteilchen geführt haben mochten, näher zu untersuchen.

In Betracht kamen hierfür:

1. Gasentladungen.

2. Die Einwirkung von Quecksilberdämpfen auf das sich sehr leicht amalgamierende Gold.

1. Bei Gasentladungen wären zuerst die durch Stoß lichtelektrischer Kathodenstrahlen auf neutrale Gasatome entstehenden Kanalstrahlen zu erwähnen, auf deren zerstäubende Wirkung STARK bei der Diskussion der RUBENS-LADENBURGschen Versuche aufmerksam gemacht hat (s. S. 247).

Zur Untersuchung dieser Einwirkung wurden mehrere Versuche mit —110 und —220 Volt an der Goldblattelektrode bei einem Vakuum von 0,01 bis 0,001 mm angestellt; sie ergaben keine Zerstäubung, wohl aber war eine Einwirkung auf das Blättchen infolge des ungewollten Übergreifens anderweitiger Gasentladungen festzustellen. Ich habe mehrmals eine Zerstäubung erhalten, wenn ich an dem zwischen Pumpe und Beobachtungsrohr befindlichen Geißlerrohr mit dem Induktorium die Höhe des Vakuums prüfte. Vermieden wurde dieses Übergreifen durch Einschalten einer geerdeten Umhüllung der Glasleitung zwischen beiden Rohren. Ob diese Tatsache zur Klärung früher beobachteter Zerstäubungserscheinungen hinreicht, kann ich nicht entscheiden, jedenfalls habe ich keine anderen wirksamen Faktoren auffinden können;

2. denn Quecksilberdampf ergibt zwar auch eine Einwirkung, doch diese bringt kein wahrnehmbares Dünnerwerden, sondern ein Zerreißen und eine völlige Vernichtung des Goldblättchens mit sich, so daß man sofort die wahre Ursache der Erscheinung erkennen kann.

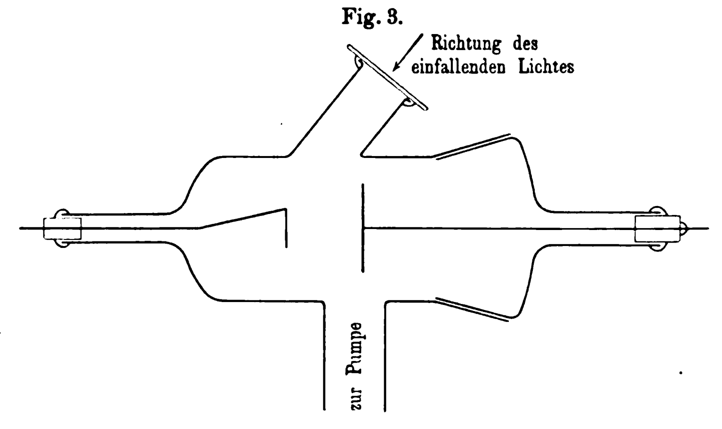
Um die Genauigkeit der Zerstäubungsmessung zu erhöhen, wurde noch eine andere Methode angewendet, welche ich Herrn Dr. JAMES FRANCK verdanke. Wenn das Licht tatsächlich die Körper zerstäubt, so muß es gelingen, bei Bestrahlung eines radioaktiven Präparates die aus dem Körperverband losgerissenen Atome oder Moleküle dadurch nachzuweisen, daß sie, auf eine der bestrahlten Platte gegenüberliegenden Auffangelektrode auftreffend, diese aktivieren. Zu den Untersuchungen wurde Polonium verwandt, welches weder Emanation ausgibt noch radioaktive

Restatome hinterläßt, so daß also dadurch Versuchsstörungen nicht eintreten konnten.

Die Versuchsanordnung ist aus der Fig. 3 ohne weiteres ersichtlich. Als Auffangelektroden dienten Kupferplatten, die auf die Elektrodenstange erst bei Beginn des Versuches aufgeschraubt wurden, nachdem sie vorher gründlich gereinigt und auf ihre Inaktivität untersucht worden waren. Der Abstand der Elektroden voneinander betrug 18 mm.

Zur Messung diente ein einfaches α-Strahlenelektroskop. Die zu untersuchende Elektrode wurde auf die untere geerdete Konden-

Fig. 3.



satorplatte des Elektroskops gelegt und die Abfallszeit mit der normalen Abfallszeit innerhalb des gleichen Intervalles verglichen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1.

Nr.	Unbestrahlte Platte		Bestrahlte Platte		Abweichung	Belichtungsdauer
	Abfall ohne Platte	Abfall mit Platte	Abfall ohne Platte	Abfall mit Platte	Proz.	Stdn.
1	35,7	35,7	34,2	34,1	— 0,3	40
3	34,2	33,8	35,2	34,9	— 0,9	38
5	35,8	35,5	33,4	33,0	— 1,2	44
7	35,4	35,5	34,8	34,3	— 1,4	47

Die Abweichungen liegen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Eine Wiederholung dieser Versuche fand übrigens

später in der Weise statt, daß nach erfolgter Beendigung für die neue Beobachtung die Elektrode ungereinigt wieder eingesetzt wurde, so daß sie 250 Stunden lang mit der den Strahlungen der Quecksilberlampe ausgesetzten Poloniumelektrode zusammenblieb; eine Tabelle mit den Meßresultaten gebe ich beifolgend wieder:

Tabelle 2.

Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Abfall ohne Platte	Abfall mit Platte	Abweichung Proz.
—	0	37,3	37,5	+ 0,5
14	42	35,8	35,5	— 0,8
15	87	33,3	33,4	+ 0,3
16	158	34,5	34,8	+ 0,9
17	206	37,1	37,0	— 0,3
18	250	37,8	38,1	+ 0,8

Ein Nachweis der Zerstäubung ist auch nach dieser recht empfindlichen Methode nicht gelungen. Hier läßt sich nun berechnen, welcher Bruchteil der auf der Elektrode vorhandenen Poloniummenge auf der Auffangelektrode noch hätte nachgewiesen werden können. Unter Einsetzung der durchschnittlichen normalen Abfallszeit von 35 Minuten ergibt sich aus den Konstanten des Elektroskops die Stromstärke der natürlichen Ionisation der Luft $i = 9{,}4 \,.\, 10^{-14}$ Amp. Die Stärke des Poloniumpräparates selbst wurde durch eine Sättigungsstrommessung bestimmt. Es ergab sich für den Sättigungsstrom der Wert $i = 6{,}4 \,.\, 10^{-9}$ Amp. Nehme ich an, daß erst bei einer Abweichung um 10 Proz. vom normalen Elektroskopabfall eine Aktivierung der Elektrode bestimmt erkannt wurde, so hätte also noch ein durch Strahlung verursachter Strom von $1 \,.\, 10^{-14}$ Amp. nachgewiesen werden können. Dies entspricht dem $6{,}4 \,.\, 10^5$. Teil der ursprünglichen Poloniummenge.

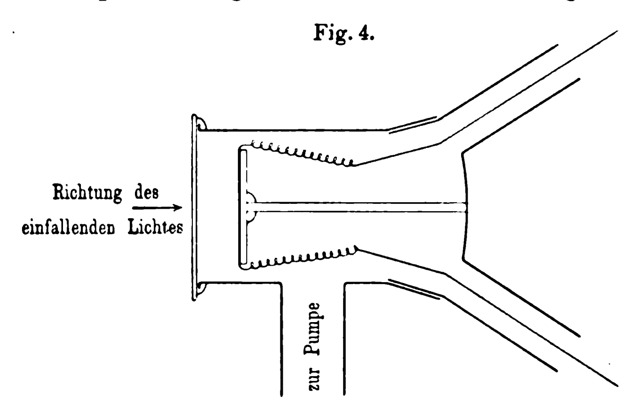
Genau wie bei der ersten Methode führte ich auch hier Versuche aus, die die Einflüsse des elektrischen Feldes feststellen sollten. Hierbei ergaben sich nun die auffallendsten Störungen, die durch Spuren von noch vorhandenem Radium E verursacht wurden, die, wie schon Mme. CURIE[1]) nachgewiesen hat, bei frischen Polonium-

[1]) RUTHERFORD, Radioaktivität. Deutsche Ausgabe von ASCHKINASS, 1907, S. 427.

präparaten eine schwache β-Strahlenaktivität hervorrufen. Nachdem diese Störungen beseitigt waren (s. Dissertation, S. 22), ergaben sämtliche Versuche bezüglich der Zerstäubung ein negatives Resultat.

Als dritte Methode, die auch quantitative Angaben zu machen gestattete, wurde die elektrische Widerstandsmessung bestrahlter Metallschichten ausgeführt. Die Versuchsanordnung hierfür war folgende (Fig. 4): Das Beobachtungsrohr war mit einem Schliffansatz zur leichten Auswechselbarkeit der Metallschirme versehen, in welche starke Messingdrähte als Zuführung fest eingekittet waren. Der betreffende Metallschirm konnte auf einer im Inneren des Schliffkopfes fest angebrachten Glasröhre befestigt werden. Die

Fig. 4.



Schirme waren Silberschichten und eingebranntes Platin. Die leitende Verbindung zu den Messingstäben bildeten dünne Kupferdrähte, die auf die Metallschichten direkt aufgelötet wurden.

Die Widerstandsmessung konnte in der Wheatstoneschen Brückenschaltung mit einem Drehspulengalvanometer auf 0,05 Proz. genau ausgeführt werden. Die Versuche fanden im Vakuum statt, da an Luft der Widerstand stark variierte. Evakuiert wurde bis zur Leistungsgrenze der Quecksilberpumpe, also etwa 0,001 mm. Es ergaben sich z. B. die Werte der Tabelle 3.

Ähnliche Werte ergaben sich bei einem Platinspiegel. Die Genauigkeit der Messung konnte erhöht werden dadurch, daß durch Einritzen von Querstrichen der Widerstand vergrößert wurde. Zwei derartig behandelte Platinspiegel ergaben ebenfalls durchaus konstante Werte des Widerstandes.

Tabelle 3.
Silberspiegel 4 $\mu\mu$ dick, aus dem Widerstand berechnet.
Temperaturkoeffizient $a = 0{,}00003$.

Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke	Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke
1	24h {vor der Belichtung	501,0	8	43	500,9
2	0	500,8	9	50	500,9
3	4	500,8	10	66	500,9
4	19	500,8	11	70	500,9
5	21	500,8	12	88	500,9
6	25	500,8	13	96	500,9
7	28	500,8			

Als drittes Metall wurde Gold zur Untersuchung verwandt, das auf Platinglas galvanisch niedergeschlagen wurde. Die Meßresultate waren:

Tabelle 4.
Temperaturkoeffizient $a = 0{,}00007$.

Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke	Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke
1	0	501,8	6	53	500,3
2	13	500,7	7	60	499,6
3	23	500,6	8	77	499,6
4	33	500,9	9	87	499,6
5	47	500,0	10	100	499,6

Es zeigen sich hier also zu Anfang ziemlich starke Schwankungen, die aber schließlich in einen konstanten Wert übergehen. Erklären läßt sich das durch die Übereinanderlagerung zweier Effekte, deren Wirkungen von VINCENT [1]), LONGDEN [2]) und PATTERSON [3]) näher behandelt worden sind. Aus ihren Arbeiten geht hervor, daß frisch niedergeschlagene Metallschichten ihren Widerstand bis zu einem konstanten Werte vergrößern, der nach der Ansicht von VINCENT in etwa sechs Tagen erreicht ist. Andererseits wird durch die Einwirkung von Wärme eine Verkleinerung des Widerstandes verursacht, bis auch hier ein konstanter Wert erreicht ist. Die Meßergebnisse lassen sich hiermit durchaus in Einklang

1) VINCENT, Ann. chim. phys. (6) 19, 421, 1900.
2) LONGDEN, Phys. Rev. 11, 40 u. 81, 1900.
3) PATTERSON, Phil. Mag. (6) 2, 652, 1902.

bringen. Ein anderer Beweis wird geliefert durch die Resultate an einem Spiegel, der bereits fünf Tage alt war, bevor er in Benutzung genommen wurde, so daß sein Alter bei Beginn der Belichtung sieben Tage betrug. Hier durfte sich nur noch der zweite Effekt der Widerstandsverminderung durch Erwärmung zeigen, und wie die Tabelle 5 beweist, wurde diese Erwartung auch bestätigt.

Tabelle 5.
Temperaturkoeffizient $a = 0{,}0002$.

Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke	Nr.	Belichtungszeit Stdn.	Skalenteil der Brücke
1	0	496,0	7	70	492,1
2	8	495,3	8	78	491,3
3	20	493,8	9	94	491,2
4	29	493,6	10	105	491,3
5	44	493,0	11	123	491,3
6	56	492,7	12	135	491,3

Demnach war also auch nach dieser Methode keine Zerstäubung nachzuweisen.

Selbstverständlich kann und soll nicht bestritten werden, daß sich nicht aus dem Körperverband des bestrahlten Metalles eine größere oder kleinere Atomzahl unter dem Einfluß ultravioletten Lichtes loslösen könnte, aber eine derartige Erscheinung müßte für die Strahlung der Quecksilberlampe unterhalb der nach diesen Methoden meßbaren Größen liegen, also jedenfalls von einer ganz anderen Größenordnung sein als die bisher beobachteten Phänomene dieser Art.

Für die Widerstandsmessungen läßt sich die Empfindlichkeitsgrenze quantitativ angeben.

Nehme ich z. B. den Goldspiegel aus Tabelle 4. Der Spiegel hatte nach 60 Stunden Belichtungsdauer einen Widerstand von 79,87 Ohm. Der Widerstand blieb während der letzten 40 Stunden des Versuches konstant. Hätte er sich in dieser Zeit um 0,05 Proz., was 0,1 Skalenteil der Wheatstoneschen Brücke entspricht, geändert, so würde er um 0,03 Ohm gewachsen sein. Die Menge des zerstäubten Goldes ergibt sich daraus zu $12 . 10^{-8}$ g, was einer Molekülzahl von $3{,}75 . 10^{14}$ entsprechen würde. Man kann also

sagen, daß bei der gegebenen Versuchsanordnung das Licht der Quarzlampe weniger als 3.10^{-9} g Gold in der Stunde zerstäubt.

Zusammenfassung.

Es wurde die Zerstäubung von Metallen durch ultraviolettes Licht untersucht. Hierzu wurden drei Methoden angewandt:

1. Prüfung des Dünnerwerdens von bestrahlten Goldblättchen durch Untersuchung erhöhter Lichtdurchlässigkeit.
2. Bestrahlung eines Poloniumpräparates und Untersuchung der Aktivierung einer gegenübergestellten Elektrode.
3. Messung der Änderung des elektrischen Widerstandes bestrahlter Schichten von Silber, Platin und Gold.

Alle drei Methoden ergaben für die ultraviolette Strahlung der Quarzquecksilberlampe ein negatives Resultat. Hierdurch wurde bewiesen, daß der Zerstäubungseffekt, wenn er existiert, von viel kleinerer Größenordnung ist, als bisher angenommen wurde [1].

Es sei mir auch an dieser Stelle gestattet, Herrn Geheimrat Rubens für die Anregung zu dieser Arbeit und das rege Interesse, sowie Herrn Prof. v. Baeyer für stets bereite vielfache Hilfe meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

---

[1]) Gleichzeitig mit meiner Dissertation ist eine Abhandlung von Lenard und Ramsauer erschienen (Heidelberger Akad. d. Wiss. 1911, 16. Abh., S. 27), in der sie ebenfalls zu dem Resultat kommen, daß früher beobachtete Oberflächenänderungen durch Bestrahlung mit ultraviolettem Licht auf andere Ursachen, nicht auf Zerstäubung zurückzuführen sind.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität Berlin.



Die spezifische Wärme binärer Gemische II;

von Alfred Schulze.

(Eingegangen am 23. Februar 1912.)

In meiner ersten Arbeit [1]) über: „Die spezifischen Wärmen von binären Gemischen" habe ich die experimentellen Ergebnisse für fünf Flüssigkeitsgemische angegeben. Es handelte sich darum, das abweichende Verhalten der spezifischen Wärmen von binären Flüssigkeitsgemischen aufzuklären. Öfter bereits war schon die Vermutung ausgesprochen, daß die Abweichungen der spezifischen Wärmen der Gemische von der Mischungsregel durch molekulare Änderungen hervorgerufen werden. In der Tat hat sich auch in meiner ersten Arbeit über die spezifischen Wärmen gezeigt, daß die Abweichungen sich durch die beim Mischen eintretenden Änderungen in der Molekularkonstitution erklären lassen.

Zunächst handelte es sich dort um das bei 50° ideal verlaufende Gemisch Benzol—Äthylenchlorid, das bei tieferen Temperaturen eine Assoziation des Äthylenchlorids kenntlich machte. Die übrigen vier Gemische (Äthyläther—Chloroform, Aceton—Chloroform, Benzol—Chloroform, Benzol—Äthyläther) waren alles solche, bei denen die Komponenten beim Mischen eine chemische Verbindung eingehen. Dies zeigte sich darin, daß die spezifischen Wärmen und ebenso die Molekularwärmen der Gemische größer sind, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen. Demnach müssen die Kurven konkav gegen die Horizontalachse verlaufen.

In dieser Arbeit soll eine Reihe von Assoziationsgemischen untersucht werden. Es müssen demnach — wie eingangs der ersten Arbeit erläutert ist — die Kurven all dieser Gemische unterhalb der Mischungsgeraden liegen. Und tatsächlich ergeben dies auch die Versuche, wie wir im folgenden sehen werden [2]).

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 189, 1912.

[2]) Kürzlich erst ist eine Arbeit über: „Die spezifische Wärme von binären Flüssigkeitsgemischen" von W. Beuss (Dissertation, Münster 1911) erschienen. Dieser bestimmte die mittlere spezifische Wärme (meistens

Es sollen auch in dieser Arbeit — rein qualitativ — nur die Versuchsergebnisse mitgeteilt werden, um dann späterhin die theoretischen Gesichtspunkte für sich behandeln zu können.

I. Benzol—Tetrachlorkohlenstoff.

Zunächst ist das Gemisch Benzol—Tetrachlorkohlenstoff untersucht worden, und zwar bei den drei Temperaturen 50°, 35° und 20°. Die spezifischen Wärmen der Gemische c_g, die auch hier wiederum als Funktion des Massenbruchs angegeben werden müssen, sind kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen; dasselbe gilt natürlich von den Molekularwärmen, die als Funktion des analytischen Molenbruchs Benzol (q_b) dargestellt sind.

Sind p_b und p_c die Massen von Benzol und Tetrachlorkohlenstoff in 1 g Mischung, so ist die spezifische Wärme des Gemisches:

$$c_g = c_b \cdot p_b + c_c \cdot p_c, \tag{1}$$

wo c_b und c_c die spezifischen Wärmen der Komponenten sind. Daraus folgt wieder für die Molekularwärmen:

$$c_g (m_b q_b + m_c q_c) = c_b \cdot m_b q_b + c_c m_c q_c. \tag{2}$$

m_b und m_c bedeuten die Molekulargewichte von Benzol und Tetrachlorkohlenstoff:

$$m_b = 78{,}05,$$
$$m_c = 153{,}84.$$

Nach Definition des Molenbruchs muß sein:

$$q_b + q_c = 1. \tag{3}$$

Diesen Formeln gemäß finden sich die Versuchsergebnisse in den Tabellen 1 bis 3. Die linken Seiten der Gleichungen 1) und 2) geben die tatsächlich gemessenen Werte, während die rechten Seiten die Werte darstellen, wie sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen. Da der Tetrachlorkohlenstoff eine assoziierte Flüssigkeit ist — wie sich dies aus der DOLEZALEKschen Theorie bei den Dampfspannungen[1]) ergibt, und wie sich dies auch an

zwischen etwa 15° bis etwa 45°) von den Gemischen Benzol—Chlorbenzol, Benzol—Nitrobenzol, Äthylacetat—Amylacetat, Benzol—Tetrachlorkohlenstoff, Benzol—Äther u. a. m. Er erhielt infolgedessen in den meisten Fällen einen geradlinigen Verlauf; und somit ist ein Vergleich dieser Resultate mit denen vom Verfasser nicht möglich.

[1]) F. DOLEZALEK, ZS. f. phys. Chem. 64, 727, 1908; s. auch W. BEIN, ebenda 66, 257, 1909.

Tabelle 1. Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 50°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2245	—	—	0,0	34,54	—	—
0,113	0,2500	0,2586	—0,0086	0,2	34,67	35,86	—1,19
0,253	0,2900	0,3010	—0,0110	0,4	35,82	37,18	—1,36
0,432	0,3439	0,3552	—0,0113	0,6	37,27	38,49	—1,22
0,670	0,4168	0,4271	—0,0103	0,8	38,85	39,81	—0,96
1,0	0,5270	—	—	1,0	41,13	—	—

Tabelle 2. Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 35°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,2098	—	—	0,0	32,78	—	—
0,113	0,2241	0,2395	—0,0154	0,2	31,08	33,23	—2,15
0,253	0,2530	0,2767	—0,0237	0,4	31,25	34,18	—2,93
0,432	0,2983	0,3242	—0,0259	0,6	32,33	35,13	—2,80
0,670	0,3679	0,3871	—0,0192	0,8	34,29	36,08	—1,79
1,0	0,4745	—	—	1,0	37,04	—	—

Tabelle 3. Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 20°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,1923	—	—	0,0	29,58	—	—
0,113	0,1953	0,2181	—0,0228	0,2	27,08	30,25	—3,17
0,253	0,2139	0,2503	—0,0364	0,4	26,42	30,92	—4,50
0,432	0,2510	0,2915	—0,0405	0,6	27,20	31,59	—4,39
0,670	0,3150	0,3460	—0,0310	0,8	29,36	32,25	—2,89
1,0	0,4218	—	—	1,0	32,92	—	—

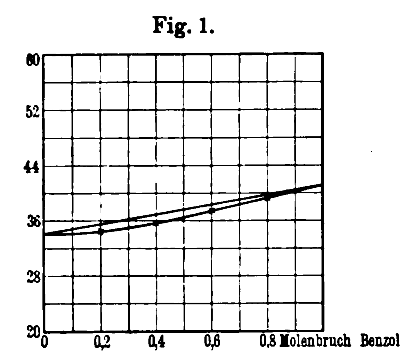
dem langwelligen Refraktionsvermögen [1]) dieses Gemisches bei verschiedenen Temperaturen bestätigt —, so können in den Gleichungen 1) und 2) die linke und die rechte Seite niemals übereinstimmen. Die Figg. 1 bis 3 zeigen die Molekularwärmen in Abhängigkeit von q_b. Man sieht hier, daß die Abweichungen der Molekularwärmen der Gemische von den Mischungsgeraden mit zunehmender Temperatur geringer werden, was eben zeigt, daß die Assoziation mit zunehmender Temperatur fällt.

---

[1]) A. Schulze, ZS. f. Elektrochem. 18, 77, 1912.

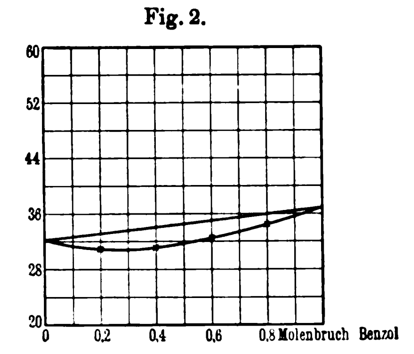
Es fragt sich nun, inwiefern es an der Kurve zu sehen ist, welches die assoziierte Komponente ist. Dies kann zunächst an den Partialdruckmessungen sehr schön geprüft werden. Wenn man nämlich zu der reinen assoziierten Flüssigkeit eine geringe

Fig. 1.



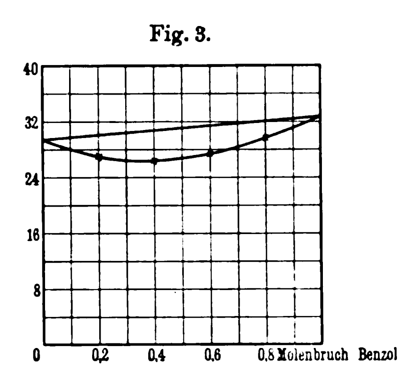
Analytische Molekularwärme von Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 50°.

Fig. 2.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 35°.

Fig. 3.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Tetrachlorkohlenstoff bei 20°.

Menge der nicht assoziierten Komponente hinzufügt, so werden sofort durch die Verdünnung die Doppelmole der assoziierten Flüssigkeit gespalten; der Molekularzustand wird mithin geändert. Infolgedessen muß der Partialdruck stark ansteigen. Setzt man dagegen zu der idealen Flüssigkeit ein wenig von der assoziierten Flüssigkeit hinzu, so wird zunächst der Partialdruck der idealen Flüssigkeit wenig von der Mischungsgeraden abweichen. Denn bei der großen Verdünnung ist die assoziierte Flüssigkeit fast

ganz in Monomoleküle zerspalten. Daraus folgt also, daß auf der Seite, wo die große Ausbuchtung der Kurve liegt, die assoziierte Komponente ist, während auf der anderen Seite die ideale ist. Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch bei der Molekularrefraktion; und ebenso tritt sie hier bei den Molekularwärmen zutage.

Einen zweiten Beweis dafür, daß bei der Ausbuchtung der Kurve die assoziierte Flüssigkeit vorhanden ist, geben die Wärmetönungen. Denn mißt man die Mischungswärmen, die beim Mischen einer idealen Flüssigkeit mit einer assoziierten entstehen, so muß auf der Seite der assoziierten Komponente die Abkühlung am größten sein. Diese beträgt bei unserem Gemisch ungefähr für den Molenbruch Benzol 0,2 fast 0,5°.

Aus den Kurven der Molekularwärmen sieht man nun ebenfalls deutlich, daß die Ausbuchtung der Kurve auf der Tetrachlorkohlenstoffseite liegt, mithin dies wiederum auf eine Assoziation des Kohlenstofftetrachlorids schließen läßt.

Bei der Verdünnung des Kohlenstofftetrachlorids, wo die Doppelmole in Einfachmole gespalten werden, liegt also die Reaktionsgleichung:

$$(CCl_4)_2 = 2\,CCl_4$$

zugrunde. Wenn man für jede Konzentration die Molekularkonstitution berechnen will, muß die Assoziationskonstante K aus dem Massenwirkungsgesetz bekannt sein. Diese ist auch von Dolezalek berechnet worden.

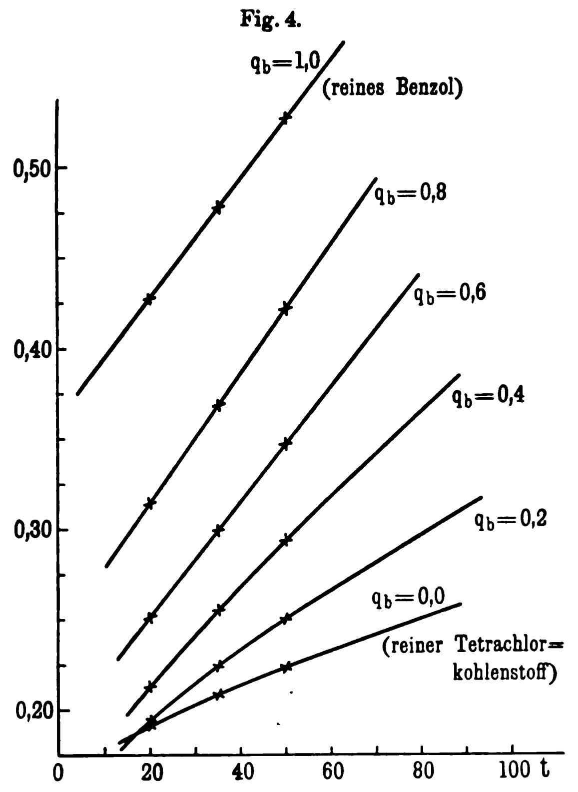
Analog wie beim Äther—Chloroformgemisch haben wir hier ebenfalls nicht mehr die beiden Molekülgattungen der Komponenten, sondern bei dem Benzol—Tetrachlorkohlenstoffgemisch existieren drei Gattungen von Molekülen, von denen einer jeden Rechnung getragen werden muß. Dies sind die Monomole der idealen Flüssigkeit, die Monomole und die Bimole der assoziierten Flüssigkeit. Man hat dementsprechend in Gleichung 2), wo die „analytischen Molekularwärmen" dargestellt sind, statt der analytischen Molenbrüche die wahren Molenbrüche einzuführen. Die letzteren entsprechen der wirklichen Molekularkonstitution, und man erhält so die „wahre Molekularwärme".

Daraus folgt zugleich auch, daß man den reinen Tetrachlorkohlenstoff als ein Gemisch von Monomolekeln und Bimolekeln auffassen kann; mithin ist ganz allgemein jede assoziierte Flüssig-

keit ein Gemisch der verschiedenen in ihr enthaltenen Molekülgattungen. Jedoch soll über diese theoretischen Gesichtspunkte erst später berichtet werden.

Die Fig. 4 zeigt die spezifischen Wärmen der Gemische als Funktion der Temperatur. Man sieht, daß die spezifischen Wärmen

Fig. 4.



Die spezifische Wärme von Benzol—Tetrachlorkohlenstoff.

der reinen Komponenten sowohl, wie die der Gemische mit abnehmender Temperatur abnehmen.

Ebenso wie nun für die spezifische Wärme des Gemisches die Gleichung:

$$c = c_1 p_1 + c_2 p_2 \tag{4}$$

besteht, so muß eine entsprechende Gleichung auch für den Temperaturkoeffizienten des Gemisches gelten; nämlich, wie ohne weiteres ersichtlich, gilt dafür:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dc_1}{dt} p_1 + \frac{dc_2}{dt} \cdot p_2, \tag{5}$$

wo ebenfalls:

$$p_1 + p_2 = 1$$

sein muß. — Wenn man für eine bestimmte Temperatur die Temperaturkoeffizienten der Gemische als Funktion der Konzentration aufträgt, so zeigen diese ebenfalls die charakteristischen Abweichungen von der Mischungsregel. Und zwar liegen die Kurven für ein reines Assoziationsgemisch über der Mischungsgeraden, und für ein Verbindungsgemisch, wie z. B. Äther—Chloroform oder Aceton—Chloroform, unterhalb der Mischungsgeraden.

Aus den obigen Betrachtungen ist jedenfalls zu ersehen, daß auch die Molekularwärmen des Gemisches Benzol—Tetrachlorkohlenstoff deutlich die Assoziation des Tetrachlorkohlenstoffs erkennen lassen, die mit zunehmender Temperatur abnimmt.

II. Nitrobenzol, Methylalkohol, Äthylbromid.

Ehe noch weiter die spezifischen Wärmen von binären Flüssigkeitsgemischen untersucht werden, soll das eigentümliche Verhalten von Nitrobenzol, Methylalkohol, Äthylbromid hinsichtlich ihrer spezifischen Wärmen in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur erwähnt werden.

Sowohl Nitrobenzol, wie Methylalkohol und Äthylbromid sind sehr stark assoziierte Flüssigkeiten, und somit gehören diese ohne weiteres in die Reihe unserer Betrachtungen. Wie nämlich im Anfang dieser Arbeit erwähnt, kann man eine assoziierte Flüssigkeit ebenfalls als ein Gemisch auffassen. Dies wurde bereits am Tetrachlorkohlenstoff gezeigt; und zwar ist dieser ein Gemisch von Monomolekeln und Bimolekeln.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß Nitrobenzol eine Flüssigkeit ist, die höhere Molekülkomplexe aufweist, also außer den Bimolekeln noch Tri- und Tetramolekeln.

Wenn man nun die spezifische Wärme von Nitrobenzol als Funktion der Temperatur betrachtet, so wird außer der spezifischen Wärme der einzelnen Molekülarten eine große chemische Wärme in Betracht zu ziehen sein, die zum Verfall bzw. zur Bildung höherer Molekülkomplexe nötig ist. So fand REGNAULT[1]),

[1]) REGNAULT, Ann. d. chim. (3) 9, 322, 1843; Pogg. Ann. 62, 50, 1844.

der eine ganze Reihe organischer Flüssigkeiten im Temperaturintervall von 5 bis 20°C hinsichtlich ihrer spezifischen Wärmen untersuchte, daß die spezifische Wärme von Nitrobenzol mit abnehmender Temperatur stark zunimmt. Es tritt also hier ganz dieselbe Erscheinung zutage, wie sie sich früher[1]) bei den Gemischen Äther—Chloroform und Aceton—Chloroform fand.

Wie damals auseinandergesetzt, müssen die Kurven, die einen negativen Differentialquotienten aufweisen, bei tieferen Temperaturen zu einem solchen Punkte kommen, wo der Differentialquotient gleich Null wird und hernach positiv, wie es ja auch das NERNSTsche Wärmetheorem verlangt.

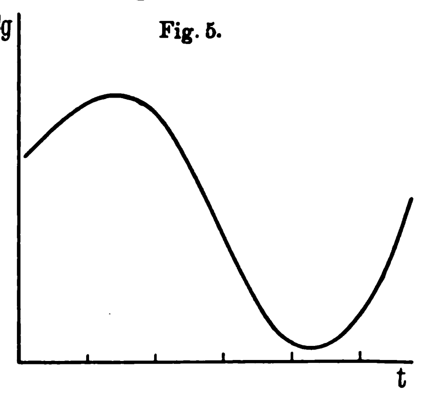


Fig. 5.

Ebenso ist es hier auch bei dem Nitrobenzol. Da dies bei etwa 3° schon fest wird, so ist es von keinem Belang, diesen Umkehrpunkt experimentell zu bestimmen, da bei dem Übergang von der flüssigen zur festen Phase Unstetigkeiten auftreten.

Ganz ähnlich wie bei tiefen Temperaturen ein Umkehrpunkt sich auffinden lassen muß, von dem an die spezifische Wärme mit abnehmender Temperatur fällt, so muß auch bei höherer Temperatur ein solcher Umkehrpunkt vorhanden sein, von wo die spezifische Wärme mit zunehmender Temperatur wieder steigt. Denn bei höheren Temperaturen kommen die Flüssigkeiten alle dem idealen Zustand bedeutend näher; und für diesen Zustand, wo dann nur noch Monomoleküle vorhanden sind, muß ja die spezifische Wärme mit zunehmender Temperatur ansteigen. Wenn bei einem Gemisch beide Umkehrpunkte noch in der flüssigen Phase liegen, so hat die Temperaturkurve der spezifischen Wärme ungefähr einen Verlauf, wie ihn Fig. 5 zeigt.

So untersuchte ich daraufhin das Nitrobenzol, um eventuell bei höherer Temperatur zu einem Umkehrpunkte zu kommen. Und in der Tat zeigte sich, daß ein solcher bei etwa 60° vor-

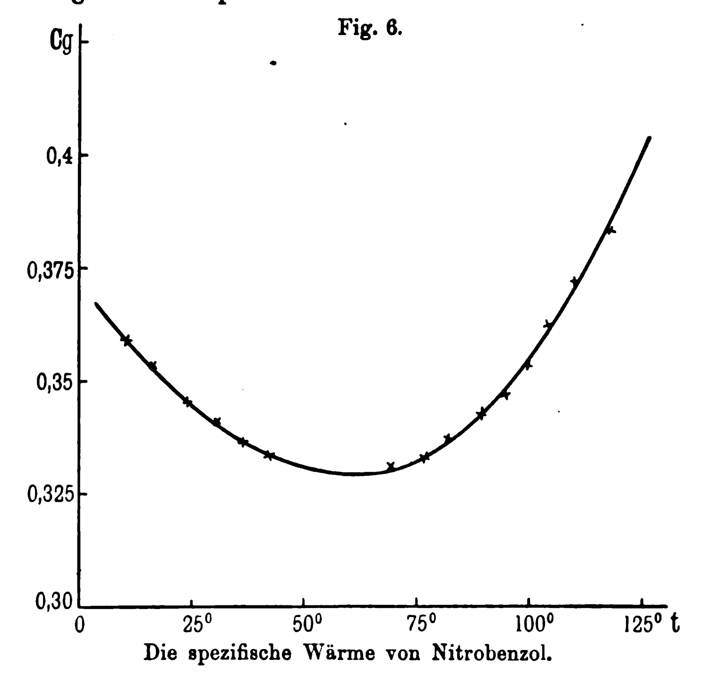
[1]) A. SCHULZE, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 189, 1912.

Tabelle 4. Spezifische Wärme von Nitrobenzol.

t	c_g	t	c_g
10°	0,3582	70°	0,3301
20	0,3476	80	0,3350
30	0,3393	90	0,3430
40	0,3332	100	0,3556
50	0,3298	110	0,3725
60	0,3286	120	0,3939

handen ist; von da an steigt die spezifische Wärme beständig mit sehr großem Temperaturkoeffizienten an. Die Tabelle 4 zeigt

Fig. 6.



Die spezifische Wärme von Nitrobenzol.

den Gang der spezifischen Wärme von 10 bis 120° C und Fig. 6 zeigt die zugehörige Kurve.

Ein ganz ähnliches Verhalten wie Nitrobenzol zeigen die beiden anderen Flüssigkeiten: Methylalkohol und Äthylbromid. Hier liegen die Messungen solcher Umkehrpunkte schon vor. Regnault[1]) fand diese sowohl bei Methylalkohol, wie bei Äthyl-

[1]) Regnault, l. c.

bromid bei etwa 13°. Die Tabellen 5 und 6 geben die Resultate der Messungen, die der REGNAULTschen Arbeit entnommen sind, Fig. 7 und 8 die zugehörigen Kurven. Hier ist das Verhalten der spezifischen Wärme bei den verschiedenen Temperaturen natürlich demselben Umstande zuzuschreiben, wie bei Nitrobenzol.

Tabelle 5.
Spezifische Wärme von Methylalkohol.

t	c_g
5—10°	0,5901
10—15	0,5868
15—20	0,6009

Fig. 7.

Spezifische Wärme von Methylalkohol.

Tabelle 6.
Spezifische Wärme von Äthylbromid.

t	c_g
5—10°	0,2164
10—15	0,2135
15—20	0,2153

Fig. 8.

Spezifische Wärme von Äthylbromid.

Obwohl ebenso wie der Methylalkohol auch der Äthylalkohol sehr stark assoziiert ist, zeigt letzterer jedoch einen ganz normalen Verlauf der spezifischen Wärmen in Abhängigkeit von der Temperatur; ein Zeichen dafür, daß hier beim Zerfall höherer Molekülkomplexe eine geringe chemische Wärme verbraucht wird.

III. Äthyläther—Nitrobenzol.

Interessant ist es nun, die spezifischen Wärmen der Mischungen von Nitrobenzol mit organischen Flüssigkeiten zu untersuchen. Wählen wir zunächst den Äthyläther, so macht sich bei dem Gemisch Nitrobenzol—Äther dieselbe Erscheinung bemerkbar, wie

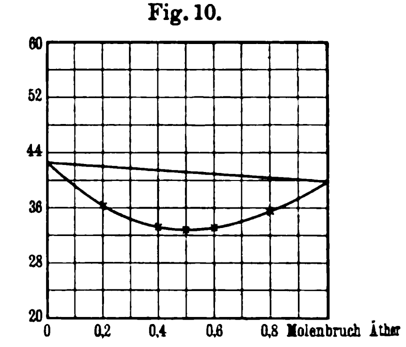
bei der betreffenden Dampfdruckkurve[1]). Es zeigen die Kurven eine starke Assoziation des Nitrobenzols an, wie es ja sein muß.

Die spezifischen Wärmen bzw. die Molekularwärmen sind gemessen bei den drei Temperaturen 5°, 20°, 35° (s. Fig. 9, 10, 11). Die zugehörigen Meßergebnisse finden sich in den Tabellen 7, 8, 9.

Fig. 9.

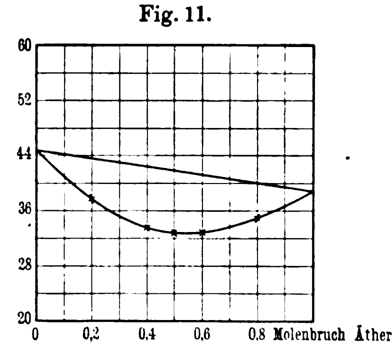
Analytische Molekularwärme von Äther—Nitrobenzol bei 35°.

Fig. 10.



Analytische Molekularwärme von Äther—Nitrobenzol bei 20°.

Fig. 11.



Analytische Molekularwärme von Äther—Nitrobenzol bei 5°.

p_a und q_a bedeuten den Massenbruch und den analytischen Molenbruch Äther; $m_a = 74{,}08$ und $m_b = 123{,}05$ sind die Molekulargewichte von Äther und Nitrobenzol. Man sieht auch hier, daß die Abweichungen der Molekularwärmen der Gemische mit abnehmender Temperatur zunehmen.

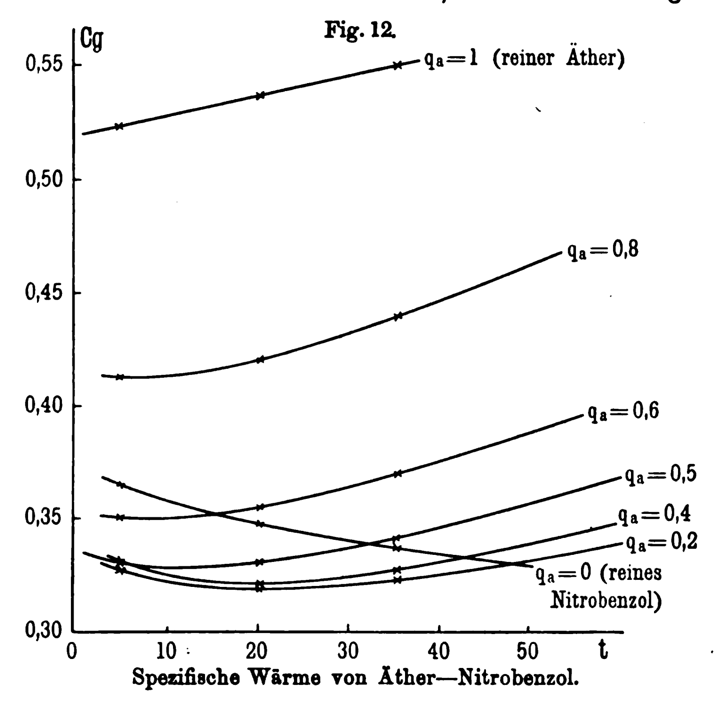
In Fig. 12 sind die spezifischen Wärmen als Funktion der Temperatur dargestellt. Der reine Äther fällt mit abnehmender

---

[1]) Konowalow, Ann. d. Phys. (4) 10, 360, 1903; F. M. Raoult, Ann. chim. phys. (6) 15, 375, 1888 und Ann. chim. phys. (6) 20, 297, 1890.

Temperatur, während das reine Nitrobenzol stark ansteigt. Die Gemische fallen anfangs auch bei höherer Temperatur; je mehr sie aber mit Nitrobenzol verdünnt sind, desto stärker zeigt sich

Fig. 12.



Spezifische Wärme von Äther—Nitrobenzol.

bei tieferen Temperaturen der Anstieg. Man sieht auch aus diesem Kurvenbild deutlich, wie mit zunehmender Assoziation und dementsprechender chemischer Wärme die spezifischen Wärmen langsamer abfallen bzw. sich sogar erhöhen.

Tabelle 7. Äther—Nitrobenzol bei 35°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_b p_b$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_b q_b)$	$c_a m_a q_a + c_b m_b q_b$	Diff.
0,0	0,3363	—	—	0,0	41,38	—	—
0,131	0,3246	0,3645	— 0,0399	0,2	36,77	41,28	— 4,51
0,286	0,3303	0,3980	— 0,0677	0,4	34,18	41,18	— 7,00
0,376	0,3476	0,4173	— 0,0697	0,5	34,26	41,13	— 6,87
0,475	0,3701	0,4386	— 0,0685	0,6	34,67	41,08	— 6,41
0,707	0,4400	0,4885	— 0,0485	0,8	36,91	40,98	— 4,07
1,0	0,5519	—	—	1,0	40,88	—	—

Tabelle 8. Äther—Nitrobenzol bei 20°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_b p_b$	Diff.	q_a	$c_g(m_a q_a + m_b q_b)$	$c_a m_a q_a + c_b m_b q_b$	Diff.
0,0	0,3476	—	—	0,0	42,77	—	—
0,181	0,3199	0,3726	— 0,0527	0,2	36,23	42,20	— 5,97
0,286	0,3239	0,4116	— 0,0877	0,4	33,51	41,62	— 8,11
0,376	0,3330	0,4193	— 0,0863	0,5	32,82	41,33	— 8,51
0,475	0,3540	0,4381	— 0,0841	0,6	33,15	41,04	— 7,89
0,707	0,4207	0,4824	— 0,0617	0,8	35,29	40,47	— 5,18
1,0	0,5385	—	—	1,0	39,89	—	—

Tabelle 9. Äther—Nitrobenzol bei 5°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_b p_b$	Diff.	q_a	$c_g(m_a q_a + m_b q_b)$	$c_a m_a q_a + c_b m_b q_b$	Diff.
0,0	0,3643	—	—	0,0	44,83	—	—
0,131	0,3275	0,3850	— 0,0575	0,2	37,09	43,64	— 6,55
0,286	0,3230	0,4103	— 0,0873	0,4	33,42	42,45	— 9,03
0,376	0,3310	0,4247	— 0,0937	0,5	32,63	41,86	— 9,23
0,475	0,3500	0,4406	— 0,0906	0,6	32,78	41,27	— 8,49
0,707	0,4141	0,4779	— 0,0638	0,8	34,74	40,09	— 5,35
1,0	0,5251	—	—	1,0	38,90	—	—

IV. Benzol—Nitrobenzol.

Da der Siedepunkt des Äthers zwischen 35 und 30° liegt, so sind die Temperaturintervalle, innerhalb deren die spezifischen Wärmen im vorstehenden Gemisch untersucht werden konnten, nur sehr klein. Bedeutend größer kann dies gewählt werden, wenn man als eine Komponente das Benzol nimmt, das ja erst bei 80° siedet. Es ist daher das Verhalten der spezifischen Wärmen bei dem Gemisch Benzol—Nitrobenzol noch viel interessanter, da innerhalb dieses Temperaturintervalls der Umkehrpunkt der spezifischen Wärme von Nitrobenzol liegt.

So wurde denn dies Gemisch untersucht bei den vier Temperaturen: 75°, 50°, 30° und 10°. Es zeigt sich hier wieder die negative Abweichung, die mit zunehmender Temperatur abnimmt. Man erkennt also deutlich die Assoziation des Nitrobenzols. Die Figg. 13 bis 16 zeigen die Molekularwärmen dieses Gemisches bei den vier angegebenen Temperaturen, die Tabellen 10 bis 13

die zugehörigen Meßergebnisse. Es bedeutet q_b den analytischen Molenbruch Benzol. Dann gelten für die spezifischen Wärmen bzw. für die Molekularwärmen der Gemische die Gleichungen:

$$c_g = c_b p_b + c_c p_c$$

und

$$c_g (m_b q_b + m_c q_c) = c_b m_b c_b + c_c m_c q_c,$$

wobei

$$m_b = 78{,}05$$
$$m_c = 123{,}05$$

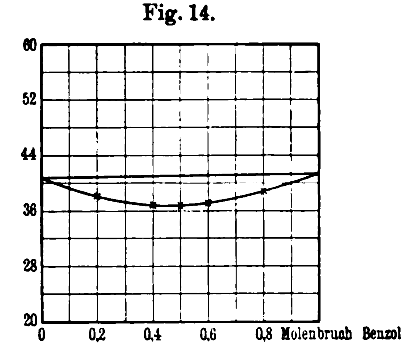
die Molekulargewichte von Benzol und Nitrobenzol bedeuten.

Die Fig. 17 gibt den Gang der spezifischen Wärmen bei den verschiedenen Temperaturen an. Es zeigt sich bei diesem Ge-

Fig. 13.

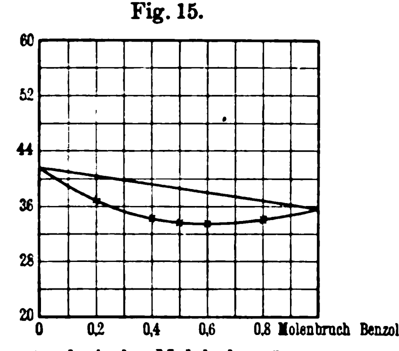
Analytische Molekularwärme von Benzol—Nitrobenzol bei 75°.

Fig. 14.



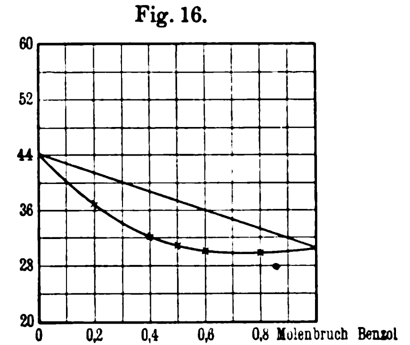
Analytische Molekularwärme von Benzol—Nitrobenzol bei 50°.

Fig. 15.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Nitrobenzol bei 30°.

Fig. 16.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Nitrobenzol bei 10°.

misch ein ganz ähnliches Bild, wie bei dem vorigen Gemisch Äther—Nitrobenzol.

Tabelle 10. Benzol—Nitrobenzol bei 75°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,3326	—	—	0,0	40,93	—	—
0,137	0,3549	0,3712	— 0,0163	0,2	40,48	42,34	— [illegible],86
0,297	0,3941	0,4165	— 0,0224	0,4	41,40	43,75	— 2,35
0,388	0,4173	0,4422	— 0,0249	0,5	41,93	44,46	— 2,53
0,488	0,4449	0,4703	— 0,0254	0,6	42,73	45,17	— 2,44
0,706	0,5130	0,5351	— 0,0221	0,8	44,66	46,58	— 1,92
1,0	0,6149	—	—	1,0	47,99	—	—

Tabelle 11. Benzol—Nitrobenzol bei 50°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,3298	—	—	0,0	40,58	—	—
0,137	0,3301	0,3568	— 0,0267	0,2	37,65	40,69	— 3,04
0,297	0,3495	0,3884	— 0,0389	0,4	36,72	40,80	— 4,08
0,388	0,3650	0,4064	— 0,0414	0,5	36,70	40,86	— 4,16
0,488	0,3851	0,4259	— 0,0408	0,6	36,99	40,91	— 3,92
0,706	0,4429	0,4712	— 0,0283	0,8	38,56	41,02	— 2,42
1,0	0,5270	—	—	1,0	41,13	—	—

Tabelle 12. Benzol—Nitrobenzol bei 30°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,3393	—	—	0,0	41,75	—	—
0,137	0,3230	0,3554	— 0,0324	0,2	36,84	40,54	— 3,70
0,297	0,3280	0,3743	— 0,0463	0,4	34,46	39,32	— 4,86
0,388	0,3375	0,3850	— 0,0475	0,5	33,94	38,71	— 4,77
0,488	0,3525	0,3967	— 0,0442	0,6	33,86	38,10	— 4,24
0,706	0,3901	0,4237	— 0,0336	0,8	33,96	36,88	— 2,92
1,0	0,4569	—	—	1,0	35,66	—	—

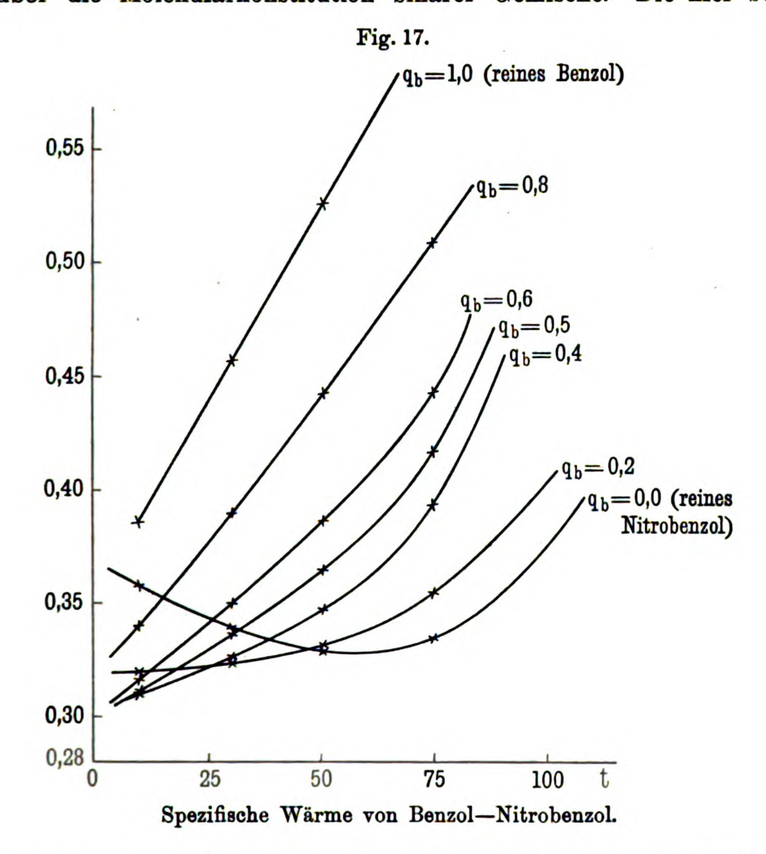
Tabelle 13. Benzol—Nitrobenzol bei 10°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,3582	—	—	0,0	44,08	—	—
0,137	0,3200	0,3621	— 0,0421	0,2	36,50	41,30	— 4,80
0,297	0,3050	0,3667	— 0,0677	0,4	32,04	38,52	— 6,48
0,388	0,3081	0,3693	— 0,0612	0,5	30,98	37,13	— 6,15
0,488	0,3149	0,3721	— 0,0572	0,6	30,25	35,74	— 5,49
0,706	0,3398	0,3786	— 0,0388	0,8	29,58	32,96	— 3,38
1,0	0,3867	—	—	1,0	30,18	—	—

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Reihe von binären Flüssigkeitsgemischen untersucht zur Prüfung der aus dem DOLEZALEKschen Dampfspannungsgesetz gezogenen Folgerungen über die Molekularkonstitution binärer Gemische. Die hier be-

Fig. 17.



Spezifische Wärme von Benzol—Nitrobenzol.

trachteten Gemische zeigen allesamt Assoziation einer der beiden Komponenten an. Bei diesen ist die spezifische Wärme bzw. die Molekularwärme der Gemische kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen läßt. Auch die Forderung, daß bei hinreichend hoher Temperatur alle Gemische ideal werden, da dann die Assoziation der Moleküle verschwindet, findet sich überall dadurch bestätigt, daß die Abweichungen der Molekular-

wärmen der Gemische von den Mischungsgeraden mit zunehmender Temperatur geringer werden.

Es wurden untersucht die Gemische Benzol—Tetrachlorkohlenstoff, Äther—Nitrobenzol, Benzol—Nitrobenzol.

Während bei dem ersten Gemisch die spezifischen Wärmen der Gemische selbst mit abnehmender Temperatur fallen, steigen sie bei den beiden letzten Gemischen teilweise mit abnehmender Temperatur; und zwar ist dies auf eine große chemische Wärme zurückzuführen, die zum Zerfall höherer Molekülkomplexe verbraucht wird.

Ebenso zeigte sich bei den reinen Flüssigkeiten: Nitrobenzol, Methylalkohol und Äthylbromid in einem bestimmten Temperaturintervall ein starker Anstieg der spezifischen Wärmen mit abnehmender Temperatur. Da diese Flüssigkeiten sehr stark assoziiert sind (wie sich auch aus Dampfdruckmessungen ergibt), so ist der Anstieg durch eine große chemische Wärme bedingt. Dasselbe macht sich natürlich bei den Gemischen mit solchen Flüssigkeiten bemerkbar.

Dem Nernstschen Wärmetheorem gemäß müssen die Temperaturkurven der spezifischen Wärmen dieser Flüssigkeiten Punkte aufweisen, von wo an die spezifischen Wärmen mit zunehmender Temperatur wieder zu steigen beginnen. Diese konnten in allen Fällen ermittelt werden.

So findet sich auch bei den hier behandelten Gemischen wiederum das bestätigt, was aus ihren Dampfdruckmessungen geschlossen wurde.

Charlottenburg, Physik. Institut der Techn. Hochschule.

Über den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme;
von J. Koenigsberger.

(Eingegangen am 26. Februar 1912.)

Ob die Elektronen, die in festen Leitern erster Klasse allein den Elektrizitätstransport übernehmen, einen Anteil an der spezifischen Wärme besitzen, ist eine neuerdings namentlich von M. Reinganum, O. Richter, F. Lindemann, E. Grüneisen, W. Nernst, A. Eucken und dem Verfasser vielfach diskutierte und verschieden beantwortete Frage. Es sei auf die Literaturzusammenstellung in der ZS. f. Elektrochem. 1911, S. 289 und auf den Bericht von A. Eucken im Jahrb. f. Radioaktivität 8, S. 489, 1912 verwiesen. W. Nernst und A. Eucken haben die Auffassung vertreten, daß die freien Elektronen ohne Einfluß auf die spezifische Wärme sind. Jedoch scheint mir, daß die bisher vorliegenden Messungen eher für das Gegenteil sprechen, und ich möchte versuchen, das näher zu begründen.

Die schönen experimentellen Untersuchungen von W. Nernst und seinen Schülern zeigen, daß die Atomwärmen der Elemente mit sinkender Temperatur immer kleiner werden und qualitativ durch die von A. Einstein aus der Quantentheorie von M. Planck abgeleitete Formel dargestellt werden (Annahme I). Zur genauen Wiedergabe der Temperaturabhängigkeit bis etwa 200° C hinauf war eine von W. Nernst vorgenommene Erweiterung der Formel nötig, die theoretisch noch nicht einfach zu deuten ist. Andererseits haben die Messungen der Elektrizitäts- und Wärmeleitung von Zimmertemperatur an aufwärts zu dem empirischen Gesetz von Wiedemann und Franz geführt, dessen Konstante durch die Theorie der freien Elektronen bestimmt wird, wenn die Elektronen bei den betreffenden Temperaturen die gastheoretisch geforderte kinetische Energie haben (Annahme II). Welchen Anteil die freien Elektronen an der Atomwärme haben, ist erstens durch ihre Zahl bedingt. Wir sehen zunächst ab von Halbleitern wie Kohle, Silicium usw., in denen die Elektronenzahl sich mit der Temperatur stark ändert. Die Messungen des Reflexionsvermögens

des Silbers durch E. HAGEN und H. RUBENS, ferner die Halleffekte, nach der Formel von R. GANS berechnet, weisen darauf hin[1]), daß die Zahl der Elektronen in Silber und Kupfer bei allen Temperaturen von derselben Größenordnung wie die der Atome, etwa ein Drittel derselben, ist. In einigen anderen Metallen wäre die Zahl geringer. Bei dieser Annahme III ist zunächst nach niedrigen Temperaturen hin ein Ausgleich zwischen Annahme I und II dann möglich, wenn der Anteil der Elektronen an der spezifischen Wärme mit sinkender Temperatur ebenfalls abnimmt, und zwar wie das KAMERLINGH ONNES[2]) zur Erklärung seiner Leitfähigkeitsbestimmungen bei ganz tiefen Temperaturen ausgeführt hat, nach dem Gesetz der Quantentheorie[3]). Falls diese Theorie zutrifft, muß das Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ in den bekannten Bezeichnungen der Elektronentheorie lauten: $\frac{K}{\sigma} = \frac{8}{9}\left(\frac{1}{e}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [f(T)]^2}{\partial T}$; denn wenn σ nach LORENTZ und KAMERLINGH ONNES gleich $\frac{Ne^2 . l . v}{f(T)} \cdot \sqrt{\frac{2}{3\pi}}$ ist, so wäre $K = \frac{8}{9}\sqrt{\frac{2}{3\pi}} . N . v . l \frac{\partial f(T)}{\partial T}$, wenn $f(T) = \frac{1}{2} m v^2$ die charakteristische Temperaturfunktion der mittleren Energie ist.

Da nach der Quantentheorie

$$f(T) = 6\alpha \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1}, \quad \text{so ist} \quad \frac{K}{\sigma} = \frac{8}{9}\left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T \cdot \frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^3}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^3},$$

oder in erster Annäherung

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{8}{9}\left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\beta\nu}{T}\right);$$

[1]) Vgl. Ann. d. Phys. (4) 35, 37 u. 39, 1911.

[2]) H. KAMERLINGH ONNES, Comm. Phys. Lab. Leiden 19, 23, 1911.

[3]) Dies könnte schon deshalb eintreten, weil die kinetische Energie der freien Elektronen zunächst im Moment des Lostrennens von den Atomen der kinetischen Energie der letzteren entsprechen müßte. Ein Ausgleich im Sinne der statistischen Mechanik kann aber nicht eintreten, wenn man annimmt, daß eigentliche Zusammenstöße mit Atomen nicht stattfinden, sondern daß das Elektron hierbei vom Atom oder Ion aufgenommen wird, und daß Stöße zwischen Elektronen äußerst selten sind. Dagegen ist es nicht notwendig, daß die Größe $\beta\nu$ der Elektronen in einem Metall genau gleich $\beta\nu$ der Atome ist, wie sie sich aus den spezifischen Wärmen berechnet. Hierbei ist zunächst gleichgültig, ob die Elektronen ihren Energieinhalt nur den Ionen entnehmen oder nicht.

demnach nimmt $\frac{K}{\sigma T}$ mit sinkender Temperatur ab. Für hohe Temperaturen konvergiert $\frac{K}{\sigma T}$ nach einem Werte, der etwas größer ist, als die Theorie von LORENTZ verlangt. Dies dürfte durch die Isolatorwärmeleitfähigkeit bedingt sein, die sich zu der Elektronenleitfähigkeit[1]) addiert. Die Isolatorwärmeleitung K_J ist für reguläre Elemente, wie das Beispiel vom Diamant zeigt, recht beträchtlich[2]). Daher ist statt K eigentlich $K - K_J$ zu setzen. K_J dürfte für Metalle mit steigender Temperatur abnehmen; K_J hängt wahrscheinlich mit dem Werte von ν der Atome zusammen. Je kleiner ν, um so tiefer die Temperatur, bei der der Maximalwert erreicht wird. Die nach der obigen Formel sich ergebende Abnahme von $\frac{K\sigma}{T}$ mit sinkender Temperatur wird durch die Beobachtungen von CH. H. LEES[3]) qualitativ bestätigt. Die Reihenfolge entspricht der Folge der ν-Werte für die Atome; denn Aluminium ($\beta\nu = 405$) zeigt die größte Änderung, dann Kupfer ($\beta\nu = 321$), darauf Silber ($\beta\nu = 221$), für Blei ($\beta\nu = 95$) ist $\frac{K\sigma}{T}$ ziemlich konstant bis -180^0. Qualitativ läßt sich die Berechnung noch nicht durchführen, weil die Gesetze für Isolatorwärmeleitfähigkeit noch nicht genügend erforscht sind.

Wenn wir unter Berücksichtigung des Obigen und auf Grund der Messungen von W. NERNST am Diamant, einem Isolator[4]), für Metalle die Formel der Atomwärme aufstellen, so erhalten wir:

$$c_v = \frac{3}{2} R \left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1\right)^2} \right) + p \cdot \frac{3}{2} R \frac{\beta\nu_1}{e^{\frac{\beta\nu_1}{T}} - 1},$$

---

[1]) Vgl. Phys. ZS. 8, 237, 1907.

[2]) Vgl. A. EUCKEN, diese Verh. 13, 829, 1911 und Verfasser, diese Verh. 14, 9, 1912.

[3]) CH. H. LEES, Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) 208, 440, 1908.

[4]) Hierbei ist aber nicht zu vergessen, daß bei hoher Temperatur, schon bei 1200° C, der Diamant ein guter metallischer Leiter wird, wie das neuerdings C. DOELTER (Wien. Ber. 120 [2a], 1, 1911) gefunden hat, und was auf Grund der Theorie des Verfassers bzw. Elektronendissoziation zu erwarten war. Bei hoher Temperatur dissoziieren alle festen Elemente in Ionen oder Elektron und Ion. Dies kann auf den Gang der spezifischen Wärme von Einfluß sein.

worin p die mittlere Zahl der Elektronen pro Atom, die für die Elektronen charakteristische Schwingungszahl angibt, die gleichzeitig frei ist. Daß p ein Bruch $\leq {}^1/_3$ ist, liegt daran, daß der Zusammenstoß Elektron—Ion keineswegs elastisch ist, sondern die Elektronen gebunden sind und erst nach einiger Zeit wieder emittiert werden. Daher ist gleichzeitig nur ein Teil derselben frei. Wenn dieser Vorgang ein allmähliches Freiwerden ist, so wird der Energieausgleich mit dem Atom bzw. Ion in der Weise erfolgen können, daß das Elektron kurz vor dem Freiwerden, wenn die Bindung am wenigsten fest ist, den ganzen ihm zukommenden Energiebetrag durch Ausgleich vom Ion erhalten hat. Wir nehmen hier zunächst an, daß diese Energie nicht auf Kosten der kinetischen Energie des Ions geht, sonst würden die Elektronen keinen Anteil an der spezifischen Wärme haben, und prüfen daraufhin, ob die vorliegenden Experimente für die Richtigkeit der obigen Formel sprechen.

Wir nehmen ferner an, daß p konstant ist. In Wirklichkeit nimmt, wie der Temperaturkoeffizient des Halleffektes bei den magnetisch indifferenten Metallen zeigt, die Elektronenzahl etwas ab. Daher wird der Maximalwert von c_v, welcher nach unserer Ansicht über sechs liegt, mit steigender Temperatur etwas sinken und c_p demgemäß bei hohen Temperaturen fast konstant bleiben. Bei Nichtberücksichtigung der Elektronen müßte der Maximalwert von c_v nicht höher als sechs sein, c_p aber dauernd wachsen.

Wir wollen von den ferromagnetischen Metallen, wie Eisen, Nickel, absehen, da man bei diesen den Einwand erheben kann, daß, abgesehen von der Erwärmung, noch magnetische Arbeit geleistet wird, und von anderen Metallen nur zwei auswählen, die mehrfach gemessen worden sind.

Die Messungen von White dürften bei den hohen Temperaturen die zuverlässigsten sein, sie stimmen auch recht gut zu den neueren Messungen von Kunz. Aus diesen Messungen ersieht man, daß c_p sich einem Maximalwert nähert, also c_v konstant wird oder vielleicht ganz langsam abnimmt. Gerade dieser Umstand scheint mir besonders für den Anteil der Elektronen an der spezifischen Wärme zu sprechen. Der Einfluß verstärkter Elongation bei höherer Temperatur, den A. Eucken hervorhebt,

Platin: c_p bei Temperatur in Grad Celsius.

	Violle[1])	Schlett[2])	Gaede[3])	Kunz[4])	White[5])
0	0,0317	0,0306	0,0313	—	(0,0315)
100	0,0329	0,0334	0,0321	—	—
200	—	(0,0338)	—	—	(0,0335)
500	0,0377	—	—	0,0356	0,0356
700	—	—	—	—	0,0368
900	—	—	—	0,0377	0,0380
1100	0,0436	—	—	—	0,0390
1300	—	—	—	—	0,0400
1500	—	—	—	—	0,0407

müßte sich immer mehr steigern und nicht konstant werden oder gar abnehmen.

Um c_v z. B. aus c_p bei 200° = 0,0337, bei 500° = 0,0356, bei 900° = 0,0379 zu berechnen, ist bekanntlich die folgende Korrektion nötig:

$$c_p - c_v = 3\alpha T . 3 . \alpha \frac{v}{k},$$

worin α der Ausdehnungskoeffizient, v das Atomvolumen, k die kubische Kompressibilität ist. Für Platin ist der Ausdehnungskoeffizient bis zu hohen Temperaturen direkt gemessen. v ist bekannt, und k zeigt, wie E. Grüneisen[6]) bis +163° maß, eine schwache lineare Zunahme mit der Temperatur. $\frac{3\alpha v}{k}$ ist praktisch konstant, wir haben aber die exakte Berechnung vorgezogen.

	$\alpha . 10^6$ [7])	$k . 10^{-12}$ [7])	Korr.	A_v
200	9,5	0,404	$2,07 . 10^{-1}$	6,34
500	10,4	(0,430)	$3,83 . 10^{-1}$	6,47
900	11,2	(0,480)	$6,01 . 10^{-1}$	6,78

[1]) J. Violle, C. R. 120, 868 u. 869, 1895.
[2]) W. Schlett, Inaug.-Diss. Marburg 1907.
[3]) W. Gaede, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1902.
[4]) L. Kunz, Ann. d. Phys. (4) 14, 324, 1904.
[5]) W. P. White, Am. Journ. Science (4) 28, 342, 1909 (die eingeklammerten Zahlen sind extrapoliert).
[6]) Nach den Messungen von E. Grüneisen bei 16,8°, 133°, 164°. Ann. d. Phys. (4) 33, 1264, 1911.
[7]) Nach der Zusammenstellung von E. Grüneisen, Ann. d. Phys. (4) 26, 214, 1908.

Der Wert von A_v bei 200° ist demnach sicher größer als 6,0 und nähert sich, wie weitere Rechnung ergibt, dem Maximalwert 7,0 bei etwa 1200°. p ist demnach für Platin etwa $^1/_3$. Es ist kaum anzunehmen, daß die Messungen von KUNZ und WHITE so falsch sind, daß A_v bei 900° 6,0 statt 6,8 wäre. Die Kompressibilität könnte nur größer sein, als hier angenommen, und dann würde die abzuziehende Korrektion auf c_v noch kleiner.

Eine größere Zahl von Messungen bei höheren Temperaturen liegt auch für Silber vor. Wir geben hier mit Rücksicht auf die neueren Messungen gleich die Atomwärmen A_p.

t	NACCARI	SCHIMPFF	MAGNUS	PIONCHON
0	5,90	6,01	—	6,21
100	6,10	—	—	6,33
200	6,35	—	—	6,49
300	6,57	—	6,62	6,67
500	—	—	—	7,17
700	—	—	—	7,85

Nach PIONCHON erreicht A_p einen Maximalwert bei etwa 900° = 8,1. Die Werte für Silber bei den höheren Temperaturen sind nicht so sicher wie die von Platin, und eine Wiederholung wäre daher sehr wünschenswert. Die Korrektion kann für Silber, wenn man für höhere Temperaturen die Kompressibilität k als konstant annimmt, nur zu groß ausfallen, da, wie E. GRÜNEISEN [1]) gezeigt hat, die Kompressibilität rasch zunimmt, und k im Nenner steht.

	$\alpha \cdot 10^6$ [2])	$k \cdot 10^{12}$	Korr.	A_v
100	19,2	0,87	0,368	5,93
500	23,1	(0,86)	1,04	6,13
700	25,0	(0,86)	1,53	6,32

Dem Maximalwert von PIONCHON würde danach etwa 6,5 entsprechen. Vermutlich sind, weil die Kompressibilität nicht konstant bleibt, sondern ansteigt, die Werte der Korrektion $c_p - c_v$ kleiner und demnach die von A_v größer. Die Zahl der Elektronen p pro Atom ist vermutlich auch $^1/_3$. Ganz ähnlich

[1]) E. GRÜNEISEN, Ann. d. Phys. (4) 33, 1266, 1910.
[2]) E. GRÜNEISEN, ebenda (4) 26, 213, 1908.

verhält es sich nach den bisherigen Messungen bei anderen Metallen. Also muß man entweder diese Messungen für falsch halten oder zugeben, daß die Elektronen Anteil an der spezifischen Wärme haben können. Daß man auch andere Hypothesen einführen könnte, um eine Zunahme von c_v über 6 zu erklären, ist leicht ersichtlich. Doch ist bei Metallen dann meines Erachtens wahrscheinlicher anzunehmen, daß die Elektronen die Ursache sind.

Sollten sich die Messungen jedoch tatsächlich als unrichtig erweisen und c_v nie größer als 6 sein, so wäre dadurch bewiesen, daß die freien Elektronen keinen Anteil an der spezifischen Wärme besitzen, sondern ihren Energieinhalt den Ionen entnehmen. Man könnte sich ein System analog dem von zwei Pendeln verschiedener Masse denken, bei dem ja auch die Energie von einem System zum anderen hin und her oszilliert. Die Elektronen würden dann frei werden, wenn sie die Maximalenergie von den Ionen erlangt haben. Doch scheint mir, wie oben dargelegt, nach den bisher vorliegenden Beobachtungen eine solche Annahme noch nicht gerechtfertigt.

Über die Geschichte der Erdantennen, zur Abwehr der Angriffe des Herrn Kiebitz;

von L. Zehnder.

(Eingegangen am 2. März 1912.)

In dem Prioritätsstreit zwischen Herrn Telegrapheningenieur F. KIEBITZ am Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsamt und mir, der ich an demselben Telegraphen-Versuchsamt Physikdozent der Ausbildungskurse für höhere Telegraphenbeamte bin, habe ich seinem Vorschlage zugestimmt, „in dieser Sache noch einen Unparteiischen zu hören“ [1]). Entsprechende Verhandlungen sind inzwischen geführt worden, doch konnte ich nicht zu der Überzeugung gelangen, daß in dieser Weise eine Klärung der Frage

Fig. 1 a.

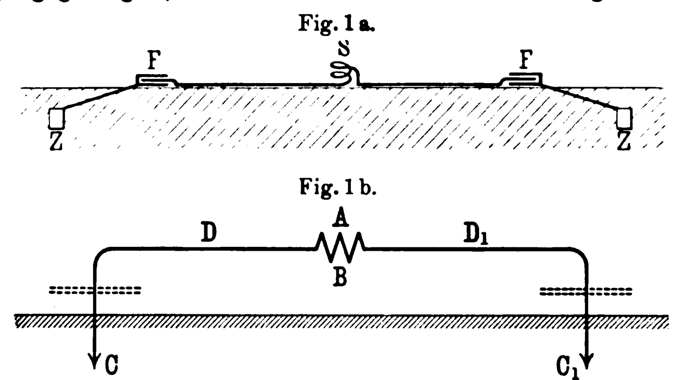


Fig. 1 b.

zustande komme. Aus diesem Grunde sehe ich mich genötigt, hier auf den Vortrag des Herrn KIEBITZ: „Über die Geschichte der Erdantennen“ [2]) zurückzukommen, in dem er über meine Patente ein unmotiviertes und in der Form ganz ungehöriges Urteil gefällt hat. Nachdem dieser Vortrag gedruckt vor mir liegt, halte ich es unter meiner Würde, seine Angriffe zu beantworten. Denn jeder Leser, welcher der Sache auf den Grund geht, sieht sogleich ein, daß sich in diesem Aufsatze mehrere grobe Fehler und sogar unrichtige Zitate befinden.

[1]) L. ZEHNDER, Elektrot. ZS. 32, 1219, 1911.
[2]) F. KIEBITZ, diese Verh. 14, 10, 1912.

Wie sehr die Schaltung des Herrn KIEBITZ [1]) und die von mir z. B. in meinem österreichischen Patent [2]) namhaft gemachte Schaltung identisch sind, mögen unsere beiden Figuren zeigen: Fig. 1a (KIEBITZ) und Fig. 1b (ZEHNDER). Daß diese Schaltung in meinem österreichischen Patent namhaft gemacht war, kann von der Gegenpartei nicht mehr bestritten werden, ebensowenig, daß Herr KIEBITZ diese meine Patentschrift vor etwa einem Jahre (oder früher) von mir verlangt hat, um sie zu lesen.

Bei seinen letzten Versuchen hat dann Herr KIEBITZ seine Spule S geteilt und hier noch einen Kondensator eingefügt [3]). Dadurch wird seine Schaltung einfach verdoppelt, da nun das System in zwei halben Wellenlängen statt nur in einer solchen schwingt. Auch solche Fälle habe ich in meinem genannten Patent bereits vorgesehen, indem ich teils verschiedene Male zeigte, daß und wie die einfacheren Schaltungen verdoppelt werden können, indem ich außerdem noch besonders darauf hinwies, daß „mit eingeschalteten Kapazitäten“ ... „die wirksame Leiterlänge künstlich vergrößert werden mag“ [4]).

Fig. 2.

Fig. 3.

Zur Geschichte der Erdantennen möchte ich nun im folgenden auch einen Beitrag liefern.

Am 25. Januar 1903 machte ich dem Reichsmarineamt meinen ersten Vorschlag einer gerichteten drahtlosen Telegraphie mit zwei in gleicher Phase schwingenden Antennen S_1 und S_2 (Fig. 2), die von einem Induktor, von einem gemeinsamen primären Sendersystem erregt werden. Ferner machte ich noch in demselben

---

[1]) F. KIEBITZ, Ann. d. Phys. (4) **32**, 976, 1910.

[2]) L. ZEHNDER, österr. Patent, Nr. 26404, 1905; vgl. diese Verh. **13**, 874, 1059, 1911.

[3]) F. KIEBITZ, diese Verh. **13**, 881, 1911.

[4]) L. ZEHNDER, österr. Patent, Nr. 26404, S. 5, Z. 28—30, 1905.

Jahre dem Reichsmarineamt den weiteren Vorschlag, mit einer Wechselstrommaschine, die nach Fig. 3 an zwei um $\lambda/2$ voneinander entfernten Stellen geerdet wird, Potentialschwankungen der Erde hervorzubringen, so daß wiederum eine gerichtete drahtlose Telegraphie (mit Erdströmen) zustande kommt.

Fig. 4.

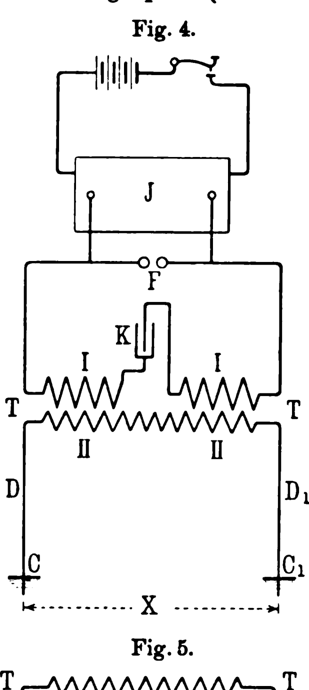
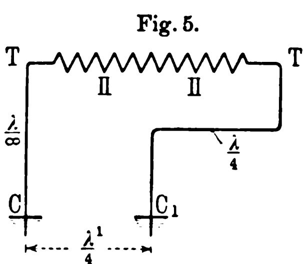


Fig. 5.



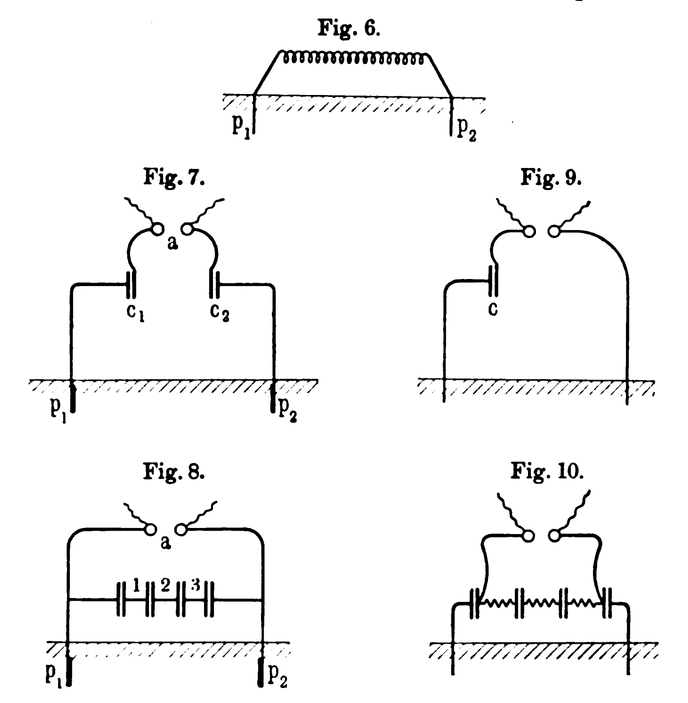
Für die zuletzt genannte Schaltung reichte ich wenige Wochen später im Juli 1903 ein Patentgesuch beim Kaiserlichen Patentamt ein; dasselbe Patent suchte ich dann auch in anderen Ländern nach. Später zog ich diese Schaltung aus meinem umfassenderen deutschen Patentgesuch zurück und reichte es neu ein, ungefähr gleichzeitig mit dem österreichischen Patentgesuch, das am 15. Mai 1905 angemeldet wurde. Bei allen diesen Patentgesuchen sind die in Fig. 1 b gestrichelt eingezeichneten Kondensatoren namhaft gemacht. Daß aber für den Abstand der beiden Erdungen diejenige halbe Wellenlänge genommen werden müsse, welche der Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen im Erdreich, nicht der in der Luft entspreche, habe ich erst in der österreichischen Patentschrift hervorgehoben.

Um die Umgehung meiner Patente durch die Vertreter bisheriger Systeme drahtloser Telegraphie unmöglich zu machen, meldete ich am 4. Oktober 1905 ein neues, auf das mit dem österreichischen identische **Hauptpatent** sich beziehendes Patent an, indem ich den Braunschen Schwingungskreis mit meiner Schaltung für Erdströme kombinierte, wie es Fig. 4 und 5 zeigen, für das Telegraphieren nach zwei entgegengesetzten bzw. nur nach einer einzigen Richtung.

Gleich darauf reichte ich beim Reichspostamt, dem das Telegraphen-Versuchsamt unterstellt ist, ein schriftliches Gesuch ein,

mir die Ausführung entsprechender Versuche zu ermöglichen. Diesem Gesuche legte ich meine sämtlichen hier genannten Patentbeschreibungen bei, gab eine kurze Inhaltsübersicht derselben und machte besonders auf mein letztes Patentgesuch vom 4. Oktober 1905 aufmerksam. Geldmittel konnte mir aber das Reichspostamt leider nicht zur Verfügung stellen.

An die Gesellschaft für drahtlose Telegraphie Berlin schrieb ich im Januar 1907 unter anderem, mein Patentanspruch umfasse



alle Verfahren drahtloser Telegraphie, Geberkreise mit Funkenstrecke seien also nicht ausgeschlossen.

Es erübrigt noch, nachzuweisen, inwiefern sich meine Schaltung gerichteter drahtloser Telegraphie von den Schaltungen der Herren Braun und Lecher unterscheidet.

Herr Braun hat in seiner Patentschrift [1]) und in seinem Buche [2]) Schaltungen angegeben, welche hier in den Figuren 6

[1]) F. Braun, D. R.-P. Nr. 115081, 1898.

[2]) F. Braun, Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft. Leipzig 1901.

bis 10 dargestellt sind. Zweifellos besteht eine gewisse Ähnlichkeit mit meiner Schaltung. Meines Wissens hat aber Herr Braun nirgends auf die von mir genannte Interferenzbeziehung hingewiesen, nach der die beiden Erdungen in einer halben Wellenlänge $\lambda/2$ Abstand voneinander anzuordnen sind. Für mich ist dies aber gerade die Hauptsache.

Den eben erwähnten Hinweis auf die Interferenzbeziehung finden wir dagegen in der Veröffentlichung des Herrn Lecher[1]). Figuren hat er seinem Vorschlage nicht beigegeben, sie müssen aber wohl wie Fig. 11 und 12 gedacht werden. Von diesen beiden Figuren kommt hier nur Fig. 11 für die Prioritätsfrage in Betracht.

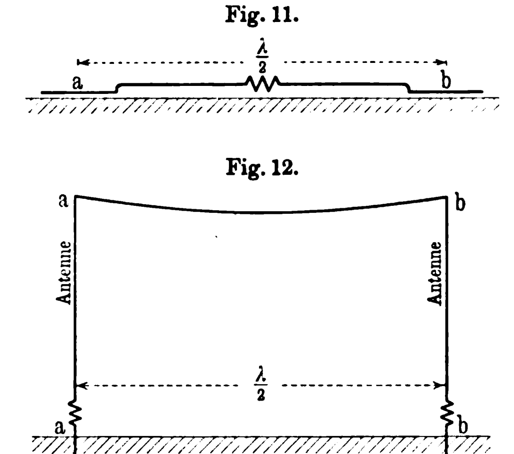


Fig. 11.

Fig. 12.

Nun sind aber seine beiden größeren horizontalen Metallplatten *a* und *b* meines Erachtens weder Erdungen noch Kondensatoren, vielmehr entsprechen sie gar nicht einer wohldefinierten Schaltung. Denn, da sie nur an der Erdoberfläche liegen, werden sie bei guter Leitung zur Erde als Erdungen, bei schlechter Leitung, also z. B. bei trockenem Wetter, als eine Art Gegengewicht aufzufassen sein. Je nach der Wetterlage würden also an ihnen bald Spannungsknoten, bald Spannungsbäuche auftreten.

Die Versuche des Herrn Kiebitz sprechen für meine Anschauung, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen

[1]) E. Lecher, Phys. ZS. 4, 320, 1903.

Wellen im Erdreich, längs der Erdoberfläche, wesentlich geringer ist als in der Atmosphäre, einem Brechungsverhältnis $n = 2$ bis 2,5 entprechend. Demzufolge fand nämlich Herr KIEBITZ mit seinen „Erdantennen“ von 240 bis 300 m Länge den günstigsten Wellenbereich für den Empfang bei $\lambda = 1000$ bis 1500 m [1]), woraus sich $n = 2$ bis 2,5 ergibt. Die in Glace Bay mit Wellenlängen $\lambda = 5800$ bis 6000 m gegebenen Zeichen hörte er bei 1270 m Abstand seiner beiden Erdungsstellen [2]) einem Brechungsverhältnis $n = 2{,}3$ bis 2,4 entsprechend. Diese Versuchsergebnisse stimmen daher ausgezeichnet mit meinen Vorschriften für den Abstand der Erdungen überein.

[1]) F. KIEBITZ, diese Verh. 13, 881, 1911.
[2]) F. KIEBITZ, ebenda 13, 883, 1911.

Halensee-Berlin, den 1. März 1912.

Abermals die Grenzen des Relativitätsprinzips; von F. Grünbaum.

(Eingegangen am 19. Februar 1912.)

---

1. Gegenüber den Einwänden, die ich wider Herrn E. GEHRCKES Arbeit[1]) zu obigem Thema erhoben hatte[2]), hat dieser seine Ausführungen wiederholt und erweitert[3]). Infolge äußerer Umstände kann ich erst jetzt auf diese zweite Arbeit zurückkommen.

Vorweg möchte ich das Eine bemerken: Herrn GEHRCKES wesentlichste Darlegungen, nämlich die über die absolute Bewegung, haben gar nichts mit dem heute so genannten Relativitätsprinzip zu tun. Sie richten sich keineswegs gegen die speziell in den LORENTZ-EINSTEINschen Transformationen niedergelegten Gedanken. Vielmehr wenden sie sich lediglich gegen die Möglichkeit überhaupt, alle Bewegungsvorgänge relativ aufzufassen, also einfach gegen das sogenannte Relativitätsprinzip der älteren Mechanik. Es handelt sich mithin dabei um Streitfragen, die im Grunde genommen gar nicht in die Diskussion um das heutige Relativitätsprinzip hineingehören, und die, wie auch Herr GEHRCKE zugibt, im wesentlichen als früher erledigt zu betrachten sind; ich hatte auf letzteren Punkt auch im Anfang meiner ersten Erwiderung hingewiesen.

2. Zu meiner Verwunderung beruft sich Herr GEHRCKE zur Verteidigung seiner Ausführungen über die absolute Bewegung auf eine Arbeit von H. SEELIGER[4]), die, wie H. GEHRCKE betont, die Frage vom Standpunkt der heutigen astronomischen Mechanik aus prinzipiell endgültig klärt. Hiermit widerlegt sich Herr GEHRCKE in schärfster Form selbst: Herr SEELIGER steht vollständig auf dem Boden des (älteren) Relativitätsprinzips. Es sei erlaubt, aus jener Arbeit nur folgendes anzuführen.

---

[1]) E. GEHRCKE, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 665—669, 1911.

[2]) F. GRÜNBAUM, ebenda, 13, 851—855, 1911.

[3]) E. GEHRCKE, ebenda, 13, 990—1000.

[4]) H. SEELIGER, Sitzungsber. d. Kgl. Bayer. Akad. d. Wissensch. 1906, S. 85—137.

Herrn SEELIGERS Abhandlung ist eine Zusammenfassung vorangestellt (l. c., S. 81), in welcher es heißt: „Er (der Verfasser) stellt sich dabei entschieden auf die Seite der Relativisten, welche die Annahme einer absoluten Bewegung als sinnlos und demzufolge als unzulässig erklären. Es wird im einzelnen ausgeführt, daß weder die logische Fassung noch die tatsächlichen astronomischen Verwendungen der mechanischen Grundsätze zur Aufgabe des Prinzips der Relativität nötigen.“

In der Arbeit selbst heißt es S. 89 oben: „Ausgehend von der Einsicht, ... muß man viel gebrauchte Begriffe wie: absoluter Raum, absolute Bewegung, absolute Ruhe als sinnlos erklären. Wenn auch natürlich nichts dagegen einzuwenden ist, daß man der Kürze wegen diese Worte gebraucht, solange man sie nur wirklich faßbaren Begriffen zuordnet, so ist es doch, wie L. LANGE betont, ratsam, etwaigen Mißverständnissen vorzubeugen und jene Worte gänzlich zu vermeiden.“ Gleich darauf wird das Problem gestellt: „Wie ist das NEWTONsche Inertialsystem vom Standpunkt der Relativität aus zu definieren?“

In bezug auf die NEWTONschen Beweise für die absolute Rotation, die Herr GEHRCKE lediglich in etwas veränderter Form nach so langer Zeit von neuem vorbringt, sagt Herr SEELIGER S. 94: „Die Beweiskraft dieser Anordnungen für das Vorhandensein einer absoluten Rotation fällt aber in sich zusammen, wenn es gelingt, ein Inertialsystem aus dem Prinzipe der Relativität zu definieren.“

Daß dies in der Tat gelungen ist, bildet den Kern von SEELIGERS Ausführungen. Er sagt Seite 104: „Die LANGEsche Konstruktion des Inertialsystems ist selbstverständlich eine Idealkonstruktion, die aber das logische Bedürfnis nach jeder Richtung vollkommen befriedigt und das Prinzip der Relativität wahrt, denn tatsächlich ist jede Bezugnahme auf etwas Absolutes gänzlich verschwunden.“

Ähnliche Stellen findet man vielfach in Herrn SEELIGERS Arbeit, welche außer auf L. LANGES Gedanken noch auf den Klarlegungen fußt, „welche die Wissenschaft MACH verdankt“ (S. 106). Ich frage hiernach Herrn GEHRCKE: Da er selbst sagt, daß H. SEELIGER die Frage der absoluten Bewegung im Prinzipiellen erledigt hat: Ist diese Frage durch

dessen Arbeit zugunsten des Relativitätsprinzips erledigt oder nicht?

3. Herr GEHRCKE hat als Hauptstütze für das Vorhandensein der absoluten Bewegung, wie gesagt, das alte NEWTONsche Gedankenexperiment in neue Form gekleidet. Bei der Deutung dieses Experimentes begeht er nun eine folgenschwere Vermischung der beiden Begriffe „absolutes Koordinatensystem“ und „Inertialsystem“ (nach LANGE). Diese beiden Begriffe bezeichnen nicht, wie Herr GEHRCKE meint, das Gleiche, sondern im Gegenteil etwas Grundverschiedenes. Der erste führt in der Tat zur absoluten Bewegung, der zweite auf den Standpunkt des Relativismus. Es bleiben Herrn GEHRCKE bei der Deutung seines Experimentes nur zwei Möglichkeiten: Entweder stellt er sich auf NEWTONS Standpunkt der absoluten Bewegung und kommt damit zur Annahme des mystischen absoluten Raumes, der „vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich“ ist. Dieser Standpunkt kann heute freilich als widerlegt und überwunden gelten. Oder er deutet seinen Gedankenversuch auf Grund des LANGEschen Inertialsystems und gibt damit nach obigem die Richtigkeit des Relativitätsprinzips zu. Ich bitte deshalb Herrn GEHRCKE zu sagen, welchen von beiden Standpunkten er als den seinigen bezeichnen will.

Der Unterschied zwischen phoronomischer und physikalischer Beschreibung der Tatsachen, den Herr GEHRCKE anführt, ist natürlich vorhanden; aber gerade darauf kommt es an, wie man nun die physikalischen Vorgänge deuten will. MACH, LANGE und SEELIGER stimmen im Grundprinzip der Deutung, nämlich dem Relativismus, vollständig überein; die beiden letzteren Forscher haben die Gedanken von MACH weiter entwickelt und exakter herausgearbeitet.

4. Bei der weiteren Diskussion seines Gedankenexperimentes in der zweiten Arbeit hat Herr GEHRCKE ebensowenig wie in der ersten Arbeit Widersprüche vermeiden können.

a) Er will die beiden bewegten Scheiben ins Vakuum setzen und dafür Sorge tragen, daß keine physikalischen Wirkungen besonderer Art vorhanden sind. Diesen Versuch kann er nicht, wie er in der zweiten Arbeit sagt, jederzeit anstellen, sondern er kann ihn überhaupt nicht anstellen. Denn mit der Ausschließung der



von ihm genannten Strahlungsprozesse oder magnetischer und ähnlicher Kräfte ist es nicht getan, sondern es handelt sich darum, ob er die Wirkung des gesamten Universums auf die beiden Scheiben ausschließen kann. Gerade darum dreht sich der Beweis.

b) Herr GEHRCKE gibt dies selbst zu: „Der springende Punkt ist allerdings die Einflußlosigkeit der weiteren Umgebung bzw. irgend eines genügend entfernten äußeren Standpunktes." Gleich darauf aber sagt er höchst sonderbarerweise, daß er nicht näher untersuchen will, ob man diese Einflußlosigkeit mit größerem Recht eine Erfahrungstatsache oder eine unbewiesene Annahme nennen will. Also was er eben für den springenden Punkt erklärt hat, will er nicht näher untersuchen und zwar weil er dies „sachlich für bedeutungslos" hält!

Es handelt sich dabei übrigens nicht nur um die Fixsterne, sondern überhaupt um die Einflußlosigkeit großer und weit entfernter Massen, letzten Endes um die des ganzen Universums.

MACHS Orientierung des Inertialsystems nach dem Fixsternhimmel allein hat etwas korrigiert werden müssen, hauptsächlich wegen der Eigenbewegungen der Fixsterne; deshalb ist aber natürlich immer noch keine Rede von einer absoluten Bewegung. Auch SEELIGER, der diese Korrektur durchführt, verlangt nur eine schärfere Fassung der Orientierung des Intertialsystems und bekennt sich dabei als Relativisten.

c) Ich sehe ferner nicht ein, wie es Herrn GEHRCKE gelingen würde, die Rotation nur einer Scheibe und die dabei auftretenden Zentrifugalkräfte mit dem Relativitätsprinzip auf Grund seiner eigenen Gedankenreihen in Einklang zu bringen, ohne sich dabei selbst zu widersprechen. Die von Herrn GEHRCKE genannten Arbeiten von PLANCK und EHRENFEST [1]) haben mit seinen Ausführungen nichts zu tun. Sie betreffen lediglich Schwierigkeiten, welche bei der speziellen Anwendung der LORENTZ-EINSTEINschen Kontraktionsvorstellungen und Zeitveränderungen auf diesen Spezialfall entstanden sind. Herr GEHRCKE kann sich nicht auf diese Forscher stützen. Da er offenbar meint, daß der Fall einer Scheibe im Einklang mit seinen Gedanken steht, diese Behauptung aber nirgends beweist, möchte ich ihn bitten,

[1]) An dieser Stelle müssen auch die Arbeiten von Herrn v. IGNATOWSKY in Betracht gezogen werden.

*



selbst präzise auszuführen, wie er die bei der Rotation einer einzelnen Scheibe auftretenden Erscheinungen mit seinen Ausführungen gegen das Relativitätsprinzip in Einklang bringt.

5. Es braucht hiernach wohl kaum noch bemerkt zu werden, daß Herrn GEHRCKEs Anmerkung in der ersten Arbeit (S. 667, Anm. 1), die er auf S. 995 der zweiten Arbeit näher ausführt, ebenfalls entweder zu NEWTONs mystischem absoluten Raum oder zum Inertialsystem, also zur relativen Bewegung, führen muß. Die persönliche Entscheidung von H. GEHRCKE darüber liegt in der Antwort, die er auf meine oben unter 3 gestellte Frage erteilen wird.

Zum Abschluß dieses Punktes möchte ich noch bemerken, daß das ganze Problem der absoluten Bewegung eine Vertiefung und Weiterbildung durch eine Arbeit von J. PETZOLDT[1]) erfahren hat. Sie knüpft an MACH und LANGE an und ist in physikalischen Kreisen viel zu wenig bekannt, vielleicht weil die erkenntnistheoretischen Schwierigkeiten dieser Frage, mit denen die Arbeit sich beschäftigt, erst in neuester Zeit durch die Relativitätstheorie in den Vordergrund getreten sind. Daß die Arbeit von PETZOLDT auf relativistischem Standpunkt steht, braucht kaum hervorgehoben zu werden.

6. Neben dem diskutierten Hauptproblem sind die übrigen Fragen, die Herr GEHRCKE berührt, für das Relativitätsprinzip nur von geringer Bedeutung.

Zu der Frage, ob die euklidische oder die nichteuklidische Geometrie im physikalischen Raum Gültigkeit hat, brauche ich, da Herr GEHRCKE die Ausführungen seiner ersten Arbeit in der zweiten nur etwas erweitert wiederholt, ohne neue Gründe zu bringen, mich nicht nochmals zu äußern. Da aber Herr GEHRCKE selbst glaubt, daß seine Auffassung vielleicht zu ergänzen oder zu berichtigen ist, weise ich erneut darauf hin, daß zwischen den Begriffen „Gültigkeit“ und „zweckmäßige Darstellung“ ein großer prinzipieller Unterschied besteht. Das Nähere habe ich in meiner ersten Arbeit gesagt.

Was die Parallele zwischen der nichteuklidischen Geometrie und der Relativitätstheorie betrifft, so ist mir diese nicht „un-

[1]) J. PETZOLDT, OSTWALDs Ann. d. Naturphil. 7, 29—46.

sympathisch", wie Herr GEHRCKE meint. Ich weiß nicht, warum er sich auf die Arbeit von VARIČAK stützt, wenn er selbst gleich hinterher (S. 997) sagt, daß er mit seiner Parallele etwas ganz anderes gemeint habe. Die Darstellung der Relativitätstheorie durch die nichteuklidische Geometrie ist sicherlich mathematisch vorzüglich. Daraus folgt aber nicht im mindesten, daß die EINSTEINsche Zeit gleich dem nichteuklidischen Raum anschaulich nicht erfaßbar sei. Auch glaube ich, daß der von Herrn GEHRCKE aufgestellte Gegensatz „anschaulich erfaßbar" — „logische Konstruktion" (S. 998) gar kein Gegensatz ist. Oder sollten logische Konstruktionen wirklich nie anschaulich erfaßbar sein?

Das überschwängliche Vertrauen, das man nach Herrn GEHRCKE allenthalben in das Relativitätsprinzip gesetzt hat, teile ich ganz gewiß nicht. Ja, ich glaube nicht einmal, daß dieses Vertrauen wirklich so allseitig vorhanden ist. Doch haben solche persönlichen Meinungen wohl wenig Interesse für die Öffentlichkeit.

Charlottenburg, Februar 1912.

Notiz zu vorstehender Abhandlung von Herrn F. Grünbaum; von E. Gehrcke.

Herr GRÜNBAUM fordert mich auf[1]), ihm mehrere Fragen zu beantworten. Ich möchte es ablehnen, dieser Aufforderung hier nachzukommen, weil ich glaube, daß die Öffentlichkeit kein Interesse daran hat, wenn die angeschnittenen Fragen nochmals erörtert werden. Denn neuerdings wendet Herr EINSTEIN[2]) seine Relativitätstheorie nur auf die mit genau gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehende Translation von Körpern an, also auf einen idealen Fall von Bewegung, der in der Natur nicht vorkommt; ungleichförmige Bewegungen und Rotationen scheinen sich logisch konsequent und im Einklang mit der Erfahrung vom Standpunkt der Relativitätstheorie aus nicht behandeln zu lassen. Die Physiker, welche auf der rotierenden und ungleichförmig bewegten Erde wohnen und die auch sonst an ungleichförmigen Bewegungen interessiert sind, werden daher in der Relativitätstheorie, um ein Wort EINSTEINs zu gebrauchen, einen „drolligen", mathematisch - physikalischen Scherz erblicken. — Falls Herr GRÜNBAUM es wünscht, bin ich bereit, ihm seine Fragen mündlich zu beantworten.

---

[1]) F. GRÜNBAUM, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 288—293, 1912.
[2]) A. EINSTEIN, Vierteljahrsschr. Naturf. Ges. Zürich 56, 1, 27. Nov. 1911.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. März 1912.** **Nr. 6.**

Sitzung vom 8. März 1912.

Vorsitzender: Hr. H. RUBENS.

Hr. **H. Rubens** berichtet
über den Einfluß der Temperatur auf die Absorption langwelliger Wärmestrahlen in einigen festen Isolatoren
nach gemeinsam mit Hrn. **G. Hertz** angestellten Versuchen.

Ferner spricht Hr. **R. Seeliger**
über das Leuchten der Gase unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen
nach gemeinsam mit Hrn. **E. Gehrcke** angestellten Versuchen.

Endlich trägt Hr. **Alfred Schulze** über
die spezifische Wärme binärer Gemische
vor. Der letzte Vortrag ist bereits teilweise zum Abdruck gelangt. (Vgl. S. 189—210 u. 258—274.)

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **E. Gehrcke:** Notiz zu einer Abhandlung von Hrn. F. GRÜNBAUM. (Vgl. S. 294.)

Von Hrn. **J. Koenigsberger:** Über den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme. (Vgl. S. 275 bis 281.)

Von Hrn. **Kurt Eisenmann:** Über die Potentialverteilung im dunkeln Kathodenraum.

Von Hrn. **Alfred Schulze:** Die spezifische Wärme binärer Gemische III.

Von Hrn. **R. Gans:** Zur Magnetonentheorie (Bemerkung zu der gleichnamigen Notiz des Hrn. A. HEYDWEILLER).

Von Hrn. **L. Zehnder:** Über die Geschichte der Erdantennen; zur Abwehr der Angriffe des Hrn. KIEBITZ. (Vgl. S. 282—287.)

Von Hrn. **Kurt Eisenmann:** Über die spektrale Breite ultraroter und ultravioletter Schwingungen, sowie ihre Beziehung zu den verschiedenen Kristallsystemen.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. E. RICHARD LEISER, Berlin W. 50, Rankestr. 1.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. HABER.)

Hr. Privatdozent Dr. GERHARD HOFFMANN, Königsberg, Steindamm 6.
(Vorgeschlagen durch Hrn. W. KAUFMANN.)

Hr. Dr. phil. ALFRED SCHULZE, Assistent für physikalische Chemie an der Technischen Hochschule zu Berlin, Charlottenburg 2, Leibnizstr. 101.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. DOLEZALEK.)

Über die Potentialverteilung im dunkeln Kathodenraum;

von Kurt Eisenmann.

(Auszug aus der Berliner Dissertation, August 1910.)
(Eingegangen am 26. Februar 1912.)

§ 1.

Aus der großen Zahl der Beobachtungen, die den Kathodenfall betreffen, kann man entnehmen, daß an der Kathode bei konstanter Stromstärke ein Potential zu überwinden ist, das mit zunehmender Verdünnung wächst, sobald der normale, d. h. konstante Wert dieses Kathodenfalles überschritten ist; der Potentialgradient $\frac{dV}{dx}$ nähert sich dabei mit genügender Entfernung von der Kathode im Glimmlicht dem Werte Null.

Nach der Ionentheorie erklärt J. J. Thomson[1]) dies in der Weise, daß die Geschwindigkeit der Elektronen größer ist als die der positiven Ionen, und eine Verarmung an ersteren entstehen muß, weil die Masse des Elektrons sehr viel geringer ist als die des Ions. Es folgt hieraus, daß an der Kathode freie positive Elektrizität im Überschuß vorhanden ist.

Diese Folgerung scheint durch Messungen von Schuster[2]), Graham[3]) und Wehnelt[4]) bestätigt zu werden, indem sie zur Berechnung der freien Elektrizität die Poissonsche Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi\varrho$$

anwandten.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist, die Vorgänge an der Kathode bis zu höheren Stromdichten hinauf zu verfolgen und die dabei vorhandene Beziehung zwischen der freien Elektrizität, Stromstärke und Druck zu untersuchen.

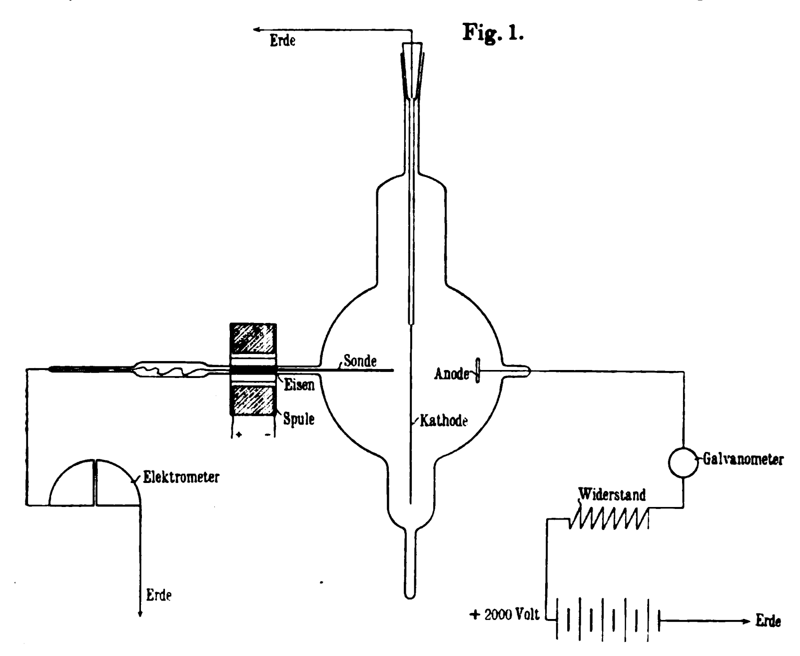
---

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 47, 253, 1899.
2) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. 47, 1890.
3) Graham, Wied. Ann. 64, 1848.
4) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. (4) 10, 1908.

§ 2.

Zu den Versuchen wurde ein Entladungsrohr benutzt, dessen Gestalt im wesentlichen durch Fig. 1 wiedergegeben ist. Der Schliff diente dazu, den Kathodendraht bequem einführen zu können. Diese Kathode bestand aus einem 0,2 mm starken Aluminiumdraht von 4,5 cm Entladungslänge. Als Anode diente zuerst eine Aluminiumscheibe, später ein Stahlstift. Als Sonde diente ein sehr feiner, mit einem Glasröhrchen verkleideter Platindraht, der auf der einen Seite aus ihm 0,2 mm herausragte und

Fig. 1.



magnetisch verschoben werden konnte. Da das Glasröhrchen Millimeterteilung besaß, war mit der Lupe eine sehr genaue Ablesung bis auf 0,1 mm möglich.

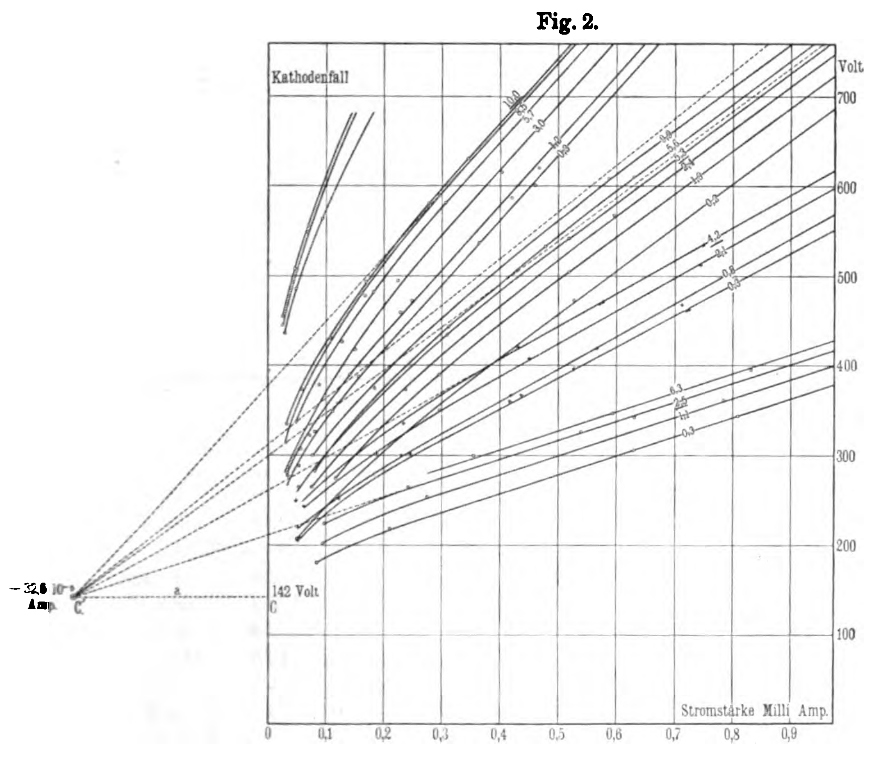
Bei der Schaltung war die Kathode und ebenso der negative Pol einer Hochspannungsbatterie von 2000 Volt geerdet, während der positive Pol über einen verschiebbaren Jodcadmiumwiderstand zu einem isoliert aufgestellten Galvanometer und schließlich zur Anode geleitet war. Die Spannung der Sonde wurde durch ein Quadrantelektrometer mit offenen Quadranten gemessen.

§ 3. Zu den Messungen.

Absichtlich wurden die Verhältnisse derart gewählt, daß der normale Kathodenfall nicht in Erscheinung trat; denn die Kathodenoberfläche war auch bei den geringsten Stromstärken und beim größten untersuchten Druck vollständig bedeckt, was durch die geringe Dimension der Oberfläche erreicht wurde.

Bei den Messungen (Fig. 2) wurde nun so vorgegangen, daß für eine Gruppe von Messungsreihen der Druck konstant gehalten

Fig. 2.



wurde, wobei die Sonde in einem bestimmten zu messenden Abstand von der Kathode eingestellt war; es wurde dann die Stromstärke variiert und die an der Sonde herrschende Spannung durch das Quadrantelektrometer gemessen. Dann wurde die Sondenstellung verändert und die Messungen wiederholt. Bei einem bestimmten Druck erhält man so eine Schar von Stromstärke-Spannungskurven, für die der Sondenabstand x der variable

Parameter ist. Es wurden dann für sieben verschiedene Drucke diese Kurvenscharen gemessen. Man erhält so ein Material, aus dem man jede gewünschte Kurve rekonstruieren kann. Es ist deshalb zweckmäßig, zunächst die Stromstärke-Spannungskurven mathematisch zu betrachten.

Die folgenden vier Tabellen enthalten die Messungen bei vier verschiedenen Drucken.

Tabelle I.

$p = 0{,}563$ mm, $R = 2{,}5$ mm.

r mm							
0,3		1,1		2,5		6,3	
10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt
8,44	180,9	9,36	201,1	9,65	224,5	35,20	299,8
20,96	218,2	27,57	252,4	24,14	264,4	59,57	345,3
62,85	304,9	78,23	361,8	53,78	325,7	82,97	395,9
80,69	343,4	—	—	62,99	342,2	—	—

Tabelle II.

$p = 0{,}337$ mm, $R = 4{,}2$ mm.

r mm							
0,3		0,8		2,1		4,2	
10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt
3,37	204,9	5,27	218,8	6,24	242,9	4,88	249,2
5,71	206,8	23,01	299,2	18,68	302,3	23,45	335,2
12,25	250,5	41,83	366,9	44,95	407,3	43,04	419,9
24,47	301,1	56,55	418,7	74,20	511,1	57,19	468,1
41,50	359,3	71,27	466,8	—	—	57,53	469,3
43,58	366,9	—	—	—	—	74,78	533,8
52,65	395,9	—	—	—	—	—	—
72,05	460,5	—	—	—	—	—	—

Über den Zusammenhang zwischen dem Druck p, der Größe des Dunkelraumes R und der Steigung der Asymptoten $\operatorname{tg}\varphi$ gibt die Tabelle V Aufschluß.

Die VJ-Kurven werden nicht geradlinig; für kleine Stromstärken sind sie stark gekrümmt, jedoch verlaufen sie für größere Stromstärken asymptotisch, und zwar scheint die Gesamtheit aller Kurven einem einzigen Punkte $C = 142$ Volt zu entspringen.

Tabelle III.

$p = 0{,}271$ mm, $R = 5{,}4$ mm.

r mm											
0,2		1,9		2,4		5,8		5,6		9,9	
10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt
5,07	207,5	11,66	274,5	7,51	366,9	5,27	366,9	8,00	281,5	7,61	299,8
11,81	254,3	29,54	390,9	23,50	373,2	30,91	433,9	31,20	442,8	18,29	340,3
29,89	349,8	51,68	504,7	59,67	568,0	51,93	542,1	47,58	531,9	58,50	608,5
52,55	473,1	—	—	—	—	—	—	62,79	609,7	—	—

Tabelle IV.

$p = 0{,}112$ mm, $R = 10{,}0$ mm.

r mm											
0,3		1,2		3,0		5,7		8,5		10,1	
10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt	10^{-5} Amp.	Volt
3,23	280,8	3,37	277,0	3,57	285,9	4,88	336,5	3,18	404,8	3,28	335,2
5,23	288,4	3,47	277,0	7,12	321,9	12,68	426,3	16,73	476,1	5,91	372,5
11,08	349,1	5,06	306,8	15,02	417,5	18,14	481,3	29,41	590,8	16,83	492,7
15,60	387,1	8,00	326,4	22,43	494,6	30,67	581,9	—	—	10,63	430,1
36,33	536,4	14,10	389,6	40,27	706,7	—	—	—	—	27,25	580,6
45,88	600,9	15,70	399,7	—	—	—	—	—	—	34,28	630,0
—	—	24,67	471,8	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	41,93	587,0	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	46,61	619,9	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle V.

p mm	R mm	$\operatorname{tg}\varphi \frac{\text{Volt}}{\mu\text{. Amp.}}$	$p.\operatorname{tg}\varphi$	$\frac{\operatorname{tg}\varphi}{R}$	$R.p$
0,675	2,2	194,6	131,0	88,2	1,48
0,563	2,5	220,6	123,9	88,2	1,41
0,337	4,2	363,3	123,3	86,2	1,43
0,271	5,4	480,0	129,7	88,9	1,46
0,243	5,7	519,0	125,8	89,5	1,39
0,170	7,5	622,8	105,7	83,0	1,28
0,112	10,0	713,6	79,8	71,4	1,12

In Wirklichkeit gehen sie aber nicht alle von diesem Punkte aus, sondern verlaufen im Gebiet des normalen Kathodenfalles zunächst parallel der J-Achse in einem Abstand, der, größer als der theoretische Vereinigungspunkt $C = 142$ Volt, dem normalen Kathodenfall entspricht (Fig. 3). Die von Skinner und Stark beobachtete gebrochene oder S-förmig gekrümmte Form der VJ-Kurve erklärt sich, je nachdem die Fortsetzung des normalen Kathodenfalles durch den gekrümmten Teil der VJ-Kurven oder durch die geradlinige Asymptote gebildet wird (Fig. 3).

Wir werden nun die geometrischen Eigenschaften der VJ-Kurven, wie sie aus den Messungen folgen, der Reihe nach aufzählen (Fig. 2 u. 4).

1. Die VJ-Kurven scheinen einem Punkte $C = 142$ Volt der Ordinatenachse V zu entspringen, sind gekrümmt, nähern sich aber mit wachsendem i asymptotisch einer Geraden; infolge der Störung des normalen Kathodenfalles entspringen sie aber nicht insgesamt dem Punkte $C = 142$ Volt. Für $x = R$ verlaufen die Kurven zunächst bei normalem Fall parallel der i-Achse.

2. Die Krümmung der Kurven wächst mit dem Sondenabstand x von der Kathode und abnehmendem Druck p.

3. Bei verschwindend kleinem Abstande von der Kathode $x = 0$ sind die Kurven überhaupt nicht mehr gekrümmt, sondern Gerade, die merklich vom Punkte $C = 142$ Volt ausgehen (Fig. 2).

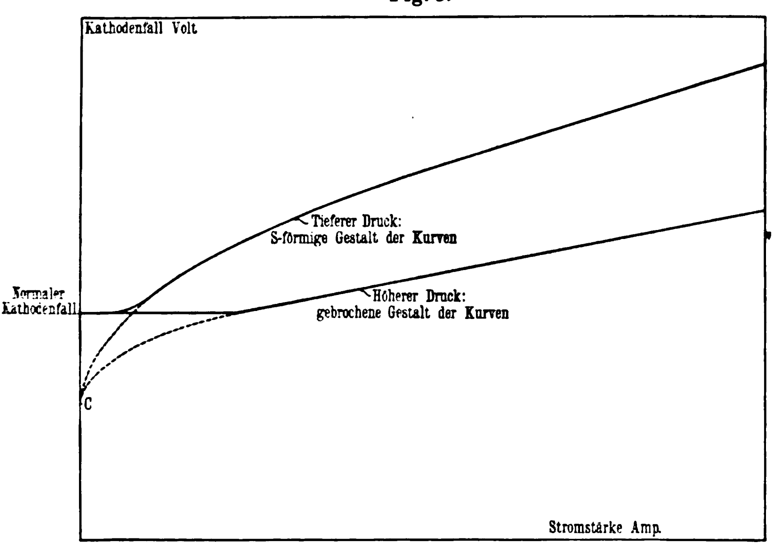
4. Die Asymptoten einer Kurvenschar bei konstantem Druck, aber veränderlichem Sondenabstand x sind einander parallel.

5. Die Steigung der Asymptoten $\operatorname{tg}\varphi$ ist eine Funktion des Druckes und wächst mit abnehmendem Druck.

6. Die SKINNERsche Beobachtung, daß die VJ-Kurven für $x = R$, d. h. an der Grenze des Dunkelraumes gemessen, Gerade sind, die sich in einem Punkte schneiden, wurde für die Asymptoten bestätigt. Der Schnittpunkt liegt bei $V = 142$ Volt, $J = -0{,}326$ MA.

7. Alle Asymptoten der VJ-Kurven bei verschiedenen Drucken, die bei einem solchen Sondenabstand x von der Kathode gemessen sind, der einem bestimmten Bruchteile des Dunkel-

Fig. 3.



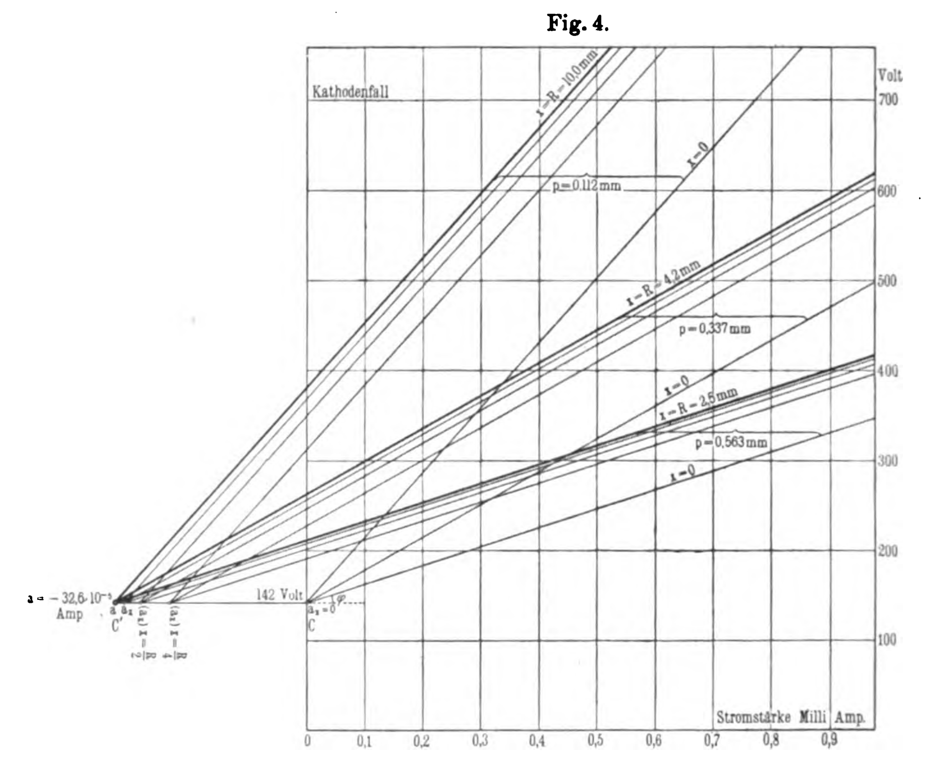
raumes R entspricht, schneiden sich ebenfalls in einem Punkte. Der Ort aller dieser Schnittpunkte ist die Parallele zur J-Achse, $V = 142$ Volt.

Stellt man z. B. bei den verschiedenen Drucken die Sonde immer in die Hälfte des Dunkelraumes ein, so schneiden sich die entsprechenden Asymptoten in einem einzigen Punkte. Die Beziehungen 3 und 6 können als Spezialfälle von 7 aufgefaßt werden.

Diese letztere Eigenschaft namentlich ist merkwürdig und wichtig, da aus ihr das Gesetz für die Veränderung der Verteilung der freien Elektrizität mit dem Druck abgeleitet werden soll. Denn hat man die Schnittpunkte a_x auf der Geraden CC'' aus den Asymptoten bei einem einzigen Druck festgelegt, so kann

man für jeden anderen beliebigen Druck die zu diesem neuen Druck gehörige Asymptotenschar dadurch konstruieren, daß man von eben diesen Schnittpunkten aus unter dem durch den neuen Druck bestimmten Winkel $\operatorname{tg} \varphi$ Parallele zieht (Fig. 4). Diese Parallelen sind dann die für den neuen Druck geltenden Asymptoten für dieselben Bruchteile des Dunkelraumes. Dies besagt

Fig. 4.

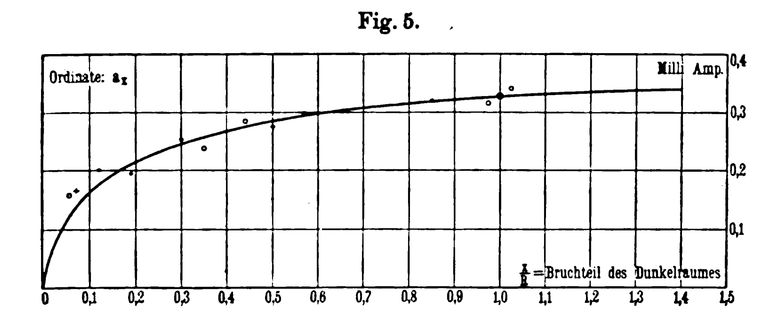


aber, daß die Potentialverteilung für jeden beliebigen Druck bekannt ist, sobald sie es für einen einzigen ist.

Trotzdem man diese Eigenschaft nicht ohne weiteres aus den Messungen erkennen kann, läßt sie sich doch aus diesen unter Verwertung sämtlicher Messungen, soweit sie sich im Bereiche der Asymptoten befinden, mit großer Sicherheit folgern. Schneiden sich nämlich alle VJ-Asymptoten, die einem bestimmten Bruchteil des Dunkelraumes entsprechen, immer in einem Punkte a_x, und liegen alle Punkte a_x auf der Parallelen zur J-Achse CC',

so muß man aus jeder zu einem gewissen Drucke gehörigen Gruppe von parallelen Asymptoten eine Potentialverteilungskurve durch den Dunkelraum (V, x-Kurve) konstruieren können; dies geschieht für eine bestimmte Stromstärke J so, daß man die Schnittpunkte der im Abstande J zur V-Achse gezogenen Parallelen mit denjenigen Kurven aufsucht, die den Bruchteilen der Dunkelraumlänge und dem Druck entsprechen, und das zu diesen Schnittpunkten gehörige Potential aufsucht. Alle diese Kurven müssen aber nach Abzug der additiven Konstanten, die den Potentialsprung an der Oberfläche bedeuten, und nach geeigneter Reduktion von Ordinate und Abszisse vollständig übereinstimmen,

Fig. 5.



so daß sie sich durch eine einzige Kurve darstellen lassen. Dies ist in der Tat der Fall, wie Fig. 5 zeigt. Die Kurve ist in der Weise aus Fig. 2 konstruiert, daß man aus sämtlichen Kurven die Potentiale für eine beliebige, aber bestimmte Stromstärke, z. B. für 0,5 Milliamp. als Ordinate a_x aufträgt, nachdem man von jeder den zugehörigen Wert $(142 + 88{,}2\,Ri) = 142 + 44{,}1\,R$ abgezogen und den Rest durch den zugehörigen $\operatorname{tg} \varphi$ dividiert hat. Abszisse x/R ist der durch die Größe R des zugehörigen Dunkelraumes dividierte Wert des Abstandes von der Kathode, so daß die Grenze des Dunkelraumes immer den Wert 1 besitzt.

§ 4. Zur Theorie.

Es fragt sich nun, ob die oben wiedergegebenen Messungsresultate nicht nur zur Ableitung qualitativer Beziehungen brauchbar, sondern ob sie auch quantitativ verwertbar sind.

Zur Darstellung der Abhängigkeit des Kathodenfalles von Druck und Stromstärke sind bisher zwei Gesetze aufgestellt worden. Das eine von STARK[1]) lautet:

$$V = V_n + \frac{k}{p \cdot f^{1/2}}(i - x \cdot p \cdot f)^{1/2}. \qquad 1)$$

Hier bedeutet V_n den normalen Kathodenfall, i die Stromstärke, p den Druck, f die wirksame Kathodenoberfläche; k und x sind Konstante.

Von SKINNER[2]) wurde die Beziehung aufgestellt:

$$V = C + \frac{c}{p}(i + a). \qquad 2)$$

Hier bedeuten C, c, a Konstanten. Die STARKsche Formel stellt nun eine Parabel, die SKINNERsche eine Gerade dar. Die Versuche, wie sie in Fig. 2 dargestellt sind, bestätigen vollständig keine der beiden Formeln, sie scheinen sich aber für kleine Stromstärken mehr einer Parabel, für größere mehr einer Geraden zu nähern. Es wurde nun versucht, die Resultate ebenfalls durch eine Gleichung darzustellen. Dies gelang durch die Gleichung einer Hyperbel:

$$V = C + \operatorname{tg}\varphi \sqrt{i(i + 2a)}. \qquad 3)$$

C und a sind Konstante, deren Wert sich aus Fig. 2 ergibt, und zwar beträgt $C = 142$ Volt, $a = 0{,}326 \cdot 10^{-3}$ Amp.; $\operatorname{tg}\varphi$ ist eine mit dem Druck veränderliche Größe und bezeichnet in der Figur die Steigung der Asymptoten. Setzt man Ca ein, so ist

$$V = 142 + \operatorname{tg}\varphi \sqrt{i(i + 0{,}652)}. \qquad 4)$$

Für größere Stromstärken kann man nun die Hyperbel durch ihre Asymptoten ersetzen, und da man allerdings, wie wir sehen werden, nur angenähert $\operatorname{tg}\varphi = c/p$ setzen kann, so wird

$$V = C + \frac{c}{p}(i + a). \qquad 5)$$

Setzt man nun für C und a die Werte ein:

$$V = 142 + \frac{c}{p}(i + 0{,}326). \qquad 6)$$

Dies ist aber die SKINNERsche Gleichung. Die Asymptoten dieser Kurven sind demnach die SKINNERschen Geraden. Als nächste

[1]) STARK, Phys. ZS. 3, 274, 1902.
[2]) SKINNER, Phil. Mag. (6) 2, 1901.

Aufgabe ergab sich nun, die Abhängigkeit von $\operatorname{tg} \varphi$ vom Druck zu ermitteln. Die Beziehung $\operatorname{tg} \varphi = c/p$, wie sie SKINNER aufstellte, scheint die Versuche nicht genau wiederzugeben. Vielmehr nimmt c mit abnehmendem Druck ebenfalls ab. Nach Tabelle V erhält man $p \,.\operatorname{tg} \varphi = \text{const}$, $\frac{\operatorname{tg} \varphi}{R} = \text{const}$ für nicht zu geringen Druck, wo R die Länge des dunkeln Kathodenraumes bedeutet. Da jedoch die für alle Drucke geltende Beziehung zwischen p und $\operatorname{tg} \varphi$ aus den Versuchen allein nicht bestimmt werden kann, so setzen wir für nicht zu geringe Drucke mit großer Annäherung $\operatorname{tg} \varphi = 88{,}2\, R$, da sich const $= 88{,}2$ ergibt, so daß

$$V = 142 + 88{,}2\, R\, (i + 0{,}326). \qquad 7)$$

Diese Beziehung stellt nun aber das Gesetz dar über die Abhängigkeit des gesamten Kathodenfalles mit der Stromstärke, indem bei den Messungen die Sonde stets auf die Grenze des Dunkelraumes bei 0,5 Milliamp. eingestellt wurde. Übrigens erwies sich die Größe des Kathodendunkelraumes innerhalb der Versuchsgrenzen als unabhängig von der Stromstärke.

Es war nun weiter noch die Abhängigkeit des Kathodenfalles mit der Stromstärke für Punkte innerhalb des Kathodenraumes zu untersuchen. Wir erhielten (Fig. 2) für einen bestimmten Druck aus den Stromstärke-Potentialkurven eine Kurvenschar, wo jetzt der Abstand x von der Kathode als variabler Parameter auftritt. Diese Kurven erscheinen alle als Hyperbeln mit parallelen Asymptoten und lassen sich aus der Beziehung 3 ableiten, indem man die Größe a mit x variieren läßt; man erhält also die allgemeine Beziehung für den Kathodenfall, gemessen in einer Entfernung x von der Kathode:

$$V_x = C + c \,.\, R \sqrt{i\,(i + 2\, a_x)} \qquad 8)$$

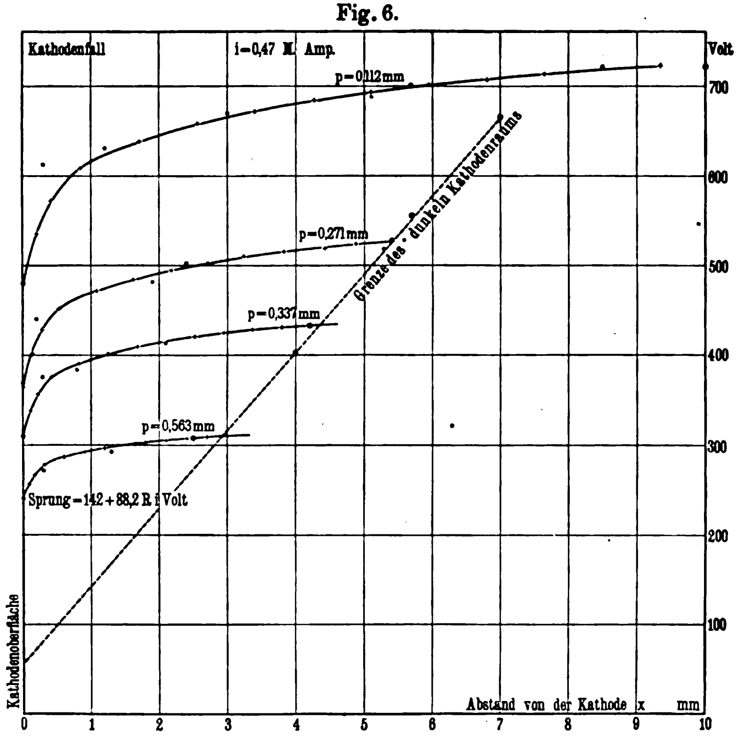
oder, wenn man nur größere Stromstärken berücksichtigt:

$$V_x = C + c \,.\, R\, (i + a_x). \qquad 9)$$

Nach Gleichung 8) ist nun der Punkt $C = 142$ Volt der Ausgangspunkt für sämtliche nur denkbaren Hyperbeln, in Wirklichkeit braucht aber der Punkt C gar nicht erreicht zu werden, da die Gleichung nur für den anormalen Fall gilt; in der Tat fand ich für den normalen Kathodenfall im Abstand R 215 Volt, der Punkt C ist also durchaus nicht etwa identisch mit dem normalen Kathodenfall.

Es ist nun die Größe a_x vom Druck unabhängig und variiert nur mit dem Abstand x von der Kathode in der Weise, daß sie mit x zugleich abnimmt. Etwas Genaueres über die Abhängigkeit von a_x und x zu sagen, ist aber schon deshalb nicht möglich, weil die Sondenmessung in der Nähe der Kathodenoberfläche versagt. An der Oberfläche selber läßt sie überhaupt im Stich, weil man einmal die Sonde nicht mit der Kathode in Berührung

Fig. 6.



bringen darf, ferner aber ragte die metallische Sondenspitze selbst 0,2 mm aus der Glashülle heraus, so daß man also auch im besten Falle immer noch einen Mittelwert erhält, auf den die Vorgänge in 0,2 mm Entfernung einen Einfluß haben, endlich aber wachsen auch die Fehler der Sondenmessung beträchtlich mit Annäherung an die Kathode. Man ist daher gezwungen, den Wert $a_{(x=0)}$ zu extrapolieren.

Setzt man $a_{(x=0)} = 0$, so wird

$$V_{(x=0)} = C + c \,.\, Ri. \qquad 10)$$

Für die Potentialverteilungskurven im Dunkelraum ist dann $V_{(x=0)}$ der Sprung an der Kathodenoberfläche (s. Fig. 6).

Dies sind Gerade, die für jeden beliebigen Druck p in den Punkt C zusammenlaufen. Der Sprung an der Kathodenoberfläche wächst also linear mit der Stromstärke und der freien Weglänge im Gase.

Eine Formel, die den Verlauf des Potentials im Dunkelraum darstellen will, muß sich daher auf die Form bringen lassen:

$$V_x = V_{(x=0)} + c . R . a_x. \tag{11}$$

Setzt man, um für a_x eine Funktion einzuführen:

$$a_x = a(1 - e^{-kx}), \tag{12}$$

dann nimmt Gleichung 11) die Form an:

$$V_x = V_{(x=0)} + a . c . R (1 - e^{-kx}), \tag{13}$$

wofür man auch schreiben kann:

$$V_x = \alpha (1 - \beta e^{-kx}) \tag{14}$$

oder

$$V_x = \alpha - \gamma e^{-kx}. \tag{15}$$

Über die Veränderung der freien Elektrizität im dunkeln Kathodenraum.

Bei ihren Messungen im dunkeln Kathodenraum schlossen Schuster, Graham, Wehnelt in Übereinstimmung mit der Theorie auf das Vorhandensein freier positiver Elektrizität im Dunkelraum. Wehnelt[1]) fand allerdings, daß innerhalb des Kathodenraumes auch negative Elektrizität sich befände, die Gesamtsumme ergab jedoch einen Überschuß positiver Elektrizität.

Sie benutzten zur Ableitung dieses Resultates die Poissonsche Gleichung. Um diese anwenden zu können, muß man der Kathodenoberfläche eine ganz bestimmte Form geben, da hiervon die Form der Gleichung abhängt. Für die Versuche kommen als Gestalt der Kathode in Betracht: Ebene, Zylinder, Kugel. Handelt es sich um eine ebene Kathode, so kann man bekanntlich aus konvexen oder konkaven Krümmungen der Potentialkurve im Dunkelraum auf das Vorhandensein von positiver oder negativer Elektrizität schließen.

---

[1]) Wehnelt, l. c.

Wie a. a. O.[1]) gezeigt, kann man das auch für Zylinder- und Kugelkathode, sobald man eine neue Variable $z = \lg r$ für Zylinder, $z = \frac{1}{r}$ für Kugel an Stelle von r einführt; es ist auch gezeigt, daß man die freie Elektrizität zwischen zwei Punkten im Dunkel-

Fig. 7.

raum aus den beiden Tangenten erhält, die in diesen Punkten an die so umgeformte Kurve gelegt werden.

Zum Vergleich sind die Kurven von WEHNELT[1]), die an einer Kugelkathode gemessen sind, durch Einführung von $z = \frac{1}{r}$ umgeformt, wo r den Abstand von dem Mittelpunkt bzw. der Mittelachse der Kathode bedeutet, während x den Abstand von der Oberfläche bezeichnet; ebenso umgeformt sind die vom Verfasser an der Zylinderkathode gefundenen Kurven durch Einführung der Variablen $z = \lg r$ (Fig. 7). Die Form der Kurven stimmt in beiden Fällen überein; in der Nähe der Kathode

[1]) Siehe Dissertation 1910.

scheint ein negativer Raum zu bestehen, der bei wachsender Entfernung von der Kathode in einen positiven übergeht, da die zuerst konkaven Kurven durch einen Wendepunkt konvex werden.

Dem negativen Raum darf man allerdings keine Bedeutung beilegen, da er erst durch die Fehler der Sondenmessung vorgetäuscht wird. Den fehlerfreien Verlauf geben angenähert die punktierten Linien. Hiernach ist also die freie Elektrizität im Dunkelraum durchgehend positiv.

Noch eine zweite Folgerung läßt sich aus diesen Kurven ziehen, die für die Frage der Berechnung der gesamten freien Elektrizität wesentlich ist. Wie ich zeigte, läßt sich die freie Elektrizität zwischen zwei Punkten des Dunkelraumes durch zwei Tangenten an der (V, z)-Kurve berechnen. Nun ersieht man aus den Messungen von Wehnelt und Verfasser, daß mit wachsender Entfernung von der Kathode die Tangente sich der Null nähert.

Es bleibt also für die Berechnung der gesamten Elektrizität nur die Tangente an der Oberfläche der Kathode. Wie wir a. a. O. abgeleitet haben, ist der Ausdruck für die Größe der freien Elektrizität auf den Quadratzentimeter der Kathodenoberfläche, und zwar unabhängig von der Gestalt der Kathode:

$$E = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dr}\right)_0,$$

wo $\left(\frac{dV}{dr}\right)_0$ den Potentialgradienten an der Oberfläche bedeutet. Die Größe der freien Elektrizität ist also gegeben, unabhängig von der Gestalt der Kathode, lediglich durch den Potentialgradienten an der Oberfläche, und zwar beträgt sie für den Raum, der auf die Oberflächeneinheit der Kathode kommt, den 4πten Teil des Potentialgradienten an der Oberfläche.

Man sieht hieraus, daß die Sondenmessung für die Ermittelung der freien Elektrizität im Dunkelraum sehr ungenügend ist. Denn gerade bei den Messungen in unmittelbarer Nähe der Kathode, worauf es ja nur ankommt, läßt sie im Stich, so daß man gezwungen ist, zu extrapolieren.

Kurz zusammengefaßt lauten die Ergebnisse: Die freie Elektrizität im Dunkelraum ist durchweg positiv. Der negative Raum in der Nähe der Kathode ist auf Fehler der Sondenmessung zurückzuführen. Der Betrag der Elektrizität hängt nur von dem Potentialgradienten an der Oberfläche ab.

*

Über die Veränderung des Betrages der freien Elektrizität mit Stromstärke und Druck.

Nachdem wir festgestellt haben, daß im dunkeln Kathodenraum freie positive Elektrizität vorhanden ist, bleibt noch die Frage zu erledigen, ob sich dieser Wert der freien Elektrizität mit Stromstärke und Druck verändert.

Für diese Abhängigkeit lassen sich aus dem Vorhergehenden nun leicht die Gesetze ableiten. Wir beschränken uns jedoch nur auf die größeren Stromstärken, ersetzen also die Hyperbeln durch ihre Asymptoten. Ferner führen wir statt des Abstandes x von der Oberfläche den Abstand von der Zylindermitte r ein, wobei x und r sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden. Es ist dann der Kathodenfall an einer Stelle des Dunkelraumes:

$$V_r = C + \operatorname{tg}\varphi (i + a_r). \tag{1}$$

Da nun a_r die einzige Größe ist, die mit r variiert, so wird

$$\frac{dV_r}{dr} = \operatorname{tg}\varphi \frac{da_r}{dr}, \tag{2a}$$

$$\frac{d^2 V_r}{dr^2} = \operatorname{tg}\varphi \frac{d^2 a_r}{dr^2}. \tag{2b}$$

Wir fanden für die Dichte der freien Elektrizität bei Zylinderkoordinaten nach Poisson:

$$-4\pi\varrho = \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV}{dr} \tag{3}$$

und für die freie Elektrizität zwischen zwei Zylinderschalen im Abstand $r = \alpha$ und $r = \beta$ von der Kathodenmitte und 1 cm Zylinderhöhe:

$$E_r = -\frac{1}{2}\left[r\frac{dV_r}{dr}\right]_{r=\alpha}^{r=\beta}, \tag{4}$$

während wir für die gesamte zur Oberfläche 1 qcm der Kathode gehörige Elektrizitätsmenge (§ 1 d) setzen konnten:

$$E_f = +\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dr}\right)_0, \tag{5}$$

wo $\left(\frac{dV}{dr}\right)_0$ den Potentialgradienten an der Kathodenoberfläche

darstellt. Setzt man nun aus 2a) und 2b) für den Gradienten den Wert ein, so wird

$$-4\pi\varrho = \operatorname{tg}\varphi\left(\frac{d^2 a_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d a_r}{dr}\right) \tag{6}$$

$$E_r = -\frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi\left[r\frac{d a_r}{dr}\right]_\alpha^\beta \tag{7}$$

$$E_f = +\frac{\operatorname{tg}\varphi}{4\pi}\left(\frac{d a_r}{dr}\right)_0. \tag{8}$$

Die hier vorkommenden Größen $\operatorname{tg}\varphi$, a_r, α, β, von denen ϱ bzw. E abhängt, sind nun aber vollständig unabhängig von der Stromstärke. Es folgt daraus der Satz: Die Potentialverteilung im Dunkelraum und damit die Größe der freien Elektrizität ist unabhängig von der Stromstärke.

Es bleibt nun noch die Abhängigkeit der freien Elektrizität vom Druck zu untersuchen. Zu diesem Zwecke schreiben wir für die Flächeneinheit mit Benutzung von Formel 5):

$$E_f = +\frac{1}{4\pi}\frac{\operatorname{tg}\varphi}{R}\left(\frac{d a_r}{d\frac{r}{R}}\right)_0. \tag{9}$$

Wir fanden, daß die $\left(a_r \frac{r}{R}\right)$-Kurven unabhängig vom Druck sind und setzen deshalb:

$$\left(\frac{d a_r}{d\frac{r}{R}}\right)_0 = \text{const} = k. \tag{10}$$

Es wird dann

$$E_f = \frac{k}{4\pi}\frac{\operatorname{tg}\varphi}{R}, \tag{11}$$

wo R in Millimeter einzusetzen ist. Um nun die Abhängigkeit von $\frac{\operatorname{tg}\varphi}{R}$ mit dem Druck zu zeigen, siehe Tab. V.

Nach dieser Tabelle bleibt $\frac{\operatorname{tg}\varphi}{R}$ für höhere Drucke bis 0,25 mm konstant, um bei tieferen Drucken schnell abzunehmen. Da wir sonst nur Konstanten in Gleichung 8) haben, so folgt also für die Abhängigkeit der freien Elektrizität vom Druck: Die freie Elektrizität im Dunkelraum bleibt bei höheren Drucken konstant, während sie bei tiefen Drucken rasch abnimmt.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Größe der freien Elektrizität ist für genügend große Räume nur abhängig vom Potentialgradienten an der Oberfläche. Sie ist positiv und hat unabhängig von der Form der Kathode den Wert $\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dr}\right)_0$, wenn E sich auf 1 qcm Kathodenoberfläche bezieht.

2. Die freie Elektrizität ist für genügend große Stromstärken und nicht zu tiefe Drucke unabhängig von Strom und Druck. In Übereinstimmung mit WEHNELT wurde aber gefunden, daß sie für tiefe Drucke schnell abnimmt.

3. Sämtliche Kurven, die die Abhängigkeit von der Stromstärke darstellen, lassen sich durch die Gleichung einer Hyperbel darstellen und entspringen einem einzigen Punkte $C = 142$ Volt.

Die Asymptoten derjenigen Hyperbeln, für die der Abstand von der Kathode gleich der gesamten Größe des Dunkelraumes ist, sind die SKINNERschen Geraden.

In unendlicher Nähe der Kathoden gemessen, werden die Hyperbeln zu Geraden.

Alle Asymptoten der Hyperbeln bei verschiedenen Drucken, welche immer dem gesamten Dunkelraum oder einem Bruchteil entsprechen, schneiden sich in einem Punkte.

Alle diese Punkte liegen auf einer Geraden, die der Gleichung = 142 Volt entspricht.

Wird der Abstand von der Kathode bei unveränderlichem Druck variiert, so sind die Asymptoten parallel.

Die Gleichung der Hyperbeln lautet:

$$V_x = C + cR\sqrt{i(i + 2a_x)},$$

die Gleichung der Asymptoten:

$$V_x = C + cR(i + a_x).$$

4. Die Abhängigkeit der Potentialen von x wird für ebene Kathoden dargestellt durch

$$V = \alpha(1 - \beta e^{-kx}).$$

5. Der Dunkelraum enthält nur freie positive Elektrizität.

6. Sämtliche Potentialverteilungskurven lassen sich auf eine einzige Ursprungskurve zurückführen (Fig. 5).

7. Der Sprung an der Kathodenoberfläche wächst linear mit der Stromstärke und der freien Weglänge im Gase.

Über die spektrale Breite ultraroter und ultravioletter Schwingungen, sowie ihre Beziehung zu den verschiedenen Kristallsystemen;

von Kurt Eisenmann.

(Eingegangen am 4. März 1912.)

Wie aus den Untersuchungen von NERNST[1]) hervorgeht, genügt die monochromatische Darstellung EINSTEINs der Temperaturabhängigkeit der Atomwärme nicht, um seine Versuche vollständig darzustellen, und er führte statt dessen zwei Schwingungen ein. EINSTEIN[2]) selber versuchte durch Untersuchung der Beeinflussung der Schwingungen durch 26 Nachbaratome diese Frage zu klären. Im folgenden will ich einige Betrachtungen über die spektrale Breite ultravioletter und ultraroter Schwingungen anstellen und wende mich zunächst den ultravioletten Schwingungen zu.

Mit STARK[3]) bezeichnen wir $E = h\nu$ als das Maximum der Energie eines Elektrons und nehmen an, daß diese Energie nötig sei, um Schwingungen fortzupflanzen.

Diese Maximalenergie des Elektrons von der Masse m zerlegen wir nun in eine Energie U, die wir schwingende Energie nennen wollen, der eine Sinusschwingung zugrunde liegt, und in translatorische Energie L; dann ist:

$$E = U + L, \qquad 1)$$

$$E = \tfrac{1}{2} m (u^2 + v^2). \qquad 2)$$

Nehmen wir nun an, daß die Sinusschwingung die Frequenz ν besitze, wo ν gegen 1 groß ist, so wird die Geschwindigkeit

$$u = \nu 2 \pi r, \qquad 3)$$

wo r die Amplitude der Sinusschwingung bedeutet. Es ist dann

$$E = 2\pi^2 m . r^2 . \nu^2 + L, \qquad 4)$$

die gesamte Energie E können wir nun aber auch setzen

$$E = h\mu, \qquad 5)$$

---

[1]) NERNST, Sitzungsber. d. preuß. Akad. d. Wiss. 1911, S. 13.
[2]) EINSTEIN, Ann. d. Phys. (4) 35, 679, 1911.
[3]) J. STARK, Phys. ZS. 9, 85, 1908.

wo h das PLANCKsche Wirkungsquantum, μ eine für jedes Element charakteristische Schwingungszahl bedeutet. Es wird dann

$$h \cdot \mu = 2\pi^2 m r^2 \nu^2 + L. \qquad 6)$$

Es fragt sich nun noch, was wir für $L - \frac{1}{2} m v^2$ der translatorischen Energie des Elektrons zu setzen haben. DRUDE[1]) hatte L der kinetischen Energie des Molekels gleichgesetzt, so daß L jedenfalls eine Funktion der Temperatur ist, und hatte so die Beziehungen zwischen Wärme- und Elektrizitätsleitung abgeleitet. Wir nehmen vorläufig die Hypothese so weit an, daß L eine Temperaturfunktion ist, daß also der Geschwindigkeit v ein ungeordneter Molekularvorgang zugrunde liege. Die Energie L wird dann zwischen weiten Grenzen variieren, jedoch einen Mittelwert $L - \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = f(T)$ besitzen, wenn T die absolute Temperatur bedeutet.

Soll nun aber Strahlung eintreten, so muß die Maximalenergie $E = h\mu$ erreicht werden; bei Strahlung muß also jeder einzelne Wert der schwingenden Energie $2\pi^2 m r^2 \nu^2$ jeden einzelnen Wert der Energie $L = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = f(T)$ zu $h\mu$ ergänzen. Es folgt dann aus Gleichung 6), daß ν^2 auch einen Mittelwert darstellt, d. h. eine spektrale Breite besitzt im Gegensatz zu μ, das eine monochromatische Schwingung darstellt. Wir setzen also:

$$h\mu = 2\pi^2 m r^2 \bar{\nu}^2 + \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \qquad 7)$$

oder

$$h\mu = 2\pi^2 m r^2 \bar{\nu}^2 + f(T). \qquad 8)$$

Um Irrtümer zu vermeiden, möchte ich besonders darauf hinweisen, daß $2\pi^2 m r^2 \bar{\nu}^2$ zwar einen Mittelwert, jedoch immer den zu jedem einzelnen Zeitpunkt allein möglichen Maximalwert der potentiellen Energie bedeutet.

Da, wie man annehmen muß, $f(T)$ für $T = 0$ verschwindet, so wird für $T = 0$

$$h\mu = 2\pi^2 m r^2 \mu^2,$$

$$\mu = \frac{h}{2\pi^2 m r^2}. \qquad 9)$$

μ ist demnach diejenige Frequenz eines Elektrons, die dieses bei der Temperatur 0 zeigt, und ist deshalb monochromatisch. $h\mu$ ist der Ausdruck der Energie des Elektrons, falls die gesamte Energie des Elektrons potentiell geworden ist.

---

[1]) Ann. d. Phys. (4) 1, 566, 1900.

Eine ganz ähnliche Betrachtung wenden wir jetzt auf die ultraroten Schwingungen eines Atoms von der Masse M der Frequenz ν_r und der Amplitude r_1 an; auch hier nehmen wir an, daß zur Erzeugung von Strahlung eine gewisse Maximalenergie E_1 erreicht werden müsse. Mit EINSTEIN wollen wir annehmen, daß nur die Nachbaratome ihren Einfluß geltend machen können. Wir setzen dann die Maximalenergie E_1 wieder aus einer Energie zusammen, der eine Sinusschwingung des Atoms zugrunde liegt, und aus einer Energie L_1, so daß

$$E_1 = 2\pi^2 M r_1^2 \nu_r^2 + L_1. \tag{10}$$

L_1 bedeutet hier die Energie der Schwingung von M, die es infolge der Eigenschwingungen der Nachbaratome annimmt; da die Nachbaratome nicht mit der Maximalenergie schwingen, sondern mit dem Werte, den sie infolge der Temperatur des Körpers annehmen, so liegt auch den Schwingungen von

$$L_1 = \tfrac{1}{2} m \bar{v}^2 = \varphi(T)$$

molekulare Unordnung zugrunde; diese einzelnen Schwingungen können wir nach Art einer FOURIERschen Reihe zusammengesetzt denken, wir schreiben daher:

$$E_1 = 2\pi^2 M r_1^2 \bar{\nu}_r^2 + \varphi(T). \tag{11}$$

Auch hier möchte ich betonen, daß $2\pi^2 M r_1^2 \bar{\nu}_r^2$ zwar einen Mittelwert bedeutet, jedoch gleichzeitig immer den maximalen Wert, der infolge des augenblicklichen Zustandes gerade möglich ist. $2\pi^2 M r_1^2 \bar{\nu}_r^2$ ist daher der Maximalwert, der zwar um einen Mittelwert variiert, wobei aber der Mittelwert der größtmöglichste für den augenblicklichen Zustand des Körpers ist.

Es fragt sich nun noch, was wir unter der Maximalenergie E_1 zu verstehen haben. Die Maximalenergie ist offenbar dann erreicht, wenn ein Atom aus seinem elastischen Zusammenhang mit seinen Nachbaratomen herausgerissen wird. Wir wissen nun, daß der elastische Zusammenhang der Atome untereinander gelöst wird, falls der Körper geschmolzen wird. Der mittlere Energiewert eines jeden Atomes beträgt dann $3kT_s$, wenn T_s die Schmelztemperatur bedeutet.

Schmelzen wir also einen Körper, so hat jedes einzelne Atom den Energieinhalt $3kT_s$. Beträgt vor dem Schmelzen die Anzahl benachbarter Molekeln n, so ist also zur Auflösung eines solchen Raumes, in dem benachbarte Atome lagern, die Energie $3nkT_s$



nötig. Handelt es sich um die Maximalenergie, die ein einzelnes Atom aus dem Zusammenhang seiner Nachbarmolekeln reißen soll, so ist gleichfalls gerade diese Energie hierzu nötig.

Man findet also die Maximalenergie eines Atomes zu $3knT_s$, d. h. gleich der Schmelzenergie multipliziert mit der Anzahl benachbarter Atome:

$$3knT_s = 2\pi^2 M r_1^2 \bar{\nu}_r^2 + \varphi(T). \qquad 12)$$

Wir werden auf die Bedeutung von n weiter unten noch einmal zurückkommen.

Bemerkenswert ist, daß $E = h\mu$ bei den ultravioletten Schwingungen das Maximum der potentiellen Energie, bei den ultraroten Schwingungen $E_1 = 3knT_s$ das Maximum der kinetischen Energie darstellt.

Als Grundgleichungen für ultrarote und ultraviolette Schwingungen haben wir demnach erhalten:

$$h\mu = 2\pi^2 m r^2 \bar{\nu}_v^2 + f(T), \qquad 13)$$

$$3knT_s = 2\pi^2 M r_1^2 \bar{\nu}_r^2 + \varphi(T). \qquad 14)$$

Um nun die Beziehungen zwischen ultraroten und ultravioletten Schwingungen bzw. zwischen Elektron und Atom zu erhalten, fragt es sich, in welcher Weise die Gleichungen 13) und 14) miteinander zu verknüpfen sind.

Wir führen nun die Hypothese ein, die potentiellen und kinetischen Energien seien für Atom und Elektron einzeln einander gleich. Dann müssen auch die Gesamtmaximalenergien gleich sein und wir erhalten sofort:

$$h\mu = 3knT_s, \qquad 15)$$

$$m r^2 \bar{\nu}_v^2 = M r_1^2 \bar{\nu}_r^2, \qquad 16)$$

$$f(T) = \varphi(T). \qquad 17)$$

Wie man sofort erkennt, ist in Gleichung 16), die man auch schreiben kann:

$$\nu_v = \nu_r \frac{r_1}{r} \sqrt{\frac{M}{m}}, \qquad 16a)$$

das HABERsche[1]) Gesetz als Spezialfall enthalten, wenn nämlich r_1 gleich r gesetzt wird. Desgleichen erhält man aus Gleichung 14) die LINDEMANNsche Beziehung:

$$\nu_r = 2{,}8 \, . \, 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{M V^{2/3}}},$$

[1]) HABER, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1117—1136, 1911.

wenn $r_1^2 = \frac{\sqrt[3]{2}}{4} V^{2/3}$ gesetzt wird, wo V das Atomvolumen bedeutet, und falls man das Glied $\varphi(T)$ vernachlässigt und n, d. i. die Anzahl benachbarter Atome, für alle Körper gleichsetzt; wir werden aber sofort sehen, daß letzteres nur in beschränktem Maße zutrifft. Wir setzen deshalb besser nach Gleichung 12):

$$\nu_r = \text{const} \sqrt{\frac{n\,T_s - T}{M\,V^{2/3}}}, \tag{18}$$

wenn man nämlich $\varphi(T) = 3\,k\,T$ annimmt. EINSTEIN hat, um eine Annäherung zu erhalten, quadratische Lagerung der Atome angenommen und hierfür $n = 27$ gefunden. Wir nehmen nun an, daß die Anzahl benachbarter Atome n je nach dem Kristallsystem verschieden, innerhalb derselben Gruppe jedoch gleich sei. Es entspricht dies der Anschauung, daß die Kräfte, die den Kristall bilden, schon in den kleinsten Teilen wirksam sind, auch ohne daß sich ein wirklicher Kristall schon herausgebildet hätte.

Es ist hiernach die Zahl der Nachbaratome kein angenäherter Wert, sondern eine von dem betreffenden Kristallsystem abhängige Größe. Will man sie berechnen, so kann man sich die bequemste Form des betreffenden Systems aussuchen, da ja innerhalb desselben Systems n konstant sein soll. Als Grundsätze für die Anordnungen, nach denen im folgenden n bestimmt wurde, möchte ich anführen:

1. Je einfacher ein Kristallsystem ist, desto kleiner ist die Zahl der Nachbaratome n.

2. Die Anordnung muß irgend eine Form des betreffenden Kristallsystems erkennen lassen.

3. In der Anordnung muß ein Atom als Zentralatom erkennbar sein.

4. Eine Anordnung soll so beschaffen sein, daß beliebig viele derselben Art lückenlos zusammengesetzt werden können.

Das einfachste Kristallsystem ist das reguläre; hier suchen wir uns den Würfel als einfachste Form aus. Wählen wir $n = 27$, so sind alle Bedingungen erfüllt; $n = 27$ ist zugleich der kleinste für n existierende Wert.

Das tetragonale System denken wir uns aus dem regulären dadurch entstanden, daß in dem Mittelpunkt eines jeden der

acht Würfel noch ein Atom gelagert ist, durch deren Dazwischentreten der Würfel nach der einen Richtung zu einem quadratischen Prisma verzerrt werde. Wir erhalten dann $n = 27 + 8 = 35$.

In ähnlicher Weise findet man für das Hexagonalsystem $n = 35$ und für das rhombische $n = 43$.

In den Formeln

$$\nu_r = 0{,}54 \,.\, 10^{12} \sqrt{\frac{n\,T_s - T}{M\,V^{2/3}}}, \qquad 19)$$

$$h\,\nu_v = 3\,k\,n\,T_s \qquad 15)$$

hat man also, je nach der Verschiedenheit des Kristallsystems, zu dem ein bestimmter Körper gehört, die verschiedenen Werte für n einzusetzen.

Besonders bemerkenswert ist Formel 15), da sie die Molekularwerte M und V nicht enthält.

Ob diese Formeln auch für den flüssigen Aggregatzustand gelten, läßt sich ohne weiteres nicht entscheiden, jedenfalls ist anzunehmen, daß sich dann n verändert, und zwar vergrößert. Für Hg trifft dies in der Tat zu; während man nach dem Kristallsystem $n = 27$ erwarten sollte, ergibt sich hier n etwa zu 88. Die Frequenzen müßten also beim Übergang in einen anderen Aggregatzustand einen Sprung erleiden. Nach Gleichung 15) müßte für festes Quecksilber betragen:

$$\nu_v = 0{,}4 \,.\, 10^{15}.$$

Schließlich wollen wir zum Beweise des Vorhergehenden die verschiedenen Maximalenergien nach den vorhandenen Messungen berechnen und tabellarisch zusammenstellen. Es sei dabei darauf hingewiesen, daß der Einfluß des Gliedes $f(T)$ sehr gering ist, da die Energie $f(T) = 3\,k\,T = 0{,}12 \,.\, 10^{-12}$ höchstens etwa 1 Proz. der Maximalenergie beträgt. Mit Vernachlässigung dieser Größe können wir setzen:

$$h\,\nu_v = 2\,\pi^2\,m\,r^2\,\nu_v^2 = 2\,\pi^2\,M\,r_1^2\,\nu_r^2 = 3\,k\,n\,T_s, \qquad 20)$$

woraus sich ergibt:

$$\nu_v = \frac{h}{2\,\pi^2\,m \,.\, r^2}$$

oder, falls $r = r_1 = \frac{\sqrt[6]{2}}{2} V^{1/3}$, wo V das Atomvolumen bedeutet:

$$\nu_v V^{2/3} = \text{const}$$
$$\nu_v = \text{const}\, n\, T_s$$
$$\nu_v = \nu_r^2 M\, V^{2/3}\, \text{const.}$$

Bei der Prüfung dieser Beziehung kann man sich auf Gleichung 20) beschränken. In der Tabelle bedeutet

$E_v = 2\pi^2 m r^2 \nu_v^2$, $E_r = 2\pi^2 M r_1^2 \nu_r^2$, $E_t = 3 k n T_s$, $E = h\nu_r$.

Es ist ferner angenommen:

$$r = r_1 = \frac{\sqrt[6]{2}}{2} V^{1/3}.$$

Tabelle.

	E_r	E_v	E	E_t	Kristallform	n
Al	$10{,}5 \cdot 10^{-12}$	(10,5)*	12,1*	10,15	regulär	27
Cu	14,8	(14,6)*	14,8*	14,80	„	27
Ag	13,7	(13,8)*	12,8*	13,47	„	27
Pb	7,2	(7,2)*	7,7*	6,53	„	27
Hg	8,1	(8,1)*	8,7*	2,55 [1])	„	27
Rb	4,35	4,35	4,08	4,41	—	35
K	5,68	4,46	4,46	4,73	tetragonal	35
Na	5,21	4,85	5,77	5,25	„	35
Li	—	—	5,95	6,48	—	35
Zn	—	—	10,1*	9,8	hexagonal	35
Jod	5,7	(5,7)*	6,3*	6,7	rhombisch	43

Bei den mit einem * bezeichneten Zahlen ist ν_v erst mittels der Haberschen Beziehung aus ν_r berechnet.

Für Rb und Li ist das Kristallsystem, soviel mir bekannt, noch nicht bestimmt. Nach der Tabelle ist es wahrscheinlich das tetragonale.

[1]) Statt der Ansicht, daß für den flüssigen Aggregatzustand n sich ändert, ist es auch denkbar, daß man an Stelle der Schmelztemperatur die Siedetemperatur zu setzen hat. Man erhält dann für Hg

$$E = 3\,k \cdot 27 \cdot 630 = 6{,}9 \cdot 10^{-12},$$

welcher Wert mit E_r und E ganz gut übereinstimmt. In Gleichung 18) würde also T_s die Siedetemperatur bedeuten.



Sublimieren, Verdampfen und Schmelzen einatomiger Elemente;

von E. Grüneisen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 26. Januar 1912.)

In einem auf der Karlsruher Naturforscherversammlung gehaltenen Vortrage[1]) habe ich versucht, eine von MIE[2]) herrührende Theorie einatomiger fester Körper so zu erweitern, daß sie das thermisch-elastische Verhalten jener Körper vorläufig ohne Widersprüche darzustellen vermag. Insbesondere ließen sich die in letzter Zeit von verschiedenen Seiten her aufgefundenen Zusammenhänge zwischen Atomwärme, Ausdehnungskoeffizient, Kompressibilität, Schmelzpunkt und Eigenfrequenz von einem einheitlichen Gesichtspunkte aus darstellen und einige neue Beziehungen hinzufügen, die sich an der Erfahrung hinreichend bestätigen. Heute möchte ich mir erlauben, einige Folgerungen der Theorie, welche sich auf die Übergänge aus einem Aggregatzustand in den anderen beziehen, Ihnen abzuleiten und, soweit dies möglich ist, an der Erfahrung zu prüfen.

Die Sublimationswärme beim absoluten Nullpunkt.

Schon die Grundlagen der früher entwickelten Theorie ergeben ohne weiteres die Sublimationswärme (ϱ_{13}) beim absoluten Nullpunkt[3]). Denn diese ist gleich der Arbeit, welche geleistet werden muß, um die Atome eines festen Grammatoms von der Temperatur $T = 0$ in große gegenseitige Entfernung zu bringen. Und diese Arbeit ist gleich der mit diesem Vorgang verbundenen Zunahme der gesamten inneren potentiellen Energie des Grammatoms, also nach unseren früheren Annahmen:

$$(\varrho_{13})_0 = -V_0 = \frac{A}{v_0} - \frac{B}{v_0^m}. \qquad 1)$$

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 836, 1911. Im folgenden mit l. c. bezeichnet.

[2]) G. MIE, Ann. d. Phys. (4) **11**, 657, 1903.

[3]) Vgl. G. MIE, l. c.

Hier bedeutet v das Atomvolumen, m eine Zahl von der Größenordnung 4 (l. c., Tab. 1), A und B sind Materialkonstanten, von denen die eine durch die andere ausdrückbar ist. Es besteht nämlich vermöge der früher aufgestellten Zustandsgleichung [l. c., Gleichung 1)] die Bedingung

$$B = \frac{1}{m} A v_0^{m-1}.$$

Da ferner [l. c., Gleichung 3)] beim absoluten Nullpunkt

$$\frac{A}{v_0} = \frac{1}{m-1} \frac{v_0}{\varkappa_0} \quad (\varkappa = \text{Kompressibilität}),$$

so können wir Gleichung 1) umformen in

$$(\varrho_{13})_0 = \frac{m-1}{m} \frac{A}{v_0} = \frac{1}{m} \frac{v_0}{\varkappa_0}. \tag{2}$$

Diese einfache Beziehung kann dazu dienen, die Sublimationswärme aus der Kompressibilität zu berechnen. Wir wollen der Gleichung aber noch eine zweckmäßigere Form geben, indem wir eine ebenfalls aus der Zustandsgleichung folgende Beziehung [l. c., Gleichung 2)] benutzen, wonach

$$\frac{v}{\varkappa} \left(\frac{\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial T}}{C_v} \right) = \frac{3m+2}{6}, \tag{3}$$

also unabhängig von der Temperatur sein muß. Entnehmen wir hieraus den Wert von $v/\varkappa$ beim Nullpunkt und führen ihn in Gleichung 2) ein, so erhalten wir:

$$(\varrho_{13})_0 = \frac{3m+2}{6m} \left(\frac{C_v}{\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial T}} \right)_{T=0}. \tag{4}$$

Diese Form ist aus zwei Gründen zweckmäßiger als Gleichung 2). Erstens tritt an Stelle der Kompressibilität das leichter und genauer beobachtbare Verhältnis von Atomwärme zu Ausdehnungskoeffizient. Zweitens zeigt die Zahl $\frac{(3m+2)}{6m}$ von Element zu Element sehr viel geringere Schwankungen, als die Zahl m. Wenn diese die Werte von 2 bis ∞ durchläuft, ändert sich jene nur von 0,67 bis 0,50. Man kann daher mit einiger Wahrscheinlich-



keit auch für Elemente, deren m (bzw. $\varkappa$) nicht genau bekannt ist, die Sublimationswärme aus Gleichung 4) berechnen, indem man

$$\frac{3m+2}{6m} = 0{,}6$$

setzt. Auf diese Weise war es möglich, in Tabelle 1 auch für Diamant und Iridium die Sublimationswärme zu schätzen.

Tabelle 1.

1	2	3	4	5	6	7	8
	$\left(\frac{\bar{C}_p}{\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}}\right)_{83/290^0\,\text{abs.}}$ kg-cal	$\left(\frac{C_v}{\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}}\right)_{T=0}$ kg-cal	$\frac{3m+2}{6m}$	$\varrho_{1\,2\,T=0}$ kg-cal	$\varrho_{12} + \frac{1}{2} R T_\sigma$ kg-cal	$\varrho_{23\,\text{ber.}}$ kg-cal	$\varrho_{23\,\text{beob.}}$
C . . .	470 [1])	470	(0,6)	(280)	—	—	—
Mg . . .	79	81	0,62	50	3	47	—
Al . . .	85	87	0,60	52	4	48	—
Fe . . .	175	177	0,63	113	—	—	—
Cu . . .	120	123	0,61	75	5	70	71
Pd . . .	180	183	0,59	108	7	101	—
Ag . . .	108	112	0,58	65	4,6	60	56
Ir . . .	318	321	(0,6)	(193)	(13)	(180)	—
Pt . . .	233	236	0,58	137	10	127	—
Au . . .	145	150	0,56	84	6	78	—
Pb . . .	75	79,6	0,58	46,2	3,0	43,2	45

Wir wenden uns nun der Frage zu, wie das in Gleichung 4) vorkommende Grenzverhältnis von Atomwärme und Ausdehnungskoeffizient bestimmt werden kann. Mit einer Genauigkeit von wenigen Prozent ist für eine große Anzahl fester Körper das Verhältnis $\bar{C}_p : \overline{\left(\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}\right)}$ zwischen 17 und 100° C beobachtet, für viele auch zwischen — 190 und + 17° C. Dabei zeigt sich nun [2]), daß jenes Verhältnis sich außerordentlich wenig mit der Temperatur ändert, was nach Gleichung 3) mit dem geringen Temperaturkoeffizienten von $\varkappa$ zusammenhängt. Man könnte deshalb mit

[1]) Diese Zahl ist aus dem von Fizeau beobachteten Ausdehnungskoeffizienten und der auf gleiche Temperatur bezogenen Atomwärme berechnet. Die Änderung des Verhältnisses beider bis zu $T = 0$ wird sehr klein sein und ist vernachlässigt.

[2]) Ann. d. Phys. (4) 33, 65, 1910. Vgl. auch Ch. L. Lindemann, Phys. ZS. 12, 1197, 1912.

einem gewissen Rechte die im tieferen Intervall gefundenen Verhältniszahlen bereits als Grenzwerte annehmen. Ich habe jedoch genauer zu rechnen versucht, indem ich erstens den Unterschied zwischen C_p und C_v berücksichtigte, zweitens die kleine Änderung des Verhältnisses $\left(C_v : \frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}\right)$ bis zum Nullpunkt entsprechend Gleichung 3) aus der Änderung der Kompressibilität berechnete. Für deren Verlauf in tiefer Temperatur gibt uns nämlich die Theorie, wie ich früher [1]) gezeigt habe, hinreichende Anhaltspunkte. So gelangte ich zu Zahlen für die Grenzverhältnisse, welche sich nur um sehr geringe Beträge von den zwischen — 190 und + 17° C (= 83 und 290° abs.) beobachteten Verhältnissen unterscheiden, wie man aus Spalte 2 und 3 von Tabelle 1 erkennen kann.

Die Zahlen $(3m+2)/6$ und m ergeben sich aus Gleichung 3), wenn die auf der linken Seite stehenden Größen beobachtet sind. Durch Division beider Zahlen erhält man die Werte von Spalte 4 in Tabelle 1. Durch Multiplikation von Spalte 3 und 4 ergeben sich schließlich die Sublimationswärmen $(\varrho_{13})_0$ in Spalte 5. Unmittelbar lassen sich diese Zahlen nicht experimentell prüfen, man kann aber aus ihnen in bekannter Weise die Verdampfungswärmen berechnen, die für einige der angeführten Metalle der Messung zugänglich sind.

Die Verdampfungswärme beim Siedepunkt.

Es bezeichne ϱ_{23} die totale Verdampfungsenergie, T_σ die Siedetemperatur beim Druck einer Atmosphäre, ϱ_{12} die Schmelzwärme, C_p die Atomwärme im fest-flüssigen Zustande. Es werde ferner für den Dampf der ideale Gaszustand angenommen, daher die äußere Arbeit bei der Verdampfung eines Grammatoms gleich $R\,T_\sigma$, die Atomwärme bei konstantem Volumen gleich $^3/_2\,R$ gesetzt. Dann ist nach dem ersten Hauptsatz der Wärmetheorie die innere Verdampfungsenergie angenähert [2])

$$\varrho_{23} - R\,T_\sigma = (\varrho_{13})_0 - \varrho_{12} - \int_0^{T_\sigma} C_p\,d\,T + {}^3/_2\,R\,T_\sigma,$$

[1]) l. c., S. 840 und Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 491, 1911.

[2]) Vgl. H. Hertz, Ges. Werke I, S. 219, 1895; Wied. Ann. 17, 193, 1882.

folglich, wenn man mit einer hier ebenfalls erlaubten Annäherung

$$\int_0^{T_\sigma} C_p\, d\, T = 3\, R\, T_\sigma$$

setzt,

$$\varrho_{23} = (\varrho_{13})_0 - (\varrho_{12} + {}^1/_2\, R\, T_\sigma). \qquad 5)$$

Mittels dieser Beziehung läßt sich die Verdampfungswärme aus der Sublimationswärme berechnen, wenn Schmelzwärme und Siedepunkt bekannt sind. Indessen genügt es, für die beiden zuletzt genannten Größen Näherungswerte einzusetzen, denn das Glied $\varrho_{12} + {}^1/_2\, R\, T_\sigma$ beträgt nur einige Prozent von $(\varrho_{13})_0$ (vgl. Tabelle 1, Spalte 6). Dies ist für unseren Zweck sehr vorteilhaft, denn vorläufig liegen nur für einen Teil der hier in Betracht kommenden Elemente experimentelle Bestimmungen der Schmelzwärmen und Siedepunkte vor. Für die übrigen sind wir auf eine angenäherte Berechnung angewiesen, auf die weiter unten eingegangen werden soll. Vorläufig ist das Ergebnis in Spalte 6 von Tabelle 1 angeführt. Die Differenz von Spalte 5 und 6 ergibt die Verdampfungswärme ϱ_{23} bei 1 Atm. Druck (Spalte 7).

Wir sind bei der Ableitung von Gleichung 5) von der Vorstellung ausgegangen, daß das Schmelzen des festen Körpers die einzige mit Wärmetönung verbundene Veränderung ist, die beim Erwärmen von $T = 0$ bis $T = T_\sigma$ vorkommt. Da diese Annahme beim Kohlenstoff und Eisen nicht zutrifft, ist hier von der Berechnung der Verdampfungswärme Abstand genommen.

Vor einiger Zeit hat Greenwood[1]) für Cu, Ag, Pb und einige andere in Tabelle 1 nicht aufgenommene Metalle den Druck des gesättigten Dampfes als Funktion der Temperatur beobachtet und mittels einer vereinfachten Dampfdruckformel [Gleichung 6) a. f. S.] die Verdampfungswärme berechnet. Dies sind meines Wissens bisher die einzigen auf Beobachtung sich stützenden Zahlen, die zum Vergleich mit den in Spalte 7 von Tabelle 1 berechneten herangezogen werden könnten. Sie sind in Spalte 8 als „beob.“ eingetragen. Man muß zugeben, daß die Übereinstimmung zwischen „ber.“ und „beob.“ überraschend gut ist[2]).

---

[1]) H. C. Greenwood, Proc. Roy. Soc. (A) 83, 483, 1910; ZS. f. phys. Chem. 76, 484, 1911.

[2]) Für Hg, Zn und Cd sind zwar die Verdampfungswärmen hinreichend bekannt, nicht aber die übrigen in Gleichung 2) bzw. 4) auftretenden Größen in tiefer Temperatur. Es scheint jedoch sicher, daß für diese drei Metalle

Dampfdruckkurven.

Mit der Sublimations- bzw. Verdampfungswärme haben wir nun auch für die Dampfdruckkurve des einatomigen Elements das wichtigste Bestimmungsstück gewonnen. Daneben tritt aber, abgesehen von den Atomwärmen, die wir wohl auch jetzt als durch die Theorie annähernd gegeben betrachten können, die von NERNST [1]) sogenannte „chemische Konstante“ des Dampfes auf, die sich der Berechnung entzieht, da unsere Zustandsgleichung des festen Körpers den flüssigen und gasförmigen Zustand nicht umfaßt [2]). Auf eine rein theoretische Ableitung aller Bestimmungsstücke der Dampfdruckkurve müssen wir daher vorläufig verzichten.

Um aber ungefähr eine Vorstellung vom Verlauf der Kurven bei niederen Drucken zu erhalten, um insbesondere für die Siedepunkte Näherungswerte zu finden, wollen wir uns einer bekannten empirischen Beziehung bedienen. Schreibt man nämlich, was nach GREENWOODs Messungen und Rechnungen [3]) in erster Annäherung ausreicht, die Dampfdruckformel für niedere Drucke (in Atmosphären gerechnet)

$$4{,}571 \overset{10}{\log}\, p = -\frac{\varrho_{23}}{T} + C, \tag{6)}$$

so ist nach der von NERNST berichtigten [4]) TROUTONschen Regel die Konstante C für solche Flüssigkeiten, bei denen Assoziation der Moleküle ausgeschlossen ist, in erster Näherung von gleicher Größe, in zweiter Näherung eine in Richtung wachsender Siedepunkte langsam ansteigende Größe. Dabei ist C offenbar für jeden Stoff gleich dem Verhältnis der Verdampfungswärme zum Siedepunkt bei 1 Atm. Druck $\left(\frac{\varrho_{23}}{T_\sigma}\right)$. Die von NERNST vorge-

---

die Sublimationswärme nach den genannten Formeln sich zu groß berechnet, schätzungsweise im Verhältnis 2 : 1. Dieser Mangel an Übereinstimmung würde aber meiner Meinung nach nicht notwendig gegen die Richtigkeit der Theorie sprechen, da die genannten drei Metalle in mancher Hinsicht eine Ausnahmestellung einnehmen. Quecksilber hat in Anbetracht seines niedrigen Schmelzpunktes einen ungewöhnlich kleinen Ausdehnungskoeffizienten. Bei Zink und Cadmium kann der Ausdehnungskoeffizient verschiedener Materialproben sehr verschiedene Werte haben (Ann. d. Phys. [4] **33**, 56, 1910).

[1]) W. NERNST, Gött. Nachr. 1906, S. 1.

[2]) M. PLANCK, Thermodynamik, 3. Aufl., § 289, 1911.

[3]) GREENWOOD, l. c.

[4]) W. NERNST, l. c. und Theoret. Chemie. 5. Aufl., S. 328, 1907.

schlagene Interpolationsformel, welche C als Funktion des Siedepunktes darstellen soll, muß etwas abgeändert werden, wenn sie die hochsiedenden Elemente mit umfassen soll. Durch Probieren kam ich zu den beiden fast gleichwertigen Formeln

$$C = \frac{\varrho_{23}}{T_\sigma} = 7{,}5 \overset{10}{\log} T_\sigma - \frac{1}{30}\sqrt{T_\sigma} + 2{,}8 \qquad 7\text{a})$$

und

$$C = \frac{\varrho_{23}}{T_\sigma} = 7 \overset{10}{\log} T_\sigma + 3. \qquad 7\text{b})$$

Daß diese Formeln den Beobachtungen tatsächlich annähernd gerecht werden, zeigt Tabelle 2. Hier sind die beobachteten und berechneten Quotienten $\frac{\varrho_{23}}{T_\sigma}$ für eine Anzahl von Elementen zusammengestellt, deren Siedepunkte sich über das weite Intervall von etwa 4 bis 2600° abs. verteilen. Die Beobachtungen für Pb, Ag, Cu stammen von GREENWOOD. Die Zahl für Helium, die ich nach Angaben von KAMERLINGH ONNES[1]) berechnet habe, ist sehr unsicher.

Tabelle 2.

	T_σ	$C = \varrho_{23}/T_\sigma$		
		beobachtet	berechnet 7a)	berechnet 7b)
He	4,3	(7)	7,5	7,4
H	20,4	12,2	12,5	12,2
N	77,4	17,4	16,7	16,2
Ar	87	(17)	17,0	16,6
O	90,3	18,1	17,2	16,7
Hg	630	21,7	23,0	22,6
Pb	1793	25	25,8	25,8
Ag	2228	25	26,3	26,4
Cu	2583	27	26,7	26,9

Man erkennt, wie der zunächst schnellere, allmählich aber sehr langsame Anstieg von C in Richtung steigender Siedepunkte durch Formel 7a) etwas besser wiedergegeben wird, als durch 7b). Jedenfalls aber erscheint es berechtigt, den durch 7a) gegebenen Zusammenhang zwischen C und T_σ auch für andere hochsiedende

[1]) H. KAMERLINGH ONNES, Comm. of Leiden, Nr. 119, S. 11 u. Nr. 124, S. 16, 1911.

Elemente anzunehmen, und auf diese Weise aus den Verdampfungswärmen, wie sie in Tabelle 1 berechnet sind, die Siedepunkte abzuleiten. Der für die Berechnung von ϱ_{23} nötige erste Näherungswert von T_σ kann dabei in der Weise ermittelt werden, daß man statt ϱ_{23} in Gleichung 7a) die nur wenig verschiedene Sublimationswärme $(\varrho_{13})_0$ einsetzt.

Tabelle 3.

	ϱ_{23} ber.	$\left(\frac{\varrho_{23}}{T_\sigma}\right) = C$ ber. 7a)	T_σ ber.	T_σ beob.
Mg	47	25,9	1810° abs.	—
Al	48	25,9	1850	—
Cu	70	26,7	2620	2583
Pd	101	27,6	3660	—
Ag	60	26,4	2270	2228
Ir	(180)	28,7	(6300)	—
Pt	127	27,9	4550	—
Au	78	27,0	2890	—
Pb	43,2	25,6	1690	1798

Tabelle 3 gibt nun die nach Gleichung 7a) zusammengehörigen Werte von ϱ_{23} (aus Tabelle 1), C und T_σ, während in der letzten Spalte noch einmal die von GREENWOOD direkt beobachteten Siedepunkte angegeben sind. Da diese bereits ausgenutzt wurden, um die Zahlenkoeffizienten der empirischen Formel 7a) zu bestimmen, so sind alle berechneten T_σ bis zu einem gewissen Grade von GREENWOODs drei Beobachtungen abhängig. Die annähernde Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung beweist daher in Tabelle 3 nicht so viel, wie in Tabelle 1.

Lassen wir die in Tabelle 3 berechneten C-Werte gelten, so ist die Dampfdruckkurve bei niederen Drucken bis zu wenigen Atmosphären in erster Näherung durch Gleichung 6) bestimmt. Genauer muß man sie erhalten, wenn man mit dem in Tabelle 3 abgeleiteten Wertepaar $p = 1$, $T = T_\sigma$ die chemische Konstante aus der strengeren Dampfdruckformel, wie sie von NERNST [1]) und PLANCK [2]) formuliert ist, berechnet. Dann kennt man für letztere sämtliche Unbekannten, wenigstens angenähert, und kann nun aus ihr die Dampfdruckkurve ableiten.

[1]) W. NERNST, Verh. d. D. Phys. Ges. 11, 313, 1909; 12, 565, 1910.
[2]) M. PLANCK, Thermodynamik, 3. Aufl., § 288, 1911.

Die Schmelzwärme.

Früher[1]) hatte ich die empirisch gestützte Hypothese eingeführt, daß der einatomige feste Körper immer dann schmilzt, wenn sein Volumen sich um einen bestimmten Bruchteil δ des Volumens bei 0° abs. ausgedehnt hat, wenn also

$$\frac{v_s - v_0}{v_0} = \delta$$

eine für alle einatomigen Körper gleiche und vom Druck unabhängige Zahl ist (etwa 0,08). Daraus ergab sich für die Schmelzpunktsänderung mit dem Druck

$$\frac{1}{T_s}\frac{d T_s}{d p} = (m + 2)\varkappa_0 \frac{1}{q},$$

wo

$$q = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_s : \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)}_{0\ldots T_s}$$

das Verhältnis des Ausdehnungskoeffizienten beim Schmelzpunkt zum mittleren Ausdehnungskoeffizienten zwischen den Temperaturen 0 und T_s bedeutet, also eine Zahl, die jedenfalls größer als 1 ist und um so näher gleich 1, je weniger sich der Ausdehnungskoeffizient mit der Temperatur ändert. Dabei kann von dem Bereich sehr tiefer Temperaturen abgesehen werden, da dieser für die Bildung von $\overline{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)}_{0\ldots T_s}$ nicht sehr in Betracht kommt. Obwohl wir bisher noch sehr wenig über die Ausdehnung in der Nähe des Schmelzpunktes wissen, kann man doch schätzen, daß vermutlich $q < 1{,}5$ ist. Es sind also verhältnismäßig enge Grenzen für q gegeben.

Wir führen nun unter Benutzung der Clapeyron-Clausiusschen Formel die Schmelzwärme ϱ_{12} und die Volumänderung beim Schmelzen $v_s' - v_s$ in die vorletzte Gleichung ein und erhalten dann

$$\varrho_{12} = \frac{v_s' - v_s}{(m + 2)\varkappa_0} q. \tag{8}$$

Diese Gleichung drückt aus, daß die Schmelzwärme im wesentlichen, d. h. abgesehen vom Faktor q, durch die Volumänderung

[1]) l. c., S. 844.

beim Schmelzen und die Kompressibilität bestimmt wird. Statt Gleichung 8) können wir wegen Gleichung 3) auch schreiben:

$$\varrho_{12} = \frac{3m+2}{6(m+2)} \left(\frac{C_v}{\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}} \right)_{T=0} \left[q \frac{v_s' - v_s}{v_0} \right]. \qquad 9)$$

Diese Form 9) hat vor 8) wieder den Vorzug, daß statt der Kompressibilität das leichter zu beobachtende Grenzverhältnis von Atomwärme und Ausdehnungskoeffizient auftritt, und statt des von Element zu Element merklich schwankenden Faktors $\frac{1}{(m+2)}$ die beinahe konstante Zahl $\frac{(3m+2)}{6(m+2)}$, die z. B. für die in Tab. 4 angeführten Metalle zwischen den Grenzen 0,37 und 0,41 liegt.

Sehen wir nun zu, wie Gleichung 9) mit der Erfahrung im Einklang steht. Für die Schmelzwärme ϱ_{12} liegen hinreichende Beobachtungen vor (Tabelle 4, Spalte 4), ebenso sind m und das Grenzverhältnis $C_v : \frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$ bekannt (Spalte 2 und 3), indessen ist die Volumänderung beim Schmelzen nur für zwei der in Tabelle 4 genannten Metalle beobachtet und vor allem kann q, wie schon oben bemerkt, vorläufig nur innerhalb gewisser Grenzen geschätzt werden. Unter diesen Umständen hielt ich es für das zweckmäßigste, zu prüfen, ob das Produkt $\left[q \frac{(v_s' - v_s)}{v_0} \right]$, aus Gleichung 9) berechnet, der Größenordnung nach richtig herauskommt.

Tabelle 4.

1	2	3	4	5	6
	$\left(\frac{C_v}{\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}} \right)_{T=0}$ kg-cal	$\frac{3m+2}{6(m+2)}$	$\varrho_{12\,\text{beob.}}$ kg-cal	$\frac{v_s' - v_s}{v_0} q$	$\frac{v_s' - v_s}{v_0}$ beob.
Al	87	0,38	2,1	0,064	0,05
Cu	123	0,37	2,7	0,059	—
Pd	183	0,38	3,8	0,055	—
Ag	112	0,40	2,3	0,051	—
Pt	236	0,39	5,3	0,058	—
Au	150	0,41	3,2	0,052	—
Pb	79,6	0,40	1,2	0,038	0,035

Tabelle 4 gibt in Spalte 5 die für jenes Produkt berechneten Zahlen, in Spalte 6 die von TOEPLER [1]) für Al und von VICENTINI und OMODEI [2]) für Pb beobachteten Volumänderungen beim Schmelzen, bezogen auf das Volumen v_0.

Man erkennt daraus erstens, daß die Rechnung nach Gleichung 9) und die Beobachtung in Einklang kommen, wenn man etwa für Al $q = 1{,}3$, für Pb $q = 1{,}1$ setzt, also Werte, die nicht nur zwischen den oben angegebenen Grenzen liegen, sondern auch insofern der Erwartung entsprechen, als der kleinere Wert von q sich für dasjenige Metall (Pb) ergibt, dessen Ausdehnungskoeffizient sich im maßgebenden Temperaturintervall langsamer ändert. Man darf also wohl in Tabelle 4 eine Bestätigung von Gleichung 9) erblicken, und damit auch eine Stütze für die von uns über den Schmelzvorgang gemachte Annahme.

Zweitens fällt bei Betrachtung von Tabelle 4 auf, daß die Zahlen von Spalte 5 sehr wenig verschieden sind. Da q wegen des ähnlichen Charakters der thermischen Ausdehnung für die genannten Metalle verhältnismäßig wenig variieren kann, so wird der Schluß nahe gelegt, daß die relative Volumänderung beim Schmelzen für die einatomigen Elemente von gleicher Größenordnung ist (etwa 0,03 bis 0,05). Wir erkennen nun auch, daß es auf Grund dieser Regel möglich ist, für solche einatomigen Elemente, die nicht in Tabelle 4 verzeichnet sind, die Schmelzwärme aus dem Grenzverhältnis und m nach Gleichung 9) zu schätzen, um für Tabelle 1 einen rohen Näherungswert zu erhalten.

Einen gewissen, rein empirischen Anhalt für die Schätzung der Schmelzwärme gibt übrigens auch der Vergleich der Zahlenwerte von ϱ_{12} und T_σ (Tabelle 3 und 4). Es zeigt sich nämlich, daß meistens der Größenordnung nach $\varrho_{12} = \frac{1}{2} R T_\sigma$ ist.

Es ist interessant, Gleichung 8) mit zwei älteren, für die Schmelzwärme aufgestellten Beziehungen zu vergleichen, die einen mehr oder weniger empirischen Charakter tragen.

GULDBERG [3]) fand 1868 die Regel

$$\frac{\varrho_{12}\,\varkappa}{v} = \text{const},$$

[1]) M. TOEPLER, Wied. Ann. 53, 343, 1894.

[2]) VICENTINI u. OMODEI, Atti Acc. Torino 22 u. 23, 1887.

[3]) C. M. GULDBERG, Forh. i. Vidensk.-Selsk., Christiania 1868, 21. Febr., S. 27; Ostwalds Klassiker, Nr. 139, S. 24, Gleichung 3.

während nach Gleichung 8)

$$\frac{\varrho_{12}\varkappa_0}{v_0} = \frac{q}{m+2} \frac{v_s' - v_s}{v_0}. \tag{10)}$$

Daß die Bedingung für die GULDBERGsche Regel, die Konstanz der rechten Seite von Gleichung 10), in vielen Fällen annähernd erfüllt ist, haben wir oben dargelegt. Als Zahlenwert für const erhält man mit $q\frac{(v_s' - v_s)}{v_0} = 0{,}06$, $m = 4$

$$\text{const} = 0{,}01.$$

J. W. RICHARDS[1]) hat 1897 einen Zusammenhang zwischen der Schmelzwärme und dem Schmelzpunkt gefunden, der sich ebenfalls aus Gleichung 8) ableiten läßt. Nach RICHARDS soll annähernd

$$\varrho_{12} = 2{,}1\, T_s$$

oder, wie wir rationeller schreiben wollen,

$$\varrho_{12} = 1{,}06\, R\, T_s$$

sein. Wenn wir Gleichung 8) durch $R\,T_s$ dividieren und für q seinen Wert einsetzen, so erhalten wir:

$$\frac{\varrho_{12}}{R\,T_s} = \frac{1}{(m+2)\varkappa_0 R}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_s \frac{v_s' - v_s}{v_s - v_0}.$$

Nehmen wir Gleichung 3) bis zum Schmelzpunkt hin als gültig an, und setzen wir beim Schmelzpunkt $C_v = 3\,R$, so können wir statt der vorigen Gleichung schreiben:

$$\frac{\varrho_{12}}{R\,T_s} = \frac{3\,m+2}{2\,(m+2)} \frac{\varkappa_s}{\varkappa_0} \frac{v_s' - v_s}{v_s - v_0}. \tag{11)}$$

Daß der von m abhängige Zahlenfaktor für die einatomigen Elemente nahezu konstant ist, etwa gleich 1,2, wurde in Tabelle 4 gezeigt. Ferner geht aus meinen früheren Darlegungen hervor, daß auch das Verhältnis der Volumänderung beim Schmelzen zur Volumänderung von 0 bis T_s nahe konstant ist, etwa gleich 0,5. Da nun früher[2]) gezeigt wurde, daß sich die Kompressibilität

---

[1]) J. W. RICHARDS, Chem. News 75, 278, 1897.

[2]) l. c., S. 840.

etwa 7mal stärker mit der Temperatur ändert als das Volumen, so hat man ungefähr

$$\frac{\varkappa_s - \varkappa_0}{\varkappa_0} = 7 \frac{v_s - v_0}{v_0} = 0{,}6,$$

mithin

$$\frac{\varrho_{12}}{R T_s} = 1{,}2 \, . \, 1{,}6 \, . \, 0{,}5 = 0{,}96,$$

also annähernd die von RICHARDS empirisch gefundene Zahl.

Zum Schluß möchte ich noch folgendes bemerken. Die hier vorgetragenen Beziehungen können nur eine angenäherte Giltigkeit beanspruchen. Denn sie resultieren aus einer Extrapolation der zur Erklärung des festen Zustandes in tiefer Temperatur gemachten Annahmen auf den Vorgang des Sublimierens und aus einer etwas unsicheren Hypothese über den Vorgang des Schmelzens. Daß jedoch dieses Wagnis zu keinen Widersprüchen führt, im Gegenteil sogar quantitative Erfolge aufzuweisen hat, beweist wiederum, daß unsere Vorstellungen über die zwischen den Atomen des festen Körpers wirkenden Kräfte dessen thermisch-elastisches Verhalten im wesentlichen zu erklären vermögen.

Über das Leuchten der Gase unter dem Einfluſs von Kathodenstrahlen;

von E. Gehrcke und R. Seeliger.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Eingegangen am 6. März 1912.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 8. März 1912.)

(Vgl. oben S. 295.)

Wir haben gefunden, daß unter geeigneten Versuchsbedingungen ein Kathodenstrahl bei Veränderung seiner Geschwindigkeit charakteristische Farben- und Intensitätsänderungen zeigt. Da diese Erscheinung einige Schlüsse über die von bewegten Elektronen in einem Gas erregte Lichtemission zu ziehen erlaubt, sei im folgenden der erste Teil unserer Resultate mitgeteilt.

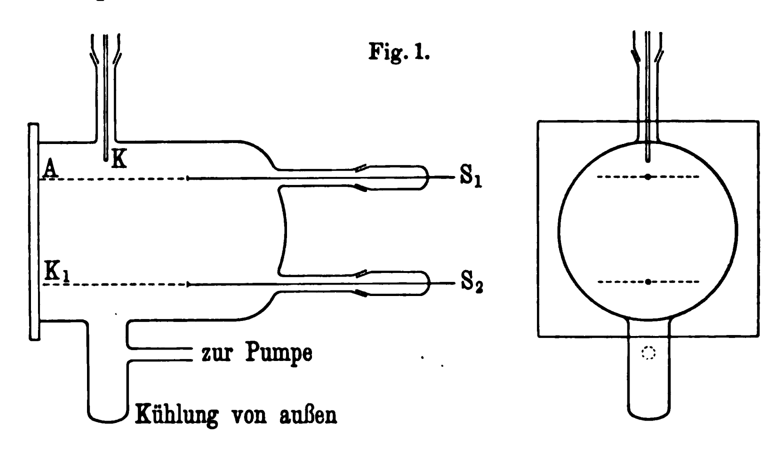
I. Versuchsanordnung; qualitative Beobachtungen.

1. Die Geschwindigkeit eines Kathodenstrahles läßt sich verändern durch die Wirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes. Wir machten davon in folgender Weise, die eine bequeme Beobachtung des Strahles auf seinem ganzen Wege ermöglicht, Gebrauch (Fig. 1). Die Strahlen gingen aus von der Wehneltkathode K und drangen in etwa 1 cm Entfernung durch ein Metallnetz A, das zugleich als Anode diente, in das verzögernde Feld ein. Dieses dehnte sich zwischen dem Netz A und einem zweiten Netz K_1 aus, das in etwa 3 cm Abstand parallel mit A angebracht war. Die beiden Netze A und K_1 konnten mit Hilfe zweier Schliffe S_1 und S_2 gleichzeitig und stets parallel zueinander um meßbare Winkel gedreht werden, so daß man den Strahl unter beliebigen bekannten Inzidenzwinkeln in das verzögernde Feld zwischen A und K_1 eintreten lassen konnte.

Die Entladespannungen zwischen der Wehneltkathode K und der Anode A, und ebenso die gegengeschalteten Spannungen zwischen A und K_1 wurden zwischen den Grenzen 70 bis 240 Volt variiert. Mit den Entladespannungen tiefer als bis zu 70 Volt herabzugehen, erwies sich in den meisten Fällen nicht als günstig,

da das Vakuum im Beobachtungsraum nicht zu hoch gewählt werden durfte, um noch helle Strahlen zu erhalten; bei niedrigeren Entladepotentialen traten keine scharfen Strahlen mehr auf.

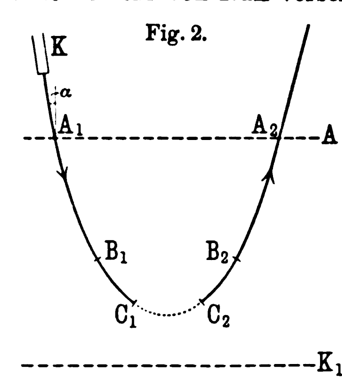
Fig. 1.



Bemerkt sei noch, daß Kühlung mit flüssiger Luft Quecksilberdämpfe und Wasserdampf vom Beobachtungsraum fern hielt.

2. Es sei zunächst die Beschreibung der in Luft von uns beobachteten Erscheinungen gegeben. Der Strahl trat (Fig. 2) unter einem von Null verschiedenen Inzidenzwinkel α in das verzögernde Feld und durchlief dort eine scharf begrenzte, hell leuchtende, parabelförmige Kurve, deren Scheitel — wenn das Potential zwischen A und K_1 größer war als das Entladungspotential — in einiger Entfernung von dem Netz K_1 lag; der Scheitel reichte bis dicht an dieses Netz heran, wenn K_1 direkt mit der Wehneltkathode verbunden, also das „Verzögerungspotential" gleich dem Entladepotential war.

Fig. 2.

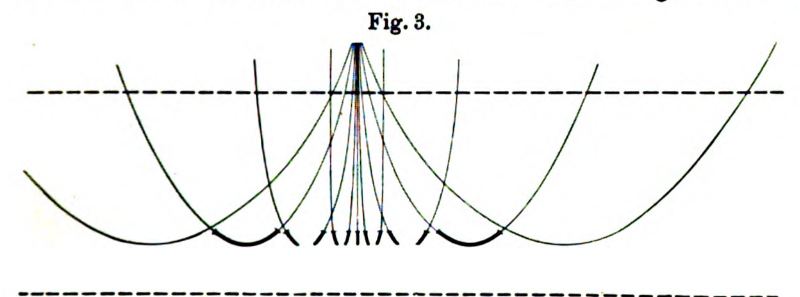


An derartigen parabelförmigen Kathodenstrahlen beobachtet man nun folgende Erscheinung: Von der Eintrittsstelle A_1 an ist die Farbe des Strahles das für Wehneltstrahlen in Luft charakteristische Blau, von einem Punkte B_1 der Bahn tritt aber ziemlich abrupt ein Farbenumschlag in Rot ein. Analog ver-

ändert auf dem anderen Ast der Bahnkurve in dem zu B_1 symmetrisch gelegenen Punkt B_2 die Farbe sich von Rot in Blau. Die Parabel ist also auf den Astteilen $A_1 B_1$ und $B_2 A_2$ blau, auf den Astteilen in der Nähe des Scheitels rot. Ferner zeigt der Strahl von einem Punkte C_1 der Bahn an in der Nähe des Scheitels folgende auffällige Veränderung: er wird unsichtbar. Sein Wiederauftauchen in dem zu C_1 symmetrisch gelegenen Punkte C_2 zeigt jedoch, daß er seinen Weg von C_1 bis C_2 stetig fortsetzt und auf dieser Strecke offenbar nur unfähig ist, das Gas zum Leuchten anzuregen.

Die beschriebenen Farben- und Intensitätsänderungen des Kathodenstrahles hängen von der Öffnungsweite der Parabel, d. h. von dem Winkel α, unter dem der Strahl in das verzögernde Feld

Fig. 3.



eintritt, ab. Vergrößerte man durch Drehen der beiden Netze A und K_1 den Inzidenzwinkel α von kleinen Werten anfangend, so verschwand zunächst die „Kappung“ der Bahnkurve: der Strahl war auf seiner ganzen Ausdehnung als leuchtende Linie zu sehen und repräsentierte sich als blaue Parabel mit rotem Scheitel. Bei einer weiteren Vergrößerung des Einfallswinkels α verschwand auch der Farbenumschlag in den Scheitelpartien und die Strahlen leuchteten auf ihrem ganzen Wege unverändert in hellem Blau.

Man kann die eben beschriebenen Stadien in der Farbe und Intensität der Strahlenbahn in sehr instruktiver Weise demonstrieren, wenn man durch einen etwas dickeren und ausgedehnteren Oxydbelag an einer konkaven Kathode aus dieser einen breiten Fächer von Strahlen unter den verschiedensten Winkeln austreten läßt. Man erhält dann im Verzögerungsfeld eine Reihe von parabelähnlichen Kurven von verschiedener Öffnung (Fig. 3). Die innersten, nahezu in sich zurückkehrenden Kurven zeigen deutlich

die Rotfärbung (durch die dick ausgezogenen Kurventeile dargestellt) und die Kappung in der Nähe des Scheitels; die weiter nach außen liegenden Parabeln, welche mit größerem Inzidenzwinkel in das Feld eintreten, zeigen keine Unterbrechung, haben jedoch in der Nähe des Scheitels den Farbenumschlag nach Rot; die äußersten Parabeln erscheinen auf ihrem ganzen Wege blau.

3. Ebenso wie in Luft konnten wir Farbenumschlag und Kappung an parabelförmigen Kathodenstrahlen auch in anderen Gasen beobachten. Die Farben des Strahles beim Eintritt in das Verzögerungsfeld und in den nahe am Scheitel der Bahn gelegenen Teilen sind für die von uns untersuchten Gase im folgenden zusammengestellt:

Gas	Farbenumschlag bei Verzögerung	
	von	nach
Luft	Bläulich	Rot
Stickstoff (Luft über glühendes Cu)	wie in Luft, nur intensivere und reinere Farben	
Argon	Blau	tief Rot
Helium	Grün	Rötlichgelb
Wasserstoff	Hellblau	Rosa
Jod[1])	Rotviolett	Braungelb (Chamois)
Quecksilber	Blauviolett	Gelblichweiß, dann tief Grün

Die links angegebenen Farben entsprechen in Fig. 2 den Parabelteilen $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$, die rechts angegebenen Farben den Ästen $B_1 C_1$ und $B_2 C_2$. Zu bemerken ist hierzu noch folgendes: Am schönsten ist die Erscheinung wohl in Argon und in Wasserstoff zu beobachten. Helium ist unter den von uns untersuchten Gasen das einzige, in dem die Farbe des unverzögerten Wehneltstrahles wesentlich von Blau abweicht. Besonders bemerkenswert war das Verhalten von Quecksilber, in dem sich ein doppelter Farbenumschlag zeigte. Der anfangs blauviolette Strahl verfärbt sich in der Nähe des Scheitels zu einem gelblichen Weiß; dieses geht nun nicht direkt in den dunkeln, gekappten Teil über, sondern zeigt an seiner Grenze

[1]) Außer Jod wurde noch Brom untersucht. In diesem Gase konnten wir keine Strahlen von genügender Intensität erhalten, da das Oxyd auf der Wehneltkathode stets schon nach wenigen Sekunden aufgezehrt war.

gegen diesen einen Saum von tiefem Grün [1]) in einer Ausdehnung von einigen zehntel Millimetern. In einigen Fällen fanden wir, daß die blauviolette Farbe des Strahles unmittelbar in Grün umschlug, so daß der gewöhnlich vorhandene gelbweiße Kurventeil fehlte; doch konnten wir das Eintreten dieser Erscheinung nicht von reproduzierbaren Versuchsbedingungen abhängig machen. Endlich mag hier noch die Erscheinung einer zweifachen Unterbrechung des Strahles angeführt werden, die wir bei bestimmten Drucken und Stromstärken beobachteten: in Helium z. B. änderte der grüne Strahl zunächst in gewöhnlicher Weise seine Farbe in Rötlichgelb, hierauf trat eine etwa 0,1 mm dicke dunkle Unterbrechung des Strahles ein, nach welcher dieser in gelbbrauner Farbe wieder auftauchte, um schließlich in der regulären Kappung des Scheitels zu verschwinden.

II. Theorie; quantitative Beobachtungen.

1. Wir wollen einen Kathodenstrahl betrachten, der unter dem Winkel α mit der Geschwindigkeit von V_0 Volt [2]) in das verzögernde Feld eintritt. Setzen wir dieses als homogen und seine Äquipotentialflächen als parallele Ebenen zu den beiden Netzen A und K_1 (Fig. 4) voraus, so ergibt sich, in Analogie zum freien Wurf im homogenen Schwerefeld, als Bahn des Strahles eine Parabel [3]).

Die Geschwindigkeit im Scheitel s der Parabel ist $V_s = V_0 \sin^2 \alpha$, der Abstand a des Scheitels von dem Netz K_1 ist

$$a = l\left(1 - \frac{V_0}{V_1} \cos^2 \alpha\right),$$

wenn V_1 das Verzögerungspotential ist (Potentialdifferenz zwischen K_1 und A). Ist also $V_1 = V_0 \cos^2 \alpha$, so reicht der Strahl bis an das untere Netz K_1, während er für $V_1 > V_0 \cos^2 \alpha$ bereits zwischen den Platten umbiegt. Die Geschwindigkeit des Strahles nimmt von seinem Eintritt ins Feld an bis zum Scheitel hin stetig

---

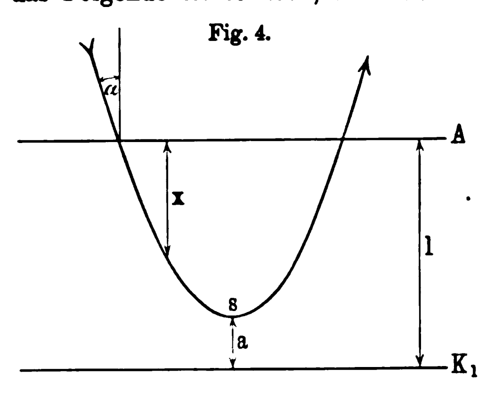
[1]) Dieses grüne Licht kommt vermutlich in ähnlicher Weise zustande wie das von Warburg (Wied. Ann. 31, 575, 1887) in Gemischen von H_2 und Hg-Dampf gefundene negative Glimmlicht von grüner Farbe.

[2]) Hier und im folgenden seien alle Geschwindigkeiten in üblicher Weise in Volt ausgedrückt nach der Beziehung $\frac{\mu}{2} v^2 = \varepsilon V$.

[3]) Vgl. A. Wehnelt, Phys. ZS. 6, 609, 1905.

ab von V_0 bis V_s, derart, daß im Abstande x vom Netz A die Geschwindigkeit $V_x = V_0 \left(1 - \frac{V_1}{V_0} \frac{x}{l}\right)$ ist. Die Geschwindigkeit im Scheitel: $V_s = V_0 \sin^2 \alpha$ ist um so kleiner, je kleiner der Inzidenzwinkel α ist; für senkrechte Inzidenz ($\alpha = 0$) wird der Strahl bis zur Geschwindigkeit 0 gebremst. Von Interesse für das Folgende ist es noch, die Strecke des senkrecht einfallenden Strahles zu kennen, auf welcher die Geschwindigkeit zwischen zwei fest vorgegebenen Werten V_α und V_β liegt; man findet für diese leicht den Wert $f = l \cdot \frac{V_\alpha - V_\beta}{V_1}$, d. h. die Strecke f ist um so größer, je kleiner die Feldkraft $\frac{V_1}{l}$ des verzögernden Feldes ist. Für ein konstantes Verzögerungspotential V_1 ist also f direkt proportional dem Abstand l der beiden Netze. Eine analoge Formel gilt für den Fall schiefer Inzidenz.

Fig. 4.



Man sieht ohne weiteres, daß alle Betrachtungen qualitativ unverändert bleiben, wenn das Verzögerungsfeld nicht homogen ist; die Beziehung $V_s = V_0 \sin^2 \alpha$ für die Geschwindigkeit im Scheitel bleibt dabei auch quantitativ richtig. Voraussetzung ist nur, daß in dem inhomogenen Felde die Äquipotentialflächen zueinander und zu den Begrenzungen (Netzen) parallele Ebenen sind.

2. Auf Grund der obigen einfachen theoretischen Überlegungen ergibt sich die folgende Erklärung der beobachteten Erscheinungen und zugleich die Möglichkeit, einige hier interessierende Daten quantitativ zu messen. Der Kathodenstrahl wird im Felde zwischen den beiden Netzen verzögert; sobald seine Geschwindigkeit unter eine bestimmte Grenze, die wir V_α nennen wollen, herabgesunken ist, tritt in dem Charakter des von ihm erregten Leuchtens eine Änderung ein, und zwar derart, daß sich die Gesamtfarbe nach der Seite der größeren Wellenlängen hin ändert. Sinkt die Geschwindigkeit nun noch weiter bis zu einem zweiten Schwellenwert V_β, so verlieren die Elektronen

des Strahles die Fähigkeit, das umgebende Gas zum Leuchten anzuregen.

Eine gute Bestätigung findet diese Erklärung in folgendem: Läßt man den Strahl senkrecht einfallen, so wird der verfärbte (also z. B. in Luft der rötliche) Teil des Strahles sich zwischen zwei Punkten ausdehnen, in denen die Geschwindigkeit V_α bzw. V_β ist. Der Abstand f dieser beiden Punkte soll nun nach der oben gegebenen Formel proportional $\frac{l}{V_1}$ sein. Wir konnten diese Beziehung durch Variation von V_1 und l prüfen [1]) und fanden sie innerhalb der Versuchsfehler bestätigt.

Die Kenntnis der Größe der beiden Grenzgeschwindigkeiten V_α und V_β kann man sich in folgender Weise verschaffen. Der Strahl trete zunächst nahezu unter dem Winkel 0 in das Verzögerungsfeld ein, er zeigt dort Farbenumschlag und Kappung. Vergrößert man nun den Inzidenzwinkel durch Drehen der beiden Netze A und K_1 (Fig. 1, vgl. auch Fig. 3), bis eben die Kappung verschwindet, so ist offenbar die Geschwindigkeit im Scheitel der betreffenden Bahnkurve das gesuchte V_β, das sich aus dem zugehörigen Inzidenzwinkel β zu $V_0 . \sin^2 \beta$ ergibt. Ganz ebenso kann man es durch weitere Vergrößerung dieses Winkels erreichen, daß nun auch der Farbenumschlag im Scheitel der Bahnkurve verschwindet und erhält so $V_\alpha = V_0 . \sin^2 \alpha$. Wir haben derartige Messungen bei verschiedenen Verzögerungs- und Entladepotentialen ausgeführt, wobei die Winkel α und β direkt an einer Teilung (Transporteur) abgelesen werden konnten, die auf der Vorderfläche der den Beobachtungsraum abschließenden Spiegelglasplatte angebracht war. Die Mittelwerte der Resultate (in Volt) sind im folgenden zusammengestellt:

Gas	V_α	V_β
Argon	67	35
Helium	63	26
Wasserstoff	54	29
Stickstoff	46	29
Quecksilber	30	10

[1]) Die Prüfung geschah in einer besonderen für diesen Zweck konstruierten Röhre mit verschiebbarem Netz K_1.

Die angegebenen Zahlen sollen nicht mehr als eine Angabe der Größenordnung sein; an den einzelnen Versuchstagen ergaben sich in demselben Gase Abweichungen bis zu ± 20 Proz.; da die Werte von V_α und V_β vom Druck des Gases und der Intensität der Strahlen offenbar nur unmerklich abhingen, sind die Abweichungen wohl außer auf Ungenauigkeiten bei der Justierung des Kathodenstrahles noch auf Verunreinigungen der Gase zu schieben. Als sicher möchten wir jedoch den großen Unterschied zwischen den genannten Gasen und dem Hg-Dampf hinstellen. Ob die V_β-Werte mit den Ionisierungsspannungen für die betreffenden Stoffe übereinstimmen oder wesentlich höher als diese liegen, würde eine genaue Untersuchung mit sorgfältig gereinigten Gasen wohl lohnen. Endlich sei darauf hingewiesen, daß der abnorm niedere Wert von V_β für Quecksilber, der für eine besonders leichte Anregbarkeit zum Leuchten spricht, in Einklang ist mit der bekannten Tatsache, daß der leuchtende Hg-Dampf durch besonders große Lichtökonomie ausgezeichnet ist.

III. Zusammenhang mit den Leuchterscheinungen der selbständigen Entladung.

Zwischen dem spektralen Charakter der von der positiven Lichtsäule und vom negativen Glimmlicht emittierten sichtbaren Strahlung bestehen bekanntlich große Verschiedenheiten: Die Farbe des negativen Glimmlichtes ist stets reicher an blauen Strahlen als die der positiven Säule. Schon GOLDSTEIN [1]) hat darauf hingewiesen, daß Lichterregung und Emission in diesen beiden Entladungspartien nicht prinzipiell, sondern nur graduell verschieden sind. GOLDSTEIN [2]) hat auch bereits beobachtet, daß beim Auftreffen blauer primärer Kathodenstrahlen hohen Potentials auf feste Körper rote sekundäre Kathodenstrahlen niederen Potentials in Luft erzeugt werden, und diese Erscheinung mit den Verschiedenheiten des negativen und positiven Glimmlichtes in Parallele gesetzt. STARK [3]) hat dann, gestützt durch die inzwischen von ihm und anderen entwickelte allgemeine Theorie der selbständigen Entladung, die Behauptung von GOLDSTEIN dahin präzisiert, daß

---

[1]) GOLDSTEIN, Monatsber. Berl. Akad. 1876, S. 279.
[2]) GOLDSTEIN, Verh. D. Phys. Ges. 4, 204, 1902.
[3]) Z. B. in dem Buch „Elektrizitätsdurchgang in Gasen“, S. 435 ff.

die optischen Verschiedenheiten der positiven Säule und des negativen Glimmlichtes lediglich bedingt sind durch die verschiedene Geschwindigkeit der das Leuchten erregenden Elektronen; während im Glimmlicht die Elektronen infolge des hohen Potentialgradienten im Kathodenfall mit großer Geschwindigkeit auf die ruhenden Gasteilchen prallen, treffen sie in der positiven Säule mit beträchtlich geringerer Geschwindigkeit auf diese. Es scheint uns nun durch unsere Versuche an Kathodenstrahlen bei den beschriebenen klaren und durchsichtigen Verhältnissen diese Ansicht eine sehr wesentliche Stütze zu erhalten. Vergleicht man die von uns gefundenen Farben des Strahles beim Eintritt in das Verzögerungsfeld und nach dem beschriebenen Farbenumschlag in der Nähe des Scheitels mit der Farbe des negativen Glimmlichtes und der positiven Säule [z. B. bei STARK, l. c., und GOLDSTEIN [1])], so findet man vollständige Übereinstimmung, soweit dies ohne eine quantitative, etwa spektralphotographische Analyse möglich ist.

[1]) GOLDSTEIN, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 441, 1910.

Charlottenburg, März 1912.

Die spezifische Wärme binärer Gemische III;
von Alfred Schulze.

(Eingegangen am 27. Februar 1912.)
(Vorgetragen in der Sitzung vom 8. März 1912.)
(Vgl. oben S. 295.)

Die beiden ersten Arbeiten [1]) über „die spezifischen Wärmen von binären Gemischen“ zeigen, daß man deutlich aus der Art, wie die Kurven der spezifischen Wärmen verlaufen, ersehen kann, welche molekularen Vorgänge sich beim Mischen der beiden Flüssigkeiten abspielen. So ließ sich feststellen, daß für solche Gemische, deren Komponenten nur Einfachmoleküle enthalten, und die beim Mischen keine chemische Verbindung eingehen — d. h. also für ideale Gemische —, die spezifischen Wärmen geradlinig verlaufen. Mithin muß unter Zugrundelegung der Gleichung für die spezifische Wärme c_g der Gemische

$$c_g = c_1 p_1 + c_2 p_2$$

und für die Molekularwärme

$$c_g (m_1 q_1 + m_2 q_2) = c_1 m_1 q_1 + c_2 m_2 q_2$$

die Mischungsregel erfüllt sein. (Es bedeuten c_1 und c_2 die spezifischen Wärmen der beiden Komponenten, m_1 und m_2 ihre Molekulargewichte, p_1, p_2 und q_1, q_2 die Massenbrüche und die analytischen Molenbrüche.)

Für diejenigen Gemische, die eine chemische Verbindung aufweisen, sind die spezifischen Wärmen größer, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen, und für solche, bei denen sich Assoziation zeigt, kleiner, als es die Mischungsregel verlangt. Demnach müssen die Kurven konkav bzw. konvex gegen die Horizontalachse verlaufen.

Dies konnte ausnahmslos an einer ganzen Reihe von binären Flüssigkeitsgemischen gezeigt werden. Daß gerade die nämlichen molekularen Vorgänge sich abspielen, konnte auch an anderen Eigenschaften dieser Gemische, wie z. B. an den Dampfdrucken [2])

---

[1]) A. Schulze, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 189, 258, 1912.
[2]) F. Dolezalek, ZS. f. phys. Chem. **64**, 727, 1908; **71**, 191, 1910.

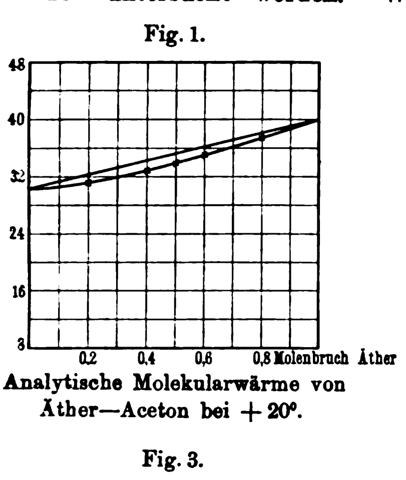
und den langwelligen Refraktionsvermögen[1]) experimentell und theoretisch nachgewiesen werden.

In dieser Arbeit sollen noch einige Assoziationsgemische untersucht werden. Es findet sich auch bei ihnen wieder bestätigt, daß die Kurven ihrer spezifischen Wärmen bzw. ihrer Molekularwärmen unterhalb der Mischungsgeraden liegen.

I. Äthyläther—Aceton.

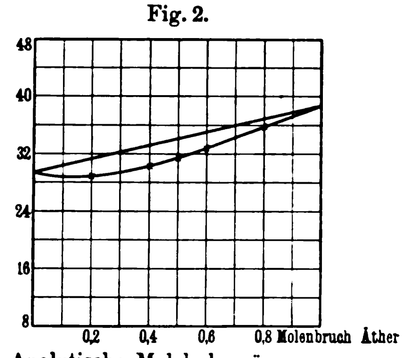
Als erstes Assoziationsgemisch ist Äthyläther—Aceton behandelt. Dies ist bei den vier Temperaturen $+20^\circ$, 0°, -20°, -40° untersucht worden. Wie aus den Fig. 1 bis 4 der

Fig. 1.



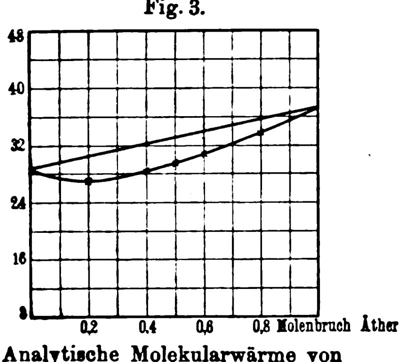
Analytische Molekularwärme von Äther—Aceton bei $+20^\circ$.

Fig. 2.



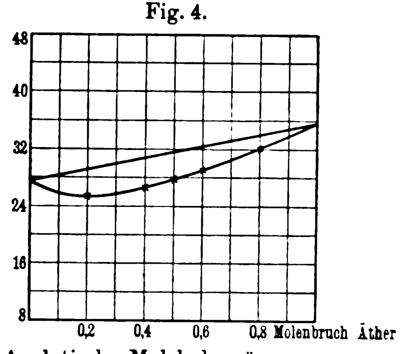
Analytische Molekularwärme von Äther—Aceton bei 0°.

Fig. 3.



Analytische Molekularwärme von Äther—Aceton bei -20°.

Fig. 4.



Analytische Molekularwärme von Äther—Aceton bei -40°.

[1]) A. Schulze, ZS. f. Elektrochem. 18, 77, 1912.

Molekularwärmen, die als Funktion des analytischen Molenbruchs Äther (q_a) dargestellt sind, ersichtlich, ist auf eine deutliche Assoziation des Acetons zu schließen. Diese machte sich auch bei dem Gemisch Aceton—Chloroform[1]) bei den tieferen Temperaturen kenntlich.

Tabelle 1. Äther—Aceton bei +20°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,5236	—	—	0,0	30,40	—	—
0,242	0,5063	0,5273	—0,0210	0,2	31,02	32,30	—1,28
0,460	0,5100	0,5305	—0,0205	0,4	32,88	34,20	—1,32
0,560	0,5123	0,5320	—0,0197	0,5	33,85	35,15	—1,30
0,657	0,5186	0,5335	—0,0149	0,6	35,09	36,10	—1,01
0,836	0,5289	0,5361	—0,0072	0,8	37,49	37,99	—0,50
1,0	0,5385	—	—	1,0	39,89	—	—

Tabelle 2. Äther—Aceton bei 0°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,5074	—	—	0,0	29,45	—	—
0,242	0,4662	0,5106	—0,0444	0,2	28,56	31,28	—2,72
0,460	0,4708	0,5134	—0,0426	0,4	30,35	33,10	—2,75
0,560	0,4800	0,5148	—0,0348	0,5	31,71	34,01	—2,26
0,657	0,4846	0,5160	—0,0314	0,6	32,79	34,92	—2,13
0,836	0,5059	0,5186	—0,0127	0,8	35,85	36,75	—0,90
1,0	0,5208	—	—	1,0	38,58	—	—

Tabelle 3. Äther—Aceton bei —20°.

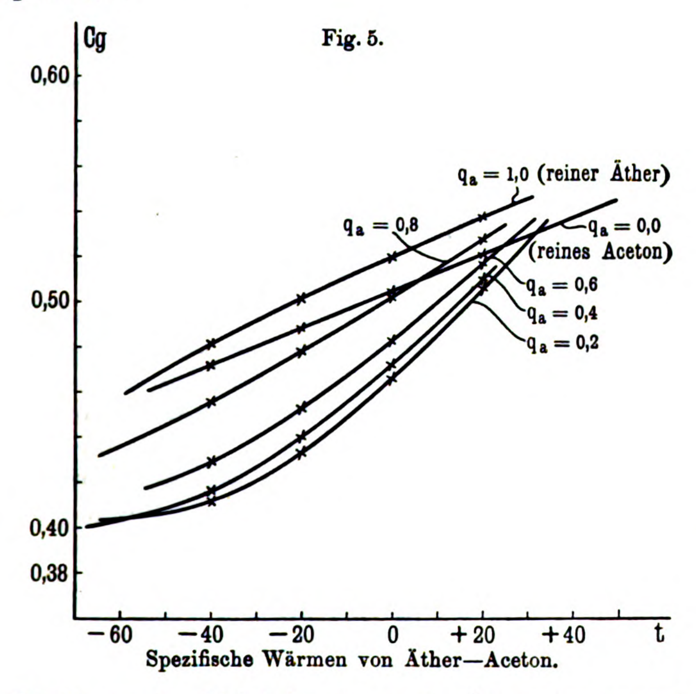
p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,4912	—	—	0,0	28,51	—	—
0,242	0,4380	0,4940	—0,0560	0,2	26,83	30,26	—3,43
0,460	0,4393	0,4965	—0,0572	0,4	28,32	32,01	—3,69
0,560	0,4451	0,4977	—0,0526	0,5	29,41	32,88	—3,47
0,657	0,4559	0,4987	—0,0428	0,6	30,85	33,75	—2,90
0,836	0,4790	0,5009	—0,0219	0,8	33,95	35,50	—1,55
1,0	0,5029	—	—	1,0	37,25	—	—

[1]) A. Schulze, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 201, 1912.

Tabelle 4. Äther—Aceton bei — 40°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_c p_c$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_c q_c)$	$c_a m_a q_a + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,4749	—	—	0,0	27,57	—	—
0,242	0,4101	0,4762	— 0,0661	0,2	25,12	29,18	— 4,06
0,460	0,4103	0,4776	— 0,0673	0,4	26,45	30,79	— 4,34
0,560	0,4178	0,4781	— 0,0603	0,5	27,60	31,59	— 3,99
0,657	0,4286	0,4786	— 0,0500	0,6	29,00	32,39	— 3,39
0,836	0,4542	0,4798	— 0,0256	0,8	32,19	34,00	— 1,81
1,0	0,4806	—	—	1,0	35,60	—	—

Daß dem in der Tat so ist, zeigt auch die ziemlich beträchtliche Abkühlung auf der Acetonseite beim Mischen der beiden Komponenten.



Spezifische Wärmen von Äther—Aceton.

Die Kurven der Molekularwärmen des Äther—Acetongemisches zeigen, daß die Abweichungen von der Mischungsgeraden mit abweichender Temperatur immer größer werden, d. h. daß die Assoziation des Acetons zunimmt, und zwar in ziemlich beträcht-

lichem Maße. Eine von diesem Gemisch existierende Dampfdruckkurve[1]) zeigt ebenfalls die Assoziation des Acetons.

In den Tabellen 1 bis 4, wo die Versuchsergebnisse dargestellt sind, bedeutet p_a den Massenbruch Äther, p_c den Massenbruch Aceton und q_a und q_c die analytischen Molenbrüche von Äther und Aceton. Es sind ferner

$$m_a = 74{,}08$$
$$m_c = 58{,}05$$

die Molekulargewichte von Äther und Aceton. Es gelten dann hier wieder für die spezifischen Wärmen und die Molekularwärmen der Gemische die Gleichungen:

$$c_g = c_a p_a + c_c p_c,$$
$$c_g (m_a q_a + m_c q_c) = c_a m_a q_a + c_c m_c q_c.$$

In der Fig. 5 finden sich die spezifischen Wärmen der Gemische als Funktion der Temperatur. Man sieht sehr schön, daß die Kurven der Gemische bei den tieferen Temperaturen weniger schnell fallen, da ja mit abnehmender Temperatur die Assoziation und die damit verbundene chemische Wärme größer wird.

II. Benzol—Aceton.

Bei dem Gemisch Benzol—Aceton zeigt sich in eben derselben Weise wie beim vorigen Gemisch die Assoziation des Acetons. Die Fig. 6, 7, 8, die die Molekularwärmen dieses Gemisches bei den drei Temperaturen 50°, 30°, 10° als Funktion des analytischen Molenbruchs Benzol (q_b) darstellen, zeigen wieder die Ausbuchtung auf der Acetonseite. Man sieht deutlich, wie die Abweichungen der Kurven von der Mischungsgeraden mit zunehmender Temperatur kleiner werden. Die Tabellen 5, 6, 7 geben die Resultate der Messungen der verschiedenen Temperaturen an. p_b bedeutet den Massenbruch Benzol. Ferner sind

$$m_b = 78{,}05$$
$$m_c = 58{,}05$$

die Molekulargewichte von Benzol und Aceton. Die Wärmetönung, die hier beim Mischen auftritt, ist ebenfalls negativ; jedoch ist

[1]) J. K. Haywood, Journ. phys. chem. 3, 317, 1899; G. Ryland, Amer Chem. Journ. 125, 319, 1863; Cunaeus, ZS. f. phys. Chem. 36, 232, 1901.

Tabelle 5. Benzol—Aceton bei 50°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,5414	—	—	0,0	31,43	—	—
0,252	0,5256	0,5378	— 0,0122	0,2	32,61	33,37	— 1,06
0,473	0,5209	0,5346	— 0,0137	0,4	34,41	35,31	— 0,90
0,573	0,5200	0,5331	— 0,0131	0,5	35,39	36,28	— 0,89
0,669	0,5210	0,5318	— 0,0108	0,6	36,50	37,25	— 0,75
0,843	0,5238	0,5292	— 0,0054	0,8	38,79	39,19	— 0,40
1,0	0,5270	—	—	1,0	41,13	—	—

Tabelle 6. Benzol—Aceton bei 30°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,5295	—	—	0,0	30,74	—	—
0,252	0,4930	0,5112	— 0,0182	0,2	30,59	31,72	— 1,13
0,473	0,4758	0,4951	— 0,0193	0,4	31,43	32,70	— 1,27
0,573	0,4700	0,4877	— 0,0177	0,5	31,98	33,19	— 1,21
0,669	0,4650	0,4808	— 0,0158	0,6	32,57	33,68	— 1,11
0,843	0,4591	0,4682	— 0,0091	0,8	34,00	34,67	— 0,67
1,0	0,4569	—	—	1,0	35,66	—	—

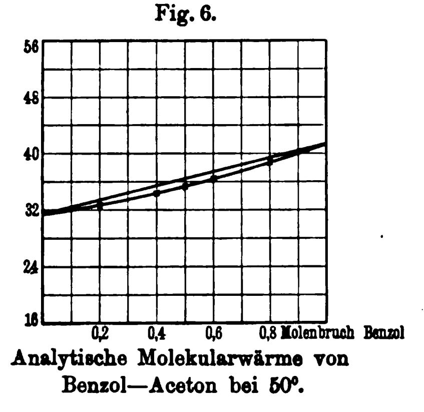
Tabelle 7. Benzol—Aceton bei 10°.

p_b	c_g	$c_b p_b + c_c p_c$	Diff.	q_b	$c_g (m_b q_b + m_c q_c)$	$c_b m_b q_b + c_c m_c q_c$	Diff.
0,0	0,5155	—	—	0,0	29,93	—	—
0,252	0,4573	0,4832	— 0,0259	0,2	28,38	29,98	— 1,60
0,473	0,4291	0,4557	— 0,0266	0,4	28,34	30,03	— 1,69
0,573	0,4189	0,4417	— 0,0228	0,5	28,51	30,06	— 1,55
0,669	0,4100	0,4294	— 0,0194	0,6	28,72	30,08	— 1,36
0,843	0,3969	0,4069	— 0,0100	0,8	29,39	30,13	— 0,74
1,0	0,3867	—	—	1,0	30,18	—	—

die Abkühlung ganz gering im Vergleich zu der bei dem Gemisch Äther—Aceton. Da ja Benzol ebenso wie Äther bei diesen hier in Betracht kommenden Temperaturen eine ideale Flüssigkeit ist, so legt dies die Vermutung nahe, daß Benzol und Aceton sich ganz wenig beim Mischen anlagern, was natürlich im Vergleich zu der Assoziation des Acetons nur sehr gering sein kann. Diese

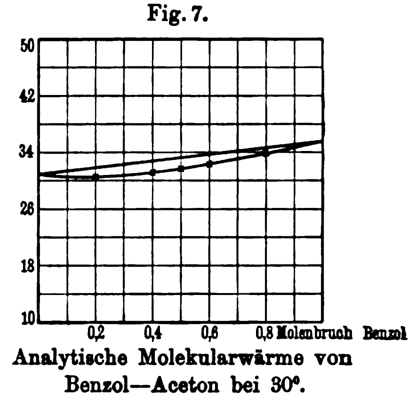
Annahme wird noch durch Volumenmessungen, die von diesem Gemisch existieren, bestätigt. — Jedenfalls ist auch aus den

Fig. 6.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Aceton bei 50°.

Fig. 7.



Analytische Molekularwärme von Benzol—Aceton bei 30°.

Fig. 8.

50
42
34
26
18
10
0,2 0,4 0,6 0,8 Molenbruch Benzol

Analytische Molekularwärme von Benzol—Aceton bei 10°.

Kurven der Molekularwärmen von Benzol—Aceton auf eine Assoziation des Acetons zu schließen.

III. Äthyläther—Schwefelkohlenstoff.

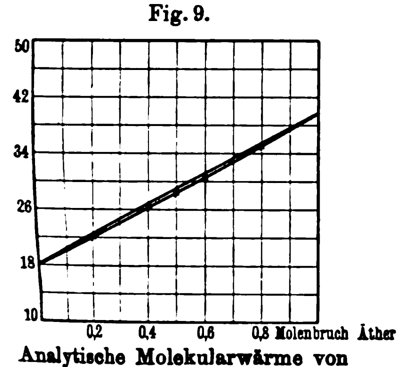
Die Molekularwärmen des Gemisches Äthyläther—Schwefelkohlenstoff zeigten deutlich die Assoziation des Schwefelkohlenstoffs, wie dies auch die Dampfdruckmessungen von Guthrie bei 18,8° bestätigen[1]). Dies Gemisch ist bei den drei Temperaturen + 20°, — 10°, — 30° untersucht worden. Die spezifischen Wärmen

---

[1]) Guthrie, Phil. Mag. (5) 18, 495, 1884.

und ebenso die Molekularwärmen (s. Fig. 9, 10, 11) sind kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen. Auch

Fig. 9.

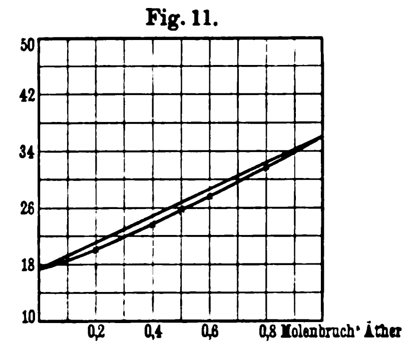


Analytische Molekularwärme von Äther—Schwefelkohlenstoff bei + 20°.

Fig. 10.

Analytische Molekularwärme von Äther—Schwefelkohlenstoff bei — 10°.

Fig. 11.



Analytische Molekularwärme von Äther—Schwefelkohlenstoff bei — 30°.

hier nehmen die Abweichungen der Kurven von der Mischungsgeraden mit abnehmender Temperatur zu. q^a bedeutet den analytischen Molenbruch Äther, p_a den Massenbruch Äther. Die Molekulargewichte von Äther und Schwefelkohlenstoff sind:

$$m_a = 74{,}08$$
$$m_c = 76{,}14.$$

Für die große Assoziation des Schwefelkohlenstoffs spricht auch die starke Abkühlung. Diese beträgt auf der Seite des Schwefelkohlenstoffs etwa 4°.

In den Tabellen 8, 9, 10 sind die Ergebnisse der Versuche bei den verschiedenen Temperaturen zusammengestellt. Man sieht,

daß — ebenso wie auch bei den vorigen Gemischen — die spezifischen Wärmen der reinen Komponenten wie die der Gemische mit abnehmender Temperatur abnehmen.

Tabelle 8. Äther—Schwefelkohlenstoff bei + 20°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_s p_s$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_s q_s)$	$c_a m_a q_a + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2403	—	—	0,0	18,30	—	—
0,196	0,2969	0,2986	— 0,0017	0,2	22,48	22,62	— 0,14
0,393	0,3550	0,3577	— 0,0027	0,4	26,74	26,94	— 0,20
0,493	0,3843	0,3874	— 0,0031	0,5	28,87	29,10	— 0,23
0,593	0,4143	0,4172	— 0,0029	0,6	31,04	31,25	— 0,21
0,796	0,4760	0,4776	— 0,0016	0,8	35,46	35,57	— 0,11
1,0	0,5385	—	—	1,0	39,89	—	—

Tabelle 9. Äther—Schwefelkohlenstoff bei — 10°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_s p_s$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_s q_s)$	$c_a m_a q_a + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2353	—	—	0,0	17,91	—	—
0,196	0,2809	0,2894	— 0,0085	0,2	21,27	21,91	— 0,64
0,393	0,3348	0,3441	— 0,0093	0,4	25,21	25,91	— 0,70
0,493	0,3637	0,3716	— 0,0079	0,5	27,32	27,91	— 0,59
0,593	0,3920	0,3993	— 0,0073	0,6	29,37	29,91	— 0,54
0,796	0,4501	0,4552	— 0,0051	0,8	33,53	33,91	— 0,38
1,0	0,5117	—	—	1,0	37,91	—	—

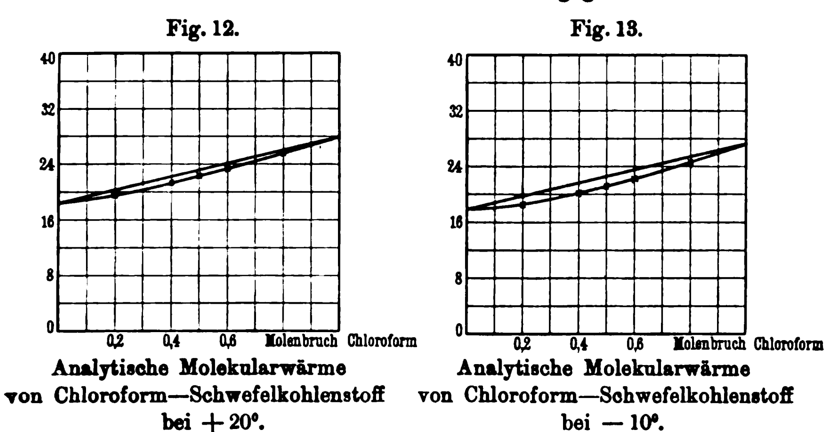
Tabelle 10. Äther—Schwefelkohlenstoff bei — 30°.

p_a	c_g	$c_a p_a + c_s p_s$	Diff.	q_a	$c_g (m_a q_a + m_s q_s)$	$c_a m_a q_a + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2324	—	—	0,0	17,70	—	—
0,196	0,2721	0,2836	— 0,0115	0,2	20,61	21,48	— 0,87
0,393	0,3200	0,3354	— 0,0154	0,4	24,10	25,26	— 1,16
0,493	0,3460	0,3614	— 0,0154	0,5	25,99	27,15	— 1,16
0,593	0,3749	0,3876	— 0,0127	0,6	28,08	29,04	— 0,96
0,796	0,4316	0,4405	— 0,0089	0,8	32,15	32,82	— 0,67
1,0	0,4940	—	—	1,0	36,60	—	—

IV. Chloroform—Schwefelkohlenstoff.

Ganz denselben Effekt wie das vorige Gemisch Äther—Schwefelkohlenstoff zeigt auch dies Gemisch Chloroform—Schwefelkohlenstoff. Es macht sich auch hier wieder die Assoziation des Schwefelkohlenstoffs bemerkbar. Die Abweichungen der Molekularwärmen der Gemische von den Mischungsgeraden sind hier

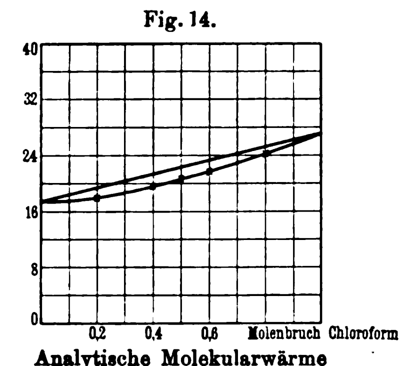
Fig. 12. Fig. 13.



Analytische Molekularwärme von Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei + 20°.

Analytische Molekularwärme von Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei — 10°.

Fig. 14.



Analytische Molekularwärme von Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei — 30°.

ebenso gering wie bei dem Gemisch Äther—Schwefelkohlenstoff. Sie nehmen ebenfalls mit abnehmender Temperatur zu. Untersucht ist das Gemisch bei den drei Temperaturen + 20°, — 10°, — 30° (s. Fig. 12, 13, 14). Die starke Assoziation des Schwefelkohlenstoffs zeigt auch die Dampfdruckkurve, die GUTHRIE[1]) bei

[1]) GUTHRIE, l. c.



18,8° aufgenommen hat. Auch finden Bussy und Buignet[1]) sowohl bei dem Gemisch Äther—Schwefelkohlenstoff, wie bei Chloroform—Schwefelkohlenstoff starke Abkühlung (etwa 6°) und dementsprechend große Dilatation. Auch zeigten sich bei ihnen die spezifischen Wärmen der Gemische kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen. Die Resultate unserer Versuche sind in den Tabellen 11, 12, 13 zusammengestellt. p_c bedeutet hier den Massenbruch Chloroform und q_c den analytischen Molenbruch Chloroform. Man sieht auch hier, daß die spezifischen Wärmen der Komponenten sowohl wie die der Gemische mit abnehmender Temperatur abnehmen. Die Molekulargewichte von Chloroform und Schwefelkohlenstoff sind:

$$m_c = 119{,}39$$
$$m_s = 76{,}14.$$

Tabelle 11. Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei +20°.

p_c	c_g	$c_c p_c + c_s p_s$	Diff.	q_c	$c_g (m_c q_c + m_s q_s)$	$c_c m_c q_c + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2403	—	—	0,0	18,30	—	—
0,282	0,2322	0,2385	— 0,0062	0,2	19,70	20,22	— 0,52
0,511	0,2311	0,2370	— 0,0059	0,4	21,59	22,14	— 0,55
0,611	0,2313	0,2364	— 0,0051	0,5	22,62	23,11	— 0,49
0,702	0,2315	0,2357	— 0,0042	0,6	23,63	24,07	— 0,44
0,863	0,2324	0,2347	— 0,0023	0,8	25,74	25,99	— 0,25
1,0	0,2338	—	—	1,0	27,91	—	—

Tabelle 12. Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei —10°.

p_c	c_g	$c_c p_c + c_s p_s$	Diff.	q_c	$c_g (m_c q_c + m_s q_s)$	$c_c m_c q_c + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2353	—	—	0,0	17,92	—	—
0,282	0,2201	0,2344	— 0,0143	0,2	18,66	19,86	— 1,20
0,511	0,2203	0,2335	— 0,0132	0,4	20,58	21,81	— 1,23
0,611	0,2219	0,2331	— 0,0112	0,5	21,70	22,79	— 1,09
0,702	0,2236	0,2328	— 0,0092	0,6	22,83	23,76	— 0,93
0,863	0,2275	0,2322	— 0,0047	0,8	25,19	25,71	— 0,52
1,0	0,2317	—	—	1,0	27,66	—	—

[1]) Bussy und Buignet, C. R. **64**, 330, 1867.

Tabelle 13. Chloroform—Schwefelkohlenstoff bei —30°.

p_c	c_g	$c_c p_c + c_s p_s$	Diff.	q_c	$c_g (m_c q_c + m_s q_s)$	$c_c m_c q_c + c_s m_s q_s$	Diff.
0,0	0,2324	—	—	0,0	17,70	—	—
0,282	0,2120	0,2315	— 0,0195	0,2	17,98	19,63	— 1,65
0,511	0,2131	0,2307	— 0,0176	0,4	19,91	21,56	— 1,65
0,611	0,2150	0,2304	— 0,0154	0,5	21,02	22,52	— 1,50
0,702	0,2179	0,2302	— 0,0123	0,6	22,25	23,49	— 1,24
0,863	0,2238	0,2295	— 0,0057	0,8	24,78	25,42	— 0,64
1,0	0,2291	—	—	1,0	27,35	—	—

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wurden die spezifischen Wärmen und die Molekularwärmen von den vier Gemischen: Äthyläther—Aceton, Benzol—Aceton, Äthyläther—Schwefelkohlenstoff, Chloroform—Schwefelkohlenstoff untersucht. Da in jedem der vier Fälle eine der Komponenten Assoziation aufweist, so sind die spezifischen Wärmen der Gemische kleiner, als sie sich nach der Mischungsregel berechnen lassen.

Man sieht deutlich, daß mit zunehmender Temperatur die Abweichungen der Kurven von der Geraden geringer werden, d. h. daß die Gemische dem idealen Zustande zustreben. Auch zeigt sich überall, daß die spezifischen Wärmen mit abnehmender Temperatur geringer werden.

Somit findet sich auch hier bestätigt, was Dolezalek aus seinem Dampfspannungsgesetz über die Molekularkonstitution der binären Gemische gefolgert hatte.

Eine theoretische Begründung des eigentümlichen Verhaltens der spezifischen Wärmen und Molekularwärmen von binären Flüssigkeitsgemischen soll eingehend in der nächsten Arbeit an anderer Stelle mitgeteilt werden.

Charlottenburg, Physik. Institut d. Techn. Hochschule.

Beiträge zur Kenntnis der radioaktiven Eigenschaften des Karlsbader Sprudels;

von Werner Kolhörster.

(Auszug aus einer Hallischen Dissertation.)

(Eingegangen am 12. März 1912.)

Der Karlsbader Sprudel ist eins von den natürlichen Wässern, die selbständig radioaktive Substanz als Salz gelöst enthalten. Dies wurde zuerst von Herrn Dorn [1]), darauf von den Herren Mache und Meyer [2]) daraus geschlossen, daß einmal entemaniertes Sprudelwasser seinen früheren Emanationsgehalt in kurzer Zeit wieder erreichte. Eine Bestätigung erfuhren die Resultate durch Herrn Hesius [3]), der fünf Jahre altes, in gut verschlossenen Flaschen aufbewahrtes Wasser fast ebenso stark aktiv fand, wie bei der ersten Untersuchung.

Zweck der vorliegenden Arbeit war es, durch chemische Fällungen die aktive Substanz zu isolieren. Dem mußte eine eingehende Analyse der radioaktiven Emanation des frischen Sprudelwassers vorausgehen.

1. Bestimmung der Abklingungskonstanten der Emanation des Karlsbader Sprudels.

Mittels der Durchlüftungsmethode wurde das eigens zu diesem Zweck abgefüllte Sprudelwasser entemaniert, die bei Durchlüftung im geschlossenen Kreise im Zylinderkondensator angesammelte Emanation an dem durch sie erzeugten Sättigungsstrom mit einem Quadrantelektrometer gemessen und ihr Abklingen über 5 bis 10 Tage verfolgt. Für gute Isolation, allseitigen elektrostatischen Schutz, sowie Dichtigkeit des Meßkondensators wurde gesorgt. Aus den am Elektrometer gemessenen Stromintensitäten nach

---

[1]) E. Dorn, Abh. d. Naturf. Ges. zu Halle 25, 107, 1904.

[2]) H. Mache und St. Meyer, Wien. Ber. 114 [2a], 355, 545, 1905; Phys. ZS. 6, 693, 1905.

[3]) B. Hesius, Dissertation, Halle 1910.

Abzug der natürlichen Zerstreuung wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate die Abklingungskonstante λ berechnet. Sämtliche, zur Rechnung verwendeten Werte (15 bis 40), sind Mittelwerte aus mindestens je 20 Minuten Beobachtungszeit. Es ergab sich λ bei

2 Tage altem Wasser zu	0,00745 h^{-1}
18 „ „ „ „	0,00732 h^{-1}
34 „ „ „ „	0,00748 h^{-1}

und bei der Sprudellauge (Alter nicht zu bestimmen, weil technisch durch Eindampfen aus Wasser erhalten) zu 0,00775 h^{-1}. Der beste Wert für die Abklingungskonstante der reinen Radiumemanation ist nach Frau CURIE [1])

$$\lambda = 0{,}00751\ h^{-1}.$$

Die beim Sprudelwasser gefundene Abklingungskonstante weicht also höchstens um 2,6 Proz., bei der Lauge um 3,2 Proz. von der der Radiumemanation ab; es ist daher sicher, daß es sich im vorliegenden Falle zum allergrößten Teil um Radiumemanation handelt.

2. Bei Beobachtung des Abklingens sofort nach Schluß des Durchlüftens war ein geringer Abfall, der auf das Vorhandensein schnell zerfallender Thoremanation deuten könnte, kaum zu finden. Nach Auskochen des Wassers, also zeitweiligem Entfernen der Radiumemanation, wobei jede Niederschlagsbildung zu vermeiden war, trat der Abfall der Zerstreuung deutlicher hervor. Die Sprudellauge ergab nach Wegkochen der Radiumemanation einen merklichen Abfall, ohne vorheriges Entfernen derselben war nur der von den schnell zerfallenden aktiven Niederschlägen (Ra A bis C) herrührende Anstieg der Zerstreuung zu finden. Daraus geht hervor, daß neben dem Radiumsalz eine ganz geringe Menge Thorsalz in der Sprudellauge vorhanden zu sein scheint, somit auch im Sprudelwasser.

3. Gleichzeitig neben der Berechnung der Abklingungskonstanten λ wurde auch mittels der Methode der kleinsten Quadrate die Anfangsintensität des Sättigungsstromes bestimmt, indem gemäß dem Abklingungsgesetze $I_t = I_o . e^{-\lambda t}$ aus den einzelnen Werten von I_t (wie immer nach Abzug der natürlichen Zerstreuung) I_o, die Stromstärke sofort nach Einbringen der Emanation extra-

[1]) Frau CURIE, Le Radium 7, 33, 1910.

poliert wurde. Zur Umrechnung in MACHE-Einheiten wurde der so ermittelte Anfangswert benutzt, ohne Berücksichtigung der von den radioaktiven Niederschlägen allein hervorgerufenen Zerstreuung. Die Formel für diese und die weiteren Berechnungen ist der von KOHLRAUSCH (DORN)[1]) angegebenen nachgebildet und findet sich in meiner Dissertation auf S. 17 und 18. Die Korrektion nach DUANE[2]) wurde, weil die Emanationsmessungen stets mit demselben Zylinderkondensator vorgenommen wurden, nicht angebracht. Wie sich auch an den folgenden Beobachtungen zeigte, wuchs die Emanationsmenge des frisch geschöpften Wassers an und erreichte nach ungefähr 20 Tagen ihren konstanten Wert, dies hat augenscheinlich seinen Grund in dem teilweisen Entemanieren des Sprudelwassers beim Emporquellen. Die Umrechnung von I_0 auf den Moment des Schöpfens verbietet sich daher von selbst.

4. Zur Beurteilung der Güte der Fällung wurde vor der Behandlung die Wassermenge, die stets in den Originalflaschen mit Korkstopfen und Paraffin verschlossen gehalten wurde, im Durchlüftungskreise unter Vorschalten eines Chlorcalcium- und Watterohres, wie auch sonst, entemaniert. Die von der Emanation und ihren Zerfallsprodukten hervorgerufenen Sättigungsströme wurden über einen Tag beobachtet und aus den Logarithmen der Stromintensitäten abzüglich natürliche Zerstreuung durch graphische Extrapolation der Anfangswert ($\log I_0$) bestimmt. Selbstverständlich wurde eine Emanationsmessung erst vorgenommen, nachdem die Menge der Radiumemanation sich wieder im radioaktiven Gleichgewicht befand, d. h. das Wasser blieb, in den Flaschen gut verschlossen, mindestens 25 Tage nach der Ausfällung unberührt stehen. Auch hier wurde wieder in MACHE-Einheiten umgerechnet, so daß sich die Stärke des Wassers vor und nach der Fällung ohne weiteres vergleichen ließ.

5. Die auf den Filtern zurückbehaltene winzige Menge radioaktiver Substanz wurde nicht weiter chemisch bearbeitet, aber ihre Aktivität in einem kleineren Zylinderkondensator über einen längeren Zeitraum verfolgt. Daraus ließ sich ersehen, welche

---

[1]) KOHLRAUSCH (DORN), Lehrb. d. prakt. Phys., 11. Aufl., S. 658.

[2]) DUANE, Journ. de phys. (4) 4, 605, 1905. Will man die Korrektion berücksichtigen, so sind die Werte in MACHE-Einheiten noch mit 1,79 zu multiplizieren.

Radioprodukte niedergeschlagen waren; denn nahm z. B. die Aktivität der mit Baryumsulfat hergestellten Filter zu, so konnte dies nur darauf zurückgeführt werden, daß die ursprünglich ausgefällte Substanz weitere strahlende Produkte lieferte. Ferner war bei den stärksten eine geringe Emanationsabgabe durch induzierte Aktivität festzustellen, so daß sich auf den Filtern selbst unzweifelhaft Radium oder der Emanation vorangehende Glieder der Radiumfamilie befanden. Daß es sich nicht etwa um in Baryumsulfat okkludierte Radiumemanation handelte, ergab sich aus dem über mindestens 10 Tage dauernden Anwachsen der Aktivität. Erst dann erreichte sie einen merklich konstanten Wert, der aber auch weiterhin noch ganz wenig zunahm. Es wurde versucht, die Stärke der Filter mit der der Emanation der Ausgangslösungen zu vergleichen. Dazu wurden die nach Eintritt des radioaktiven Gleichgewichts gefundenen, nahezu konstanten Werte nach Abzug der natürlichen Zerstreuung benutzt. Als Maß diente der in elektrostatischen Einheiten gemessene Sättigungsstrom, den das Filter in dem benutzten Kondensator zu unterhalten vermag, wenn es aus einem Liter Ausgangssubstanz hergestellt worden wäre. Unter den folgenden — allerdings unsicheren — Annahmen läßt sich dann diese so erhaltene Größe mit den vorher gemessenen Mache-Einheiten vergleichen. Es werde vorausgesetzt, daß die α-Teilchen sowohl im größeren wie kleineren Zylinderkondensator dieselben Ionisationsbedingungen vorfinden, daß sie durch die auf den Filtern befindliche, zur Fällung verwendete, geringe Menge inaktiver Substanz, nur in verschwindendem Maße absorbiert werden und daß keine anderen aktiven Produkte als die der Radiumfamilie in feinster Verteilung vorhanden sind. Befinde sich ferner das Radium im Gleichgewicht mit seinen Zerfallsprodukten, wobei nach der Hypothese von Rutherford und Soddy ein jedes α-Strahlprodukt in jeder Sekunde die gleiche Anzahl von α-Strahlen liefert, so beträgt die relative Aktivität dieser in Prozenten der Gesamtaktivität nach Rutherford [1]) für

Ra	25
Ra Em	17
Ra A	29
Ra B	—
Ra C	29

[1]) E. Rutherford, Die Radioaktivität, Berlin 1907, S. 409.

vorausgesetzt, daß die Emanation zum größten Teil okkludiert bleibt und die Filter nicht etwa so alt sind, daß sich schon merkliche Mengen von RaE_1, RaE_2 und RaF gebildet haben. Nun wird aber die Hälfte der gesamten Strahlung des Filters durch den Zylinderboden absorbiert, kommt also nicht zur Messung; bezeichnen wir die in elektrostatischen Einheiten pro Liter gemessene Sättigungsstromstärke mit F, so haben wir zu setzen:

$$2F \text{ ist äquivalent } 100 \text{ Proz.}$$

Bei der Emanation wird nur die Gesamtwirkung der von RaEm, RaA, RaB, RaC hervorgerufenen Strahlung gemessen, also in unseren Relativzahlen nur 75 Proz., so daß wir bei anologer Bezeichnung haben:

$$E \text{ ist äquivalent } 75 \text{ Proz.}$$

Dann ergibt sich:

$$2F : E = 100 : 75,$$

also

$$F = \frac{2}{3} E.$$

6. Vorversuche an gealtertem Wasser der Gasteiner Lainer- oder Chirurgenquelle dienten zur Orientierung über die Art der Fällung. Die Flaschen sind gefüllt am 18. April 1904, wurden frisch von Herrn DORN [1]) untersucht und wiesen eine Stärke von 52,93 MACHE-Einheiten auf. Herr HESIUS [2]) stellte eine Restaktivität von 0,052 MACHE-Einheiten fest, so daß auch hier eine ganz geringe Radiummenge gelöst ist.

Es sei noch gleich vorausgeschickt, daß sämtliche, zu den Fällungen verwendeten Lösungen $^1/_1$-normal waren und frei von irgend welcher strahlenden Substanz befunden wurden; ebenso erwiesen sich alle Filterblätter, sog. quantitative Filter von SCHLEICHER und SCHÜLL, als inaktiv.

Beim Kochen des Wassers schieden sich braune Flocken ab (Fe-, Mn-Hydroxyde). Sie besaßen keine Aktivität. Eine Fällung mit Baryumchlorid und überschüssiger verdünnter Schwefelsäure in der Siedehitze verminderte zwar den späteren Emanationsgehalt auf 11 Proz., jedoch ergab der Niederschlag höchstens Andeutungen einer selbständigen Aktivität. Die zur Fällung ver-

---

[1]) E. DORN, l. c.
[2]) B. HESIUS, l. c.

wendete Baryumchloridmenge (2 bis 3 ccm) war wohl zu groß. Mit 3 bis 4 ccm stellten sich zwar etwas günstigere Resultate ein, (Emanationsmenge 5 bis 6 Proz. der vorher vorhandenen, Filter $1{,}09 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter), doch ist dies Resultat wohl darauf zurückzuführen, daß erst nach Ansäuern das Baryumchlorid zugegeben und der Niederschlag längere Zeit in der kochenden Lösung suspendiert gehalten wurde. Denn bei Fällungen mit 5 ccm Baryumchlorid wurden die Resultate wieder schlechter. Schließlich ergab 1 ccm die beste Ausfällung ($E = 5{,}1$ Proz., $F = 1{,}42 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter), F berechnet aus E $3{,}3 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter.

Es erscheint also vorteilhaft, mit geringen Mengen Baryumchlorid zu fällen und den Niederschlag längere Zeit suspendiert zu halten.

7. Bei dem Karlsbader Sprudel kam es vor allem darauf an, möglichst günstige Ausfällung der Radiumsalze bei einfachster Methode zu erreichen. Es wurde mit immer weniger Baryumchlorid in siedender schwefelsaurer Lösung gefällt, schließlich auf zwei und einen Tropfen bei zwei Liter Lösung heruntergegangen und dabei quantitative Fällung der Radiumsalze erreicht. So ergeben z. B. Flaschen 5 und 6, die gemeinsam mit zwei Tropfen Baryumchlorid gefällt wurden, 0,0023 Mache-Einheiten oder 0,87 Proz. des früheren Emanationsgehaltes (0,266 Mache-Einheiten). In die Relation $F = \frac{2}{3} E$ (siehe oben) müssen wir für E setzen:

$$0{,}266 - 0{,}0023 = 0{,}2637$$

und erhalten für

$$F = 0{,}176 \cdot 10^{-3}$$
$$= 17{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ elst. Einh./Liter,}$$

während am $BaSO_4$-Niederschlag des Filters für $F = 17{,}90 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter beobachtet wurden. Die Relation findet sich hier also überraschend gut bestätigt. Auch bei den anderen, in gleicher Weise hergestellten Präparaten ist die Übereinstimmung mit der Relation recht annehmbar, wie folgende Resultate zeigen:

F	
Gefunden	Berechnet
17,71	$16{,}53 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter
17,72	$16{,}73 \cdot 10^{-5}$ „ „



Zweifelsohne ist der nach einer gelungenen Fällung so sehr geringe Emanationsgehalt der Lösungen mit großen prozentischen Fehlern behaftet, dagegen der an den Filtern beobachtete Sättigungsstrom um so genauer. Berechnet man dann umgekehrt aus F E, so ergeben sich hierfür Werte wie 0,268, 0,265, 0,266 Mache-Einheiten. Die Resultate hängen wie bei allen diesen Fällungen oft von den geringsten Kleinigkeiten ab; so konnte unter anderem ein Einfluß der Filtration festgestellt werden. Wurde nämlich, um das Filtrieren zu beschleunigen, auf der Nutsche, also unter Druck, filtriert, so waren die Filter stets schwächer. Es mag dies zum Teil daran liegen, daß die Filtration nicht quantitativ war, zum Teil auch daran, daß der Niederschlag tiefer in die Filterporen gedrückt wurde und diese dann, indem sie sich beim Trockenen schlossen, α-Teilchen absorbierten. Ersteres war wohl nur in geringerem Maße der Fall; denn das Filtrat mit den Waschwässern ergab höchstens 5 bis 6 Proz. an Aktivität, woraus sich F bedeutend höher errechnete als gefunden wurde, wie folgende Zahlen zeigen:

Berechnet	$17 \cdot 10^{-5}$ elst. Einh./Liter
Gefunden	$12 \cdot 10^{-5}$ „ „

Ferner schien längeres Kochen beim Karlsbader Sprudelwasser nicht unbedingt nötig. Vereinfachen ließ sich die Fällungsmethode dadurch, daß das Wasser infolge seines Gehaltes an Na_2SO_4 das Baryumchlorid ohne Ansäuern als Baryumsulfat abschied, auch ergaben sich bei Erwärmen der Lösung auf 71 bis 74° (Temperatur des zutage kommenden Sprudels) gleich günstige Resultate. Dabei wurde bis auf 10 Proz. alles Radium niedergeschlagen, während bei Ansäuern bis auf 0,9 Proz. gefällt wurde. Die entsprechenden Werte der Sprudellauge betragen 6 und 1,6 Proz.

8. Bei Durchlüften sowie Kochen des Sprudelwassers scheidet sich Eisenhydroxyd in Flocken ab. Auch wenn die Flaschen längere Zeit gut verschlossen stehen, fällt Eisen und etwas Kieselsäure aus. Beim Kochen tritt starke Gasentbindung ein (wohl zum größten Teil Kohlensäure), sodann fallen neben den erwähnten Niederschlägen von Eisen und Silikaten noch Karbonate der Erdalkalien aus. Der Eisenniederschlag erwies sich auch hier wieder als inaktiv. Die Karbonate, besonders aber die Silikate fällen je nach ihrem Auftreten größere oder geringere Mengen Radium.

Ein Einfluß der Schwefelsäure auf die Fällungen war nicht zu konstatieren (cf. LEVIN [1]). Der gesamte Niederschlag fällte bis ungefähr 70 Proz. der radioaktiven Substanz. Ferner wurde im Sprudelwasser sowohl vor wie nach Entfernen des Radiums in salzsaurer Lösung durch Natriumthiosulfat Schwefel ausgeschieden. Diese Niederschläge wiesen nur eine ganz geringe Aktivität auf, die kaum 0,7 Proz. der der Baryumfällung betrug und in ungefähr vier Tagen auf die Hälfte abnahm. Die Aktivitäten waren zu gering um weiter verfolgt zu werden. Ferner wurde noch mit folgender Anordnung gearbeitet. Auf das auf der Nutsche liegende Filter tropfte das Wasser langsam herab, eine Wasserstrahlpumpe saugte die Tropfen schnell durch. Nach Durchlaufen hatten sich die Filter mit einer ganz feinen Schicht von Eisenhydroxyd und Kieselsäure bedeckt und die Lösung hatte etwa 4 Proz. ihrer Aktivität eingebüßt. Bei Aufladung des Filters auf + 220 Volt und + 700 Volt war der Emanationsgehalt der Lösungen um 5 bzw. 18 Proz. vermindert, durch negative Aufladung (— 220 Volt) nur um 2 Proz. Die Farbe des Eisenniederschlages war bei negativem Potential hellgelb, bei positivem braun bis dunkelbraun. Ihre Aktivität wurde mit wachsendem positiven Potential stärker, auch schien sie bis drei Tage nach der Herstellung zuzunehmen, dann ging sie langsam zurück und wurde schließlich konstant. Hiernach kann man annehmen, daß entweder verschiedene radioaktive Substanzen auf den Filtern niedergeschlagen sind oder ein Produkt, das sich in stärker strahlende umwandelt. Nach Erreichung des Maximums ergab sich die Abklingungskonstante λ zu ungefähr $10^{-7} . \sec^{-1}$.

9. In neuerer Zeit ist man dazu übergegangen, die Aktivität von Radiumlösungen durch die minimale äquivalente Radiummenge in g/Liter anzugeben, d. h. man drückt den Gehalt durch die Anzahl der Gramme Radium pro Liter aus, die im radioaktiven Gleichgewicht eine gleich große Emanationsmenge, am Sättigungsstrom gemessen, liefern würden. Eine Normalradiumlösung stand mir nicht zur Verfügung, daher habe ich versucht, die min. äquivalente Radiummenge in g/Liter rechnerisch aus der Anzahl der MACHE-Einheiten zu ermitteln. Sei i der gemessene Sättigungsstrom (in elektrostatischen Einheiten pro Liter), e das Elementar-

[1]) M. LEVIN, Phys. ZS. 11, 322, 1910.



quantum ($e = 4{,}7 \,.\, 10^{-10}$ elst. Einh.), so ist $n = \frac{i}{e}$ die Gesamtzahl der erzeugten Luftionen. Nach GEIGER[1]) liefert ein α-Teilchen bei

Ra	$1{,}5 \,.\, 10^5$
Ra Em	$1{,}7 \,.\, 10^5$
Ra C	$2{,}4 \,.\, 10^5$

also im Mittel $n' = 1{,}8 \,.\, 10^5$ Ionen. Nimmt man nun an, daß die Energie der α-Teilchen vollständig zur Ionisation verbraucht wird, so ergibt sich hieraus die Zahl der sekundlich emittierten α-Teilchen:

$$n'' = \frac{n}{n'} = \frac{i}{e \,.\, n'},$$

oder, wenn man für i die Zahl der MACHE-Einheiten x einführt ($1000 \,.\, i = x$):

$$n'' = \frac{x}{e \,.\, n'} \cdot 10^{-3}.$$

1 g Radium liefert im Gleichgewicht $3{,}4 \,.\, 10^{10}$ α-Teilchen in der Sekunde[2]), Ra Em, Ra A und Ra C zusammen $3 \,.\, 3{,}4 \,.\, 10^{10}$ α-Teilchen/sec. Ein α-Teilchen wird also von $\frac{1}{3 \,.\, 3{,}4} \cdot 10^{-10}$ g min. äquiv. Radiummenge sekundlich erzeugt, mithin n'' von

$$\frac{x}{e \,.\, n'} \cdot \frac{10^{-13}}{3 \,.\, 3{,}4} \text{ g min. äquiv.}$$

Radiummenge pro Liter.

Dieser Wert wird aus folgendem Grunde zu klein ausfallen. Die radioaktiven Niederschläge setzen sich vorzugsweise auf der negativen Innenelektrode ab. Es werden also von Ra A und Ra C nur die Hälfte der α-Teilchen zur Ionisation ausgenutzt, die andere Hälfte wird sofort an der Metallwand absorbiert. Ähnlich liegen die Verhältnisse auch bei der Emanation, sofern man eine gleichmäßige Verteilung im Zylindervolumen annehmen darf. Man kann daher diesem Umstande Rechnung tragen, indem man n' mit einem Faktor versieht, der nahe $1/2$ beträgt. Andererseits führen ganz analoge Überlegungen zu der Korrektion nach DUANE[3]). Da hier der Faktor empirisch bestimmt ist, so läßt man zweck-

---

[1]) H. GEIGER, Proc. Roy. Soc. (A) 82, 486, 1909.
[2]) RUTHERFORD u. GEIGER, Proc. Roy. Soc. (A) 81, 141, 1908.
[3]) DUANE, l. c.

mäßig n' bestehen und korrigiert die MACHE-Einheiten nach DUANE. Aus den Konstanten der von mir benutzten Anordnung folgt, daß man x mit $1{,}79 \infty 1{,}8$ multiplizieren muß. Somit beträgt die min. äquiv. Radiummenge in g/Liter:

$$\frac{x \,.\, 1{,}8 \,.\, 10^{-13}}{e \,.\, n' \,.\, 3 \,.\, 3{,}4} = \frac{x \,.\, 1{,}8 \,.\, 10^{-13}}{4{,}7 \,.\, 10^{-10} \,.\, 1{,}8 \,.\, 10^{5} \,.\, 3 \,.\, 3{,}4} = \frac{x \,.\, 10^{-8}}{4{,}7 \,.\, 3 \,.\, 3{,}4}.$$

Zur Kontrolle diente eine Angabe von H. W. SCHMIDT[1]) über die Aktivität der Mineralquelle von Bad Sooden (Werra) in MACHE-Einheiten und min. äquiv. Radiummenge in g/Liter, ferner eine der obigen ähnliche Rechnung, wobei aus der zur Ionisation verwendeten Energie und der Wärmeentwickelung der Radiumsalze auf den Gehalt geschlossen wurde. Die aus der ersten Berechnung erhaltenen Werte sind fast genau das Mittel aus den beiden anderen.

Es ergaben sich:

Gasteiner Lainer- oder Chirurgenquelle:
0,052 MACHE-Einheiten $= 1{,}1 \,.\, 10^{-11}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter.

Karlsbader Sprudel:
0,266 MACHE-Einheiten $= 5{,}5 \,.\, 10^{-11}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter.

Karlsbader Sprudellauge:
10,46 MACHE-Einheiten $= 2{,}2 \,.\, 10^{-9}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter.

10. Die Resultate der Versuche seien im folgenden nochmals kurz zusammengefaßt. Das in der Gasteiner Lainer- oder Chirurgenquelle enthaltene Radiumsalz von schätzungsweise $1{,}1 \,.\, 10^{-11}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter wird selbst noch bei fünf Jahre altem Wasser durch Fällung von $BaCl_2$ in schwefelsaurer Lösung, wenn nicht vielleicht quantitativ, so doch bis auf ungefähr 5 bis 10 Proz. abgeschieden. Beim Karlsbader Sprudel, schätzungsweise $5{,}5 \,.\, 10^{-11}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter, ist schließlich quantitative Fällung bis auf 0,9 Proz. erreicht, bei der Sprudellauge bis auf 1,6 Proz. Alleiniger Zusatz von $BaCl_2$ zum Sprudelwasser fällt bis 10 Proz., zur Lauge bis 6 Proz. Diese enthält ungefähr $2{,}2 \,.\, 10^{-9}$ g min. äquiv. Radiummenge/Liter. Die Fällungen mit Baryumchlorid in schwefelsaurer Lösung ergaben bei stärkster Verdünnung die besten Resultate. Ausscheidung von Schwefel durch $Na_2S_2O_3$ in salzsaurer Lösung scheint kein Radium mitzureißen. Silikate und Karbonate fällen je nach ihrem Auftreten

[1]) H. W. SCHMIDT, Balneolog. Ztg. 21, 4, 1910 (Febr.).



größere oder geringere Mengen Radium aus. Der beim Durchlüften entstehende Niederschlag von Eisenhydroxyd scheint auf die Fällung der Radiumsalze nicht einzuwirken. Durch Aufladen dünner Flüssigkeitsschichten auf hohes positives Potential wird dagegen mit Eisenhydroxyd und Spuren von Kieselsäure auch etwas Radium gefällt.

Es ist mir auch hier wieder eine angenehme Pflicht, Herrn Geh. Reg.-R. Prof. Dr. E. DORN für die Anregung zu dieser Untersuchung sowie seine stete, liebenswürdige Unterstützung mit Rat und Tat verbindlichst zu danken. Für die Überlassung des Materials bin ich ferner dem Stadtrat von Karlsbad zu Danke verpflichtet.

Halle a. S., Phys. Institut. 11. März 1912.

Zur Magnetonentheorie (Bemerkung zu der gleichnamigen Notiz des Herrn A. Heydweiller);
von R. Gans.

(Eingegangen am 29. Februar 1912.)

Herr HEYDWEILLER [1]) hat vor kurzem gegen die WEISSsche Magnetonentheorie einige Bedenken geäußert. Über diese Notiz soll ich in den „Beiblättern" referieren. Da dort aber nicht der Platz für eine ausführlichere Kritik ist, sei es mir gestattet, an dieser Stelle auf einen Punkt der HEYDWEILLERschen Beweisführung etwas näher einzugehen, mit dem ich nicht ganz einverstanden bin.

Ein Teil der WEISSschen Theorie läßt sich als magnetisches Gesetz der multiplen Proportionen bezeichnen. Dieses hat WEISS an den relativen, d. h. auf Wasser bezogenen Beobachtungen von PASCAL und teilweise an denen von LIEBKNECHT und WILLS geprüft.

Herr HEYDWEILLER hält das für eine Schwäche des Beweises, daß WEISS keine absoluten Bestimmungen der Magnetisierungszahlen herangezogen hat. Da es aber zu erwarten ist, daß die relativen Zahlen eines Beobachters untereinander viel genauer stimmen als absolute Messungen, so bin ich der Meinung, daß Herr WEISS auf diese Art viel leichter eine vorhandene Gesetzmäßigkeit hat aufdecken können. Denn der Satz, daß sich die Wurzeln aus den molekularen Magnetisierungskonstanten wie ganze Zahlen verhalten, ist unabhängig von einem genauen a b s o l u t e n Wert dieser Konstanten.

Weiter will Herr HEYDWEILLER zeigen, daß eine um ± 2 Proz. andere Annahme der Suszeptibilität des Wassers das Gesetz der Ganzzahligkeit völlig zum Verschwinden bringt.

Er argumentiert so: Sind die zu berechnenden Zahlen keine ganzen Zahlen, so muß der absolute Wert der Differenzen gegen die nächste ganze Zahl zwischen 0 und 0,5 liegen, und bei völliger Gesetzlosigkeit muß das Mittel 0,25 sein. In der Tat findet Herr

---

[1]) A. HEYDWEILLER, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1063, 1911.

Heydweiller, daß bei Verkleinerung aller von Weiss berechneter Zahlen *n* um 1 Proz. dieses Mittel 0,25, bei Vergrößerung um 1 Proz. 0,26 ist, und er schließt:

„Das Zufällige der Abweichungen wird durch die Mittel 0,25 und 0,26 ganz evident."

Doch ist dieser Schluß wohl nicht ganz bündig. Es ist zwar für die Zufälligkeit der „Fehler"verteilung notwendig, daß ihr Mittel 0,25 ist, aber dieser Wert des Mittels ist nicht hinreichend, um die Zufälligkeit zu verbürgen.

Hätte Herr Heydweiller anstatt der absoluten Werte der Abweichungen von der nächsten ganzen Zahl die Werte mit ihrem Vorzeichen hingeschrieben, so hätte er anstatt der Kolonnen I und II der Tabelle 1 die Kolonnen III und IV erhalten, aus denen

Tabelle 1.

I	II	III	IV	I	II	III	IV
0,31	0,49	— 0,31	+ 0,49	0,37	0,19	+ 0,37	— 0,19
0,32	0,10	+ 0,32	— 0,10	0,41	0,03	— 0,41	+ 0,03
0,25	0,17	+ 0,25	— 0,17	0,17	0,33	+ 0,17	— 0,33
0,20	0,28	+ 0,20	— 0,28	0,03	0,47	+ 0,03	— 0,47
0,25	0,31	+ 0,25	— 0,31	0,40	0,10	+ 0,40	— 0,10
0,35	0,21	+ 0,35	— 0,21	0,43	0,17	+ 0,43	— 0,17
0,21	0,39	+ 0,21	— 0,39	0,05	0,39	— 0,05	+ 0,39
0,27	0,25	+ 0,27	— 0,25	0,07	0,17	— 0,07	— 0,17
0,16	0,38	+ 0,16	— 0,38				

Tabelle 2.

	Nach Kolonne III der vorigen Tabelle	Nach Kolonne IV der vorigen Tabelle	Nach Weiss
Zwischen — 0,50 und — 0,40 . . .	1	1	1
„ — 0,40 „ — 0,30 . . .	1	4	1
„ — 0,30 „ — 0,20 . . .	0	3	1
„ — 0,20 „ — 0,10 . . .	0	5	2
„ — 0,10 „ 0,00 . . .	2	1	4
„ 0,00 „ + 0,10 . . .	1	1	4
„ + 0,10 „ + 0,20 . . .	2,5	0	3
„ + 0,20 „ + 0,30 . . .	4,5	0	0
„ + 0,30 „ + 0,40 . . .	3,5	1	1
„ + 0,40 „ + 0,50 . . .	1,5	1	0

schon ohne weiteres eine Häufung des positiven (in Kolonne III) bzw. des negativen Vorzeichens (in Kolonne IV) hervorgeht.

Daß in der Anordnung dieser Differenzen eine Gesetzmäßigkeit zutage tritt, sieht man noch besser, wenn man die Verteilung derselben bestimmt.

In der Tabelle 2 ist angegeben, wie viele Differenzen nach HEYDWEILLER zwischen — 0,50 und — 0,40, wie viele zwischen — 0,40 und — 0,30 liegen usf., und zwar ist eine Differenz, die etwa genau + 0,10 beträgt, zur Hälfte zu dem Intervall 0 bis + 0,10 und zur Hälfte zum Intervall + 0,10 bis + 0,20 gezählt worden. Daneben ist in der letzten Kolonne die Verteilung der Differenzen, wie sie WEISS berechnet hat, gestellt worden.

Fig. 1.

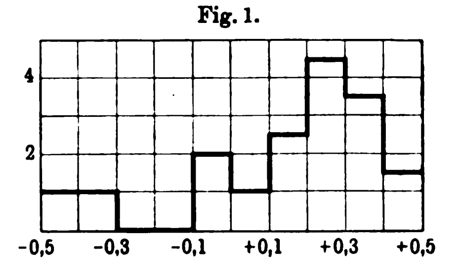


Fig. 2.

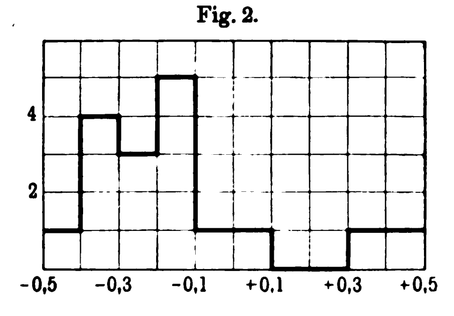
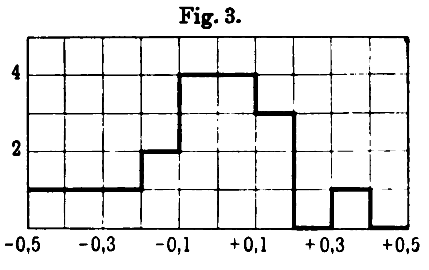


Fig. 3.



Diese Verteilungen sind in den nebenstehenden drei Diagrammen graphisch dargestellt worden, aus denen deutlich die Häufung der Zahlen an einer bestimmten Stelle zu erkennen ist.

Herr HEYDWEILLER hat also durch die Multiplikation der WEISSschen Zahlen mit 1 ± 0,01 die Häufungsstelle der Differenzen nur von der Stelle 0 nach den Stellen + 0,25 bzw. — 0,25 verschoben, aber keineswegs eine rein zufällige Verteilung erzielt.

Es muß einen fast wundern, daß die vorhandene Häufung durch die HEYDWEILLERschen Multiplikationen mit 1 ± 0,01 nicht stärker verwischt worden ist, was im allgemeinen zu erwarten ist, doch das liegt einfach daran, daß fast alle multiplizierten Werte zwischen 20 und 30 liegen.

Auf Grund der Verteilung der von Herrn HEYDWEILLER berechneten Differenzen hätte man umgekehrt sich die Frage vorlegen können, mit welchem Faktor man die HEYDWEILLERschen Zahlen multiplizieren müsse, um sie möglichst zu ganzen Zahlen zu machen.

Mit dieser Frage bin ich an die WEISSschen Werte herangetreten und habe berechnet, mit welchem von 1 wenig verschiedenen Faktor man dieselben multiplizieren muß, damit die Summe der Quadrate der Differenzen gegen die nächste ganze Zahl möglichst klein wird. So fand ich, daß alle WEISSschen Zahlen n um $4{,}6 \cdot 10^{-4}$ ihres Betrages verkleinert werden müßten, d. h. die absoluten Werte der Zahlen sind im Sinne des Gesetzes der multiplen Proportionen schon fast so günstig wie möglich, und diese sind überdies in Übereinstimmung mit den an Metallen bei tiefen Temperaturen gewonnenen Zahlen.

Schließlich habe ich die Summe der Quadrate der 17 Differenzen gegen die nächste ganze Zahl nach WEISS gebildet; sie ergab

$$0{,}529,$$

während bei ganz zufälliger Verteilung der Differenzen $17\int_{-1/2}^{+1/2} x^2 dx$ oder

$$1{,}417$$

hätte herauskommen müssen. Auch diese Zahlen zeugen für eine Gesetzmäßigkeit.

Ich meine also, daß man aus der Verteilung der WEISSschen Werte (vgl. Fig. 3 und die eben angegebenen Zahlen für die Summe der „Fehler“quadrate) wohl auf die Gültigkeit des WEISSschen Gesetzes schließen kann.

Darin stimme ich natürlich mit Herrn HEYDWEILLER und wohl auch mit Herrn WEISS überein, „daß genaue Neubestimmungen der Magnetisierungszahl des Wassers dringend erwünscht wären“, und es wäre eine möglichst noch genauere relative Bestimmung der Suszeptibilitäten paramagnetischer Lösungen sehr verdienstlich, damit man mit Sicherheit entscheiden könne, ob das WEISSsche Gesetz in Strenge gilt, oder ob es vielleicht nur mit der Annäherung richtig ist, mit der viele Atomgewichte ganze Zahlen sind, oder gar, ob ein unglückliches Spiel des Zufalles eine Gesetzmäßigkeit vorgetäuscht hat, wo keine vorhanden ist.

Straßburg, 28. Februar 1912.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. | 15. April 1912. | Nr. 7.

Sitzung vom 22. März 1912.

Vorsitzender: Hr. F. Kurlbaum.

Vor Eintritt in die Tagesordnung macht der Vorsitzende der Versammlung Mitteilung von dem am 22. März erfolgten Ableben des langjährigen Mitgliedes der Gesellschaft

Professor Dr. **C. Färber.**

Die Anwesenden erheben sich zu Ehren des Dahingeschiedenen von ihren Sitzen.

Sodann spricht Hr. **Br. Glatzel**

über die Trägheit lichtempfindlicher Zellen.

Weiter berichtet Hr. **St. Loria**

über den magnetooptischen Kerreffekt bei ferromagnetischen Verbindungen und Legierungen.

Zur Veröffentlichung in den Verhandlungen der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Werner Kolhörster:** Beiträge zur Kenntnis der radioaktiven Eigenschaften des Karlsbader Sprudels. (Übersandt von Hrn. E. DORN.) (Vgl. S. 356—366.)

Von Hrn. **Karl Fredenhagen:** Die Abgabe negativer Elektronen von erhitzten Metallen.

Von Hrn. **E. Gehrcke:** Über eine physikalische Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde.

Von Hrn. **E. Wilke:** Über das elektrische Verhalten von Selen bei mechanischer Deformation.

Von Hrn. **R. Pohl** und **P. Pringsheim:** Über die Herstellung von Metallspiegeln durch Destillation im Vakuum.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. BECHSTEIN, wiss. Mitarbeiter der Firma FRANZ SCHMIDT & HAENSCH, Berlin S. 42, Prinzessinnenstr. 16. (Vorgeschlagen durch Hrn. F. F. MARTENS.)

Hr. cand. phil. ERICH GOENS, Berlin C. 2, Neue Friedrichstr. 46 und Hr. cand. phil. HANS ALTERTHUM, Halensee, Kurfürstendamm 112. (Beide vorgeschlagen durch Hrn. HANS SCHIMANK.)



Ausschuſs für Einheiten und Formelgröſsen.

Entwürfe des AEF.

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen stellt den nachfolgenden Entwurf: Formelzeichen des AEF, Liste B, gemäß § 4, Absatz 3 seiner Satzung zur Beratung, und lädt die beteiligten Vereine ein, ihm das Ergebnis ihrer Beratungen bis Mitte Januar 1913 mitzuteilen. Zur gleichen Frist kann auch jedes Mitglied der beteiligten Vereine sich zu dem Entwurf äußern. Es wird gebeten, von Äußerungen in Zeitschriften dem AEF stets wenigstens einen Abdruck zuzusenden.

Zu dem Entwurf X, Mathematische Zeichen, sind nachträglich noch Erläuterungen verfaßt worden; diese werden gleichzeitig veröffentlicht.

Berlin, März 1912. STRECKER.

Erläuterungen zur Liste B der Formelzeichen von F. NEESEN und M. SEYFFERT.

In der Liste A waren absichtlich nur solche Größen aufgenommen, für welche schon eine ziemliche Übereinstimmung in der Buchstabenbezeichnung herrschte, damit ein Anfang gemacht wurde, der Erfolg versprach. Die Liste B enthält nun mehrere Größen, in deren Bezeichnung eine größere Mannigfaltigkeit eingerissen ist. Maßgebend für die Auswahl dieser Größen war meist die Häufigkeit der Verwendung dieser Größen in verschiedenen Gebieten, für einzelne auch besondere Wünsche des betreffenden Zweiges der Wissenschaft. Nach wie vor ist der Gesichtspunkt festgehalten worden, daß es sich nicht um eine Neuordnung nach bestimmten Gesichtslinien handeln soll, sondern darum, aus den in Gebrauch befindlichen Zeichen diejenigen herauszusuchen, welche die größte Aussicht haben, eine bedeutende Mehrheit und daran anschließend hoffentlich die Allgemeinheit für sich zu gewinnen. Solches kann nicht erreicht werden, wenn einzelne Zweige der Wissenschaft sich grundsätzlich gegen eine Änderung des bei ihnen Gebräuchlichen wenden mit der Begründung, es würde sich die Bezeichnung in ihren Kreisen niemals einbürgern. Wenn die an der Spitze dieser Zweige Stehenden, namentlich die Schriftleiter der einschlägigen Zeitschriften, nur selbst den ernstlichen



Entwurf XII. Formelzeichen des AEF.

Liste B.

Nr.	Größe	Zeichen
1	Fläche	F
2	Kraft	P
3	Moment einer Kraft	M
4	Leistung	L
5	Normalspannung	σ
6	Spezifische Dehnung	ε
7	Schubspannung	τ
8	Schiebung (Gleitung)	γ
9	Schubmodul	G
10	Spezifische Querzusammenziehung $\nu = 1/m$ (m Poissonsche Zahl)	ν
11	Trägheitsmoment	J
12	Zentrifugalmoment	C
13	Reibungsziffer (Koeffizient)	μ
14	Widerstandsziffer für Flüssigkeitsströmung	ζ
15	Schwingungszahl in der Zeiteinheit	n
16	Mechanisches Wärmeäquivalent	J
17	Innere Energie	U
18	Entropie	S
19	Verdampfungswärme	r
20	Heizwert	H
21	Brechungsquotient	n
22	Hauptbrennweite	f
23	Lichtstärke	J
24	Widerstand, elektrischer	R
25	Stromstärke, elektrische	I

Willen haben, auch unter Aufopferung von Bezeichnungen, die ihnen von alters her gewohnt sind, einer allgemeinen Verständigung die Bahn zu ebnen, dann dürfte das Ziel wohl zu erreichen sein. Bei der eingerisssenen Vielfältigkeit müssen eben Opfer gebracht werden.

Was die vorgeschlagenen 25 Größen im einzelnen betrifft, so herrscht in betreff 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23 fast durchweg Übereinstimmung in den verschiedenen Zweigen, welche diese Größen verwenden, ebenso betreffs 5, 6, 7, 8, 9, 10 in dem Gebiete, für welche diese besonderes Interesse haben.

Zu Nr. 1. Von den in Gebrauch befindlichen Bezeichnungen, wie z. B. noch Q und S, wurde F genommen, weil auch hierfür schon eine ausgedehnte Vorbenutzung vorliegt und weil der Buch-

stabe F frei war, während die anderen für wichtige, mit der Fläche gleichzeitig auftretende Größen benutzt werden.

Zu Nr. 2. Hier ist in der bisherigen Bezeichnung ein ziemlich scharfer Gegensatz zwischen den technischen (P) und den mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweigen (F). Doch ist in der letzten Gruppe nicht die Geschlossenheit in der Bezeichnung wie in der ersten, so daß die Wahl hierdurch bestimmt wird. Auch wird in den alten Lehrbüchern der Mechanik derselbe Buchstabe P benutzt. Weiter ist bei der getroffenen Wahl der Buchstabe F für die Fläche frei.

Zu Nr. 3. Hier ist die Übereinstimmung nicht so groß wie bei den oben angegebenen Größen 16, 17 usw., es ist namentlich noch D in Gebrauch. Jedoch wird der Buchstabe M bei weitem am häufigsten benutzt.

Zu Nr. 4. Wenn auch bisher der Buchstabe L ganz überwiegend gebraucht wird, so treten doch erhebliche Bedenken gegen denselben auf, weil Leistung und Selbstinduktion öfters in derselben Formel auftreten und die Liste A für Selbstinduktion auch dasselbe Zeichen L vorsieht. Doch bleibt die Liste B entsprechend dem im Eingange angegebenen Gesichtspunkt bei der Bezeichnung L.

Zu Nr. 11. Hier gilt Ähnliches, wie oben zu 2 ausgeführt ist. Die technischen Wissenschaften bedienen sich jetzt schon des vorgeschlagenen Zeichens. Die mathematischen-physikalischen dagegen meist K. Der Grund für die getroffene Wahl ist der gleiche wie bei 2.

Zu Nr. 15. Es wird nicht zu vermeiden sein, daß die Bezeichnung n für Schwingungszahl in der Sekunde manchmal störend zusammentrifft mit der Bezeichnung n für die Umlaufszahl (Liste A). Indessen sind diese beiden Benutzungsarten desselben Buchstabens für verwandte Größen so durch Altersgebrauch geheiligt, daß eine Änderung einer derselben ausgeschlossen erscheint. Die Schwingungszahl einer Stimmgabel z. B. durch den griechischen Buchstaben ν auszudrücken, verbietet sich schon, weil manche Kreise, welche diese Größe benutzen, kaum mit dem griechischen Alphabet vertraut sein werden. Das große N wäre etwas ganz Ungewohntes, welches daher auf Einführung nicht zu rechnen hätte.

Es muß im Einzelfalle überlassen bleiben, in welcher Weise der Schriftsteller bei gleichzeitigem Vorkommen von Schwingungszahl und Umlaufszahl die beiden Größen voneinander scheiden will, ob durch Indizes oder vorübergehende Wahl eines anderen



Buchstabens. Hierfür eine Bestimmung zu treffen, erschien nicht zweckmäßig, weil dadurch bei der ausgesprochenen Abneigung des einen gegen Indizes, des anderen gegen Einführung neuer Buchstaben die allgemeine Annahme der Liste gefährdet würde.

Zu Nr. 19. Der vorgeschlagene Buchstabe r entspricht dem ältesten Gebrauch. CLAUSIUS benuzt diese Bezeichnung; es scheint billig, auch diesen Umstand zu berücksichtigen. In der Tat hat sich diese Bezeichnung wohl in den meisten Fällen erhalten, wenn auch in chemischen Zweigen sich andere Bezeichnungen eingebürgert haben.

Zu Nr. 24. Mit dieser Bezeichnung steht die Liste in Übereinstimmung mit der im vergangenen Jahre von der Internationalen Elektrotechnischen Kommission angenommenen Bezeichnung. Demgegenüber steht allerdings ein anderes internationales Übereinkommen, das der Chemiker, welche auch mit Rücksicht auf das mögliche Zusammentreffen von Widerstand und der Gaskonstante in derselben Formel für jenen den Buchstaben W gewählt haben. Ferner ist nicht zu leugnen, daß der Buchstabe W für Widerstand in den meisten physikalischen Arbeiten benutzt wird. Nun ist aber der elektrische Widerstand für den Elektrotechniker von ungleich größerer Bedeutung als für den Chemiker, so daß die internationale Festsetzung, welche jene getroffen haben, und der sich die deutsche Elektrotechnik, wie es scheint, ganz angeschlossen hat, doch von ausschlaggebender Bedeutung ist. Es sind im übrigen Anzeichen dafür vorhanden, daß die Chemiker sich dem Gebrauche der Elektrotechniker anschließen werden.

Zu Nr. 25. Hier handelt es sich nur um eine andere Schreibweise des schon in der Liste A aufgeführten Ausdruckes. Dort war der Buchstabe Jot gewählt; dieser Vorschlag wird nunmehr zurückgezogen. Das jetzt vorgeschlagene I entspricht dem Beschluß der Internationalen Elektrotechnischen Kommission.

Zu Entwurf X. Mathematische Zeichen[1]).

Erläuterungen von F. EICHBERG, F. EMDE, K. SCHEEL und M. SEYFFERT.

Mit den Einheiten und Formelgrößen sind die mathematischen Zeichen, die die Beziehungen zwischen den Formelgrößen dar-

[1]) Vgl. diese Verh. **13**, 524, 1911.

stellen, so eng verbunden, daß es selbstverständlich erscheint, auch für diese Zeichen eine einheitliche Schreibart zu empfehlen.

Außer den rein mathematischen Beziehungszeichen (+ — =) glaubten wir, auch andere häufig vorkommende Zeichen (△ ∞ usw.) aufnehmen zu sollen, da das Bedürfnis einer einheitlichen Schreibart für diese ebenso wie für jene vorliegt; dagegen kann zunächst von selteneren und nur in einzelnen Sonderwissenschaften gebrauchten Bezeichnungen abgesehen werden, um eine allgemeine Verständigung nicht zu erschweren.

Bei der Auswahl haben wir uns im allgemeinen auf bereits vorhandene Zeichen beschränkt; die wenigen neuen Zeichen (÷ ≈ ⩽ ⩾) sind wohl schon hier und da gebraucht und betreffen solche Beziehungen, für die eine einheitliche Schreibart dringend erforderlich schien, ehe der Willkür Tür und Tor geöffnet wird.

Wir waren bestrebt, für jede Beziehung nur ein Zeichen zu empfehlen; jedoch bestehen für einige der häufigsten je nach Art der Anwendung mehrere Zeichen, die gleich gut und notwendig sind. Hier haben wir mehrere Zeichen aufgenommen, von denen je nach Lage des Falles das eine oder das andere zu verwenden ist.

Zu Nr. 3. Die Zeichen v H und v T sollen ohne Punkt geschrieben werden.

Zu Nr. 6. Das Zeichen ÷ soll verwandt werden, um Verwechslungen des bisher üblichen — mit dem Minuszeichen zu vermeiden.

Zu Nr. 8. In Österreich ist der Dezimalpunkt gebräuchlich; in Deutschland das Dezimalkomma; keiner von diesen Gebräuchen kann unterdrückt werden.

Zu Nr. 9. Diese Bezeichnung ist in der Physik seit Jahren üblich.

Zu Nr. 12. Es empfiehlt sich, für die Multiplikation von Zahlen × zu benutzen, um einer Verwechslung mit dem Dezimalzeichen vorzubeugen.

Zu Nr. 13. In Formeln ist im allgemeinen für die Division der wagerechte Strich zu benutzen; die Zeichen : und / nur zur Raumersparnis, wenn der Bruch nicht zwei Zeilen einnehmen darf.

Zu Nr. 28. Als Zeichen des vollständigen Differentials wird das gerade d vorgeschlagen. Die Kursivbuchstaben dienen zur Darstellung von physikalischen Größen; zur Bezeichnung mathematischer Funktionen gebraucht man meist die gerade Schrift.



z. B. sin, log. Auch für das Differentialzeichen wird in manchen Büchern das gerade d verwendet, doch findet man auch häufig das Kursiv-d. Es scheint zweckmäßig, einen bestimmten Gebrauch vorzuschlagen; folgerichtig wäre wohl nur: für mathematische Funktionszeichen gerade Buchstaben, also hier gerades d.

Zu Nr. 31. Diminutivzeichen sind bisher selten benutzt worden. Ihr Sinn und ihr Nutzen mag an einem einfachen Beispiel erläutert werden. Leisten äußere Kräfte an einem Körper die Arbeit A, und wird ihm von außen die Wärmemenge Q zugeführt, so dient die Summe dieser beiden Beträge zur Vermehrung der inneren Energie U des Körpers: $A + Q = U_2 - U_1$, wenn U_1 den Anfangswert der Energie und U_2 ihren Endwert bedeutet. (Erster Hauptsatz der Wärmelehre.) Beim Übergang zu unendlich kleinen Größen entsteht hier eine Schwierigkeit. Denn wenn aus $U_2 - U_1$ das Differential $\mathrm{d}\,U$ wird, so kann aus A und Q nicht in demselben Sinne $\mathrm{d}\,A$ und $\mathrm{d}\,Q$ werden. Nichtsdestoweniger hat man diese Schreibweise oft angewandt. PLANCK zeigt in seiner Thermodynamik auf S. 55 (3. Aufl. 1911), zu welchen Fehlern sie führen kann. Er zieht deshalb vor, auch die unendlich kleinen Größen einfach mit A und Q zu bezeichnen und zu schreiben: $A + Q = \mathrm{d}\,U$. Dann sind aber die unendlich kleinen Größen nicht von den endlichen unterschieden. Manche Autoren schreiben deshalb ∂A, benutzen also das Zeichen der partiellen Differentiale. Um allen solchen Verwechslungen zu begegnen, hat W. VOIGT in seiner Thermodynamik besondere Diminutivzeichen $\bar{\mathrm{d}}$ eingeführt und schreibt also $\bar{\mathrm{d}}\,A + \bar{\mathrm{d}}\,Q = \mathrm{d}\,U$. Damit sich das Diminutivzeichen deutlicher von dem Differentialzeichen unterscheide, schlägt der AEF als Diminutivzeichen đ vor. Dann wäre z. B. zu schreiben đA + đ$Q = \mathrm{d}\,U$.

Es ergibt sich hieraus folgende Gegenüberstellung: $\mathrm{d}\,x$ ist eine unendlich kleine Zunahme von x, dagegen ist đx eine unendlich kleine Größe, die sich **nicht** als Zunahme einer Größe x auffassen läßt. Daher gibt $\mathrm{d}\,x$ integriert $x_2 - x_1$, dagegen đx integriert x.

Die Anwendung des Diminutivzeichens wird das Verständnis aller der Auseinandersetzungen sehr erleichtern, bei denen Funktionen von mehr als einer unabhängigen Veränderlichen auftreten.

Über eine physikalische Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde;

von E. Gehrcke.

(Eingegangen am 16. März 1912.)

---

§ 1. Man denke sich eine elektrisch geladene Kugel in einem genügend weiten Raume. Wir beschreiben dann den elektrischen Zustand in übersichtlicher Weise z. B. mit Hilfe der elektrischen Kraftlinien, welche von der Oberfläche der Kugel ausgehen und die Verlängerungen der Kugelradien bilden. Der Kugel werde ein zentraler Stoß erteilt, so daß sie sich geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Wie groß auch die Geschwindigkeit sein mag, wie sehr auch die Kraftlinien, welche von der Oberfläche der Kugel ausgehen, durch die Bewegung gekrümmt werden mögen, es ist klar, daß nach unseren heutigen Kenntnissen das resultierende elektrische Kraftfeld in jedem Moment vollkommen symmetrisch um die Stoßrichtung als Achse bleibt. Hieraus läßt sich eine wichtige Folgerung ableiten. Unter Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde folgt nämlich nach Analogie eines z. B. von Helmholtz[1]) für die Gravitation zweier Massenpunkte gezogenen Schlusses, daß alle physikalischen Wirkungen, die durch die Bewegung der geladenen Kugel hervorgebracht werden können, derart sein müssen, daß die Symmetrie des Ganzen nicht gestört wird. Die Erfahrung lehrt jedoch, daß dieser Schluß nicht zutrifft: es tritt ein magnetisches Kraftfeld von bestimmtem Richtungssinn auf, welches senkrecht zu den elektrischen Kraftlinien und der Bewegung der Kugel steht. Um diesen Zwiespalt zwischen dem Satz vom zureichenden Grunde und der Erfahrung zu vermeiden, müssen wir also annehmen, daß unsere Beschreibung unvollständig war, daß unsere Voraussetzungen an mindestens einer Stelle etwas Wesentliches außer acht ließen.

Es mag, ohne dies näher auszuführen, bemerkt werden, daß obiger Schluß unabhängig von der gewählten Beschreibung durch elektrische Kraftlinien ist. Ferner ist es nicht notwendig, die

---

[1]) H. Helmholtz, Wiss. Abh., Bd. I, S. 15, 1882.

Voraussetzung festzuhalten, daß das magnetische Kraftfeld, welches von einer bewegten elektrischen Ladung erzeugt wird, unabhängig vom Vorhandensein eines Indikators, auf den es wirken kann, also z. B. einer Magnetnadel, im Raume existiert. Auch wenn wir keine abstrakten Begriffe einführen, wenn wir rein experimentell unsere gegebene Anordnung beschreiben: elektrisch geladene Kugel in der Nähe einer Magnetnadel, die Kugel bekommt eine Geschwindigkeit usw.: immer folgt, daß bei Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde keine Unsymmetrie, keine Ablenkung der Magnetnadel eintreten dürfte. Auch die Tatsache, daß man eine Regel (z. B. die sogenannte AMPÈREsche Regel) aufstellen kann, welche aus dem Vorzeichen der Ladung und dem Bewegungssinn die Richtung des resultierenden Effektes vorherzusagen gestattet, ändert daran nichts, da wir mit einer solchen Regel ein rechtshändiges bzw. linkshändiges Koordinatensystem einführen, also den Raum mit willkürlichen Festsetzungen belegen, denen nach unseren heutigen Kenntnissen und nach dem Satze vom zureichenden Grunde physikalisch nichts entspricht.

§ 2. Man wird sich nun fragen: wo steckt die Lücke, auf welche uns die Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde in dem erörterten Falle hinweist? Sind es etwa die elektrischen Kraftlinien, die außer durch ihre Richtung und Intensität noch durch irgend ein drittes Bestimmungsstück, etwa eine senkrecht zu ihnen stehende „Torsion“ [1]), oder durch eine Art kristallinischer Struktur der elektrischen Polarisation charakterisiert werden müssen? Oder sind die magnetischen Kraftlinien physikalisch so beschaffen, daß senkrecht zu ihrer Richtung eine bisher unbekannte Zustandskomponente wirksam ist? Irgendwoher muß die Unsymmetrie, die erfahrungsgemäß vorhanden ist, doch kommen, und da nicht einzusehen ist, wie sie durch den mechanischen Stoß, der der Kugel erteilt ist, entstehen könnte, so folgt, daß sie bereits vor dem Stoße vorhanden gewesen sein muß. An der Richtigkeit des Satzes vom zureichenden Grunde kann nicht gezweifelt werden, und es bleibt, wenn wir nicht die vorausgesetzte geometrische Gestalt der Kugel oder die Eigenschaften des Raumes in Zweifel ziehen wollen, nur die elektrische oder magnetische

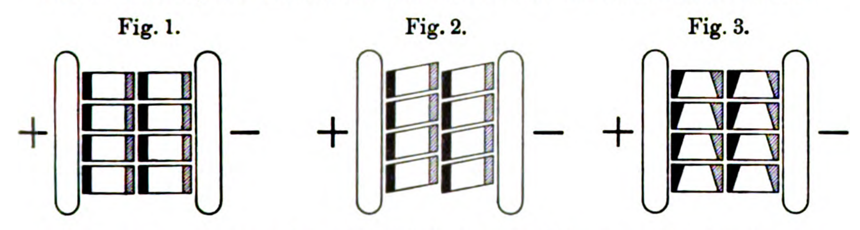
[1]) Vgl. J. J. THOMSON, Recent researches on Electricity and Magnetism, Oxford 1893, S. 4—5.



Kraft selbst übrig, in denen der Sitz der Unsymmetrie gesucht werden kann.

Um das Gesagte näher zu erläutern, sei an die Darstellungsweise der den verschiedenen Theorien der Elektrizität zugrunde liegenden Vorstellungen, welche HERTZ gegeben hat, angeknüpft. In Fig. 1 ist nach HERTZ [1]) symbolisch die Struktur des elektrostatischen Kraftfeldes zwischen zwei geladenen Kondensatorplatten im Sinne der FARADAY-MAXWELLschen Auffassung dargestellt; den Kraftlinien, wie sie in einem derartig polarisierten Felde auftreten, käme eine vollkommen symmetrische Struktur zu. Eine solche würde nach dem Satz vom zureichenden Grund keine magnetischen Kräfte bei der Bewegung des Ganzen zur Folge haben dürfen, sie kann also die Natur nur unvollkommen wieder-

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.



geben, vorausgesetzt, daß sie richtig ist. In Fig. 2 und 3 ist je eine Polarisation (im freien Äther) dargestellt, die Unsymmetrie mit sich bringt und die als „kristallinisch" bezeichnet werden könnte; eine solche wäre ebenso wie die von J. J. THOMSON angenommene Rotation der elektrischen Kraftlinien um sich selbst geeignet, das Auftreten eines magnetischen Feldes um eine translatorisch bewegte, elektrostatische Ladung herum logisch zu gestatten.

Ferner sei an die Zahnradmodelle erinnert, die sich die englische Schule von den magnetischen Kraftlinien gemacht hat. Dieselben sind durch eine Schrift von LODGE [2]) so bekannt geworden, daß es sich erübrigt, darauf näher einzugehen; es sei nur hervorgehoben, daß hier den magnetischen Kraftlinien ein bestimmter Rotationssinn beigelegt wird. Auch dies ist eine Möglichkeit, die gesuchte Unsymmetrie einzuführen und so den Fehlschluß, zu dem andernfalls der Satz vom zureichenden Grunde verleiten würde, zu vermeiden.

[1]) H. HERTZ, Ges. Werke **2**, S. 28, Fig. 5.

[2]) O. LODGE, Neueste Anschauungen über Elektrizität. Deutsche Übersetzung. Leipzig 1896, S. 224 ff.

Die obigen Erörterungen führen, ohne eine bestimmte Auffassung nahezulegen, zu dem Schluß, daß den elektrischen oder den magnetischen Kraftlinien oder beiden gewisse Eigenheiten in ihrer natürlichen Struktur beigemessen werden müssen, die zu den heute allgemein vorausgesetzten Eigenschaften dieser Gebilde hinzukommen. Das Fehlen solcher Struktureigenheiten der elektrischen und magnetischen Kräfte in einer Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen ist eine logische Härte. Dies betrifft z. B. die Elektrodynamik, die HERTZ aus dem Komplex der FARADAY-MAXWELLschen Anschauungen losgelöst und rein phänomenologisch präzisiert hat; es sei jedoch besonders hervorgehoben, daß die Nützlichkeit der durch HERTZ geschaffenen Klärung der MAXWELLschen Theorie hierdurch nicht im geringsten in Zweifel gesetzt wird.

§ 3. In der heute üblichen Theorie der Elektrizität bleiben sich die magnetischen und elektrischen Kraftfelder bei jeder Vergrößerung oder Verkleinerung geometrisch ähnlich. Es werden insbesondere alle makroskopisch beobachteten Eigentümlichkeiten des elektrischen und magnetischen Feldes auch mikroskopisch bis zu beliebig weit getriebener Verkleinerung als existierend vorausgesetzt. Wenn sich nun aber zeigt, daß man bereits an der Wurzel der Theorie bei Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde zu Schlüssen genötigt wird, die auf eine komplizierte Struktur des elektrischen oder magnetischen Feldes selbst hinweisen, und wenn man dabei auf Modelle geführt wird, die aus elementaren Bestandteilen bestehen, deren Summation erst die direkt beobachtbaren Kraftfelder entstehen läßt, so muß es zweifelhaft erscheinen, ob die makroskopisch beobachteten Eigentümlichkeiten des elektrischen und magnetischen Feldes auch noch den mikroskopischen Elementen oder gar deren Teilen zukommen. Trotzdem wird uns, wenn wir eine Beschreibung der Elemente geben wollen, gar nichts anderes übrig bleiben, als sie mit hypothetischen Eigenschaften auszustatten, die unserer makroskopischen Sinnenwelt entlehnt sind.

Die kleinsten elektrischen Kraftfelder gehen nach unseren heutigen Kenntnissen von Elementarladungen aus. Man wird auf Grund der obigen Betrachtungen im Zweifel sein können, ob die allseitig symmetrische Verteilung des elektrischen Kraftfeldes um



eine ruhende Elementarladung, z. B. um ein Elektron, der Natur entspricht. Eine Idee eines von dieser Form abweichenden Elektrons findet man bereits bei J. J. THOMSON[1]), wo die Vorstellung ausgedrückt wird, daß man bei beliebig weit getriebener Unterteilung eines makroskopischen elektrischen Feldes schließlich auf nicht mehr zu zerlegende Einheitslinien der elektrischen Kraft (Faraday tubes) stößt, und daß ein positiv und ein negativ geladenes (einwertiges) Atom durch eine einzelne Einheitslinie elektrostatisch verbunden sind; diese Einheitslinie der elektrischen Kraft dürfte als die chemische Valenz zu deuten sein. Aus dieser Struktur der kleinsten elektrischen Felder wären die am Schluß von § 2 erörterten Struktureigenheiten, welche nach dem Satze vom zureichenden Grunde als vorhanden anzusehen sind, nicht abzuleiten.

---

[1]) l. c., S. 3.

Berlin, März 1912.

Die Abgabe negativer Elektronen von erhitzten Metallen; von Karl Fredenhagen.

(Eingegangen am 15. März 1912.)

Erhitzt man Metalle auf hinreichend hohe Temperaturen, so emittieren sie, wie bei zahlreichen Versuchen gefunden wurde, in merklicher und mit steigender Temperatur stark zunehmender Menge negative Elektronen. Richardson [1]) hat für diesen Effekt eine Theorie entwickelt, die auf den Annahmen basiert, daß in den Metallen freie Elektronen vorhanden sind, deren Geschwindigkeiten dem Maxwellschen Verteilungsgesetz gehorchen, und daß an der Grenzfläche der Metalle ein für das betreffende Metall charakteristischer Potentialsprung vorhanden ist. Nach dieser Theorie sollen bei einer bestimmten Temperatur aus dem Metall alle die Elektronen austreten, deren Geschwindigkeiten ausreichen, den vorhandenen Potentialsprung zu überwinden. Nach Richardson ist dieser Effekt somit eine Elementareigenschaft der Metalle, und es bedarf keiner Erwähnung, daß seine Kenntnis für alle möglichen Fragen die größte Bedeutung haben würde.

Richardson [1]) hatte Messungen an Platin, Kohlenstoff und Natrium ausgeführt und gefunden, daß die erhaltenen Resultate sich sehr gut durch eine Formel darstellen ließen, die er auf Grund seiner Theorie abgeleitet hatte. Wilson [2]) zeigte bald darauf, daß man für die Elektronenabgabe des Platins sehr viel niedrigere Werte erhält (bis herab zu 1:250000), wenn man das Platin mit Salpetersäure behandelt. Er glaubt, daß Wasserstoff, der in dem Platin absorbiert ist, maßgebend für die Größe der Effekte ist. Erhitzt man einen Platindraht im Vakuum, so fällt der Effekt zu Beginn des Versuches schnell, später aber sehr langsam ab, ohne jedoch entfernt den geringen Wert des mit Salpetersäure behandelten Platins zu erreichen. Wilson deutet diesen Versuch dahin, daß es sehr schwer sei, aus einem Platindraht den Wasserstoff durch bloßes Erhitzen im Vakuum so weit-

[1]) Phil. Trans. 201, 497, 1903.
[2]) Proc. Roy. Soc. 72, 272, 1903.

gehend zu entfernen, wie dies durch Behandlung mit Salpetersäure möglich ist, durch welche der im Platin vorhandene Wasserstoff oxydiert wird.

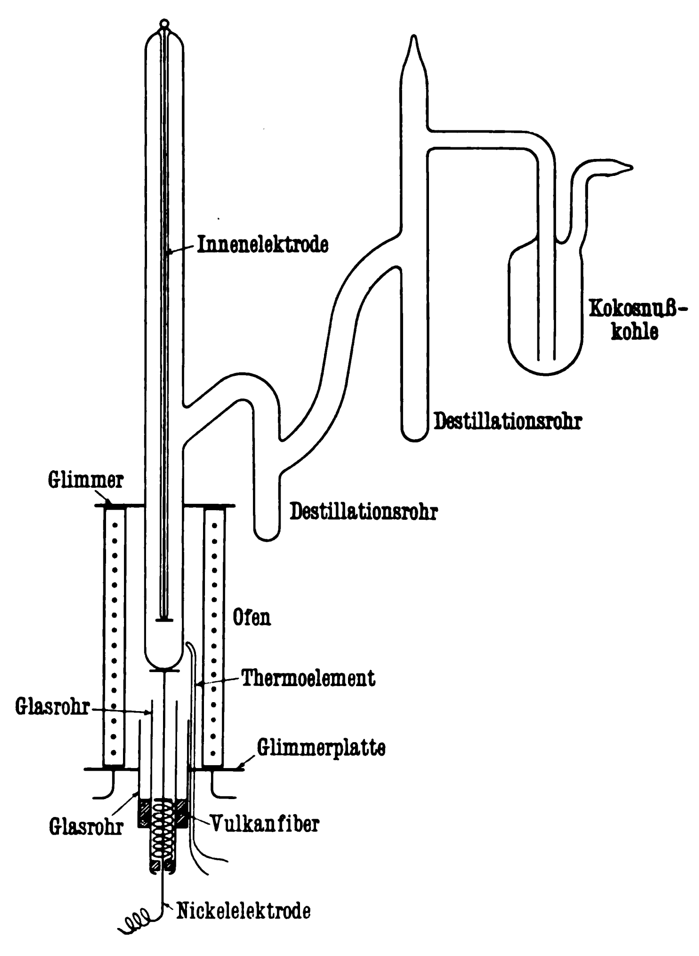
Ich habe nun schon vor einiger Zeit Versuche mit Alkalimetallen veröffentlicht, welche im Vakuum destilliert wurden [1]). Namentlich bezüglich des Natriums erhielt ich hierbei Werte, von denen ich annehmen zu können glaubte, daß sie durch Sekundäreffekte nur wenig entstellt und daher dem Elementareffekt des metallischen Natriums zum mindesten hinsichtlich der Größenordnung entsprechen würden. Aber neuere Versuche, die ich hier im Auszuge und an anderer Stelle ausführlich veröffentlichen möchte, zeigen, daß auch die von mir bisher erhaltenen Werte ausschließlich Sekundäreffekten zuzuschreiben sind, und daß man unter geeigneten Versuchsbedingungen zu immer niedrigeren Werten gelangen kann, so daß schließlich die Frage auftaucht, ob der gesuchte Effekt bei den erreichbaren Temperaturen überhaupt in meßbarer Weise existiert.

Versuchsanordnung. Die Versuche wurden in Apparaten der abgebildeten Form ausgeführt. Die Alkalimetalle wurden ein- oder zweimal im Vakuum destilliert und auch durch Destillation in den eigentlichen Versuchsraum befördert. Bei den letzten Versuchen wurde vor der Destillation das ganze Versuchsrohr bei dauerndem Arbeiten einer Gaedepumpe ungefähr zwei Stunden lang auf eine Temperatur von etwa 350° erhitzt, um absorbierte Gase weitgehend zu entfernen. Die Anordnung der Elektroden ist aus der Figur ersichtlich. Die eigentlichen Versuchsrohre waren bis zu 80 cm lang, so daß ein Kurzschluß durch hinaufdestillierendes Metall nur ausnahmsweise einmal eintrat. Bei meinen früheren Versuchen wurde die leitende Verbindung mit dem unten im Versuchsrohre befindlichen geschmolzenen Alkalimetall durch ein in das Glas eingeschmolzenes Platindrähtchen bewirkt. Bei den neueren Versuchen, die ja ausnahmslos sich auf Temperaturen erstreckten, bei denen das Glas längst ein guter Leiter ist, wurde die leitende Verbindung durch eine von außen gegen das Glas gepreßte Nickelelektrode bewirkt. Die bekannten Effekte, durch die sich die Leitfähigkeit des Glases infolge von Verarmungserscheinungen im Laufe der Zeit verändert,

[1]) Phys. ZS. **12**, 398, 1911.



waren bei den auftretenden schwachen Strömen und den kurzen Versuchsdauern nicht merklich und konnten überdies ja auch nur in den Fällen auftreten, in denen die Alkalimetalle Anode waren. Als andere Elektrode diente eine Nickel- oder eine Platinelek-



trode von 1 qcm Querschnitt, deren Anordnung aus der Fig. 1 ersichtlich ist. Wurden die beiden Elektroden außen miteinander verbunden, so herrschte zwischen ihnen die Potentialdifferenz, welche der Kette: Nickel—Glas—Alkalimetall entspricht. Infolge dieser Potentialdifferenz gab das Galvanometer naturgemäß auch Ausschläge, wenn keine andere elektromotorische Kraft in den

Stromkreis eingeschaltet war. Außer dieser Potentialdifferenz spielt dann noch eine weitere mit, welche dem Voltaeffekt: Alkalimetall—Vakuum—Platin oder Nickel entspricht, und es kommt dann noch die Potentialdifferenz in Frage, die sich zwischen dem Alkalimetall und der oberen Elektrode infolge der von HABER und JUST[1]) gefundenen Reaktionseffekte ausbildet. Diese Effekte wurden in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht näher beachtet und kommen auch nur insofern in Frage, als infolge ihrer Wirkung zwischen den beiden Elektroden eine andere elektromotorische Kraft herrscht, als der angelegten Spannung entspricht, und sind hierbei auch wohl gegen die Potentialdifferenz: Nickel—Glas—Alkalimetall zu vernachlässigen. Diese letztere ergab sich aus den Messungen zu etwa 1,5 bis 2 Volt. Wenn das Alkalimetall Kathode ist, ist die vorhandene Potentialdifferenz somit um diesen Betrag größer und bei umgekehrter Stromrichtung kleiner, als der angelegten Spannung entspricht.

Die Anordnung des Ofens und des Thermoelementes ist aus der Figur ersichtlich. Der Ofen war in zwei Lagen mit entgegengesetztem Wickelungssinn gewickelt, da sonst durch das magnetische Feld des Heizstromes eine merkliche Beeinflussung der gemessenen Ströme bewirkt wurde. Daß die auftretenden Ströme im wesentlichen von Elektronen getragen wurden, konnte man leicht daran erkennen, daß bei niedrigen Spannungen die Ströme durch Annäherung eines Stabmagneten stark erniedrigt wurden. Der Ofen war durch Glimmer von dem eigentlichen Versuchsrohre isoliert. Die Länge des Ofens und der Temperaturabfall in dem Ofen nach oben hin wurden so gewählt, daß sich das hinaufdestillierende Metall an einer Stelle kondensierte, deren Temperatur noch über dem Schmelzpunkte lag. Hierdurch wurde erreicht, daß die Hauptmenge des hinaufdestillierenden Metalles stets wieder nach unten zurückfloß. Die Versuche konnten in derartigen Apparaten tagelang fortgesetzt werden, ohne daß die als Elektrode dienende Metallmenge, die stets so bemessen war, daß sie den Boden des Gefäßes in einer Höhe von 15 bis 20 mm bedeckte, wesentlich abnahm. Die Versuchsrohre wurden entweder mit einer gut wirkenden Gaedepumpe oder mit am Apparat selbst ausgeglühter Kokosnußkohle und flüssiger Luft

---

[1]) Ann. d. Phys. (4) 36, 308, 1911.



evakuiert. Bei Benutzung der Gaedepumpe wurde das Vakuum durch ein angeschmolzenes Mac Leod kontrolliert, das natürlich nur den Druck der noch vorhandenen fremden Gase angab. Es muß endlich noch hinzugefügt werden, daß die ganzen Versuche im Dunkeln ausgeführt werden mußten, da sonst die bekannten lichtelektrischen Effekte störend auftraten.

Der Dampfdruck der fremden Gase betrug bei diesen Versuchen nur einen geringen Bruchteil des bei den erreichten hohen Temperaturen schon recht erheblichen Dampfdruckes der Alkalimetalle. Wir werden aber sehen, daß die erhaltenen Resultate ganz wesentlich durch sie beeinflußt werden. Es mag noch hinzugefügt werden, daß die Alkalimetalle trotz der langen Dauer der Versuche stets völlig blank blieben. Das dauernd von oben hinuntertropfende Metall bewirkte zudem, daß stets vollkommen reine Oberflächen des Metalles vorhanden waren. Die Ströme wurden mit einem Galvanometer gemessen, das bei dem gewählten Skalenabstand eine Empfindlichkeit von $3 . 10^{-10}$ Amp. hatte.

Versuche mit Natrium. Tabelle 1 gibt einen Versuch wieder, der mit einem Apparat erhalten wurde, bei dem das Destillationsgefäß während des Versuches einen kleinen Sprung erhielt, der sich allmählich vergrößerte. Während des Versuches arbeitete ununterbrochen die Gaedepumpe. Versuchsreihe 2 zeigt gegen 1 eine Verbesserung des Vakuums und man sieht zugleich, daß die Ströme trotz der um 25° erhöhten Temperatur für die niedrigen Spannungen nicht zu-, sondern abgenommen haben. Daß bei 60 und 100 Volt die Ströme größer sind, ist auf die sich bei dem besseren Vakuum verstärkt geltend machende Wirkung der Stoßionisation zurückzuführen. Versuchsreihe 3 wurde bei 382° ausgeführt. Zum Schluß der Versuchsreihe trat plötzlich eine merkliche Verschlechterung des Vakuums ein, worauf sofort Versuchsreihe 4 aufgenommen wurde. Man sieht, daß mit der Verschlechterung des Vakuums die Ausschläge außerordentlich stark anwachsen. Um einen Vergleich zu haben, wie groß die Ausschläge bei einem Versuch bei gutem Vakuum in einer analogen Apparatur bei derselben Temperatur sind, habe ich der Tabelle unter Nr. 5 eine Versuchsreihe beigefügt, die mit einem anderen Apparat erhalten wurde.

Es war nun zu entscheiden, ob das schlechtere Vakuum an sich unabhängig von der Natur der vorhandenen Gase die Ver-



Tabelle 1.

Versuchsnummer	1	2	3	4	5
Temperatur	330°	355°	382°	382°	380°
Vakuum	0,01	0,005	0,02	> 0,04	0,000 04
angelegte Spannung 0	13	13	110	—	2,5
2	31	28	230	900	3
4	46	44	340	1 300	4
8	83	68	560	2 400	5,5
14	125	107	950	4 400	7,5
60	286	330	5000	29 000	15
100	360	440	—	65 000	22

Tabelle 2.

Versuchsnummer	15	17	18	19	20
Temperatur	380°	282°	382°	385°	373°
Vakuum	0,000 06	2 mm H_2	0,2 mm H_2	0,001	0,2 mm Luft
angelegte Spannung 2	3	44	40	22	2 500
4	4	60	52	30	4 200
8	5,5	82	60	41	7 600
14	7,5	110	70	58	13 300
60	15	360	140	155	36 000
100	22	1200	176	220	70 000

größerung der Effekte bedingt. Ich habe schon in meiner früheren Arbeit in Tabelle 8 Versuche veröffentlicht, welche für Wasserstoff und Stickstoff eine merkliche, aber allerdings sehr viel kleinere Wirkung als die hier beobachtete erkennen ließen. In dieser Arbeit habe ich in Tabelle 2 aus einer längeren Versuchsreihe einige Daten wiedergegeben, welche den Einfluß des Wasserstoffs dartun. Versuchsreihe 15 dieser Tabelle zeigt die normalen Ausschläge bei 380° und gutem Vakuum nach vielstündiger Versuchsdauer. Wurde nunmehr Wasserstoff bis zu einem Druck von 2 mm in den Apparat eingelassen, so ergaben sich nach etwa 20 Minuten die in Versuchsreihe 17 wiedergegebenen Ströme. Bei höherer Spannung tritt offenbar Stoßionisation ein. Wurde nunmehr der Wasserstoff bis auf einen Druck von 0,2 mm abgepumpt, so resultierte Versuchsreihe 19. Der Einfluß des Wasserstoffs zeigt sich in einer merklichen Vergrößerung der Ausschläge. Es lagern sich hierbei jedoch, was ganz allgemein für die Wirkung aller Gase

auf die gemessenen Ströme gilt, eine Reihe von Wirkungen übereinander. Die eine dieser Wirkungen ist aus diesen Daten nicht zu erkennen. Sie wurde von mir in meiner früheren Arbeit bei Versuchen mit sehr gutem Vakuum gefunden. Zur Veranschaulichung dieser Wirkung habe ich in Tabelle 3 eine Zusammenstellung zweier Messungsreihen aus den Tabellen 9 und 10 meiner früheren Arbeit gegeben. [Die gleiche Wirkung ist übrigens auch an den weiter unten wiedergegebenen Messungen beim Kalium erkennbar (Tabelle 5).] Es geht aus den angegebenen Daten hervor, daß bei ganz niedrigen Drucken der beigemengten Gase die Ausschläge für niedrige Spannungen bei gleichen Temperaturen um so größer sind, je besser das Vakuum, je geringer also der Druck der beigemengten Gase ist. Bei höheren Spannungen ist genau das Umgekehrte der Fall, denn für sie wachsen die Ausschläge um so schneller, je größer der Druck der beigemengten Gase ist. Dieser letztere Einfluß ist leicht durch die eintretende Stoßionisation zu erklären. Daß für niedrige Spannungen die Ströme aber gerade im extremen Vakuum anwachsen, werden wir wohl so erklären können, daß die aus der Elektrode entweichenden freien Elektronen mit den Alkalidämpfen selbst keine Ionen zu bilden vermögen, während sie mit den beigemengten fremden Gasen, wie Wasserstoff und Stickstoff, sehr leicht schwer bewegliche Ionen bilden [1]). Diese beiden Einflüsse sind also jedenfalls derart, daß sie mit dem eigentlichen Effekt, den wir untersuchen wollen, der Elektronenabgabe der flüssigen Metalle, nichts zu tun haben, sondern sie sind Sekundäreffekte, die erst im Gasraume eintreten.

Tabelle 3.

	Temperatur Vakuum	322° 0,04	345° 0,04	320° 0,000 06	345° 0,000 13
angelegte Spannung	2	12	32	16	68
	4	21	56	24	115
	8	30	91	32	152
	22	46	150	41	211
	63	73	286	48	260
	107	90	350	50	275
	214	113	422	52	288
	424	148	460	55	300

[1]) Siehe auch Franck, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 613, 1910 und G. Gehlhoff, ebenda 13, 183, 1911.

Daß nun aber auch die Elektronenabgabe der Metalle durch fremde Gase beeinflußt wird, folgt ohne weiteres aus den Versuchsreihen 17 bis 20 der Tabelle 2, wie ja auch schon aus Tabelle 1; denn die Ströme wachsen für alle Spannungen an, sobald Gase in hinreichender Menge in die Apparate eingelassen werden. Wasserstoff und ebenso, wie aus meiner früheren Arbeit hervorgeht, Stickstoff bewirken nun eine sehr viel kleinere Erhöhung des Effektes als Luft. Dieser sehr viel größere Einfluß der Luft geht auch aus Messungsreihe 20 der Tabelle 2 hervor. Ich habe nach Versuchsreihe 19 den Ofen erkalten lassen, dann Luft bis zu 5 mm Druck eingelassen und langsam erwärmt. Nachdem eine Temperatur von 300° erreicht war, wurde die Pumpe wieder in Tätigkeit gesetzt und bei einer Temperatur von 373°, bei einem Druck von 0,2 mm die in Versuchsreihe 20 wiedergegebenen großen Ausschläge erhalten. Es mag bemerkt werden, daß die Vergrößerung der Ausschläge eine sehr viel geringere ist, wenn man die Luft nur einen Moment in dem Versuchsrohre läßt und dann sofort wieder abpumpt.

Versuche dieser Art habe ich mehrere ausgeführt, und habe auch zeigen können, daß die Werte wieder kleiner werden, wenn man den Apparat bei gutem Vakuum viele Stunden lang auf einer hinreichend hohen Temperatur hält. Da es möglich war, daß der vergrößerte Effekt von gebildetem Natriumoxyd herrührte, habe ich Natrium in einem besonderen Versuchsrohre bei niedriger Temperatur und geringem Druck oxydiert und alsdann erhitzt, wobei aber nur so lange größere Effekte erzielt wurden, als noch metallisches Natrium in merklicher Menge vorhanden war. Natriumoxyd kann also nicht Ursache des Auftretens der größeren Ströme sein.

Es fragt sich nun, worauf die verschiedene Wirkung von Wasserstoff, Stickstoff und Luft zurückzuführen ist. Da der verwandte Wasserstoff und Stickstoff nicht besonders gereinigt waren, und da der Einfluß der Luft ganz anderer Größenordnung ist, so liegt die Vermutung nahe, daß die Wirkungen des Wasserstoffs und Stickstoffs im wesentlichen durch geringe Beimengungen von Sauerstoff zu erklären sind. Die weiter unten in Tabelle 5 veröffentlichten Versuche mit Kalium scheinen diesen Schluß zu bestätigen.

Was nun die Größe der beim Natrium beobachteten Effekte anbetrifft, so bin ich beim Natrium so weit gekommen, daß nach

sehr langer Versuchsdauer schließlich bei einer Temperatur von 410° und einer angelegten Spannung von 100 Volt nur noch gerade meßbare Ausschläge erhalten wurden. Bei dieser Temperatur greift Natrium das Glas sehr erheblich an, so daß es nicht ratsam erschien, die Versuche mit Natrium bis zu noch höheren Temperaturen auszudehnen, da ja die alsdann verstärkt auftretenden Reaktionseffekte Ursache von Elektronenemissionen sein konnten. Da Kalium das Glas erheblich weniger angreift, habe ich mit diesem Metall Versuche mit noch verbesserten Vorsichtsmaßregeln ausgeführt.

Versuche mit Kalium. Tabelle 4 gibt zunächst Versuche wieder, die in einem Apparat der in meiner früheren Arbeit beschriebenen Konstruktion, der dauernd von einer Gaedepumpe evakuiert wurde, in der aus den Versuchsnummern erkennbaren Reihenfolge bei den angegebenen Temperaturen und Drucken, welche stets unter 0,001 mm blieben, ausgeführt wurden. Die am Boden des Gefäßes befindliche Kaliummenge war praktisch bei allen Versuchen dieselbe, da ja die Apparate nach Art eines Rückflußkühlers wirkten. Die gemessenen Ausschläge sind aber trotzdem außerordentlich verschieden, so daß zunächst wenig Hoffnung bestand, eindeutige und übereinstimmende Werte zu erhalten. Da aber die beim Natrium erhaltenen Resultate gezeigt hatten, von wie außerordentlich großem Einfluß Gase auf die Größe des Effektes sind, so wurde ein Gefäß, das mit am Apparat selbst im Vakuum ausgeglühter Kohle und flüssiger Luft evakuiert werden konnte, vor der letzten Destillation des

Tabelle 4.

Temp. °C	Versuchs-nummer	Ausschläge	Temp. °C	Versuchs-nummer	Ausschläge
209	1	0,3— 210	275	5	44— 3 000
211	22	1,7— 33,7	271	10	152— 4 000
209	27	11— 203	281	18	187— 4 000
233	3	3,5— 264	297	7	176—15 000
230	12	15— 206	300	9	341—23 000
231	21	6,3— 60	301	17	495—18 000
256	4	15— 902			
258	11	57—1200			
248	20	19— 216			

Kaliums in das eigentliche Versuchsrohr mehrere Stunden lang auf 350° erhitzt und mit einer Gaedepumpe evakuiert. Alsdann wurde der Apparat abgeschmolzen und die in Tabelle 5 wiedergegebenen Messungen ausgeführt. Die Versuchsreihen 1 bis 7 wurden bei derselben Temperatur ausgeführt, wobei der Apparat die angegebene Anzahl von Stunden auf der Temperatur von 279° gehalten wurde. Man sieht, daß die Ausschläge andauernd kleiner werden. Bei einigen Versuchen wurde das Kohlengefäß mit flüssiger Luft gekühlt, so daß bei ihnen das Vakuum erheblich besser ist als bei den anderen Versuchen. Wie ich schon früher gefunden hatte, wirkt bei sehr niedrigen Drucken eine Verbesserung des Vakuums dahin, daß die Ausschläge für niedrige Spannungen sehr viel stärker zunehmen, als für höhere. Während bei dem schlechteren Vakuum deutlich der Eintritt einer Stoßionisation bemerkbar ist, in Versuchsreihe 2 steigt z. B. der Ausschlag für die Spannungen von 16 — 60 — 100 Volt auf die Werte von 4 — 17 — 41, d. i. auf das Zehnfache, ist bei gutem Vakuum z. B. in Versuchsreihe 4 für die gleichen Spannungen nur ein Anstieg von 9,5 — 19 — 33, d. i. auf weniger als das Vierfache vorhanden.

In der Tabelle 5 sind auch die Ausschläge wiedergegeben, die erhalten wurden, wenn die Platinelektrode Kathode war. Ich habe die nur in dieser Tabelle wiedergegebenen Messungen bei umgekehrter Stromrichtung in allen Fällen gemacht, da durch sie immer leicht erkannt werden konnte, ob die Resultate durch einen vorhandenen Nebenschluß entstellt waren. Die Ausschläge, die erhalten wurden, wenn die Platinelektrode Kathode war, sind nun wesentlich von der Menge des Alkalimetalles abhängig, die sich an dieser Elektrode befindet und die je nach den Versuchsbedingungen erheblich wechselte und sich unter Umständen, wenn gerade ein Tropfen an der inneren Elektrode herabfloß, sehr stark vergrößern konnte. In Versuchsreihe 19, die bei der hohen Temperatur von 351° ausgeführt wurde, wurden bei dieser Stromrichtung auch bei Spannungen bis zu 60 Volt herauf noch keine meßbaren Ausschläge beobachtet. Dies Ergebnis, das in diesem Falle also auch bei Anwendung gesättigter Dämpfe erhalten wurde, bestätigt das von mir schon gelegentlich meiner früheren Arbeit gefundene Resultat, daß die Dämpfe der Alkalimetalle keine galvanometrisch nachweisbare Leitfähigkeit besitzen.



Tabelle 5.

Nummer	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11	
Versuchsdauer in Stunden	2		6		10		11		14		15		26		28		30		35		36	
Temperatur	279°		279°		279°		279°		279°		279°		279°		297°		297°		295°		297°	
Vakuum	gekühlt						gekühlt				gekühlt										gekühlt	
Pt_ oder K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_
angelegte Spannung 2	—	7	—	1,8	—	0,6	—	4	—	0,5	—	2,3	—	0,2	—	2	—	1,2	—	1,0	—	4,8
4	2,5	10	0,2	2,2	—	1	1,5	4,8	0,2	0,9	1	2,9	—	0,6	0,9	2,5	0,8	1,6	0,2	1,2	1,5	6
8	4	13	1	2,5	—	1,3	5	6	1	1	2,5	3,5	0,7	0,8	3,5	3,5	2	2,1	1,4	2	5	8
16	7	19	2	4	2	2	8	9,5	1,2	1,5	4	5	1,0	1,3	4,3	4,9	4	3,5	2,5	3,2	8	11,5
60	20	45	10	17	6	6,3	17	19	3,4	4,3	10	10	3	2,4	12,5	12,8	9	10	6	8	17	26
100	30	60	40	41	22	21	27	33	12,5	13	16	18	7,7	5,8	41	36	27	30	18	24,5	31	48

Nummer	12		13		14		15		16		17		18		19		20		21		22		23	
Versuchsdauer in Stunden	40		40,5		44		46		50		54		56		58		60		60,5		61		61,5	
Temperatur	302°		302°		311°		330°		330°		351°		351°		351°		351°		260°		260°		270°	
Vakuum			gekühlt										gekühlt						gekühlt				gekühlt	
Pt_ oder K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_	Pt_	K_
angelegte Spannung 2	—	1,1	—	2,6	—	0,8	—	1,0	—	0,8	—	1,3	—	7	—	1,5	—	>500	—	50	—	6	—	41
4	—	1,6	—	3,2	—	1,0	—	1,3	—	0,9	—	2	—	9	—	2,1	—	—	0,5	75	—	8	3	57
8	0,8	2,1	0,5	4,8	—	1,4	—	1,8	—	1,5	—	2,7	—	14	—	3,5	—	—	2	135	—	12	26	93
16	2	2,7	1,4	7,8	0,7	2,0	0,3	3,2	—	2,5	0,7	5	—	22	—	5,4	—	—	6	2·0	—	17	63	175
60	7	7	5	13	2,5	4	2	11	0	7,5	1,5	10	—	42	—	9	—	—	15	660	—	33	120	380
100	54	22	15	25	13	12	13	37	2	17	2	23	—	100	1,7	18	—	—	18	1400	—	55	310	710

Bei Versuchsreihe 8 wurde die Temperatur auf 297° erhöht, und man sieht an den folgenden Versuchsreihen wiederum eine steigende Abnahme der Ausschläge. Schließlich wurde die Temperatur bis auf 351° erhöht, und Versuchsreihe 19, bei der der Versuch im ganzen schon 58 Stunden lang auf hoher Temperatur gehalten war, zeigt, daß die jetzt erhaltenen Ausschläge kleiner sind als die ursprünglich bei der Temperatur von 279° erhaltenen.

Als nach zwei Stunden eine weitere Messung vorgenommen werden sollte, zeigten sich plötzlich außerordentlich starke Ausschläge. Um nachzusehen, ob das Rohr einen Sprung erhalten hatte, wurde der Ofen entfernt und ich fand hierbei, daß das Glasrohr, welches die innere Elektrode umgab, einen Sprung erhalten hatte, so daß die in ihm vorhandene Luft in den eigentlichen Versuchsraum entweichen konnte. Bei 260° wurden darauf die in Versuchsreihe 21 wiedergegebenen Werte erhalten, wobei das Kohlengefäß durch flüssige Luft gekühlt war. Wurde die Kühlung ausgesetzt, so resultierte Versuchsreihe 22, welcher also ein so erheblicher Gasdruck entspricht, daß sich bei den verwandten Spannungen bis zu 100 Volt nur die schwächende Wirkung der beigemengten Gase, aber nicht mehr der Einfluß einer Stoßionisation bemerkbar macht. Versuchsreihe 23 wurde wieder bei Evakuierung mit Kohle und flüssiger Luft erhalten und zeigt gegen 21 eine merkliche Abnahme der Ausschläge.

Dieser letzte Versuch zeigt nun deutlich, daß die beobachteten Effekte nicht dem metallischen Kalium zuzuschreiben sind. Die Ausschläge zeigen ohne merkliche Schwankungen eine dauernde stetige Abnahme der Effekte mit zunehmender Versuchsdauer. Die bei den in Tabelle 4 wiedergegebenen Versuchen auftretenden Unregelmäßigkeiten werden teils auf geringe Schwankungen des Druckes der beigemengten Gase zurückzuführen sein, teils dadurch bedingt sein, daß während des Versuches neues Kalium in den eigentlichen Versuchsraum gelangen konnte. Diese Unregelmäßigkeiten sind hier völlig verschwunden. Bei 351° wurden bei diesem Versuch schließlich Werte erhalten, die sehr viel kleiner sind als die in Tabelle 4 doch auch schon unter Vorsichtsmaßregeln erhaltenen Werte. Es scheint mir ziemlich sicher, daß die Ausschläge auch noch weiter abgenommen haben würden, wenn dem Versuche nicht durch den geschilderten Zufall ein Ende gesetzt worden wäre. Bei Temperaturen von über 350° beginnt aber

auch Kalium merklich mit dem Glas zu reagieren, wodurch eine neue Fehlerquelle geschaffen wird. Ich habe mich deshalb nicht bemüht, die Versuche auf noch höhere Temperaturen auszudehnen, und glaube, daß schon diese Versuche den Schluß zulassen, daß Kalium bis zu einer Temperatur von 350° und Natrium bis zu 450° herauf den gesuchten Elementareffekt nicht in galvanometrisch nachweisbarem Maße geben.

Ursache der Sekundäreffekte. Der erhebliche Unterschied, den die Ausschläge in Tabelle 5 aufweisen, wenn das Kohlegefäß mit flüssiger Luft gekühlt war oder nicht, zeigen, daß auch bei diesem Versuche fremde Gase in merklicher Menge vorhanden waren. Das gleiche geht ja auch aus der deutlich erkennbaren Tendenz zum Eintritt einer Stoßionisation hervor, die bei weitgehendem Vakuum nicht vorhanden ist. Wir können hieraus schließen, daß solche Gase, welche von dem Alkalimetall nicht verbraucht werden, die also nicht mit ihm reagieren, auch keinen merklichen Einfluß auf die Größe des Effektes haben. In Übereinstimmung mit dem außerordentlich großen Einfluß der Luft auf die Vergrößerung des Effektes wird man also in dem vorhandenen Sauerstoff das ausschlaggebende Moment erblicken und die ganzen beobachteten Effekte als Reaktionseffekte im HABER-JUSTschen Sinne deuten können. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß sich ja auch die beim Platin beobachteten Effekte als verursacht durch eine Reaktion zwischen Wasserstoff und Sauerstoff deuten lassen. Wasserstoff ist, wie ja auch WILSON angibt, in dem Platin sehr leicht vorhanden, und die zum Stattfinden des nötigen Umsatzes vorhandene Sauerstoffmenge ist ja bei den Vakua, mit denen gearbeitet wurde, immer vorhanden [1]).

Eine Schwierigkeit für diese Erklärung scheint nur darin zu liegen, daß die Alkalimetalle und Sauerstoff so außerordentlich lebhaft miteinander reagieren, daß man, zumal bei den hohen Temperaturen, annehmen müßte, daß aller vorhandene Sauerstoff momentan verbraucht würde. Aber einerseits kommt für den beobachteten Effekt in erster Linie wohl nur der von den Elektroden und vom Glas absorbierte und aus diesen nur langsam hinausdiffundierende Sauerstoff in Frage, und dann möchte ich

---

[1]) Einige Versuche, welche ich in dieser Richtung ausgeführt habe, sprechen sehr zugunsten dieser Auffassung.

auch an einen von WARBURG[1]) ausgeführten Versuch erinnern, nach dem gut getrockneter Sauerstoff mit Natrium selbst bei Temperaturen von 300° nur so langsam reagiert, daß sich eine Abnahme des mehrere Millimeter betragenden Sauerstoffdruckes manometrisch nicht nachweisen läßt.

Wie kommt es nun, daß aber die von RICHARDSON am Platin und Natrium gefundenen sehr großen Werte ebenso wie die kleineren von WILSON für Platin und von mir in meiner früheren Arbeit für Natrium gefundenen Werte der RICHARDSONschen Formel gehorchen? Die Antwort hierauf dürfte nicht schwer zu geben sein, da alle hier in Frage kommenden Sekundäreffekte, die Diffusions- und Reaktionsgeschwindigkeiten mit zunehmender Temperatur nach Exponentialformeln ansteigen.

Jedenfalls dürfte diese Arbeit allgemein zu dem Schlusse berechtigen, daß es experimentell außerordentlich schwierig ist, einen RICHARDSONschen Elementareffekt mit Sicherheit nachzuweisen, und daß alle anderen bisher vorliegenden Messungen wahrscheinlich ebenfalls durch Sekundäreffekte entstellt, wenn nicht praktisch völlig bedingt sind. Ich selbst habe noch mit einer Reihe von anderen Metallen Versuche gemacht, die ich an anderer Stelle veröffentlichen werde und die alle das Ergebnis hatten, daß trotz gleich bleibender Metallmenge die Effekte im Laufe der Zeit dauernd abnahmen.

Es liegt nun natürlich die Frage nahe, ob man nicht auch beim Calciumoxyd die Elektronenemission auf Reaktionseffekte zurückführen kann, und ich bin mit Versuchen nach dieser Richtung beschäftigt. Das eigenartige Resultat, daß Kalium bei einer derartig hohen Temperatur sein Verhalten noch nach tagelanger Versuchsdauer ändert, obwohl es dauernd eine stets blanke sich immer erneuernde Oberfläche behält, läßt weiter vermuten, daß lichtelektrische Versuche unter derartigen Versuchsbedingungen einen Beitrag zur Klärung der Frage der Ermüdungserscheinungen geben werden. Über derartige Versuche werde ich demnächst berichten.

---

[1]) Wied. Ann. 40, 1, 1890.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut, 14. März 1912.

Über das elektrische Verhalten von Gelen bei mechanischer Deformation;
von E. Wilke.

(Eingegangen am 18. März 1912.)

Daß gewisse Substanzen bei mechanischer Deformation doppelbrechend werden, ist schon von KUNDT[1]) und später von DE METZ[2]), ALMY[3]) und HILL[4]) gezeigt worden. KUNDT wies bereits darauf hin, daß bei mechanischer Deformation selbst gewisser zäher Flüssigkeiten die Teilchen derselben nicht momentan ausweichen können, sondern dazu eine gewisse Zeit nötig haben, und daß so Spannungen zwischen denselben auftreten müssen. An Gelatinegelen haben zuerst BJERKÉN[5]) und HEICK[6]) eingehende Versuche gemacht.

Bei Gelegenheit einiger Arbeiten auf physiologischem Gebiete machte ich Versuche, ob nicht auch im elektrischen Verhalten durch Druck deformierter Gallerten sich Anisotropien nachweisen ließen. Ich machte Versuche an Gelatine- und Agar-Agargelen. Der Gehalt der ersteren wurde zwischen 10 und 30 Proz. variiert. Ebenso wurden verschiedene Konzentrationen von zugesetzten Salzen untersucht. Z. B.: Ein Gelatinekegel aus 20 Proz. Gelatine, enthaltend $^1/_{100}$-norm. $CuSO_4$, wurde mit zwei Kupferelektroden durch leichtes Anlegen versehen. Die so auftretenden elektromotorischen Kräfte sind außerordentlich klein, da ja alles symmetrisch ist. Gemessen wurde mittels der Kompensationsmethode mit dem Kapillarelektrometer. Wenn nun eine der beiden Elektroden an die Gallerte angedrückt wurde, während die andere lose angelegt blieb, dann bekam ich eine Änderung der Einstellung um etwa 15 Millivolt. Die Richtung des Stromes war immer so, daß die drückende Elektrode Kathode wurde.

---

1) Wied. Ann. **13**, 110, 1881.
2) Wied. Ann. **35**, 497, 1888.
3) Phil. Mag. (5) **44**, 499, 1897.
4) Phil. Mag. (5) **48**, 485, 1899; (6) **2**, 524, 1901. Siehe auch v. EBNER, Unters. über die Ursachen der Anisotropie organ. Subst. Leipzig 1882.
5) Wied. Ann. **43**, 819, 1891.
6) Ann. d. Phys. (4) **14**, 139, 1904.

Wenn man eine solche Anordnung als eine Konzentrationskette ansieht, dann ist an der drückenden Elektrode eine höhere Konzentration als an der anderen. Es würden sich danach durch den Druck Konzentrationsvektoren in der Gelatine ausbilden, d. h. die Konzentration in der Richtung des Druckes ist eine andere als in der Richtung normal zum Druck.

Daß bei den oben besprochenen Versuchen etwa Diaphragmenströme aufgetreten sein könnten, ist sehr unwahrscheinlich, denn dazu war die Konzentration der Elektrolyte zu groß.

Wenn man die KUNDTschen Betrachtungen zu Hilfe nimmt, und wenn man ferner bedenkt, daß ein großer Teil der Elektrolyte an die Gallerte adsorbiert ist, dann kann man sich wohl vorstellen, daß durch die Verschiebung der Kolloidteilchen auch die Ionen einander genähert werden bzw. in der Richtung normal zur Druckrichtung voneinander entfernt werden.

Heidelberg, Chemisches Institut, 16. März 1912.

Zählung von Kathodenstrahlteilchen;
von Erich Regener.

(Eingegangen am 25. März 1912.)

Es gibt bekanntlich bereits mehrere Methoden, die von radioaktiven Substanzen ausgesandten α-Teilchen zu zählen: man kann die von den α-Teilchen auf einem Leuchtschirm hervorgerufenen Szintillationen auszählen [1]), man kann nach RUTHERFORD und GEIGER die ionenerzeugende Wirkung der α-Teilchen so verstärken, daß die Wirkung eines einzelnen Teilchens bemerkbar wird [2]); man kann auch die Ladung der von einem α-Teilchen erzeugten Ionen bereits direkt nachweisen und so die α-Teilchen zählen. Die Möglichkeit der letzten Methode hatte ich bereits in meiner ersten Arbeit über die Szintillation der α-Teilchen [3]) diskutiert; kürzlich ist sie von den Herren K. W. F. KOHLRAUSCH und E. v. SCHWEIDLER [4]) durch den Versuch bestätigt worden.

Für die aus negativen Elektronen bestehenden Strahlen (β-Strahlen, Kathodenstrahlen) bestand bis jetzt keine brauchbare Zählmethode. Zwar habe ich früher zeigen können [5]), daß die Fluoreszenz eines Baryumplatincyanürschirmes unter der Wirkung der β-Strahlen szintillatorischer Natur ist, doch ist die Helligkeit einer einzelnen Szintillation im allgemeinen zu schwach, um eine Zählung zu ermöglichen. Herr C. T. R. WILSON [6]) hat die Einzelwirkung von β-Teilchen dadurch sichtbar gemacht, daß er an die von einem β-Strahl gebildeten Ionen Wasserdampf kondensierte. Ob diese Versuche für eine Zählung der β-Strahlen verwendbar sind, ist nicht festgestellt.

Ich bin seit einiger Zeit bemüht gewesen, eine Methode für eine fortlaufende Zählung der β-Teilchen oder der Kathodenstrahlteilchen zu finden, hauptsächlich in der Absicht, durch

---

[1]) REGENER, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 78, 1908.
[2]) RUTHERFORD und GEIGER, Proc. Roy. Soc. (A) **81**, 141 u. 162, 1908.
[3]) REGENER, l. c., S. 83.
[4]) KOHLRAUSCH und v. SCHWEIDLER, Phys. ZS. **13**, 11, 1912.
[5]) REGENER, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 351, 1908.
[6]) C. T. R. WILSON, Proc. Roy. Soc. (A) **85**, 285, 1911.

Verbindung der Zählung mit einer Messung der durch die Teilchen transportierten elektrischen Ladung den Wert des elektrischen Elementarquantums am Elektron direkt zu bestimmen. Die bisherigen direkten Methoden zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums [1]) ergeben diese Größe nur für Gasionen oder für die positive Doppelladung eines Heliumatoms (α-Teilchens). Für die Vollständigkeit und Sicherheit unserer Anschauungen über das Elektron erscheint aber eine direkte Bestimmung der Ladung des Elektrons selbst erwünscht. Meine Bemühungen um eine Zählmethode für Elektronen haben kürzlich bei Kathodenstrahlen von verhältnismäßig niedriger Geschwindigkeit ein brauchbares Resultat gegeben. Darüber möchte ich kurz berichten.

Die Methode ist im Prinzip folgende: Mittels eines Zerstäubers wird ein dichter Nebel von feinen Öltröpfchen hergestellt, der sich in der Luft ziemlich lange schwebend erhält. Von diesen Öltröpfchen sind einige elektrisch geladen [2]). Der Öltröpfchennebel gelangt daher zunächst in einen Kondensator, in welchem ein starkes elektrisches Feld herrscht. Hierdurch werden die geladenen Tröpfchen aus dem Nebel herausgeschafft, so daß der Nebel nach dem Passieren des Kondensators ladungsfrei ist. Er strömt dann durch ein Drahtnetz in einen zweiten Raum, in welchem k e i n elektrisches Feld herrscht und in welchen die zu zählenden korpuskularen Strahlen eintreten. Es findet dann eine Anlagerung der durch den korpuskularen Strahl in der Luft gebildeten Ionen an die Öltröpfchen statt [3]). Der Nebel gelangt dann in den eigentlichen Beobachtungsraum, in welchem wieder ein elektrisches Feld herrscht. Durch eine besondere Anordnung werden hier die geladenen Öltröpfchen von den nicht geladenen räumlich getrennt. Ist also in den Nebel in dem zweiten Raum ein korpuskularer Strahl hineingetroffen und hat derselbe durch die von ihm gebildeten Ionen dem Nebel Ladungen erteilt, so wird sich dies an dem Auftreten der Ladungen in dem Beobachtungsraum erkennen lassen.

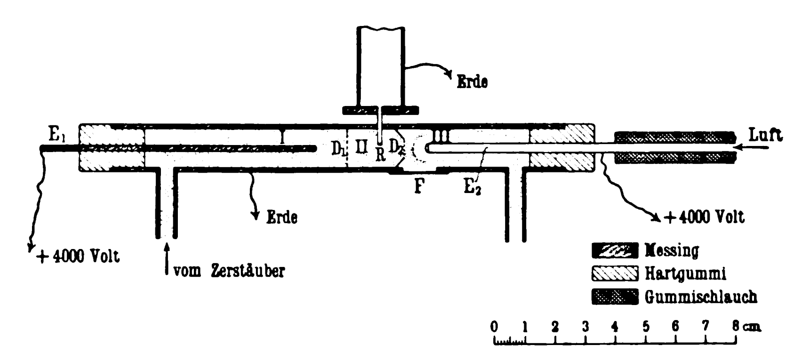
---

[1]) Siehe den Bericht von Pohl, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. **8**, 406, 1911.

[2]) Millikan, Phys. ZS. **11**, 1097, 1910.

[3]) Beim Vorhandensein eines elektrischen Feldes würde die Anlagerung bis auf einen geringen Bruchteil unterdrückt werden (siehe auch Millikan, l. c.); deswegen muß der korpuskulare Strahl in einen feldfreien Raum eintreten.

Die praktische Ausführung ist aus der Figur zu ersehen. Der Nebel wird durch Zerstäuben von dünnflüssigem Maschinenöl mittels Druckluft (1½ Atmosphären Überdruck) hergestellt und gelangt[1]) in den Raum I, der als Zylinderkondensator ausgebildet ist. Das Feld dieses Kondensators ist durch das Drahtnetz D_1 begrenzt, so daß der Nebel, nachdem er in dem Raum I von Ladungen befreit ist, in den feldfreien Raum II gelangt. Hier treten die korpuskularen Strahlen ein, und zwar, wenn es sich um Beobachtung von α-Teichen handelt, durch ein mit dünner Aluminiumfolie verkleidetes Loch; falls die Kathodenstrahlteilchen beobachtet werden sollen, ragt ein dünnes Messingröhrchen R, das auf seinem Ende ein kleines LENARDsches Fenster aus Glasfolie trägt, bis fast in die Mitte des Raumes II. Die Trennung der



geladenen von den ungeladenen Öltröpfchen in dem Beobachtungsraum III geschieht in folgender Weise: Die mit der Spannung verbundene Elektrode E_2 ist als Röhrchen ausgebildet, durch welches ein schwacher nebelfreier Luftstrom dem herankommenden Nebelstrom entgegenströmt. Dadurch wird um das Ende der Elektrode herum ein nebelfreier Raum erzeugt. Die in dem ankommenden Nebel vorhandenen geladenen Tröpfchen werden dann durch die elektrischen Kräfte in den nebelfreien Raum hineingezogen, so daß die geladenen Tröpfchen trotz großer Dichtigkeit des Nebels auch beobachtet werden können, wenn sie nur in geringer Anzahl vorhanden sind. Meistens gelangen die geladenen

[1]) Das heißt nur ein Teil desselben; der größte Teil des gebildeten Nebels gelangt durch ein T-Rohr ins Freie.



Tröpfchen nicht bis an die Elektrode [1]), weil dort die Geschwindigkeit des entgegenkommenden Luftstromes größer ist als die Bewegung der Tröpfchen im elektrischen Felde; sie werden dann um die Elektrode herumgeführt. Für die Beobachtung ist dies gleichgültig, da der nebelhaltige und der nebelfreie Raum gegeneinander scharf begrenzt sind und das Hereinstürzen der geladenen Tröpfchen in den nebelfreien Raum beobachtet wird. Die Beobachtung selbst geschieht ultramikroskopisch, indem durch das Fenster F und ein Objektiv das Bild eines Lichtbogens entworfen und durch ein senkrecht zu dem ersten angebrachtes zweites Fenster durch ein schwach vergrößerndes Mikroskop beobachtet wird. Der nebelhaltige Raum erscheint dann mit leuchtenden Nebelteilchen erfüllt, der nebelfreie als ein dunkler Halbkreis.

Der bei der beschriebenen Anordnung zur Beobachtung gelangende Effekt ist das Auftreten der geladenen Tröpfchen. Die Größe des Effektes, also die Zahl der zu beobachtenden geladenen Tröpfchen, hängt in erster Linie von der Zahl der von einem korpuskulären Strahl gebildeten Ionen ab, da ja die Ladung der Tröpfchen von der Ladung der Ionen herrührt. Es werden darum die Strahlen den größten Effekt geben, welche die größte Zahl von Ionen pro Zentimenter ihres Weges durch Luft erzeugen. In der Tat gibt nun die beschriebene Methode mit α-Strahlen, welche ja bekanntlich ein sehr großes Ionisierungsvermögen besitzen, einen sehr großen Effekt. Bei passender Regulierung des Nebelstromes und des Luftstromes ist die Wirkung, welche durch **ein** in den Raum II (Figur) eintretendes α-Teilchen hervorgerufen wird, so stark, daß die plötzlich in den nebelfreien Teil des Beobachtungsraumes hineinstürzenden geladenen Tröpfchen die Grenze zwischen dem nebelhaltigen und dem nebelfreien Teil zum Verschwinden bringen. Es läßt sich ferner erreichen, daß die Unterscheidung zweier innerhalb eines Bruchteiles einer Sekunde aufeinanderfolgenden α-Teilchen möglich wird. Da weiterhin auch kein α-Teilchen wirkungslos bleibt, wie es z. B. bei der Szintillationsmethode dann der Fall ist, wenn ein α-Teilchen auf eine schlechte Stelle des Leuchtschirmes auftrifft, so dürfte diese Methode wohl auch bei α-Teilchenzählungen,

[1]) Auf dem Röhrchenende sitzt noch ein kleiner halbkreisförmiger Draht (siehe Figur), der bewirkt, daß die geladenen Tröpfchen möglichst in die Einstellebene des Beobachtungsmikroskops gezogen werden.

*



wie sie ja jetzt für viele Untersuchungen gebraucht werden, Verwendung finden. Es kommt hinzu, daß die Beobachtung viel leichter ist als diejenige der Szintillationen.

Meine Versuche, in der gleichen Weise auch die β-Strahlen radioaktiver Substanzen zu zählen, haben bis jetzt noch nicht zu einem befriedigenden Resultat geführt. Ich schreibe das dem Umstande zu, daß die β-Strahlen der radioaktiven Substanzen [1]) komplexer Natur sind, d. h. aus einem Gemisch von Strahlen verschiedener Geschwindigkeit bestehen [2]). Nun steht das Ionisierungsvermögen der Strahlen in einem umgekehrten Verhältnis zu ihrer Geschwindigkeit und bei den schnellen Strahlen ist die Anzahl der Ionen, welche auf 1 cm ihres Weges durch die Luft erzeugt werden, nicht sehr groß [3]). Die Folge hiervon ist, daß die schnellen β-Strahlen bei der beschriebenen Methode überhaupt einen zu kleinen Effekt geben, es werden zu wenig geladene Tröpfchen gebildet, als daß eine sichere Konstatierung der von einem β-Teilchen herrührenden Wirkung möglich wäre. Da sich nun durch einfache Mittel wohl die schnelleren β-Strahlen von den langsameren trennen lassen, nicht aber die langsameren von den schnelleren, so wird der größere Effekt, welchen die langsamen Strahlen hervorbringen, von der schwächeren Wirkung der schnelleren Strahlen überlagert, eine ordentliche Zählung ist infolgedessen nicht möglich. Auch die nicht zu vermeidenden γ-Strahlen bewirken eine Störung in dem gleichen Sinne.

Diese Erfahrungen mit β-Strahlen zeigten mir indessen den Weg, der schließlich zum Resultate führte: Ich mußte homogene Kathodenstrahlen nehmen, und zwar langsame, um eine möglichst große Ausbeute an Ionen und damit an sichtbaren Nebeltröpfchen von einem einzelnen Strahl zu bekommen. Ich benutzte lichtelektrische Kathodenstrahlen, die mit einer Spannung von etwa 10000 Volt beschleunigt waren. In den beiden Hochspannungsdynamos des physikalischen Instituts stand mir nämlich eine konstante Spannungsquelle dieser Höhe zur Verfügung. Um solche

---

[1]) Ich habe Radium und den aktiven Niederschlag der Thoremanation untersucht.

[2]) Siehe insbesondere die neueren Messungen von v. Baeyer, Hahn und Meitner, Phys. ZS. **12**, 1099, 1911 und Danysz, Le Radium **9**, 1, 1912.

[3]) Nach Durack [Phil. Mag. (6) **8**, 550, 1903] erzeugt einer von den schnellen β-Strahlen des Radiums auf 1 cm seines Weges in Luft von Atmosphärendruck etwa 125 Ionenpaare.

Strahlen aus der Röhre in die freie Luft herauszubekommen, mußte ich ein LENARDsches Fenster aus äußerst dünnem Glase verwenden. Es gelang mir schließlich, ein Glashäutchen aufzukitten, das eine rote Interferenzfarbe zeigte; das freie Loch hatte freilich nur etwa 0,2 mm Durchmesser [1]). Die Erzeugung der Kathodenstrahlen geschah an einer Kupferplatte durch Bestrahlen mit dem Lichte einer Quarzquecksilberlampe durch ein Quarzfenster. Ausgepumpt wurde dauernd mit einer Gaedepumpe; ein in flüssige Luft getauchtes U-Rohr diente zur Abhaltung von Fett- und Quecksilberdämpfen. Da Kathodenstrahlen solcher geringen Geschwindigkeit in Luft eine kleine Reichweite haben, befand sich, wie erwähnt, das LENARDsche Fenster auf der Spitze eines Röhrchens, das bis nahe zur Mitte in den Raum II (Figur) hineinreichte.

Unter diesen Verhältnissen ließ sich die Wirkung der einzelnen Kathodenstrahlen deutlich beobachten, d. h. ich beobachtete bei genügend abgeblendeter Quecksilberlampe (Weite der direkt vor die Lampe gestellten Blende einige Millimeter) das sporadische ruckweise Auftreten von geladenen Öltröpfchen. Die Erscheinung ist im wesentlichen dieselbe wie diejenige bei den α-Teilchen, nur ist die Ausbeute an geladenen Tröpfchen, die jeder einzelne Kathodenstrahl gibt, ganz wesentlich kleiner. Während die Zahl der durch einen α-Strahl gebildeten geladenen Tröpfchen sehr groß ist und schätzungsweise viele Hunderte beträgt, liefert ein Kathodenstrahlteilchen bis jetzt etwa ein bis zwei Dutzend. Auch ist das Auftreten der geladenen Tröpfchen nicht so ruckweise wie bei den α-Strahlen; es liegt das augenscheinlich daran, daß die Bahn der Kathodenstrahlteilchen nicht wie bei den α-Strahlen eine gerade, sondern stark gekrümmt ist. Die Ionen und damit die von ihnen stammenden geladenen Tröpfchen sind also nicht auf einen so engen Raum konzentriert wie bei den α-Teilchen. Die zu beobachtenden Kathodenstrahlteilchen müssen also langsamer aufeinanderfolgen als bei den α-Teilchen, damit die einzelnen Teilchen bei der Zählung voneinander getrennt werden können. Es ist indessen möglich, daß sich hier noch Verbesserungen erreichen lassen; auch will ich noch Strahlen anderer

[1]) Bei 6000 bis 7000 Volt Beschleunigung fing die Durchlässigkeit des benutzten Fensters an.



Geschwindigkeit versuchen, ob diese vielleicht bessere Wirkungen geben. Zählungen lassen sich jedenfalls schon anstellen. Zusammen mit einer Ladungsmessung der Teilchen will ich dieselben zum Zwecke der Bestimmung der Ladung des Elektrons ausführen.

Erwähnen möchte ich noch, daß ich, obwohl durch die zur Erzeugung der Kathodenstrahlen benutzte Röhre keine sichtbare Entladung durchging, beim Beginn der Versuche auch Kathodenstrahlen in zählbarer Menge erhielt, wenn das ultraviolette Licht abgeblendet war. Die Zahl dieser Kathodenstrahlteilchen nahm jedoch stetig ab und war im Laufe von ein bis zwei Stunden auf ein Teilchen in ungefähr einer halben Minute gesunken. Ich habe noch nicht feststellen können, ob diese Kathodenstrahlen von Gasresten oder von einem Oberflächeneffekt an der kathodischen Kupferplatte herrühren. Daß ich es jedoch auch in diesem Falle mit Kathodenstrahlen zu tun hatte, konnte ich — ebenso wie auch bei den lichtelektrischen Strahlen — dadurch einwandfrei nachweisen, daß bei Annäherung eines Stabmagneten die beobachteten Wirkungen aufhörten, indem die abgelenkten Kathodenstrahlen nicht mehr das durchlässige Fenster trafen.

Wie zu erwarten, traten die beobachteten Kathodenstrahlteilchen nicht in gleichen Zeitabschnitten auf, sondern in ganz ungleichmäßigen Intervallen. Es liegen hier augenscheinlich Schwankungsphänomene ähnlicher Natur vor, wie sie von den natürlichen Schwankungen in dem Atomzerfall der radioaktiven Stoffe her bekannt sind.

Die beschriebene Methode dürfte außer als Zählmethode für korpuskulare Strahlen auch als Ionenindikator Dienste leisten. Die Anzahl der Luftionen, die von einem Kathodenstrahlteilchen mit 10000-Volt-Geschwindigkeit freigemacht wird, ist sicher nicht sehr erheblich. Da diese Ionen, in sichtbare Nebeltröpfchen übergeführt, noch einen guten Effekt geben, ist augenscheinlich die Empfindlichkeit der Anordnung, was den Nachweis von Ionen betrifft, eine sehr große und kann wohl auch für andere Zwecke brauchbar sein. Ich konnte einige Beobachtungen dieser Art bereits bei meinen Versuchen machen. Treten nämlich in den Raum II (Figur) gar keine Strahlen ein, so sieht man doch hin und wieder ein geladenes Tröpfchen im Beobachtungsraum auf-



treten. Augenscheinlich rührt dies von Ionen her, welche sich auf dem Wege der natürlichen spontanen Ionisierung (durchdringende Strahlung usw.) in dem Raum II gebildet haben. Gelegentlich, doch sehr selten, habe ich auch das plötzliche Auftreten einer größeren Zahl von geladenen Tröpfchen beobachtet. Dann ist offenbar in dem Raum II gerade ein α-Teilchen oder ein β-Teilchen zur Emission gekommen.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, 25. März 1912.

Verfahren zur Bestimmung von Hysteresiskurven bei elektrischen Schwingungen;

von H. Faßbender und E. Hupka.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Eingegangen am 26. März 1912.)

Bei Gleichstrom definiert man die Permeabilität μ durch das Verhältnis der Induktion $\mathfrak{B}$ zur Feldstärke $\mathfrak{H}$. Bei ferromagnetischen Substanzen ändert sich μ mit $\mathfrak{H}$. Die Werte der Induktion und der Feldstärke werden der jungfräulichen Kurve entnommen. Diese Definition versagt aber bei Wechselstrom, wo eine zyklische Magnetisierung während des Verlaufes einer Periode erfolgt und man, wie die Hysteresiskurve zeigt, für $\mathfrak{H} = 0$ wegen der endlichen Remanenz unendliche Werte für die Permeabilität erhalten würde. Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, kann man daran denken, das Verhältnis der Induktion zur Feldstärke $\mathfrak{B}/\mathfrak{H}$ zu ersetzen durch das Verhältnis der Differentiale $d\mathfrak{B}/d\mathfrak{H}$. Diese Definition ergibt jedoch für die Praxis wenig brauchbare Werte (vgl. hierzu HEINKE, Handb. d. Elektrotechn. 1 [2], 471, 1904).

Praktisch zugänglich sind die Effektivwerte des magnetisierenden Stromes und der durch das Ferricum induzierten EMK. Aus diesen ergeben sich in einfacher Weise Effektivwerte der Feldstärke und der Induktion. Wegen der leichten Bestimmbarkeit dieser Effektivwerte definiert man daher häufig als Wechselstrompermeabilität $\tilde{\mu}$ das Verhältnis der effektiven Induktion zur effektiven Feldstärke $\tilde{\mu} = \frac{\tilde{\mathfrak{B}}}{\tilde{\mathfrak{H}}}$. Diese Definition ist jedoch nicht eindeutig, sondern führt zu Werten, die von der jeweiligen Kurvenform des Wechselstromes abhängig sind. Demgegenüber liefert e i n d e u t i g e Werte die Definition $\tilde{\mu}' = \frac{\tilde{\mathfrak{B}}'}{\tilde{\mathfrak{H}}'}$, wo $\tilde{\mathfrak{B}}'$ die maximale Induktion während des Verlaufes einer Periode und $\tilde{\mathfrak{H}}'$ die zugehörige Feldstärke bedeuten. Bei Wechselstrom niederer Frequenz, wo die Kurvenform sich auf verschiedene Weise, z. B. oszillographisch ermitteln läßt, kann die

Permeabilität nach der zuletzt gegebenen Definition bestimmt werden. Auch die Aufnahme der Hysteresisfigur ist nicht schwierig.

Dagegen verzichtete man seither bei elektrischen Schwingungen auf die Bestimmung der Wechselstrompermeabilität unter Berücksichtigung der Kurvenform und auf die Aufnahme des 𝔅𝔥-Diagramms und begnügte sich mit einer Bestimmung der effektiven Permeabilität[1]). Ein Verfahren zu zeigen, welches auch für schnelle Schwingungen die Aufnahme der Hysteresiskurve und die Bestimmung des Verhältnisses $\tilde{\mathfrak{B}}'/\tilde{\mathfrak{H}}'$ ermöglicht, ist das Ziel der folgenden Überlegungen. Das Prinzip des Verfahrens ist kurz folgendes:

Das zu untersuchende Material bildet den Kern einer von den Schwingungen durchflossenen Meßspule. Das 𝔅𝔥-Diagramm ergibt sich dann durch Kombination aus den Momentanwerten der im Ferricum vorhandenen Feldstärke mit den zugehörigen Momentanwerten der Induktion. Der zeitliche Verlauf der Feldstärke während einer Periode wird, wie wir weiter unten zeigen, durch geeignete Mittel auf Sinusform gebracht. Die Größe der Amplitude wird durch Messung des Effektivwertes des Stromes bestimmt. Der zeitliche Verlauf der Induktion ergibt sich aus der mit der Braunschen Röhre aufgenommenen Kurve der Klemmenspannung an den Enden der Spule. Die Größe der Amplitude wird aus dem elektrometrisch gemessenen Effektivwert der Klemmenspannung berechnet.

Im einzelnen wird man dabei folgendermaßen verfahren: Um die Messung möglichst exakt zu gestalten, wird es sich empfehlen, ungedämpfte Schwingungen anzuwenden. Als Generatoren stehen hierfür der Poulsenbogen und neuerdings die Goldschmidtsche Hochfrequenzmaschine zur Verfügung. Der Schwingungskreis besteht in üblicher Weise aus einer Selbstinduktion und einer variablen Kapazität. Er enthält ferner ein Amperemeter, die oben erwähnte Meßspule und ein parallel zu dieser liegendes Elektrometer kleiner Kapazität. Aus den Wickelungsdaten dieser Meßspule und dem am Amperemeter abgelesenen Effektivwert des Stromes berechnet sich in bekannter Weise der

[1]) Für Frequenzen bis 10000 hat O. M. Corbino (Phys. ZS. **6**, 174—177, 1905) die Aufnahme von Hysteresiskurven versucht. Ein ähnliches Verfahren hat D. Steiner für max. $n = 5000$ angewandt [Ann. d. Phys. (4) **35**, 727—754, 1911]. Auf beide Arbeiten möchten wir hier nicht eingehen.

Effektivwert der Feldstärke im Ferricum unter Berücksichtigung der entmagnetisierenden Wirkung des Ferricums selbst. Die außerordentlich schwierige Ermittelung des Entmagnetisierungsfaktors erübrigt sich bei Verwendung eines geschlossenen streuungslosen Ringes. Der magnetische Hauteffekt fällt weniger ins Gewicht bei Haardrähten.

Um den zeitlichen Verlauf der Feldstärke, wie oben erwähnt, sinusförmig zu machen, verfährt man folgendermaßen: Im allgemeinen besitzt die Kurve der Feldstärke bzw. des Stromes nicht sinusförmigen Charakter, sondern es treten außer der Grundschwingung harmonische Oberschwingungen beträchtlicher Amplitude auf. Jedoch kann deren Stärke durch Verkleinern der Kapazität zugunsten der Selbstinduktion so weit herabgedrückt werden, daß man praktisch reinen Sinusstrom erhält. Man überzeugt sich hiervon dadurch, daß man einen sekundären Kreis auf die Grundschwingung und die einzelnen Harmonischen nacheinander abstimmt. Aus den am Amperemeter des Sekundärkreises abgelesenen Stromstärken läßt sich dann in bekannter Weise das Verhältnis der Amplituden berechnen. Dieses Verfahren führt jedoch nur dann zum Ziel, wenn die gesamte Selbstinduktion groß ist im Verhältnis zu der das Ferricum enthaltenden. Der Vergrößerung der Selbstinduktion ist eine Grenze gesetzt durch die bei zu kleiner Kapazität eintretende Instabilität der Schwingungen.

Hat man so einen praktisch sinusförmigen Verlauf des Stromes, d. h. auch der Feldstärke erzielt, so ist die Induktion wegen der Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke keineswegs sinusförmig. Es ist nämlich die EMK an den Enden der das Ferricum enthaltenden Spule $e = -N\frac{d\Phi}{dt}$, wo N die Windungszahl und Φ den Induktionsfluß durch den Wickelungsquerschnitt bedeuten. Falls das Ferricum diesen nicht voll ausfüllt, was bei Drähten niemals der Fall ist, so setzt sich Φ zusammen aus dem Induktionsfluß in der Luft $\Phi_1 = (q - q')\mathfrak{H}$ und dem Induktionsfluß im Ferricum $\Phi_2 = q'\mathfrak{B}$. Hierin bedeuten q die Windungsfläche der Spule, q' den Querschnitt des Ferricums. Während Φ_1 bei sinusförmigem Strom sinusförmig ist, gilt für Φ_2 folgende Beziehung:

$$e_2 = -N\frac{d\Phi_2}{dt} = -Nq'\frac{d\mathfrak{B}}{dt} = -Nq'\frac{d(\mu\mathfrak{H})}{dt}.$$

Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit, die Kurvenform von e_2 zu ermitteln, oder, da dies nicht unmittelbar möglich ist, die Kurvenform der Klemmenspannung an den Enden der Spule, wie bereits oben gesagt.

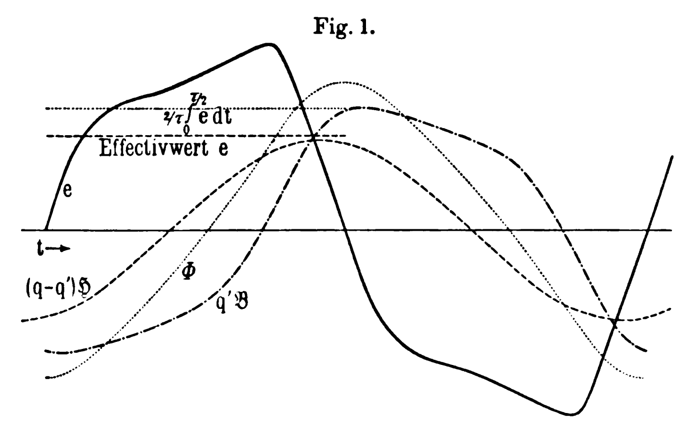
Zur Bestimmung dieser Kurvenformen kommen die mechanischen Oszillographen bei den Frequenzen der elektrischen Schwingungen wegen ihrer Trägheit nicht in Betracht. Frei von diesem Übelstand sind die Kathodenstrahlen. Die Ablenkung, welche sie durch ein homogenes elektrisches Feld erfahren, ist dessen Stärke proportional. Diese Tatsache läßt sich bei der BRAUNschen Röhre leicht zur Spannungsanalyse für schnelle Schwingungen nutzbar machen [1]). Die zu untersuchende Spannung wird dabei an ein Paar von Kondensatoren geführt und eine Hilfsspannung, deren Kurvenform bekannt ist, an ein zweites, senkrecht dazu orientiertes Kondensatorenpaar angelegt. Um gegenseitige Beeinflussungen der beiden Wechselfelder zu vermeiden, läßt man den Kathodenstrahl zuerst das eine und dann das andere Feld passieren. Im folgenden ist angenommen, daß die Hilfsspannung von der Hauptselbstinduktion des Schwingungskreises abgenommen wird. Bei sinusförmigem Strom ist diese Spannung selbst sinusförmig und gegen den Strom um eine Viertelperiode in der Phase verschoben. Man erhält infolge der Ablenkung des Strahles durch beide Felder auf dem Phosphoreszenzschirm eine geschlossene Figur, im folgenden kurz als LISSAJOUSsche Figur bezeichnet. Aus dieser folgt in üblicher Weise die ausgezogene Kurve der Klemmenspannung an den Enden der Meßspule in Abhängigkeit von der Zeit (vgl. Fig. 1). Um aus dieser Kurve den Verlauf der durch die magnetische Induktion bedingten EMK zu ermitteln, hat man den OHMschen Spannungsabfall in Abzug zu bringen, der bei sinusförmigem Strom ebenfalls sinusförmig ist. Seine Phasenverschiebung gegen die Klemmenspannung ist gleich der Phasenverschiebung des Stromes, beträgt also eine Viertelperiode gegen die Hilfsspannung. Die Phasenverschiebung der beiden Spannungen ergibt sich aus der LISSAJOUSschen Figur. Bei der Größe des OHMschen Widerstandes ist die Erhöhung durch den Hauteffekt in Rechnung zu setzen oder durch Messung zu ermitteln. Zur

[1]) H. DIESSELHORST und R. SCHMIDT, Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 205, 1909; H. HAUSRATH, Phys. ZS. **12**, 1044—1046, 1911; B. GLATZEL, ebenda **12**, 1069—1073, 1911.



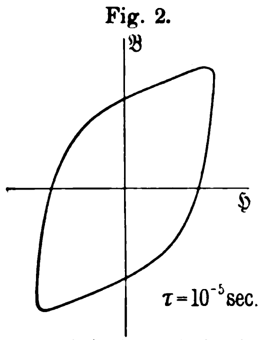
experimentellen Bestimmung stehen die Methoden von BJERKNES [1]) und LINDEMANN [2]) zur Verfügung. Um die Erhöhung des OHMschen Widerstandes möglichst klein zu halten, empfiehlt sich die Verwendung von ideal verdrillten Litzen [3]). Die so erhaltene Kurve stellt den zeitlichen Verlauf von $d\Phi/dt$ dar. Durch

Fig. 1.



graphische Integration oder analytisch erhält man aus der $d\Phi/dt$-Kurve die Werte Φ. Um endlich aus diesen die gesuchte 𝔅-Kurve zu erhalten, hat man zu berücksichtigen, daß nicht die ganze Windungsfläche der Spule, wie oben angegeben, mit Eisen ausgefüllt werden kann. Es ist nämlich $\Phi = (q - q')\mathfrak{H} + q'\mathfrak{B}$. Es müssen also von Φ die Ordinaten der sinusförmigen $(q - q')\mathfrak{H}$-Kurve abgezogen werden. Ihre Amplitude ergibt sich aus den Wickelungsdaten der Meßspule in bekannter Weise. Die Phasenverschiebung beträgt eine Viertelperiode gegenüber der zur Erzeugung der LISSAJOUSschen Figur benutzten Hilfsspannung. Kombiniert man die 𝔅-Werte mit den zeitlich zugeordneten 𝔋-Werten, so erhält man ein 𝔅𝔋-Diagramm (vgl. Fig. 2). In diesem tritt im allgemeinen $\mathfrak{B}_{max}$ nicht für $\mathfrak{H}_{max}$ ein. Dies rührt

Fig. 2.



Magn. Skineffekt und Wirbelströme nicht berücksichtigt.

---

[1]) RAUSCH v. TRAUBENBERG und MONASCH, Phys. ZS. 8, 925, 1907; C. FISCHER, Ann. d. Phys. (4) 28, 57, 1909.

[2]) R. LINDEMANN, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. 4, 561—604, 1911.

[3]) R. LINDEMANN, l. c.

von dem bei hohen Frequenzen auch bei sorgfältigster Unterteilung des Eisenkernes immer beträchtlichen Einfluß der Wirbelströme und des magnetischen Hauteffektes[1]) her. Beide Wirkungen erzeugen eine Phasenverschiebung und eine Verringerung der Amplitude von 𝔅. Über diese Frage und über die praktische Anwendung der beschriebenen Methode sowie ihre Resultate soll demnächst berichtet werden.

---

[1]) Vgl. hierzu O. Heaviside, Electrical papers, London 1892, Vol. I, S. 353 ff; J. Zenneck, Elektromagn. Schwingungen, Stuttgart 1905, S. 205 ff.; J. J. Thomson, Recent Researches etc., Oxford 1893, S. 323 ff.

Charlottenburg, im März 1912.

Über die unstetige Änderung der Leitfähigkeit beim Übergang vom festen zum flüssigen Aggregatzustand; von Paul Cermak.

(Eingegangen am 26. März 1912.)

Es ist eine von vielen Autoren festgestellte Tatsache, daß der Widerstand eines Metalles eine plötzliche, sprunghafte Änderung erleidet, wenn es flüssig wird [1]). Andere elektrische Eigenschaften weisen diese Unstetigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur nicht auf. So hat H. Dember [2]) für den Photoeffekt stetigen Verlauf nachgewiesen, der Verfasser dieser Zeilen konnte bei den Untersuchungen über die Abhängigkeit der Thermokraft, des Peltier- und des Thomsoneffektes von der Temperatur ebenfalls immer nur einen stetigen Verlauf finden [3]). Die Elektronentheorien der Metalle von Drude, Lorentz, Thomson usw. geben für diese Effekte Formeln, aus denen sich der Schluß ziehen läßt, daß auch die Elektronenzahl pro Kubikzentimeter beim Übergang vom festen in den flüssigen Zustand keine plötzliche Änderung erfährt. Da nun von chemischer Seite festgestellt worden ist, daß die Metalle mit zunehmender Temperatur eine immer größere Adsorption von Gasen aufweisen und sie insbesondere beim Schmelzen oft sehr große Gasmengen aufnehmen, und da andererseits die Elektronentheorien auch für die Leitfähigkeit eine direkte Abhängigkeit von der Elektronenzahl verlangen, so kam ich zu der Vermutung, daß vielleicht die plötzliche Änderung des Widerstandes beim Flüssigwerden mit dieser Gasadsorption in direktem Zusammenhang stehe. Ich unternahm deshalb die folgende Untersuchung, die zeigen sollte, ob eine Änderung in der Größe des Widerstandssprunges auftrete, wenn man die Bestimmung des Widerstandes bei verschiedenen Drucken insbesondere im höchsten erreichbaren Vakuum ausführt.

---

[1]) Die bezüglichen Literaturangaben finden sich in Winkelmanns Handbuch, Bd. IV, I, S. 364—366.

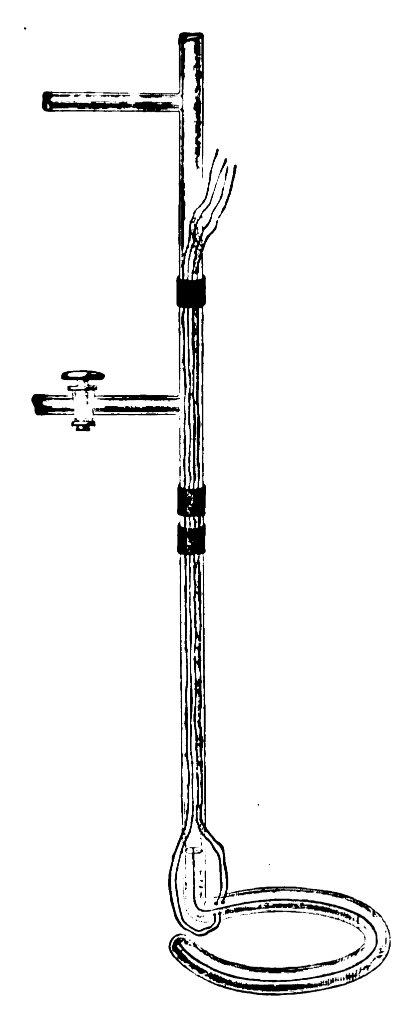
[2]) H. Dember, Ann. d. Phys. (4) **23**, 957, 1907.

[3]) P. Cermak, ebenda (4) **26**, 521, 1908; **33**, 1195, 1910; **36**, 575, 1911.

Nach einigen Vorversuchen erwies sich die im folgenden beschriebene Versuchsanordnung als die zweckdienlichste. Aus einem Glasrohr, das eine Zwischenwand enthielt — man erhält solche Rohre seit einiger Zeit im Handel —, wurde von einem geschickten Glasbläser ein an einer Stelle offener Kreis so gebogen, daß die Zwischenwand senkrecht stand. Das eine Ende des ganz ebenen Kreises wurde zugeschmolzen, nachdem vorher an dieser Stelle zwischen den beiden Abteilungen im Inneren des Glasrohres eine Verbindung hergestellt worden war. Das andere Ende wurde aufgebogen und etwa 4 cm über der Aufbiegestelle wurde daran gewöhnliches Biegerohr angesetzt. Am Glaskreise, dort wo er vor der Aufbiegung noch eben war, wurden in jede Abteilung des Rohres zwei Platindrähte eingeschmolzen. Das angesetzte Biegerohr hatte noch zwei Ansätze. Mittels des einen stand es mit einer SPRENGELschen Quecksilberluftpumpe in Verbindung, durch das andere konnte ein Wasserstoffstrom zugeleitet werden. Durch das vertikale Ende des Biegerohres selbst führte (in gebrauchsfertigem Zustand) ein Thermoelement Eisen-Konstantan, das ins Metall eintauchte und zur Temperaturbestimmung diente. Der ganze Glasapparat, der an den seitlichen Ansätzen gehalten wurde, hing frei in einem großen Becherglas und tauchte in Paraffinöl, das elektrisch geheizt und mittels eines kleinen Motors sorgfältig gerührt wurde. Es gelang so, den Kreis in seiner ganzen Ausdehnung auf gleiche Temperatur zu erwärmen.

Beide Abteilungen des vollkommen horizontal aufgestellten Kreises wurden nun mit feinen Stückchen reinen Zinns (KAHLBAUM) gefüllt, dann über deren Schmelzpunkt erhitzt, während ein langsam durch das Rohr fließender Wasserstoffstrom die Oxydation verhinderte. Nach dem Zusammenschmelzen bildete das Zinn ein zusammenhängendes Stück von der Länge des doppelten Kreisumfanges. War dann noch ins geschmolzene Metall das Thermoelement eingebracht, so konnten die Versuche beginnen. Wie oben schon erwähnt, waren in jede Rohrabteilung zwei Platindrähte eingeschmolzen; je einer diente zur Stromzu- und -ableitung, je ein anderer dazu, die Spannung, die an dem Zinnstück lag, mit der an einem 1/99 Ohm liegenden Spannung mittels eines Galvanometers zu vergleichen. Die Figur gibt ein Bild des mit Zinn beschickten Kreisrohres außerhalb des Temperaturbades.

Die Versuchsanordnung gestattet in ausgezeichneter Weise, das ganze Metallstück auf gleicher Temperatur zu halten. Zwar wurde die Temperatur nur an einem einzigen Punkte bestimmt, die Konstanz ergab sich aber daraus, daß das die Temperatur anzeigende Millivoltmeter während der ganzen Zeit des Schmelzens oder Festwerdens sich nicht um mehr als einen Grad verschob, und daraus, daß zwischen den beiden Stromzuführungsstellen bei Atmosphärendruck überhaupt keine, im Vakuum nur ganz minimale Thermokräfte auftraten. Die letzteren wurden durch fortwährende Kontrolle des Nullpunktes festgestellt und berücksichtigt. Die Versuche wurden ausgeführt bei Atmosphärendruck, beim Druck des normalen und anormalen Kathodengefälles, bei Röntgenvakuum und bei so hohem Vakuum, daß die Funken eines Induktors um die eingefügte Entladungsröhre herumschlugen.



Das Ergebnis der Untersuchungen war ein negatives: Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur wird vom Druck nicht beeinflußt, und das Verhältnis des Widerstandes gerade über dem Schmelzpunkt zu dem gerade unter dem Schmelzpunkt erfährt bei Änderung des Druckes keine Abänderung. Ich fand die Größe dieses Verhältnisses immer gleich 2,14. [VICENTINI und OMODEI[1]) fanden dafür bei Zinn 2,21.] Daß flüssiges

[1]) VICENTINI u. OMODEI, Atti di Torino **25**, 1889; Cim. (3) **27**, 214, 1890.

Atmosphärendruck.

a cm	b cm	R Ohm	T	a cm	b cm	R Ohm	T
10,07	5,4	$18{,}67 \cdot 10^{-3}$	249	9,2	5,4	$17{,}03 \cdot 10^{-3}$	232
10.07	5,4	18,67	251	7,0	5,4	12,97	232
10,01	5,4	18,55	246,5	4,6	5,4	8,525	222
10,00	5,4	18,54	244	4,5	5,4	8,34	216
9,99	5,4	18,515	241,5	4,4	5,4	8,16	208,5
9,98	5,4	18,5	239,5	4,3	5,4	7,97	203,3
9,98	5,4	18,5	236,5	4,2	5,4	7,78	193
9,91	5,4	18,35	235	4,0	5,4	7,42	180
9,92	5,4	18,36	233	3,55	5,4	6,58	151,5
9,84	5,4	18,23	232				

Höchstes Vakuum.

a cm	b cm	R Ohm	T	a cm	b cm	R Ohm	T
2,4	5,35	$4{,}49 \cdot 10^{-3}$	18	10,2	4,45	$18{,}73 \cdot 10^{-3}$	256
2,6	5,35	4,86	43	10,2	4,45	18,73	258
2,9	5,35	5,43	80	10,25	4,45	18,83	259
3,15	5,40	5,78	104	10,2	4,45	18,73	258
3,5	5,40	6,48	141	10,1	4,45	18,55	255,5
3,8	5,45	6,97	163	10,15	4,45	18,64	250
4,2	5,45	7,72	194	10,1	4,45	18,55	242
4,3	5,45	7,89	200	10,1	4,45	18,55	228,5
4,5	5,45	8.26	216	10,0	4,45	18,35	234
4,55	5,45	8,35	220	9,8	4,45	17,98	232
4,6	5,45	8,44	225	9,25	4,45	16,97	232
4,7	5,45	8,63	232	8,05	4,45	14,77	232
4,8	5,45	8,82	232	7,0	4,45	12,84	232
5,2	5,45	9,54	232	5,8	4,45	10,64	232
5,55	5,45	10,18	232	5,6	4,45	10,28	232
6,05	5,45	11,1	232	5,3	4,45	9,73	232
6,75	5,45	12,38	232	5,0	4,45	9,18	232
7,3	5,45	13,39	232	4,9	4.45	9,00	232
8,7	5,45	15,96	232	4,7	4,45	8,63	231
9,0	5,45	16,51	232	4,55	4,45	8,35	221
9,3	5,45	17,07	232	4,55	4,45	8,35	219
9,5	5,45	17,43	232	4,4	4,45	8,075	209
10,0	5,45	18,35	233	4,2	4,45	7,72	195
10,15	5,45	18,64	248	4,05	4,45	7,43	184
10,15	5,45	18,64	251	3,85	4,45	7,07	167
10,2	4,45	18,73	257	3,65	4,45	6,7	150

Zinn beim Festwerden Gase in großen Massen abgibt, machte sich bei nicht allzu hohen Drucken durch ein Schlechterwerden des Vakuums bemerkbar.

Die Quecksilberpumpe blieb natürlich während der ganzen Versuchsdauer in Tätigkeit. Da die Versuchsreihen einander alle sehr ähnlich sind, gebe ich in den beiden vorstehenden Tabellen nur eine Beobachtungsreihe des sich abkühlenden Metalles im Wasserstoffstrome (Atmosphärendruck) und eine über Erwärmung und Abkühlung im höchsten erreichten Vakuum. Dabei sind unter a und b die Galvanometerausschläge eingetragen, die den gemessenen Spannungen am Zinn und am 1/99 Ohm entsprechen, unter R die Widerstände des Zinns in Milliohm und unter T die zugehörenden Temperaturen in Zentigraden.

Es scheint mir also aus diesen Versuchen hervorzugehen, daß die elektrische Leitfähigkeit selbst beim Übergang vom festen zum flüssigen Aggregatzustand eine sprunghafte Änderung erleidet. Ob man nun anzunehmen hat, daß bei der Leitfähigkeit nicht nur Korpuskeln, sondern auch die Atome bzw. Molekeln von Einfluß sind, während das bei den thermoelektrischen Größen und dem Photoeffekt nicht der Fall sei, oder ob man annehmen muß, daß für die letzteren Erscheinungen andere Korpuskeln verantwortlich seien als für die Leitfähigkeit, läßt sich daraus noch nicht schließen. Interessant wäre in dieser Hinsicht die Untersuchung, wie die von heißen Metallen und Metalloxyden ausgehenden Thermionen durch den Wechsel des Aggregatzustandes beeinflußt werden.

Gießen, Physikalisches Institut der Universität.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. | **30. April 1912.** | **Nr. 8.**

Über die Überführung des Resonanzspektrums der Jodfluoreszenz in ein Bandenspektrum durch zugemischte Gase; von J. Franck.

(Eingegangen am 26. März 1912.)

WOOD[1]) hat gezeigt, daß man bei Erregung der Fluoreszenz mit monochromatischer Strahlung ein Resonanzspektrum erhält, ähnlich, wie er es im Natrium- und Kaliumdampf vorher erhalten hatte. Und zwar entspricht jeder erregenden Wellenlänge eine Resonanzserie. Wird dagegen die Fluoreszenz durch weißes Licht erregt, so erhält man ein fast kontinuierliches Spektrum, das sich bei großer Auflösung als Bandenspektrum erweist. WOOD hat das so ausgelegt, daß auch hier jeder erregenden Wellenlänge eine Serie entspricht und daß durch Übereinanderlagerung der vielen Serien, die durch weißes Licht erregt werden, die Emission des Bandenspektrums entsteht. Gelegentlich von Versuchen über die Schwächung der Fluoreszenz des Joddampfes durch zugemischte fremde Gase haben WOOD und FRANCK[2]) gefunden, daß bei Erregung der Fluoreszenz mit monochromatischer Strahlung ein Bandenspektrum ähnlich demjenigen, das man mit

---

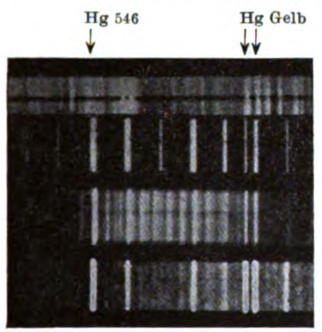
[1]) WOOD, Phys. ZS. **12**, 1195, 1911.
[2]) WOOD u. FRANCK, diese Verh. **13**, 84, 1911.

weißem Licht erhält, erzeugt wird, wenn man dem Joddampf Helium von einigen Millimetern Druck zumischt. Das ursprüngliche Resonanzspektrum wird dabei stark geschwächt, und seine Energie verteilt auf die Banden, während sich gleichzeitig die Gesamtenergie in das Gebiet längerer Wellenlängen verschiebt. In einer weiteren Publikation hat WOOD [1]) zeigen können, daß diese Eigenschaft nicht nur dem Helium, sondern auch dem Argon und Neon zukommt. Benutzt man andere Gase als Beimischung zum Joddampf, so findet, wie FRANCK und WOOD gezeigt haben, eine starke Schwächung des gesamten emittierten Fluoreszenzlichtes statt, so zwar, daß die Schwächung bei gleichem Druck des Zusatzgases mit dem Atomgewicht dieses Gases und ferner besonders intensiv mit steigender Elektronenaffinität desselben wächst. Der Unterschied der Edelgase von den übrigen Gasen tut sich schon dadurch deutlich kund, daß bei der Zumischung der Edelgase und Erregung der Fluoreszenz durch weißes Licht eine auffallend starke Farbenänderung der Fluoreszenz von Grün in Rot auftritt, während bei den anderen Gasen hauptsächlich nur eine Schwächung des emittierten Lichtes bemerkbar ist. Jedoch ergibt bei näherer Betrachtung sich auch bei diesen Gasen eine leichte Umfärbung ins Rötliche, die besonders beim Wasserstoff augenfällig wird. Diese letzte Tatsache hat mich veranlaßt, die Versuche noch einmal wieder aufzunehmen und zu sehen, ob nicht bei Zumischung aller Gase neben der Schwächung des Resonanzspektrums eine Emission des Bandenspektrums bei monochromatischer Bestrahlung vorhanden ist. Die Versuchsanordnung war die gleiche wie bei den früheren Experimenten. Es wurden also Glaskugeln von etwa 20 cm Radius mit einigen Jodkristallen beschickt und evakuiert, so daß sich nur Joddampf von einem Dampfdruck von etwa 0,2 mm Hg in ihnen befand. Dann wurde Gas bis zu einigen Millimetern Hg Druck zugelassen und die Röhren von der Pumpe abgeschmolzen. Zur Erregung der Fluoreszenz wurde wie früher eine Quarzquecksilberlampe benutzt, deren Licht durch einen großen Kondensor ins Innere der Kugel fokussiert wurde. Der leuchtende Kegel des Fluoreszenzlichtes wurde mit einem lichtstarken Taschenspektroskop besehen bzw. mit einem großen HILGERschen Spektral-

[1]) WOOD, Phys. ZS. 12, 1204, 1911.



apparat auf einer rotempfindlichen Platte photographiert. Als Zumischung wurden die Gase Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff verwandt, und es ergab schon die direkte Beobachtung mit dem Taschenspektroskop, daß außer der Schwächung der Resonanzlinien bei allen untersuchten Gasen ein schwaches Auftreten des Bandenspektrums zu beobachten war. Mit wachsender Elektronenaffinität nahm, wie zu erwarten, die Intensität der Banden ab, so daß sie beim Sauerstoff am schwächsten war. Im Taschenspektroskop sah die Erscheinung so aus, als ob ein kontinuierlicher Grund auftrete, der besonders lichtstark im roten Teile des Spektrums erschien. Die Photographie mit dem HILGERschen Spektrographen ergab dasselbe Resultat; es mag das aus der folgenden Photographie hervorgehen. In ihr sind übereinandergedruckt das



2. Baryum Bogen

1. Jod ohne Beimischung
Erreg. mit Hg 546

2. Jod mit Helium
Erreg. mit Hg 546

3. Jod mit 3 mm Sauerstoff
Erreg. mit Hg 546

Resonanzspektrum des Jods ohne zugemischtes Gas, des Jods, wenn 4 mm Helium hinzugemischt sind, und schließlich das Spektrum bei Zumischung von 3 mm Sauerstoff. Man wird daraus sehen, wenn die Reproduktion genügend klar ausfällt, daß das bei Zumischung von Sauerstoff erhaltene Spektrum zwischen dem mit Helium erhaltenen und dem ohne Zumischung fremder Gase entstehenden Fluoreszenzspektrum steht. Zwischen den Resonanzlinien finden sich auch bei dem verhältnismäßig stark elektronegativen Sauerstoff deutlich die Banden, jedoch ist ihre Helligkeit viel schwächer als die der Resonanzlinien. Man muß also aus diesen Resultaten schließen, daß nicht nur die Edelgase, sondern jedes Gas bei Zusammenstößen mit den fluoreszierenden Jodmolekülen fähig ist, das Resonanzspektrum teilweise in ein Bandenspektrum umzuwandeln. Die Edelgase, die keine Elektronenaffinität besitzen, schwächen die Gesamtemission nicht,

geben also zu sehr starker Emission des Bandenspektrums Veranlassung, während die anderen Gase je nach ihrer Stellung in der Spannungsreihe das schwingende Elektron mehr oder weniger stark bei einem Zusammenstoß schwingungsunfähig machen und daher nur schwach oder nur bei wenigen besonders bevorzugten Zusammenstößen zur Emission des Bandenspektrums führen. So kommt es auch, daß früher WOOD und FRANCK bei Zumischung von stark elektronegativem Chlor überhaupt kein Auftreten des Bandenspektrums fanden, weil hier jeder Zusammenstoß zum Aufhören der Emission des Jodmoleküls führt; dasselbe tritt auch bei den Zusammenstößen zwischen den elektronegativen Jodmolekülen untereinander ein, so daß Joddampf ohne Zumischung fremder Gase ebenfalls das Bandenspektrum nicht merklich bei monochromatischer Erregung emittiert.

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, daß Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff bei Zumischung zum Joddampf, wenn man mit monochromatischer Strahlung Fluoreszenz erregt, in schwächerem Maße dieselbe Überführung des Resonanzspektrums in ein Bandenspektrum hervorrufen wie die Edelgase. Mit wachsender Elektronenaffinität wird diese Änderung des Spektrums durch die auftretende Auslöschung der Gesamtemission mehr und mehr verdeckt.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, März 1912.

Über durch polarisiertes Licht erregte Fluoreszenz von Joddampf;

von J. Franck und G. Hertz.

(Eingegangen am 30. März 1912.)

Von Herrn SOHNKE[1]) und Herrn G. C. SCHMIDT[2]) ist nachgewiesen worden, daß das von nicht doppeltbrechenden festen Körpern und Flüssigkeiten ausgesandte Fluoreszenzlicht stets unpolarisiert ist, auch wenn das erregende Licht polarisiert ist. Herr G. C. SCHMIDT hat dasselbe Verhalten auch bei Gasen gefunden, während Herr WOOD[3]) festgestellt hat, daß das Fluoreszenzlicht von Gasen, wenn es durch polarisiertes Licht erregt wird, bis zu 30 Proz. polarisiert sein kann. Der Grund dieses Widerspruches dürfte darin liegen, daß Herr G. C. SCHMIDT mit Kalium- und Natriumdampf von hohem Druck gearbeitet hat, bei dem, wie Herr WOOD gezeigt hat, das Fluoreszenzlicht nur schwach polarisiert ist[4]). Außerdem konnte Herr WOOD, der mit einer SAVARTschen Platte arbeitete, noch geringere Grade von Polarisation nachweisen.

Es schien uns von Interesse, noch auf eine andere Art nachzuweisen, daß die Schwingungsrichtungen der das Fluoreszenzlicht aussendenden Teilchen nicht gleichmäßig verteilt sind, sondern vorzugsweise senkrecht zur Polarisationsebene des erregenden Lichtes

---

[1]) L. SOHNKE, Wied. Ann. 58, 417, 1896.

[2]) G. C. SCHMIDT, ebenda 60, 740, 1897.

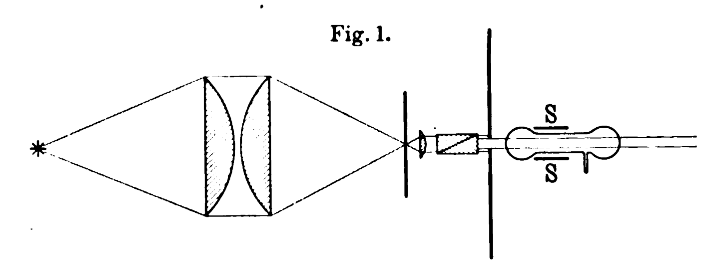
[3]) R. W. WOOD, Phys. ZS. 12, 1209, 1911 und Phil. Mag. 1908.

[4]) Im Joddampf, der auch hier benutzt wurde, betrug die Polarisation nach WOOD etwa 17 Proz., und war, soweit bisher untersucht, unabhängig vom Druck des Joddampfes. Diese Differenz im Verhalten des Dampfes vom Jod gegenüber dem von Na und K entspricht der von FRANCK und WOOD (s. FRANCK und WOOD, diese Verh. 13, 78, 1911) entwickelten Vorstellung über die Schwächung bzw. Änderung der Emission des Fluoreszenzlichtes bei Zusammenstößen. Danach wäre nämlich bei Zusammenstößen der fluoreszierenden Moleküle mit den elektropositiven Na- oder K-Atomen eine Änderung der Emission ohne Schwächung ihrer Gesamtintensität zu erwarten, während Zusammenstöße mit den Molekülen des stark elektronegativen Jods die Emission des betreffenden Moleküls einfach zum Aufhören bringen, also eine Schwächung der Gesamtemission ohne qualitative Änderung ihres Charakters bedingen.



liegen. Wir benutzten hierzu die Verteilung der Intensität des Fluoreszenzlichtes rings um den erregenden Strahl. Es war zu erwarten, daß in der Richtung des elektrisches Vektors des erregenden Lichtes die Intensität des Fluoreszenzlichtes geringer sei als senkrecht dazu, besonders da Herr WOOD gezeigt hat, daß das Fluoreszenzlicht in der Richtung des elektrischen Vektors unpolarisiert, senkrecht dazu dagegen teilweise polarisiert ist. Zum

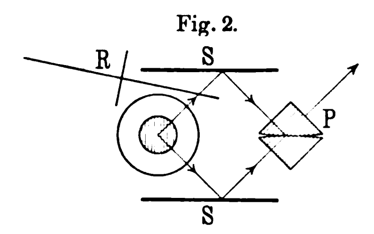
Fig. 1.



Nachweis und zur Messung dieses Intensitätsunterschiedes diente folgende Versuchsanordnung:

Der positive Krater einer großen Bogenlampe mit horizontal angeordneter positiver Kohle wurde durch einen Kondensor auf eine kleine Blende abgebildet, welche sich im Brennpunkt einer Linse von 5 cm Brennweite befand. Das entstehende Parallelstrahlenbündel fiel durch ein NICOLsches Prisma mit senkrechten Endflächen und eine kreisförmige Blende, die stets vollständig ausgefüllt wurde, in ein nur mit Joddampf gefülltes Glasrohr von der aus der Figur ersichtlichen Form. In einem Ansatzrohr befanden sich einige Jodkristalle, so daß der Druck des Joddampfes entsprechend der Zimmertemperatur etwa 0,2 mm betrug. Die Kugelfläche, durch die das Licht eintrat, ließ keine Ungleichmäßigkeit im Glase erkennen. Oberhalb und unterhalb des Rohres befanden sich zwei parallele Spiegel S, die das in zwei zueinander senkrechten Richtungen ausgesandte Fluoreszenzlicht von zwei Seiten in einen LUMMER-BRODHUNschen Photometerwürfel P reflektierten, dessen Figur durch ein Ablesefernrohr betrachtet wurde. Alles störende Licht wurde sorgfältig abgeblendet.

Fig. 2.



War die Polarisationsebene des erregenden Lichtes parallel oder senkrecht zu den Spiegeln, so verschwand die Figur im Photometerwürfel. Wurde der Nicol dann um 45° gedreht, so traten Helligkeitsunterschiede auf, und zwar zeigte sich in der Tat, daß in der Polarisationsebene des erregenden Lichtes die Intensität des Fluoreszenzlichtes ein Maximum hat. Die Versuchsanordnung wurde mehrfach neu aufgestellt und justiert, bei einigen Versuchen wurde auch die Sonne als Lichtquelle benutzt. Es ergab sich stets das gleiche Resultat.

Um den prozentischen Unterschied zu messen, wurde in den Verlauf des einen der beiden zu vergleichenden Strahlenbündel ein verstellbarer rotierenden Sektor R eingeschaltet, durch den die Helligkeitsunterschiede wieder zum Verschwinden gebracht wurden. Es ergab sich so, daß die Intensität senkrecht zur Polarisationsebene um 16 Proz. kleiner ist als in der Polarisationsebene. Die Resultate der einzelnen Messungen lagen sämtlich zwischen 15 und 17 Proz.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, März 1912.

Über den Schmelzpunkt des Wolframs und des Molybdäns;

von M. v. Pirani und Alfred R. Meyer.

(Mitteilung aus dem physikalischen Laboratorium des Glühlampenwerkes der SIEMENS & HALSKE-A.-G.)

(Eingegangen am 2. April 1912.)

In einer früheren Arbeit [1]) haben wir den Schmelzpunkt des reinen Tantals im Vakuum gemessen; es war naheliegend, im Anschluß hieran den Schmelzpunkt des Wolframs und des Molybdäns, über welche in der Literatur teilweise nicht übereinstimmende Angaben gemacht werden, nach ähnlichen Methoden zu untersuchen.

Wir möchten in dieser kurzen Notiz nicht nochmals auf die Einzelheiten der experimentellen Ausführung eingehen, sondern nur darauf hinweisen, daß wir verschiedene, voneinander unabhängige Methoden benutzten und damit zu Resultaten gelangten, welche sich untereinander in befriedigender Übereinstimmung befinden.

Mit reinem Wolfram stellten wir folgende Versuche an:

I. Ein im Vakuum aufgehängter Draht (Glühlampenfaden) oder ein Band wurde mittels des elektrischen Stromes zum Schmelzen erhitzt.

a) Die scheinbare Schmelztemperatur — „schwarze Temperatur" — wurde direkt gemessen und mittels des bekannten Absorptionsvermögens [2]) $A_\lambda = 0{,}51$ auf wahre Temperatur umgerechnet [3]) [$c_2 = 14200$ [4]) und $\lambda = 0{,}64\,\mu$ [1])].

Beobachtungsresultat: 3005° C.

b) Die Temperatur wurde aus dem bis 1500° C gemessenen Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand [5]) bestimmt. Darüber hinaus konnte sie mittels zweier geradlinig verlaufender

---

[1]) v. PIRANI u. MEYER, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 540, 1911.
[2]) v. WARTENBERG, ebenda **12**, 105, 1910.
[3]) HOLBORN u. HENNING, Berl. Akad. Ber. 1905, S. 311.
[4]) HOLBORN u. VALENTINER, Ann. d. Phys. (4) **22**, 1, 1907.
[5]) v. PIRANI, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 301, 1910.

Beziehungen [1]) an der Hand von Strom- und Spannungsmessungen extrapoliert werden.

Beobachtungsresultat: 3090°, 3125°, 3110°, 3100° C.

II. Ein Stäbchen aus reinem, bei Zimmertemperatur biegsamen und ziehbaren Wolfram von 0,8 bis 1,0 mm Durchmesser wurde im Quecksilberlichtbogen zum Schmelzen gebracht und die schmelzende Kuppe beobachtet.

Auch hier waren wir in der Lage,

a) aus der schwarzen Schmelztemperatur die wahre Temperatur zu errechnen

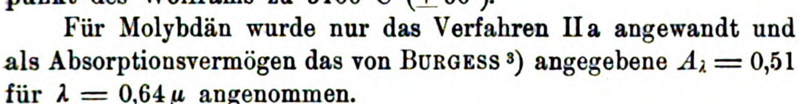
— Beobachtungsresultat: 3100°, 3205°, 3200° C —,

b) die wahre Temperatur direkt zu messen.

Beim wiederholten Schmelzen wurde nämlich die Schmelzperle *S* (s. Figur) durch den Druck des Quecksilberdampfstrahles seitlich an dem Stäbchen in die Höhe getrieben und bildete einen spitzen Winkel *W* mit dem Stäbchen. Die aus diesem Winkel austretende Strahlung ist annähernd schwarz [2]). Man kann daher die wahre Schmelztemperatur direkt feststellen.

Beobachtungsresultat: 3090°, 3103°, 2990° C.

Als Gesamtmittel der sämtlichen angeführten Beobachtungen ergibt sich der Schmelzpunkt des Wolframs zu 3100° C ($\pm$ 60°).



Für Molybdän wurde nur das Verfahren IIa angewandt und als Absorptionsvermögen das von Burgess [3]) angegebene $A_\lambda = 0{,}51$ für $\lambda = 0{,}64\,\mu$ angenommen.

Als Schmelzpunkt ergab sich aus zwei sehr genau übereinstimmenden Beobachtungen 2450° C. Die Unsicherheit dürfte trotz der guten Übereinstimmung der Beobachtungen auf $\pm$ 30° zu veranschlagen sein. Es sei erwähnt, daß das Metall beim Schmelzen im Vakuum sehr starke Verdampfung zeigt.

---

[1]) v. Pirani, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 301, 1910; Meyer, ebenda **13**, 680, 1911; v. Pirani u. Meyer, ZS. f. wiss. Photogr. **10**, 135, 1911.

[2]) Über einen ähnlichen Fall an verseilten Drähten vgl. v. Pirani, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 301, 1910; Meyer, ebenda **13**, 680, 1911.

[3]) Burgess, The measurement of high temperatures 1912, S. 497.

*

Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung der in der neueren Literatur[1]) angegebenen Schmelzpunkte von Wolfram und Molybdän für die meist benutzten Konstanten c_2 des WIENschen Gesetzes:

$c_2 = 14200$ (HOLBORN u. VALENTINER, 1907),
$c_2 = 14500$ (BURGESS, Bureau of Standards, Washington),
$c_2 = 14600$ (LUMMER u. PRINGSHEIM, 1899).

Wolfram (Schmelzpunkt in °C).

c_2	WAIDNER u. BURGESS	v. WARTENBERG	v. PIRANI	RUFF u. GOECKE	LANGMUIR	v. PIRANI u. MEYER
14 200	3376—3158	3028	**3350**	2668	3296	**3100**
14 500	**3250—3050**	2931	3226	2597	**3177**	2997
14 600	3211—3017	**2900**	3188	**2575**	3140	2965

Molybdän (Schmelzpunkt in °C).

c_2	WAIDNER u. BURGESS	v. WARTENBERG	RUFF u. GOECKE	v. PIRANI u. MEYER
14 200	2564	2586	2163	**2450**
14 500	**2500**?	2521	2123	2393
14 600	2480	$>$ **2500**	**2110**	2375

1) WAIDNER u. BURGESS, l. c., S. 446 u. 492; v. WARTENBERG, Chem. Ber. **40**, 3287, 1907; Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 121, 1910; v. PIRANI, ebenda **12**, 301, 1910; RUFF u. GOECKE, ZS. f. angew. Chem. **24**, 1459, 1911; LANGMUIR, Journ. Amer. Electrochem. Soc. 21. IX. 1911.

Umrechnungstabelle für Temperaturangaben, die sich auf verschiedene Konstanten c_2 des Wienschen Gesetzes beziehen;

von M. v. Pirani und Alfred R. Meyer.

(Eingegangen am 2. April 1912.)

In der neueren Literatur werden die Angaben hoher Temperaturen meist in den drei durch die Konstanten des WIENschen Gesetzes

$c_2 = 14200$ (HOLBORN u. VALENTINER, 1907),
$c_2 = 14500$ (Bureau of Standards, Washington),
$c_2 = 14600$ (LUMMER u. PRINGSHEIM, 1899)

definierten Skalen gegeben.

Zur Umrechnung eines in einer der Skalen ausgedrückten Temperaturwertes T abs. auf eine andere Skale wird die Gleichung

$$T' = \frac{T_0}{1 - \frac{c_2}{c_2'} \frac{T - T_0}{T}}$$

benutzt, wo T' der Temperaturwert in der neuen Skale ist. Diese Beziehung ergibt sich, wie bekannt, durch Anwendung des WIENschen Gesetzes, wenn man annimmt, daß alle Skalen im Goldschmelzpunkte $T_0 = 1337^0$ absolute Temperatur übereinstimmen, denn es ist:

$$\lg E_0 = a - \frac{c_2}{\lambda T_0} = a' - \frac{c_2'}{\lambda T_0} \text{ für den Goldschmelzpunkt,}$$

$$\lg E = a - \frac{c_2}{\lambda T} = a' - \frac{c_2'}{\lambda T'} \text{ für die betr. Temperatur.}$$

Die Berechnungsmethode führt unterhalb 1064^0 C auf physikalische Widersprüche, da es nur eine Konstante gibt, welche auf die Celsiusskale führt, während die anderen eine variable Gradeinheit bedingen würden.

Die folgende Tabelle gibt die den verschiedenen Konstanten entsprechenden Temperaturen in ^{0}C wieder:

$c_2 = 14200$ °C	$c_2 = 14500$ °C	$c_2 = 14600$ °C	$c_2 = 14200$ °C	$c_2 = 14500$ °C	$c_2 = 14600$ °C
1100	1099	1099	2600	2534	2513
1200	1196	1196	2700	2627	2604
1300	1294	1293	2800	2720	2695
1400	1391	1390	2900	2813	2785
1500	1489	1486	3000	2905	2875
1600	1586	1581	3100	2997	2965
1700	1681	1675	3200	3089	3055
1800	1777	1769	3300	3181	3144
1900	1873	1863	3400	3272	3233
2000	1968	1957	3500	3363	3321
2100	2063	2051	3600	3454	3409
2200	2158	2144	3700	3545	3497
2300	2252	2237	3800	3635	3584
2400	2346	2329	3900	3725	3671
2500	2440	2421	4000	3815	3758

Zur Haberschen Theorie der Wärmetönung;
von E. Wertheimer.

(Eingegangen am 3. April 1912.)

Wie Herr Prof. HABER kürzlich gezeigt hat, läßt sich die Wärmetönung chemischer Prozesse aus den Eigenfrequenzen der reagierenden Substanzen berechnen [1]), jedoch verursacht die Deutung der HABERschen Grundgleichung einstweilen noch theoretische Schwierigkeiten. Im folgenden soll gezeigt werden, daß diese Schwierigkeiten verschwinden, wenn wir die Annahme machen, daß das (Valenz-) Elektron auf der Oberfläche des positiv geladenen Atoms rotiert.

Es ist dieses die von Herrn F. A. LINDEMANN bei seiner Theorie des selektiven Photoeffektes mit so gutem Erfolg benutzte Hypothese [2]). Da die Eigenfrequenzen speziell nach dieser Theorie berechnet werden, so liegt es nahe, die gleiche Hypothese auch für die HABERsche Theorie zu benutzen.

Um Irrtümer zu vermeiden, dürfte es empfehlenswert sein, im folgenden den Atomradius, der in den Betrachtungen eine große Rolle spielt, in Übereinstimmung mit der Bezeichnungsweise von Herrn LINDEMANN mit r zu bezeichnen [3]). Da Herr HABER unter r den Atomabstand (den doppelten Atomradius) versteht [4]), so schreibt sich die zur Berechnung der Wärmetönung benutzte HABERsche Gleichung 18) nunmehr

$$h\nu = \frac{e^2}{2r}. \qquad 1)$$

Wir wollen jetzt Atom und Elektron als ein Zweikörpersystem betrachten, für welches die Gesetze der Mechanik gültig sind. Wegen des Massenverhältnisses der beiden Körper dürfen wir mit genügender Annäherung die Bahn des Elektrons als Kreisbahn und das Zentrum des Atoms als Schwerpunkt annehmen. Bezeichnen wir die Rotationsgeschwindigkeit des Elektrons mit W, so erhalten wir für die Eigenfrequenz die folgende Gleichung:

$$\nu = \frac{W}{2\pi r}. \qquad 2)$$

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1117, 1911.
[2]) Ebenda 13, 482, 1911.
[3]) l. c., S. 483.
[4]) l. c., S. 1126.

Die Änderung, die wir infolge unserer Hypothese bei der Berechnung der Wärmetönung eintreten lassen müssen, besteht nun darin, daß wir die Gesamtenergie des Zweikörpersystems als negative Energiegröße einführen müssen, wodurch wir die Haberschen Resultate ohne Konstruktion eines Elektronengitters direkt aus dem ersten Hauptsatze erhalten. Es ist dieses Rechnen mit negativen Energiegrößen bei chemischen Prozessen zwar etwas ungewöhnlich, aber durch die Gesetze der Mechanik bedingt [1]). Die Gesamtenergie (E) unseres Zweikörpersystems wird demnach jetzt dargestellt durch die Gleichung [2]):

$$E = -\frac{e^2}{2r} = -h\nu, \qquad 3)$$

und es läßt sich das von Herrn Haber gebrachte Beispiel, Berechnung der Bildungswärme von JK aus den Elementen, durch folgende einfache Rechnung begründen [3]):

$$Q = 80100 = \frac{E_J + E_K}{2} - E_{JK}$$

$$\frac{E_J + E_K}{2} = -\frac{N}{2}\{h\nu_J + h\nu_K\} = -\frac{N}{2}\left\{\frac{e^2}{2r_J} + \frac{e^2}{2r_K}\right\}$$
$$= -79630\,\text{cal},$$

$$E_{JK} = -Nh\nu_{JK} = -N\frac{e^2}{2r_{JK}} = -159730\,\text{cal},$$

also tatsächlich

$$Q = 80100.$$

Um diesen Betrag nimmt die potentielle Energie des Systems durch den Prozeß ab. Hiermit sind die Forderungen der Mechanik, Konstanz der Energie und Minimum der potentiellen Energie, in einfachster Weise erfüllt.

Es ist nun für die späteren Betrachtungen wesentlich, daß bei dieser Berechnung keine Abhängigkeit von Aggregatzustand und Temperatur zu erkennen ist, obwohl eine solche nach den Gesetzen der Thermodynamik vorhanden ist. Denn wenn auch bei der Größe der hier berechneten Wärmetönung in diesem speziellen Falle die dadurch bedingten Differenzen praktisch wenig ins Gewicht fallen, so kann offenbar die Berechnung streng nur für irgend einen ausgezeichneten Zustand gültig sein.

---

[1]) Vgl. Helmholtz, Theor. Physik, I b, S. 250.
[2]) Vgl. Helmholtz, ebenda, S. 259, Gl. 145 b).
[3]) l. c., S. 1120 u. 1133.

Aus der Gleichung 3) läßt sich nun noch eine bemerkenswerte Folgerung ziehen. Während wir sonst gewöhnt sind, für ein Zweikörpersystem nur die Gleichung

$$E = -\frac{e^2}{2r}$$

zu finden, sehen wir uns hier zwei Energiebedingungen

$$E = -\frac{e^2}{2r} = -h\nu$$

gegenüber. Es entsteht die Frage nach der Zulässigkeit und Bedeutung dieser doppelten Beziehung. Die Zulässigkeit kann wohl nicht bezweifelt werden. Wir sind tatsächlich stets in der Lage, diese beiden Energiebedingungen gleichzeitig zu erfüllen. Denn die eine sonst übliche Bedingung regelt bekanntlich bei einem Zweikörpersystem nur die Bewegung der beiden Körper gegeneinander, läßt jedoch die absolute Bewegung des ganzen Systems im Raume frei. Die zweite HABERsche Bedingung würde also die Bedeutung haben, daß auch noch diese absolute Bewegung des Systems im Raume festgelegt wird. Wie später gezeigt werden wird, würde z. B. die Annahme genügen, daß das Zentrum des Atoms (sehr angenähert der Schwerpunkt) sich noch gleichzeitig auf einem unendlich kleinen Kreise bewegt. Unter Berücksichtigung, daß aus den Emissionsspektren auf derartige kompliziertere Eigenbewegungen geschlossen werden kann, dürfte diese Folgerung aus der HABERschen Gleichung einer näheren Untersuchung wert sein.

Bevor wir zum allgemeinen Falle übergehen, wollen wir einen ausgezeichneten Fall der Betrachtung unterwerfen, wo die beiden Energiebedingungen identisch werden, also das Zentrum des Atoms ruht. Wir müssen hierzu, wie die Berechnung zeigt, ein Atom vom Radius

$$r = 2{,}224 \,.\, 10^{-8}\,\mathrm{cm}$$

wählen. Wenn wir die HELMHOLTZsche Schreibweise benutzen, können wir jetzt die Energiegleichung der Mechanik in folgender einfachen Form anwenden:

$$\frac{m}{2} \cdot W^2 - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r} = -h\nu,$$
$$L + \Phi = E = E.$$



Wie a. a. O.[1]) gezeigt, findet man hieraus:

$$\left.\begin{aligned} h\nu &= \frac{m}{2}\cdot W^2 = 4{,}945\,.\,10^{-12}\ \text{Erg}\ ^{2)}, \\ W &= \frac{\pi e^2}{h} = 1{,}055\,.\,10^8\ \text{cm sec}^{-1}. \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Das wesentliche (schon l. c. abgeleitete) Resultat der Gleichung 4), welches wir auch direkt aus den Gleichungen 1) und 2) hätten erhalten können, ist nun, daß

$$W = \frac{\pi e^2}{h}$$

die Bedeutung einer universellen Rotationsgeschwindigkeit der umlaufenden negativen Elektronen haben muß, weil die rechte Seite der Gleichung nur universelle Größen enthält. Es ist jedoch das Resultat bzw. die Größe von

$$1055\ \text{km sec}^{-1}$$

zunächst nur für die Valenzelektronen einfacher einwertiger Stoffe gültig, für welche ja die HABERsche Berechnung der Wärmetönung ausgeführt ist. Auch gilt der gefundene Wert nur für den Zustand der Eigenschwingung, also entsprechend der Bedeutung dieses Ausdruckes nur dann, wenn keine äußeren Kräfte wirken. Sind jedoch solche vorhanden, so ist es nicht ausgeschlossen, daß die Rotationsgeschwindigkeit, ebenso wie die Lichtgeschwindigkeit in einem Dielektrikum, auch abweichende Werte annehmen kann[3]).

Wir können jetzt die Energiebedingungen für unser System wie folgt formulieren: Für die kinetische Energie des Elektrons soll die Gleichung gelten:

$$L = \frac{m}{2}\cdot W^2 = 4{,}945\,.\,10^{-12}\ \text{Erg}, \qquad 5a)$$

und für die Gesamtenergie des Zweikörpersystems:

$$E = -\frac{e^2}{2r}. \qquad 5b)$$

---

[1]) Phys. ZS. 12, 408, 1911.

[2]) Für Kalium berechnet LINDEMANN $r = 2{,}37\,.\,10^{-8}$, $m/2\,.\,W^2 = 4{,}74\,.\,10^{-12}$ Erg, $W =$ rund 10^8 cm sec^{-1}. Die gefundenen Werte entsprechen also der Größenordnung nach den in der Natur vorhandenen Verhältnissen.

[3]) Bezüglich der Zulässigkeit der Betrachtung eines beliebigen gedachten Systems s. PLANCK, Theorie der Wärmestrahlung, § 104, und SOMMERFELD, Phys. ZS. 12, 1058, 1911.

Es sei der Versuch gestattet, eine möglichst einfache Bewegung zu konstruieren, welche mit diesen Gleichungen verträglich ist. Dabei soll nicht behauptet werden, daß gerade diese Bewegung in der Natur vorkommen muß.

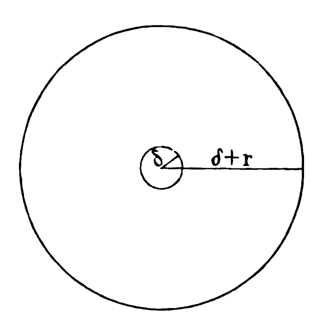
Die Bedingung, welche wir zu erfüllen haben, ist Gleichheit von Zentrifugal- und Zentripetalkraft. Entsprechend den von HABER und LINDEMANN entwickelten Anschauungen werden wir die letztere mit

$$\frac{e^2}{r^2}$$

ansetzen müssen. Infolge der Konstanz von W ist nun im allgemeinen Falle

$$\frac{m W^2}{r} \lesseqgtr \frac{e^2}{r^2},$$

und wir haben also eine radial (nach außen oder nach innen) wirkende Zusatzkraft nötig. Das läßt sich am einfachsten erreichen, wenn wir annehmen, daß das Zentrum des Atoms sich auf einem kleinen Kreise vom Radius δ bewegt, und zwar derart, daß seine Umlaufszeit gleich ist der Umlaufszeit des Elektrons auf dem Kreise vom Radius $(r + \delta)$ (s. Figur). Eine Eigenrotation des Atoms, abgesehen von der Schwingung infolge der Kreisbahn des Zentrums (Parallelverschiebung), brauchen wir nicht anzunehmen, da wir keine tangentialen Kräfte nötig haben.



Bezeichnen wir die relative Geschwindigkeit des Elektrons mit W wie früher, dagegen mit W' die absolute Geschwindigkeit im Raume, bezeichnen wir ferner die Masse des Atoms mit M und seine Geschwindigkeit mit w_1, so ist

$$\frac{m \,.\, W'^2}{r + \delta} + \frac{M w_1^2}{\delta} = \frac{e^2}{r^2}, \tag{6a}$$

und da

$$W' = \frac{W(r + \delta)}{r} \quad \text{und} \quad w_1 = W \cdot \frac{\delta}{r},$$

so ergibt sich leicht

$$\frac{m}{2} \cdot W^2 + \frac{M + m}{2} \cdot W^2 \cdot \frac{\delta}{r} = \frac{e^2}{2r}; \tag{6b}$$

ferner ist

$$\nu = \frac{W \cdot \frac{r+\delta}{r}}{2\pi(r+\delta)} = \frac{W}{2\pi r},$$

also

$$h\nu = \frac{\pi e^2}{W} \cdot \frac{W}{2\pi r} = \frac{e^2}{2r}. \qquad 6c)$$

Demnach schließlich aus 6b) und 6c):

$$\left.\begin{aligned} \frac{m}{2} W^2 + \frac{M+m}{2} \cdot W^2 \cdot \frac{\delta}{r} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r} = -h\nu, \\ L + L_1 - \Phi = E = E^{1)}, \end{aligned}\right\} \quad 6d)$$

so daß die Gleichungen 5) erfüllt sind. Für die Gleichung 3) können wir jetzt noch eine etwas andere Schreibweise einführen, indem wir setzen:

$$2\omega = 4\pi\nu,$$

also

$$E = -\frac{e^2}{2r} = -\frac{h}{4\pi} \cdot 2\omega,$$

und erhalten damit anstatt der Eigenfrequenz einen der MAXWELLschen Theorie geläufigeren Ausdruck, die doppelte Winkelgeschwindigkeit oder Wirbelstärke (2ω), in die Gleichung hinein.

Die Gleichung 6d) ermöglicht es uns nun, uns eine Anschauung zu bilden, für welchen ausgezeichneten Fall die HABERsche Berechnung der Wärmetönung gilt, ohne Rücksicht darauf, ob die hier konstruierte Bewegung wirklich existiert. Denn in allen Fällen werden wir eine rein mechanische Energie finden müssen. Wir werden nun annehmen dürfen, daß das Atom nur auf einer freien Weglänge den wirkenden elektrostatischen Kräften frei folgen kann. Der ausgezeichnete Fall der HABERschen Berechnung würde demnach der Grenzfall des absoluten Nullpunktes der dampfförmigen Substanz sein, wo sämtliche Atome ständig als auf einer freien Weglänge befindlich gedacht werden können. Gehen wir jetzt zu beliebigen anderen Zuständen über, so kann in vielen Fällen die Berechnung der Wärmetönung noch immer mit genügender Annäherung gültig bleiben, da bei jeder der reagierenden Substanzen die Energie sich um etwa gleiche Be-

[1]) Die Funktion L_1 in Gleichung 6d) kann entsprechend der Gleichung 6) das positive oder negative Vorzeichen besitzen, je nachdem δ positiv oder negativ ist.

träge ändert; die Energiegleichung 1) selbst wird aber ungültig, weil z. B. beim Übergang zu fester Substanz die ganze innere Sublimationswärme aus dem System verschwindet. Hiermit wäre auch eine Erklärung für eine Diskrepanz zwischen der HABERschen und LINDEMANNschen Theorie gegeben, denn die Relation der ersteren

$$\nu . r = \text{const}$$ gilt für den dampfförmigen,

die Relation der letzteren

$$\nu r^{3/2} = \text{const}$$ für den festen

Zustand, und darf dieses wohl auch als richtig angenommen werden, trotzdem Herr HABER seine Berechnung gerade für den festen Zustand ausgeführt hat. Denn innerhalb der tatsächlich noch bestehenden Differenzen, die von der Größenordnung der Beobachtungsfehler sind, hätte sich auch für den dampfförmigen Zustand das gleiche Resultat ergeben[1]). Es scheint übrigens, daß sich auch notwendig ν bei der Sublimation verschieben wird, eine Annahme, die auch Herr LINDEMANN infolge der HABERschen Relation zwischen ultravioletten und infraroten Frequenzen für nötig hält[2]).

Es sei nur noch gestattet, darauf hinzuweisen, daß die hier aus der HABERschen Gleichung 1) abgeleitete mechanische Rotationsenergie L_1, welche beim Übergang in den festen Zustand ganz oder zum Teil verschwinden muß, auch kürzlich von DIETERICI[3]) gefordert wurde. DIETERICI weist aus rein thermodynamischen Betrachtungen nach, daß (umgekehrt) bei der Verdampfung beträchtliche Energiegrößen rotatorischer oder oszillatorischer Bewegungsformen entstehen, gelangt also auf einem ganz anderen Wege zu dem gleichen Resultat. Da nach SOMMERFELD[4]) das Postulat der kinetischen Theorie: Gleichheit der Translationsenergie in den verschiedenen Aggregatzuständen bei thermodynamischem Gleichgewicht, definitiv aufgegeben werden muß, dürfte die Zulässigkeit einer solchen Annahme auch nicht fraglich sein.

---

[1]) Es handelt sich nach HABER zunächst nur um Aufklärung der prinzipiellen Differenz, s. l. c., S. 1131 u. 1132.

[2]) l. c., S. 1113.

[3]) Ann. d. Phys. (4) **35**, 229, 1911.

[4]) Phys. ZS. **12**, 1061, 1911.

Über Elektronen, Relativitätsprinzip und Äther; von L. Zehnder.

(Eingegangen am 8. April 1912).

Nach den verschiedensten Messungen hat sich die Masse des Elektrons etwa 2000 mal kleiner als die Masse des Wasserstoffatoms ergeben. Die gemessenen Geschwindigkeiten des Elektrons sind dagegen teilweise außerordentlich viel größer als die des Wasserstoffatoms. So ist z. B. für die zweiatomige Wasserstoffmolekel bei mittlerer Zimmertemperatur von rund $T = 300^{\circ}$ der Betrag von 1700 m ein mittlerer Wert der Molekulargeschwindigkeit. Eine zehnmal größere Molekulargeschwindigkeit, 17000 m, würde einer hundertmal höheren Temperatur des Wasserstoffs, also $T = 30000^{\circ}$ entsprechen. Das Elektron kann dagegen leicht auf eine Geschwindigkeit von 200 Mill. Meter gebracht werden. Greifen wir die kleinere Geschwindigkeit, 170 Mill. Meter, für das Elektron heraus, die gerade 10^5 mal größer als jene Geschwindigkeit der Wasserstoffmolekel bei Zimmertemperatur ist, so entspräche dieser Elektronengeschwindigkeit, wenn wir die etwa 4000 mal kleinere Masse des Elektrons, verglichen mit der Wasserstoffmolekel, berücksichtigen, eine $0{,}25 \,.\, 10^{10-3} = 2{,}5$ millionenmal höhere Temperatur, d. h. 750 Mill. Grad.

Unser Kausalitätsbedürfnis veranlaßt die Frage, woraus denn die Elektronen bestehen? Da sie Energien zu übertragen vermögen, müssen sie doch irgend etwas Substantielles sein. Nehmen wir an, der Äther sei nun durch das EINSTEINsche Relativitätsprinzip wirklich als beseitigt zu betrachten, so ist durch die Elektronen doch noch eine neue hypothetische Substanz eingeführt worden, die man meines Wissens als Substanz an sich bis dahin ebensowenig hat messend verfolgen können, wie den Äther. Wäre aber eine solche Elektronensubstanz tatsächlich vorhanden, so müßten Elektronen von 170 Mill. Meter Geschwindigkeit, die auf ein Atom oder auf eine Molekel treffen, auf diese kleinsten Teilchen eine ungeheure Wirkung ausüben: sie müßten alles zersplittern, was sich bei einer plötzlichen Temperatursteigerung um Hunderttausende von Graden zersplittern ließe.



Bei den Hittorfröhren mit hohlkugelförmiger Kathode und bei den analog konstruierten Röntgenröhren haben wir die hier angedeuteten ungeheuren Wirkungen zu erwarten, wenn auch die obengenannten Grenzwerte äußerst hoher Elektronengeschwindigkeiten bei ihnen in der Regel nicht erreicht werden. Die Wirkungen erscheinen aber dadurch hier noch besonders verstärkt, daß vermöge der Hohlkugelform der Kathode fast alle Elektronen auf dieselbe Stelle der „Antikathode" geschleudert werden. Demnach verhält sich diese von den Elektronen getroffene Stelle der Antikathode gleichsam wie eine chemische Werkstätte von ungeahnter Wirkungsfähigkeit. Würde man die Antikathode den Elektronenrichtungen senkrecht gegenüberstellen und sie zugleich als kleinen Napf ausbilden, in den man die verschiedensten Substanzteilchen hineinbrächte, so müßten also diese Teilchen zerfallen, wenn ein Aufsplittern durch die entsprechende Energiezufuhr der aufgeschleuderten Elektronen möglich wäre. Daher könnte man in dieser Weise Aufsplitterungen zu erreichen hoffen, die man sonst noch in keiner Weise erhalten hat. Daß tatsächlich kräftige Wirkungen zustande kommen, erkennt man bei jeder Röntgenröhre. Die Ausgangsstelle der Röntgenstrahlen wird in ziemlich kurzer Zeit korrodiert, auch wenn die Antikathode aus Platin besteht. Es wäre also zu untersuchen, ob sich nicht die korrodierten Teilchen in ein anderes Element von niedrigerem Atomgewicht verwandelt haben. Umgekehrt würden aber an dieser Stelle auch neue chemische Verbindungen zustande kommen[1]), vielleicht sogar Elemente höheren Atomgewichtes aus Atomen niedrigeren Atomgewichtes aufgebaut werden, wenn zu diesem Aufbau eine unverhältnismäßig starke Energiezufuhr nötig ist, wie wir sie durch andere Mittel nicht erreichen. So könnte man beispielsweise aus den Zerfallsprodukten des Radiums vielleicht wieder Radium selber erhalten, wenn man die entsprechenden festen Bestandteile in den genannten Napf der Vakuumröhre brächte und mit den gasförmigen Bestandteilen, z. B. Emanation, Helium, die Vakuumröhre bei dem geeigneten geringen Druck erfüllte.

Indessen ist, wie mir scheint, noch eine andere Möglichkeit ins Auge zu fassen, bei der die Wirkungen der Elektronen auf

---

[1]) Vgl. L. Zehnder, Über Natriumstickstoff, Wied. Ann. 52, 56, 1894.



die Antikathode erheblich geringer wären. Man kann nämlich die andere Hypothese verfolgen, der Äther sei selber diejenige Substanz, welche mit dem freien Elektron stets verbunden ist. Unsere experimentellen Bestimmungen geben uns ja nur das Verhältnis e/m, aber nie m selber. Durch die Annahme, daß die kleinste Elektrizitätsmenge e, die an das Elektron oder an ein Atom, an eine Atomgruppe gebunden ist, mit der bei der Elektrolyse durch die Ionen transportierten kleinsten Elektrizitätsmenge identisch sei, ist man erst auf die bestimmte Masse m des Elektrons gekommen. Wäre also der Äther die Substanz des Elektrons, dann könnte entweder der Äther aus Atomen bestehen, deren Masse etwa 2000 mal kleiner als die Masse eines Wasserstoffatoms wäre, und jedes solche Ätheratom würde dann die Elektrizitätsmenge e transportieren; oder es könnten bei jeder Ablösung eines Elektrons beispielsweise Millionen Ätheratome, die dementsprechend eine millionenmal kleinere Masse hätten und die einzeln eine ebensovielmal kleinere Elektrizitätsmenge transportierten, gleichzeitig sich ablösen. An jedem Transport eines Elektrons, der z. B. stets mit der Ablösung eines Körperatoms verbunden wäre, würden sich dann jedesmal Millionen Ätheratome beteiligen. Würde man etwa annehmen, in einer Vakuumröhre sei zwischen einer mit 1700 m Geschwindigkeit bewegten Wasserstoffmolekel und einem mit 170 Mill. Meter Geschwindigkeit bewegten Ätheratom Energiegleichheit vorhanden, so ergäbe das nicht eine 4000 mal, sondern eine 10 milliardenmal kleinere Masse des Ätheratoms, als die Wasserstoffmolekel sie besitzt. Damit wäre dann der Umstand dem Verständnis näher gerückt, daß die Elektronen auf der Antikathode doch nicht gar so ungeheure Wirkungen hervorbringen, wie es sonst der Fall sein müßte; daß beispielsweise das LENARDsche Fenster der Zerstörung durch die Elektronen eine geraume Weile standzuhalten vermag.

Es mag gewagt erscheinen, den Äther einer Hypothese zugrunde zu legen, zu einer Zeit, wo EINSTEIN mit seinem Relativitätsprinzip die Welt bewegt und das Vorhandensein des Äthers geradezu in Abrede stellt. Indessen hat sich EINSTEIN dabei auf den bekannten MICHELSONschen Versuch gestützt, der keine Relativbewegung des Äthers gegen die Erde erkennen ließ. Auch ich habe vor vielen Jahren ähnliche Versuche über eine relative Bewegung von Erde und Äther gegeneinander mit negativem Erfolg



angestellt, auf der Plattform eines auf Bergeshöhe stehenden Turmes bei Freiburg i. B.[1]). Diese Versuche scheinen mir aber den von EINSTEIN gezogenen Schluß nicht unbedingt zu fordern. Allerdings sind zweifellos alle unsere Substanzen für den Äther überaus durchlässig, etwa wie ein poröser Schwamm für Luft. Deswegen wird aber doch niemand glauben, durch einen zur Erde fallenden Schwamm streiche die Luft so hindurch, wie wenn sie ruhend bliebe, wie wenn nur die Schwammsubstanz selber sich bewegte. Vielmehr wird der Schwamm eine gewisse Luftmenge in und um sich mit sich reißen; dementsprechend erscheint uns die Masse des fallenden Schwammes größer als die des ruhenden. Ebenso ist die Vorstellung unstatthaft, die ganze Erde bewege sich durch einen ruhenden Äther hindurch, ohne einen Teil von ihm mitzureißen. Wenn der Äther existiert, dann muß vielmehr ein Teil von ihm durch die um die Sonne kreisende Erde in ihrer Bahn so mitgerissen werden, wie wenn er eine mehr oder weniger feste Hülle um sie bildete. Sogar die Rotationsbewegung der Erde um ihre Achse muß er mitmachen. Denn der Luftmolekeln sind ja so ungeheuer viele, daß sie ihre gemeinsame Rotationsbewegung um die Erdachse auch auf den Äther übertragen müssen. Wäre nämlich die ganze Atmosphäre verflüssigt, würde Molekel an Molekel von ihr dicht gedrängt auf der Erdoberfläche liegen, so entspräche dieser Atmosphäre eine Schicht von über 10 m Mächtigkeit. Eine solche Schicht läßt aber gleichfalls den Äther nicht widerstandslos durch sich hindurchströmen. Daher ist es ganz undenkbar, daß wir auf der Erdoberfläche oder gar im Erdinnern eine Relativbewegung des Äthers gegen die Erde nachzuweisen imstande seien. Dagegen wäre diese Relativbewegung um so größer, je höher oben in der Atmosphäre die Beobachtung gemacht würde, und ungefähr am äußersten Rand der Atmosphäre erhielte man das Maximum derselben.

Auch die Annahme, die Äthersubstanz sei atomistisch aufgebaut, stößt noch auf großen Widerstand. Indessen möchte ich zu ihren Gunsten ins Feld führen, daß gerade in jüngster Zeit der Atomismus ganz neue Gebiete erobert hat. Am atomistischen Aufbau aller Substanzen wird jetzt nur noch von wenigen gezweifelt. Sogar die Elektrizität und das Licht werden neuerdings

[1]) L. ZEHNDER, Wied. Ann. **55**, 65, 1895.



atomistisch gedeutet. Warum sollte also der Äther, wenn er einmal existiert, wenn er wirklich eine Substanz ist, nicht gleichfalls atomistisch aufgebaut sein? Gegen eine kontinuierliche, nicht atomistische Äthersubstanz spricht doch die Leichtigkeit, mit der sich alle Körper, auch die Atome und die Molekeln, trotz größter Geschwindigkeiten durch den Äther hindurchbewegen.

Die Astronomen glauben mit Bestimmtheit bewiesen zu haben, daß unsere wahrnehmbare Welt nicht unendlich groß ist. So hat von Seeliger aus den Messungen der Abstände und der Helligkeiten der Sterne den Schluß gezogen, daß die am weitesten von uns entfernten Sterne kaum einen größeren Abstand von uns haben als einige tausend Siriusweiten. Wenn aber dementsprechend die Gesamtmasse der wägbaren Substanz einen endlichen Betrag hat, dann müssen wir vermuten, daß auch die Masse des für uns unwägbaren Äthers nicht unendlich groß sei. Daher muß an irgend einer Fläche, vielleicht annähernd an einer Kugelfläche weit außerhalb aller wahrnehmbaren Weltkörper, sogar der Äther eine Grenze haben. Wie haben wir uns diese Grenze gegen den noch weiter, unendlich weit sich erstreckenden leeren Raum zu denken? Doch sicher nicht als genau definierte Trennungsfläche, etwa wie die Grenzfläche eines festen Körpers. Vielmehr werden sich dort die Ätheratome am freiesten nach allen Richtungen bewegen.

Die Annahme eines atomistischen Aufbaues des Äthers führt zu wichtigen Folgerungen. Denken wir uns, ein Ätheratom befinde sich an der eben genannten Grenzfläche unseres substantiellen Weltalls. Weil sich Weltkörper teilweise mit größten Geschwindigkeiten im Äther bewegen, können die Ätheratome ihrerseits nicht relativ zueinander ruhen. Vielmehr müssen sie eine Art Bewegung besitzen, wahrscheinlich dieselbe Bewegung, wie wir sie als das Wesen der Wärme bei unseren wägbaren Körpern kennen. Daher wird der Fall vorkommen, daß ein Ätheratom mit nach außen gerichteter Geschwindigkeit jene genannte Grenzfläche unseres Weltalls überschreitet, außerhalb deren sich auch kein Äther mehr befindet. Dies Ätheratom müßte sich nun, wenn keine Kraft es zurückzöge, mit gleichbleibender Geschwindigkeit von unserem substantiellen Weltall entfernen, es müßte sich in den leeren unendlichen Raum hinaus verlieren. Und wie dies eine Atom, so würden nach und nach, schneller oder weniger schnell,



alle Ätheratome in den unendlichen Raum sich verlieren, die ganze Äthermasse müßte sich bis ins Unendliche ausbreiten. Oder vielmehr, weil wir die Existenz der Welt zum mindesten nach Billionen von Jahren bemessen müssen, weil sie noch viel wahrscheinlicher seit unendlich langer Zeit existiert, so müßte längst aller Äther für unser wahrnehmbares Weltall vollständig verloren gegangen sein, wenn keine Kraft ihn beisammen hielte. Weil aber jede Abtrennung eines Ätheratoms an der genannten Grenze mit nach außen gerichteter Geschwindigkeit, wenn auch diese Geschwindigkeit noch so klein ist, die weitere Wirksamkeit einer Nahekraft aufhebt, ist mit dem Atomismus des Äthers die Forderung unabweisbar verbunden, daß auf den Äther eine von der gesamten Substanz, von der gesamten Masse des Weltalls ausgehende Fernkraft wirkt. Diese Kraft kann aber nichts anderes sein als die allgemeine Gravitation.

Dieselbe Betrachtung müßten wir anstellen, wenn wir nicht den Äther, sondern irgend eine andere atomistisch aufgebaute Substanz als die dünnste, feinste Substanz unseres Weltalls bezeichnen, wenn wir also z. B. eine besondere Elektronensubstanz in dieser Weise deuten wollten. Ist aber einmal ein einziger Fall vorhanden, der uns zwingt, die Gravitation als unvermittelte Fernwirkung aufzufassen, dann spricht die größte Wahrscheinlichkeit dafür, daß jede Gravitationswirkung eine unvermittelte Fernwirkung ist. In der Tat ist ja auch die Gravitationskraft darin von allen anderen, insbesondere von den elektrischen und magnetischen Kräften verschieden, daß sie durch jede andere Substanz hindurch wirkt, daß kein Dazwischenschieben irgend einer Platte aus irgend einer Substanz die Gravitationswirkung zweier Körper aufeinander zu vermehren oder zu vermindern vermag.

Bemerkenswert sind nun die weiteren Folgerungen, die wir aus der Erkenntnis ziehen müssen, die Gravitation wirke auf den Äther wie auf jede andere Substanz. Denken wir uns, ein einzelnes weit außerhalb unseres wahrnehmbaren Weltalls befindliches Ätheratom werde vom gesamten Weltall an sich herangezogen. Wie groß kann dabei seine fortschreitende Geschwindigkeit werden? Um hierüber eine Rechnung anzustellen, berücksichtigen wir, daß nach den astronomischen Schätzungen wahrscheinlich viele Hunderte von Millionen solcher Sonnen existieren, wie



unsere Sonne ist, und daß diese fremden Sonnen zwar zum Teil wesentlich kleiner, daß sie aber auch bis zu 10000 mal größer sein können als unsere Sonne. Wenigstens haben Astronomen aus ihren Messungen auf so bedeutende Massenansammlungen geschlossen, und ARRHENIUS glaubt sogar, es gebe Sonnen mit 50000 mal größerer Masse. Außerdem sind dunkle Massen von nicht schätzbarem Betrage als Planeten, Satelliten und Meteoriten im Raume vorhanden. Wir werden also kaum fehlgehen, wenn wir die Gesamtmasse des ganzen Weltalls mindestens 1000 millionenmal größer als die Masse unserer Sonne schätzen. Wäre diese ganze Masse in eine einzige Zentralsonne von derselben Dichte vereinigt, wie sie unserer Sonne zukommt (also von nur dem vierten Teil der Dichte der Erde), so hätte die Zentralsonne einen 1000 mal so großen Durchmesser wie unsere Sonne. Das aus den größten möglichen Entfernungen durch die Gravitation dieser Zentralsonne herbeigezogene Ätheratom bekäme, wie eine einfache Rechnung lehrt, eine 1000 mal so große Einlaufgeschwindigkeit als die in unsere Sonne einlaufenden Massenteilchen, wenn es, ohne unterwegs durch Widerstände aufgehalten zu werden, an der Zentralsonnenoberfläche ankäme. Die Einlaufgeschwindigkeit für unsere Sonne beträgt aber rund 600 km, somit die Einlaufgeschwindigkeit für die Zentralsonne 600000 km.

Dieselbe Rechnung gilt natürlich für jedes Substanzteilchen, nicht nur für das Ätheratom. Die Masse des ganzen Weltalls zieht sich, soweit wir es verfolgen können, fortwährend zusammen. Weltkörper stürzen zusammen, vereinigen sich. Entsteht also schließlich eine Zentralsonne von der Dichte unserer Sonne, und wenn auch die hierfür notwendigen Zeiten noch so groß sind, so bringt sie auf jedes aus genügender Entfernung widerstandsfrei herbeigezogene Teilchen, sei es Atom oder Molekel oder Meteorit oder gar ein mächtiger Weltkörper, eine Einlaufgeschwindigkeit von jener ungeheuren Größe, 600000 km in der Sekunde, hervor. Möglich erscheint es, daß die gesamte Masse des Weltalls noch viel größer ist, als wir sie oben geschätzt haben. Außerdem würde die Einlaufgeschwindigkeit doppelt so groß ausfallen, wenn sich die Zentralsonne noch weiter, etwa bis zur Dichte der Erde, zusammengezogen hätte.

Wir sehen aus dieser Betrachtung, daß in unserem Weltall Geschwindigkeiten vorkommen können, welche die Lichtgeschwindig-



keit erheblich überschreiten. Daher scheint EINSTEINS Forderung in seinem Relativitätsprinzip, die Lichtgeschwindigkeit könne durch keine Geschwindigkeit irgend einer Wirkung überschritten werden [1]), der tatsächlichen Grundlage zu entbehren.

Ich habe weiter oben angedeutet, daß unter den Ätheratomen eine Art Wärmebewegung herrschen muß. Fassen wir die Ätheratome als einatomige Molekeln des Äthers auf, so können wir von einer Äthermolekulargeschwindigkeit sprechen, um dadurch auf die Analogie mit den wägbaren Substanzen hinzuweisen. Übertragen wir dann die Beziehung zwischen Molekulargeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit in Gasen auf den Äther, indem wir diesen wenigstens weit außerhalb aller großen Weltkörper als Gas auffassen, so erhalten wir der Lichtgeschwindigkeit entsprechend eine Äthermolekulargeschwindigkeit von rund 450 000 km. Wir erkennen in dieser Zahl den Betrag der Grenzgeschwindigkeit des WEBERschen elektrischen Elementargesetzes. Aber noch viel größere Geschwindigkeiten als diese haben wir als möglich erkannt.

Eine weitere Konsequenz der bisherigen Ergebnisse, die unsere atomistische Auffassung des Äthers mit sich bringt, ist die Forderung, daß jeder Substanz an sich, also den Substanzen aller Körperatome und der Ätheratome, eine eigene Elastizität zukommen muß. Denn bewegen sich die Atome gegeneinander, so daß sie zusammenstoßen, so muß eine ihnen innewohnende Elastizität ermöglichen, daß die kinetische Energie von der Atomsubstanz aufgenommen und vorübergehend in potentielle Energie verwandelt wird. Wäre dies nicht der Fall, beständen also die Atome aus absolut starrer Substanz, so müßten sie bei jedem Zusammenstoß zersplittern, wie klein auch dabei die Geschwindigkeit des Zusammenstoßes sein möchte. Daß diese Elastizität bedeutende Wirkungen haben muß, lehren z. B. die Äthermolekulargeschwindigkeiten von 450 000 km.

Weil der Äther der Gravitation unterliegt, hat er an der Oberfläche großer Weltkörper eine größere Dichte als im freien Weltraum. An der Sonnenoberfläche ist er dichter als an der Erdoberfläche. Aber auch auf unserem Weltkörper scheint er so dicht zu sein, daß seine Atome einander unmittelbar benachbart

---

[1]) A. EINSTEIN, Ann. d. Phys. (4) **23**, 381, 1907.



sind. Demnach haben wir uns den Äther unserer Umgebung als quasifest vorzustellen, etwa so, wie wir uns die Substanzen im Sonneninnern denken, quasifest oder von pechartiger Konsistenz, weil die Molekulargeschwindigkeiten dort so ungeheure Werte haben, daß ein ruhiges Nebeneinanderlagern der Molekeln oder Atome wie in festen Körpern undenkbar erscheint. Nur die außerordentlich große Gravitationswirkung der Sonne preßt die Sonnenatome trotz ihrer Geschwindigkeiten so fest aneinander. Ganz ähnlich preßt der gewaltige Ätherdruck, hervorgerufen durch die unermeßlich hohe auf unserem Äther lastende Äthersäule, die Ätheratome hier so fest zusammen, daß uns der Äther eine quasifeste Konstitution zu haben schiene, wenn wir seine Atome sehen könnten. Durch diese quasifeste Konstitution unseres Äthers werden sich die Transversalität und die Polarisation der Lichtwellen erklären lassen.

Früher habe ich an anderem Ort [1]) die Hypothese aufgestellt, die Elektrizität im Äther sei ihrem Wesen nach das, was wir die „Wärme des Äthers“ nennen könnten, während nach der elastischen Lichttheorie der Schall des Äthers als Licht zu bezeichnen wäre. Ich versage mir, an dieser Stelle hierauf und auf die daraus zu ziehenden Folgerungen näher einzugehen. Nur auf eine daraus hervorgehende innige Beziehung zwischen Licht und Elektrizität will ich hinweisen, weil sie die tatsächlichen Erfolge der MAXWELL schen elektromagnetischen Lichttheorie verstehen läßt.

Erzeugen wir an einer Stelle eines Gases regelmäßige Wärmeschwingungen, wie dies z. B. durch das tönende Bogenlicht geschieht, so werden auf die Umgebung dieser periodischen Wärmequelle regelmäßige Wellenbewegungen übertragen. Das Trommelfell unseres Ohres nimmt diese Impulse auf und bringt einen entsprechenden Ton zum Gehör, wenn die Schwingungszahl im Bereich der akustischen Wahrnehmbarkeit liegt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der betreffenden Wellen ist die Schallgeschwindigkeit. Ähnlich verhält es sich mit der Elektrizität. Erzeugen wir z. B. mit einem Dipol im freien Äther elektrische Schwingungen, so breitet sich von ihm mit derselben Geschwindigkeit, die den Lichtwellen zukommt, eine elektrische Wellenbewegung aus. Rühren die Schwingungen von einem so kleinen Dipol her, daß ihre

---

[1]) L. ZEHNDER, Mechanik des Weltalls, Freiburg i. B. 1897.



Schwingungszahl im Bereich unserer optischen Wahrnehmbarkeit liegt, so können wir entsprechende optische Wirkungen feststellen, wenn sonst unsere Beobachtungsmittel ausreichen. Trotz dieser nahen Beziehung unterscheiden sich elektrische Wellen und optische Wellen nicht nur durch ihre Wellenlängen voneinander, sondern sie sind wirklich nicht ganz dasselbe, ebensowenig wie thermische Wellen und akustische Wellen identisch sind; zum mindesten sind sie es nicht bei ihrer Ursprungsstelle. In der akustischen und der optischen Welle bewegen sich nämlich alle benachbarten kleinsten Teilchen in weitem Umkreise in der Weise gleichartig, daß sie alle in demselben Augenblick eine gleich große und gleich gerichtete Bewegungskomponente als Überschuß über ihre sonstige augenblickliche Molekularbewegung besitzen. In der thermischen und in der elektrischen Welle bewegen sich dagegen alle unmittelbar benachbarten Teilchen stets regellos in demselben Augenblick nach den verschiedensten Richtungen; sie besitzen aber in weitem Umkreis alle gleichzeitig größere oder alle kleinere mittlere Molekulargeschwindigkeiten, als ihnen ohne diese Wellenbewegungen zukämen.

Die Ätheratome müssen also der Gravitation unterliegen. Durch die Anziehung der gesamten Masse des Weltalls sind sie auf ihre mittleren Äthermolekulargeschwindigkeiten von 450 000 km gebracht worden. Diese Geschwindigkeiten werden in einem weiten Bereich rund um uns herum, soweit sich keine übermäßig großen Sonnen und auch sonst keine entsprechenden Massenansammlungen befinden, also vielleicht in einem ungeheuren Teil des sichtbaren Weltalls, annähernd gleich sein. Denken wir uns aber an eine Stelle versetzt, die sich weit außerhalb aller wägbaren Massen des Weltalls befindet, so muß dort jedes Ätheratom eine geringere Molekulargeschwindigkeit haben als hier; denn bei der Übertragung eines Atoms aus der Mitte unseres Weltalls bis an jene Stelle muß es einen Teil seiner kinetischen Energie verlieren. Daher erkennen wir, daß die Äthermolekulargeschwindigkeit kleiner und kleiner wird, je weiter entfernt vom Weltallzentrum die betreffenden Ätheratome sich befinden. An der Grenze des Weltalls, von der wir oben gesprochen haben, an der Grenze des Äthers selber muß die mittlere Äthermolekulargeschwindigkeit sogar Null sein. Dementsprechend muß aber auch die Lichtgeschwindigkeit verschiedene Werte besitzen. Hier,



in unserer Umgebung, hat sie den Wert $3 . 10^{10}$ cm. An anderen Stellen ist sie möglicherweise noch größer, proportional mit der Äthermolekulargeschwindigkeit, wenn sich nämlich dort entsprechend größere Massenansammlungen befinden als in unserer Umgebung. Dagegen nimmt die Lichtgeschwindigkeit gegen die oben angegebene Grenze unseres Weltalls mehr und mehr ab, um an dieser Grenze selber dem Wert Null zuzustreben. Die Abnahme dieser Geschwindigkeiten folgt demselben Gesetz, das der Gravitation zufolge für die Abnahme der Molekulargeschwindigkeiten unserer atmosphärischen Luft gültig ist, wenn sich die Luftmolekeln mehr und mehr von der Erdoberfläche entfernen. Um dieselbe Geschwindigkeitsdifferenz wird auch die Lichtgeschwindigkeit größer sein an der Erdoberfläche als an der Grenze unserer Atmosphäre; ferner ist sie um einen entsprechenden Betrag größer an der Sonnenoberfläche als an der Erdoberfläche, wenn auch diese Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit (vielleicht gegen 2 ‰) unseren Messungen möglichweise nicht zugänglich sein wird. Aber jede Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit widerspricht dem Relativitätsprinzip EINSTEINS[1]).

[1]) A. EINSTEIN, Ann. d. Phys. (4) **17**, 891, 1905.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

---

14. Jahrg. **15. Mai 1912.** **Nr. 9.**

Sitzung vom 26. April 1912.

Vorsitzender: Hr. F. KURLBAUM.

Der Vorsitzende teilt mit, daß das Mitglied der Gesellschaft

Prof. Dr. **P. Lebedew** in Moskau

am 13./27. April verstorben ist. Die Anwesenden erheben sich zu Ehren des Verstorbenen von ihren Sitzen.

Sodann berichtet Hr. **Br. Glatzel** über
die Verwendung von Gleichstrom-Löschfunkenstrecken zur kinematographischen Aufnahme ballistischer und physikalischer Vorgänge
nach gemeinsam mit Hrn. **C. Cranz** angestellten Versuchen.

Ferner spricht Hr. **E. Alberti** über die
Neubestimmung der spezifischen Ladung lichtelektrisch ausgelöster Elektronen.

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind während der Ferien die folgenden Mitteilungen eingegangen:



Von Hrn. **Erich Regener:** Zählung von Kathodenstrahlteilchen. (Schon abgedruckt S. 400—407.)

Von Hrn. **H. Fassbender** und **E. Hupka:** Verfahren zur Bestimmung von Hysteresiskurven bei elektrischen Schwingungen. (S. 408—413.)

Von Hrn. **Paul Cermak:** Über die unstetige Änderung der Leitfähigkeit beim Übergang vom festen zum flüssigen Aggregatzustand. (S. 414—418.)

Von Hrn. **J. Franck:** Über die Überführung des Resonanzspektrums der Jodfluoreszenz in ein Bandenspektrum durch zugemischte Gase. (S. 419—422.)

Von Hrn. **J. Franck** und **G. Hertz:** Über durch polarisiertes Licht erregte Fluoreszenz von Joddampf. (S. 423—425.)

Von Hrn. **M. v. Pirani** und **Alfred Meyer:** 1. Über den Schmelzpunkt des Wolframs und des Molybdäns. (S. 426—428.)

2. Umrechnungstabelle für Temperaturangaben, die sich auf verschiedene Koeffizienten c_2 des WIENschen Gesetzes beziehen. (S. 429—430.)

Von Hrn. **E. Wertheimer:** Zur HABERschen Theorie der Wärmetönung. (S. 431—437.)

Von Hrn. **L. Zehnder:** Über Elektronen, Relativitätsprinzip und Äther. (S. 438—448.)

Von Hrn. **Otto Zimmer:** Über die innere Reibung von Äthylen und Kohlenoxyd und ihre Änderung bei tiefer Temperatur. (Eingereicht von Hrn. E. DORN.)

Von Hrn. **Karl von Wesendonk:** Über elektrische Entladungen. Bemerkungen zu einigen neueren Arbeiten über dieses Thema.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. cand. phil. MORITZ VOS, Marburg (Bez. Kassel), Marbacherweg 26 a.

(Vorgeschlagen durch Hrn. E. TAKE.)

Hr. Dr. phil. GOTTHELF LEIMBACH, Göttingen, Goldgraben 4.

(Vorgeschlagen durch Hrn. ALFRED WERTHEIMER.)

Das Physikalische Institut der Universität Göttingen.

(Vorgeschlagen durch Hrn. E. RIECKE.)

Zur Kenntnis des Verhaltens anomaler Dielektrika (Messungen an Papierkondensatoren mit konstanter Spannung und Wechseln sehr verschiedener Frequenz);

von H. Jordan.

(Mitteilung aus dem Kaiserl. Telegraphen-Versuchsamt.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 17. März 1911; vgl. diese Verh. **13**, 225, 1911.)
(Eingegangen am 14. April 1912.)

E. v. SCHWEIDLER [1]) hat eine Übersicht über die anomalen Eigenschaften der festen Stoffe gegeben, die sich mit großer Annäherung wie Dielektrika nach der gebräuchlichen Annahme der Theorie verhalten.

An eine Zusammenstellung des vorliegenden Beobachtungsmaterials knüpft er dann eine theoretische Darstellung der Eigenschaften. Er geht dabei von der Rückstandsbildung aus und zeigt, wie die weiteren Formen der Anomalien sich dann wenigstens qualitativ aus der Rückstandsbildung ableiten lassen.

Als die zweite Form der Anomalien wird die Absorption von Energie beim Einwirken eines periodisch veränderten Feldes behandelt.

In neuerer Zeit stehen die Energieverluste im Vordergrunde des Interesses, meines Wissens ist aber der Zusammenhang mit der Rückstandsbildung nicht wieder verfolgt und auch E. v. SCHWEIDLER selbst beschränkt sich darauf, aus seinen statischen Messungen, die er zur Erläuterung der Grundlagen seiner Theorie anführt, die Verluste zu berechnen.

Durch die im folgenden mitgeteilten Messungen soll auf diesen Zusammenhang von neuem hingewiesen werden.

Es wurde versucht, an ein und demselben Material eine Meßreihe auszuführen, die möglichst vollständig das Verhalten bei konstanter und periodisch wechselnder Spannung zeigt.

Nach dem Vorgang v. SCHWEIDLERS möge das Verhalten des Dielektrikums beschrieben werden durch das Verhalten eines

[1]) Ann. d. Phys. (4) **24**, 711, 1907.

Plattenkondensators, dessen Dielektrikum also sich im gleichförmigen Felde befindet.

Ein solcher Kondensator sei lange Zeit unbeansprucht geblieben. Zur Zeit $t = 0$ werden seine Belegungen mit den Polen einer Batterie mit der konstanten Spannung E verbunden.

Für ein ideales Dielektrikum würde dann in den Zuleitungen ein Strom auftreten, der von einem endlichen Anfangswert zu Null abnimmt. Sein Verlauf ist in bekannter Weise berechenbar aus der Kapazität des Kondensators und dem Widerstand des Schließungskreises.

Man findet aber, daß der Strom im allgemeinen zu den der Beobachtung zugänglichen Zeiten nach Anlegen der Spannung langsamer abnimmt, als nach diesem Gesetz.

Bezeichnet man mit J den zur Zeit t in den Zuleitungen fließenden Strom, so tritt zu dem normalen Ladungsstrom i_1 noch ein weiterer Anteil hinzu, der in einem anomalen Strom i_2 und einem normalen Leitungsstrom i_3 zerlegt werden möge.

Da es sich um einen nahezu idealen Kondensator handeln soll, kann der Verlauf des normalen Ladungsstromes als bekannt angesehen werden. Er kann für die im folgenden in Betracht kommenden Beobachtungszeiten neben dem anomalen Strom bereits vernachlässigt werden. Als normaler Leitungsstrom i_3 würde der Grenzwert des Stromes anzusehen sein, dem sich gegebenenfalls der Gesamtstrom nähert. Man beobachtet aber im allgemeinen eine gesetzmäßige Abnahme in den ersten Bruchteilen von Sekunden bis zu Stunden nach Anlegung der Spannung, die eine Annäherung an einen Grenzwert nicht erkennen läßt. Hierbei durchläuft der Betrag der Stromstärke mehrere Zehnerpotenzen. Für die Fragen nach den Vorgängen innerhalb von Bruchteilen der ersten Sekunde darf also jedenfalls unbedenklich von dem so definierten Leitungsstrom i_3 abgesehen werden.

Führt man die Ladung des Kondensators nach langer Ruhe mit verschiedenen Spannungen E aus, so ergibt sich für den anomalen Strom:

$$i_2 = E.f(t). \tag{1}$$

Hierbei ist $f(t)$ eine Funktion der Zeit, die, abgesehen von Faktoren, die die Abmessungen des Kondensators enthalten, dem anomalen Dielektrikum eigentümlich ist.



Erfolgen mehrere Spannungsänderungen, so liefert jede für sich einen entsprechenden Anteil zu dem anomalen Strom, der zur Zeit t beobachtet wird.

Dieses Gesetz der Superposition, das unter anderem auch durch die Versuche von E. v. SCHWEIDLER bestätigt ist, nimmt für den Fall, daß die zweite Änderung der ersten entgegengesetzt gleich ist, die Form an:

$$i_2 = E[f(t+T) - f(t)], \tag{2}$$

wobei t von der zweiten Änderung, dem Kurzschluß des Kondensators, gezählt ist, und T die Dauer der Ladung bezeichnet.

Auf diese Erfahrung gründet v. SCHWEIDLER die Annahme[1]), daß jede Änderung $dE(\vartheta)$ der Spannung zur Zeit ϑ einen Anteil di_2 am anomalen Strom zur Zeit t hervorruft, gegeben durch:

$$d i_2 = f(t-\vartheta)\, dE(\vartheta). \tag{3}$$

Man erhält also:

$$i_2(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{dE(\vartheta)}{dt} f(t-\vartheta)\, d\vartheta. \tag{4}$$

Diese Beziehung zwischen den vorgeschriebenen Änderungen der Spannung zur Zeit ϑ und den daraus für die Zeiten t folgenden Werten des anomalen Stromes wird auf einen sinusförmigen Verlauf der Spannung angewandt.

Der Gesamtstrom J setzt sich wieder aus dem normalen Ladungsstrom i_1 und dem anomalen Strom i_2 zusammen:

$$J = i_1 + i_2. \tag{5}$$

Es sei $E = E_0 \sin \omega t$, dann ist:

$$i_1 = \omega K_0 E_0 \cos \omega t, \tag{6}$$

$$i_2 = \omega E_0 (A \cos \omega t + B \sin \omega t), \tag{7}$$

wobei:

$$A = \int_0^\infty f(u) \cos \omega u\, du; \qquad B = \int_0^\infty f(u) \sin \omega u\, du \tag{7 a}$$

mit $u = t - \vartheta$ wird.

A und B hängen von der Frequenz ω und von der Gestalt von $f(u)$ ab.

---

[1]) Ähnliche ältere Ansätze vgl. bei v. SCHWEIDLER.

Schreibt man den Gesamtstrom:

$$J = E_0 (\omega K \cos \omega t + a \sin \omega t), \qquad 8)$$

so verhalten sich Strom und Spannung so, als ob zu einem Kondensator mit der Kapazität:

$$K = K_0 + A \qquad 9)$$

ein Leiter mit dem Leitwert:

$$a = \omega B \qquad 10)$$

parallel geschaltet wäre.

In neuerer Zeit wiederholt ausgeführte Messungen mit Wechselstrom beschränken sich, ohne, wie erwähnt, auf den Zusammenhang mit den statischen Vorgängen einzugehen, nach der jetzt gebräuchlichen Ausdrucksweise auf die Bestimmung des Scheinwiderstandes $\mathfrak{R}$ des Kondensators in der Form:

$$\mathfrak{R} = r + \frac{1}{j \omega C}, \qquad 11)$$

der als das Verhältnis von Spannung zu Strom, beide in komplexer Form geschrieben, definiert ist.

Führt man das Reziproke des Scheinwiderstandes, den Scheinleitwert $\mathfrak{A} = \frac{1}{\mathfrak{R}}$ ein mit:

$$\mathfrak{A} = a + j \omega K, \qquad 12)$$

so entsprechen die Bezeichnungen a und K den in Gleichung 9) und 10) verwandten.

Der Unterschied in den Definitionen der beiden Kapazitäten C und K, Gleichung 11) und 12), kommt für die Bestimmung der Verluste, wenn diese klein sind, nicht in Frage.

Die Abweichung δ des Phasenwinkels φ zwischen Strom und Spannung von $\frac{\pi}{2}$ ist gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \delta = r \omega C = \frac{a}{\omega K}. \qquad 13)$$

In dieser Schreibweise ist die Annahme enthalten, daß bei gegebener Sinusform einer der beiden Größen Strom und Spannung, die andere gleichfalls sinusförmig ist, und daß die Strom- und Spannungsamplituden einander proportional sind. Für die vom Dielektrikum infolge seiner anomalen Eigenschaften aufgenommene Energie ergibt sich hieraus, daß sie proportional dem Quadrat der Spannungsamplitude ist.

Gegen die Gültigkeit dieses „Quadratgesetzes" sind mehrfach Einwände [1]) erhoben. Es scheint aber bei den beobachteten Abweichungen sich um eine neu hinzutretende Erscheinung [2]) zu handeln, die sich überdies erst bei verhältnismäßig hoher Beanspruchung zeigt.

Gegenstand der folgenden Messungen sind im wesentlichen die für konstante und periodisch wechselnde Spannung durch 1) und 10) definierten wirksamen Leitwerte, zwischen denen der wiedergegebene Ansatz v. SCHWEIDLERS einen Zusammenhang herstellt. Die Messungen beschränken sich also bezüglich der statischen Beobachtungen auf den einfachsten Fall der erstmaligen Ladung nach genügend langer Ruhe. Der Meßbereich wurde durch ein ballistisches Verfahren auf Bruchteile der ersten Sekunde nach Anlegen der Spannung ausgedehnt, daran anschließend wurden in der gebräuchlichen Weise Ablesungen am ruhenden Galvanometer gemacht.

Die Messungen mit Wechselstrom wurden für sehr verschiedene Frequenzen ausgeführt, um ein möglichst vollständiges Bild zu erhalten.

Die Zeitbereiche beider Meßreihen grenzen einigermaßen nahe aneinander, da die statischen Beobachtungen mit 0,13 Sek. nach Anlegen der Spannung beginnen und die größte Periode 0,020 Sek. betrug; jene sind dann bis zu 500 Sek., diese bis zu 10^{-6} Sek. ausgedehnt.

Für die Ausführung der statischen Meßreihe erwiesen sich die sogenannten Fernsprechkondensatoren besonders geeignet. Zurzeit werden Papierkondensatoren als Massenfabrikat durch Aufwickeln von Streifen aus Stanniol und getränktem Seidenpapier mit einer Kapazität von 2 Mikrofarad hergestellt.

Für die Messungen mit Wechselstrom ergab sich aus der Herstellungsart die Unbequemlichkeit, daß sich die Kondensatoren wegen des erheblichen Widerstandes des Stanniols wie Kabel verhielten.

Es handelt sich also um ein „am Ende offenes" Kabel.

---

[1]) Vgl. v. SCHWEIDLER, l. c.
[2]) MONASCH, Ann. d. Phys. (4) 22, 905, 1907.

Der Scheinwiderstand bei einer sinusförmigen Spannung der Frequenz ω ist dann gegeben durch[1]):

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{Z}\,\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}} \tag{14)}$$

mit:

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{A + j\omega K}} \quad \text{und} \quad \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(A + j\omega K)},$$

wobei l die Länge des Streifens, R, L, A, K Widerstand, Selbstinduktion, Leitwert und Kapazität der Längeneinheit sind. Die Selbstinduktion läßt sich auf $2 \cdot 10^{-12}$ Henry/m schätzen und kommt neben R (< 2 Ohm/m) nicht weiter in Betracht.

Die Messung des Scheinwiderstandes erfolgt praktisch durch Vergleich mit Reihenschaltungen aus reinen Widerständen r_n und Kondensatoren C_n, so daß also $\mathfrak{U}_1 = r_n + \frac{1}{j\omega C_n}$ ist.

Entwickelt man für kleine Beträge $|\gamma l|$ den Ausdruck 14), so ergibt sich für den Phasenwinkel φ des Scheinwiderstandes:

$$\frac{\pi}{2} - \varphi = r_n \omega C_n = \delta + \frac{R l \omega K l}{3} \tag{15)}$$

bei Vernachlässigung von Gliedern der Ordnung δ^2 und $(R l \omega l K l)^3$ und des Unterschiedes zwischen Bogen und Tangente der kleinen Winkel. Hierin bedeutet wieder δ den „Verlustwinkel", Gleichung 13), des Dielektrikums. Für genügend kleine Frequenzen ist er wieder durch die Abweichung von $\frac{\pi}{2}$ des Phasenwinkels des Scheinwiderstandes gegeben. Dann ist nämlich $\mathfrak{U}_1 = \frac{1}{(A + j\omega K)l}$ entsprechend einem Kondensator mit dem wirksamen Leitwert Al und der wirksamen Kapazität Kl.

Für sehr große Frequenzen wird:

$$\mathfrak{U}_1 = r_n + \frac{1}{j\omega C_n} = \sqrt{\frac{R}{\omega K}}\, e^{-i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}\right)}, \tag{16)}$$

für verschwindend kleine Verluste also:

$$r_n = \frac{1}{\omega C_n} = \sqrt{\frac{R/2}{\omega K}}. \tag{16a)}$$

[1]) Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 291. Braunschweig 1910

Da δ neben l klein ist, kann gesetzt werden:

$$r_n = \sqrt{\frac{R/2}{\omega K}}\left(1 + \frac{\delta}{2}\right). \qquad 16\text{b})$$

Es zeigt sich, daß die Formel 15) für die Frequenzen bis $\omega = 10000$, für die Messungen mit den Frequenzen bis um $\omega = 10^6$ die Formel 16) zur Bestimmung der Verluste wenigstens grundsätzlich ausreicht.

Für die Frequenzen bis $\omega = 10000$ überwiegt der vom Widerstand R herrührende Anteil in 15) mit wachsender Frequenz. Für die Frequenzen um 10^6 wird der reelle Teil r_n des Scheinwiderstandes im wesentlichen nur noch durch den Widerstand bestimmt, und ist $\sqrt{\frac{1}{\omega}}$ proportional.

Die wirksame Kapazität C_n ist dann ebenfalls durch R mitbestimmt und $\sqrt{\omega}$ proportional.

Da die Bestimmung der Verluste hier sehr ungünstig wird, wurde versucht, die Messungen an einem so kurzen Stück eines solchen Streifens auszuführen, daß es sich selbst den höchsten Frequenzen gegenüber wie ein Kondensator verhält, die Kabelwirkung also zurücktritt. Es gelang, bei einem der Fabrikate durch Abwickeln ein solches Stück unversehrt abzutrennen und somit die unmittelbare Messung von δ auch mit schnellen Schwingungen auszuführen. Für dieses Material liegt daher eine vollständige Meßreihe für δ vor. Einige weitere Bemerkungen über die Gültigkeit und Verwendbarkeit der Darstellung der Vorgänge nach v. SCHWEIDLER sollen daher an diese vollständigste Meßreihe angeknüpft werden.

Die Messungen wurden an Kondensatoren verschiedener Herkunft ausgeführt. Bei zwei von den vier Fabrikaten war das Seidenpapier mit Paraffin, bei den beiden anderen mit Rizinusöl getränkt. Im einzelnen weichen die Konstruktionen noch etwas voneinander ab. Alle Kondensatoren sind in Blechhülsen eingeschlossen.

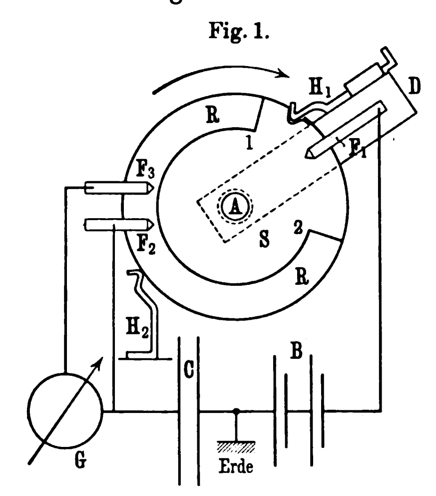
An allen Kondensatoren wurden folgende vier Meßreihen ausgeführt: A. Messung des anomalen Stromes; 1. mit ruhendem Galvanometer innerhalb der ersten 10 Minuten; 2. mit ballistischem Galvanometer innerhalb der ersten 2 Sek. B. Messungen des Scheinwiderstandes bei Wechselstrom; 3. für die Frequenzen

314 und 4000 bis 10000 in Brückenschaltung; 4. für Frequenzen der von einer Poulsenlampe erzeugten andauernden Schwingungen durch Substitution.

A. Messungen mit konstanter Spannung.

1. Eine Batterie von $E = 42{,}0$ Volt wurde über einem im Nebenschluß liegenden Galvanometer an dem Kondensator angelegt, darauf, also nach Ablauf des Ladungsstromes, das Galvanometer eingeschaltet und der Strom $J(t) = i_2(f)$ verfolgt von 15 bis 500 Sek. nach Anlegen der Spannung. Dies liefert den Verlauf der wirksamen Leitwerte

Fig. 1.



$$a = f(t) = \frac{i_2(t)}{E}.$$

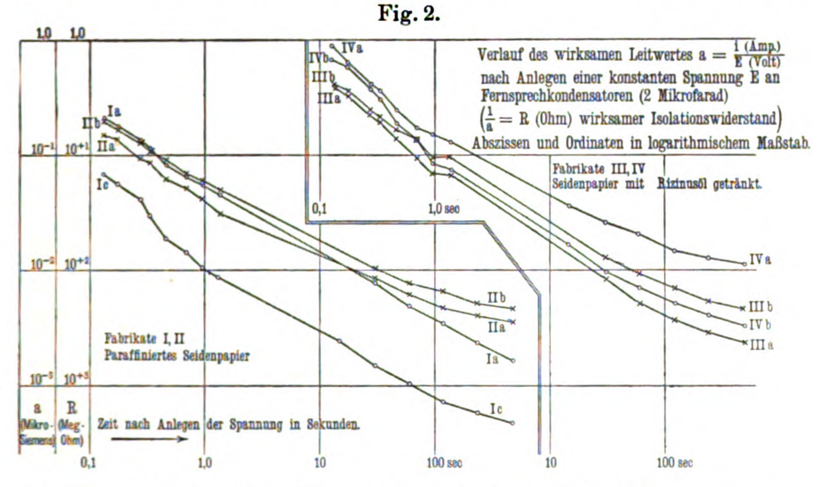
2. Für die entsprechende Messung innerhalb der ersten 2 Sek. wurde folgende ballistische Messung ausgebildet. Vermittelst der in Fig. 1 skizzierten Vorrichtung wird die Spannung bei kurzgeschlossenem Galvanometer an den Kondensator angelegt, nach einer zwischen etwa 0,13 und 1,3 Sek. einstellbaren Zeit T wird das Galvanometer auf eine für alle Messungen gleiche Zeit τ von etwa $^1/_{10}$ Sek. eingeschaltet. Diese Messung wurde für verschiedene Zeiten T ausgeführt.

Die Hartgummischeibe S trägt einen $^3/_4$-Ring R aus Blech und sitzt mit Reibung auf einer Achse A, die sich dauernd mit einer Umdrehung in 2,0 Sek. dreht. Der konzentrisch mit der Scheibe drehbare Arm D kann in jeder gewünschten Lage festgestellt werden. Er trägt die mit der Batterie B verbundene Schleiffeder F_1 und den Sperrhaken H_1. Zwischen den beiden Schleiffedern $F_2 F_3$ liegt das Galvanometer G.

Wird der Sperrhaken H_1 gelöst, beginnt die Ladung des Kondensators, wenn der Rand 1 der Belegung die Feder F_1 erreicht. Nach Ablauf der durch die jeweilige Stellung des Armes gegebenen Zeit T erreicht der Rand 2 die Feder F_2 und bis zum

Passieren von F_3 ist das Galvanometer eingeschaltet. Hierauf wird die Scheibe durch die Feder H_2 angehalten. Die ballistischen Ausschläge des Galvanometers werden mit derselben Vorrichtung und bekannten Strömen auf Stromstärken geeicht und der gemessene Ausschlag als Stromstärke zur Zeit $t = T + \frac{\tau}{2}$ nach Anlegen der Spannung in Anrechnung gebracht. Jeder Kondensator wurde nach der Messung kurzgeschlossen. Für eine Anzahl verschiedener Zeiten t wurden die Kondensatoren der Reihe nach durchgemessen. Wurde nach einer Meßreihe, die etwa 10 Minuten dauerte, die Messung am ersten Kondensator wiederholt, so ergab

Fig. 2.



sich der gleiche Ausschlag, d. h. der anomale Strom, hervorgerufen durch die voraufgegangene Ladung und Entladung [vgl. Gleichung 2)], war schon abgelaufen. Aufeinanderfolgende Messungen beeinflußten sich in diesem Abstande also nicht mehr. Der normale Ladungsstrom i_1 würde selbst bei 100 Ohm im Schließungskreis nach 0,003 Sek. 10^{-8} Amp. betragen, während nach 0,1 Sek. Ströme der Ordnung 10^{-6} gemessen wurden.

Die Messungen erstrecken sich also ausschließlich auf den anomalen Strom.

Die Ergebnisse der Messungen sind in Fig. 2 zusammengestellt. Die Kurven verlaufen in der gewählten Darstellung im logarithmischen Maßstab nahezu geradlinig unter 45°. Die Kurven werden jedoch merklich flacher für wachsende Zeiten.

Es läßt sich also auch nicht schätzungsweise ein Anfangswert für $t = 0$ angeben, ebensowenig ein endlicher Grenzwert $t = \infty$. Hierdurch sind einerseits die Extrapolationen für die kleinen Zeiten von der Größenordnung der Periode der Wechselströme unsicher, andererseits ist keine Andeutung vorhanden, daß ein endlicher Grenzwert entsprechend der normalen Leitfähigkeit erreicht wird.

Zwischen den Kondensatoren mit Paraffin- und Rizinusöltränkung besteht kein ausgeprägter Unterschied. Wie weit die vorhandenen Unterschiede von dem Herstellungsverfahren abhängen, entzieht sich meiner Beurteilung. Der Kondensator *Ic* entstammt einer älteren Lieferung, die übrigen waren erst zu wenigen Messungen verwandt und hierbei vorübergehend auf etwa 50° erwärmt. Ihre Eigenschaften waren dadurch nicht verändert.

B. Messungen mit periodisch wechselnder Spannung.

Die Messungen mit periodisch wechselnder Spannung ergeben den Scheinwiderstand des Kondensators durch Vergleich mit der Reihenschaltung aus einem Normalkondensator der Kapazität C_n und Normalwiderstand r_n entsprechend der Formel 11).

3. Für die Frequenzen $\omega = 2\pi n = 314$ (Starkstromgenerator) und ω zwischen 4000 und 10000 (kleine Hochfrequenzmaschine von Siemens u. Halske) wurde die bekannte Brückenschaltung verwandt. Zwei Zweige der Brücke bestanden aus festen kapazitäts- und induktionsfreien Widerständen, der dritte Zweig enthielt den variablen Normalkondensator [Glimmerkondensator und Luft-(Dreh-)Kondensator] und in Reihe dazu einen Kurbelrheostaten. Als Brückeninstrumente dienten ein Vibrationsgalvanometer oder ein Fernhörer. Die Frequenz wurde nach einem Zungenfrequenzmesser oder nach Stimmgabeln einreguliert.

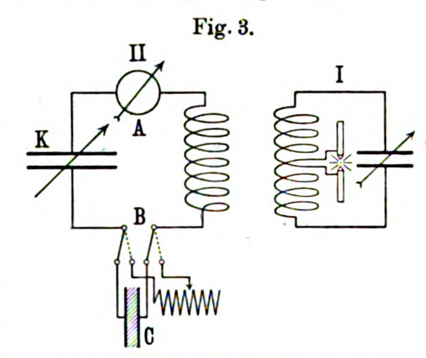
Aus früheren Messungen waren die Eigenschaften der Brückenanordnung bekannt. Die Korrektionen wegen Kapazitäten und Ableitungen in den einzelnen Zweigen kamen für diese Messungen nicht in Betracht.

4. Es wurden endlich noch die Scheinwiderstände der Kondensatoren bei Frequenzen von über 10^6 gemessen. Die hierzu verwandte Anordnung ist in Fig. 3 wiedergegeben. Durch eine

Poulsenlampe[1]) wurden in einem Primärkreis I andauernde Schwingungen der gewünschten Frequenz erzeugt.

Der mit dem Primärkreis lose gekoppelte Sekundärkreis II wurde vermittelst des Kondensators K auf den Primärkreis nach den Angaben des Hitzdrahtinstrumentes A abgestimmt, zunächst unter Kurzschluß bei B. Dann wurde bei unveränderter Koppelung bei B abwechselnd der Papierkondensator C und verschiedene Widerstände eingeschaltet, und die Resonanzausschläge des Instrumentes notiert. Der Flammenbogen wurde dabei stets auf dieselbe Spannung einreguliert.

Fig. 3.



Durch Interpolation ergibt sich dann aus dem Resonanzausschlag[2]) bei eingeschaltetem Kondensator ein Widerstand, der offenbar die Bedeutung des reellen Teiles r_n des Scheinwiderstandes hat. Die wirksame Kapazität C_n ergibt sich im allgemeinen aus den beiden Resonanzeinstellungen K_1 und K_2 des Kondensators K ohne und mit dem Kondensator C zu

$$C_n = \frac{K_1 K_2}{K_1 - K_2}. \tag{17}$$

Allerdings ist diese Kapazitätsbestimmung nur geeignet für Kondensatoren, deren wirksame Kapazität von der Größenordnung von K_1 ist.

Sie versagte daher auch bei den 2-MF-Kondensatoren, so daß nur die Werte von r_n bestimmt werden konnten. Für Kondensatoren erheblich kleiner als K kann man noch zum Ziel kommen, indem man die Einschaltungen B vor einem Teil von K legt.

In der Tab. 1 sind die Werte von C_n und r_n wiedergegeben und damit das Verhalten der Fernsprechkondensatoren gegenüber Wechselspannungen der verschiedenen Frequenzen vollständig beschrieben.

---

[1]) Die benutzte Lampe ist beschrieben: F. Kiebitz, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 99, 1910.

[2]) Vgl. C. Fischer, Phys. ZS. **12**, 295, 1911.

Tabelle 1.

Fabrikat . .	I		I		I		II		II	
Frequenz $\omega = 2\pi n$	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω
0,0314 . 10^4	1,934	20	2,144	20	1,929	18	2,289	9,5	2,352	10,3
0,400 . 10^4	1,900	8,0	2,104	5,7	1,893	6,0	2,266	2,7	2,336	3,3
0,600 . 10^4	1,893	5,33	2,099	5,27	1,889	5,67	2,263	2,60	2,328	2,80
0,800 . 10^4	1,888	5,10	2,089	5,0	1,886	5,50	2,258	2,50	2,326	2,65
1,00 . 10^4	1,885	4,97	2,084	4,9	1,884	5,40	2,258	2,42	2,327	2,57
			r_0 ber.				r_0 ber.			
22,0 . 10^4	—	3,5	3,7	3,3	—	3,8	2,7	2,2	—	2,2
47,1 . 10^4	—	2,3	2,5	2,3	—	2,5	1,8	2,1	—	1,9
236 . 10^4	—	0,8	1,1	0,7	—	0,8	0,8	0,8	—	0,8

Fabrikat . .	III		III		IV		IV	
Frequenz $\omega = 2\pi n$	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω	C_n MF	r_n Ω
0,0314 . 10^4	1,999	39	1,990	38	2,032	35	1,724	62
0,400 . 10^4	1,902	7,0	1,901	7,0	1,920	10,0	1,625	11,0
0,600 . 10^4	1,884	5,40	1,883	5,50	1,892	8,85	1,620	9,05
0,800 . 10^4	1,861	4,60	1,863	4,75	1,884	8,05	1,603	8,10
1,00 . 10^4	1,865	4,15	1,861	4,33	1,882	7,58	1,598	7,57
	r_0 ber.				r_0 ber.			
22,0 . 10^4	2,7	1,8	—	1,8	4,5	5,0	—	4,7
47,1 . 10^4	1,8	1,3	—	1,5	3,0	3,5	—	3,7
236 . 10^4	0,7	0,5	—	0,7	1,7	1,5	—	1,5
418 . 10^4	—	—	—	—	1,0	1,2	—	1,2

Es sind nun aus diesen Scheinwiderständen, die mehr oder weniger die Kabeleigenschaften der Kondensatoren zum Ausdruck bringen, mit Hilfe der Formeln 15) bis 16 b) die Eigenschaften des Dielektrikums auszusondern.

Verhalten des Dielektrikums.

In Fig. 4 sind für die Frequenzen bis 10000 die Werte der Tangenten der Phasenabweichung $\pi/2 - \varphi$ des Scheinwiderstandes in Abhängigkeit von der Frequenz wiedergegeben.

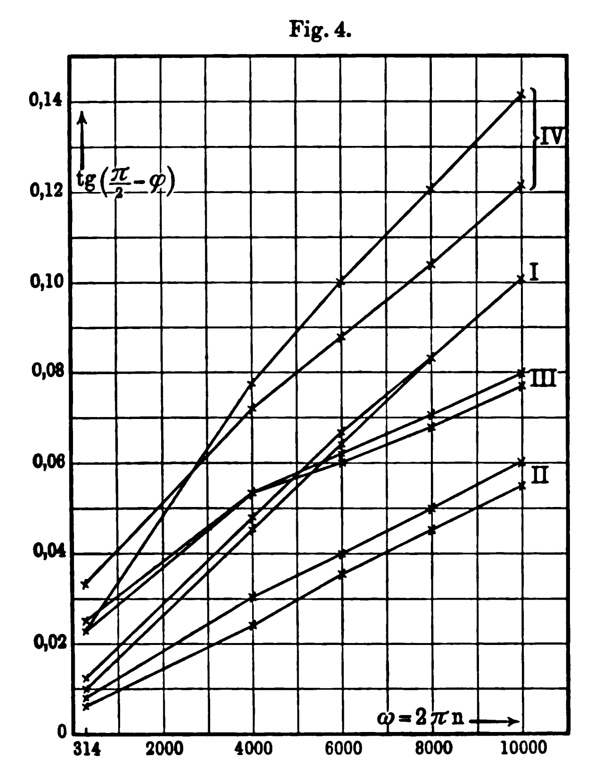
Für diesen Bereich gilt die Gleichung 15). Die gemessenen Phasenwinkel der Kondensatoren enthalten also neben dem

Verlustwinkel δ des Dielektrikums noch das proportional der Frequenz wachsende, vom Widerstand herrührende Glied.

Die Widerstände wurden nach Schluß der Versuche direkt gemessen und für die Kapazitäten können mit genügender Genauigkeit die gemessenen Werte eingesetzt werden.

Ausgesprochen geradlinig verlaufen die Kurven für die Paraffinkondensatoren, die Neigung der Geraden entspricht den

Fig. 4.



direkt gemessenen Widerständen. Hiernach ergibt sich also $\delta = \text{konst}_{(\omega)} = \delta_{(\omega = 0)}$.

Die Kondensatoren mit Rizinusöl zeigen Abweichungen von diesem Verhalten. Bringt man hier den vom Widerstand herrührenden Betrag in Abzug, so zeigt das Fabrikat III etwa bei $\omega = 4000$ ein Maximum des Winkels δ. Für höhere Frequenzen tritt der Anfangswert wieder ein. Das Fabrikat IV scheint unzuverlässige Werte zu geben und ließ auch sonst auf die am



wenigsten sorgfältige Herstellung schließen. Die Anfangswerte der Winkel sind durchweg über doppelt so groß als bei den Paraffinkondensatoren.

Bei schnellen Schwingungen reicht nach 16) grundsätzlich die Messung des reellen Bestandteiles r_n des Scheinwiderstandes zur Bestimmung von δ aus, wenn die Werte für die Kapazität K und den Widerstand R für die Längeneinheit bekannt sind. In der Tab. 1 sind neben den gemessenen Werten die aus den bekannten Daten für verschwindend kleine Verlustwinkel berechneten nach Gleichung 16 a) als r_0 ber. angegeben.

Für die Paraffinkondensatoren ergibt sich Übereinstimmung innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit, so daß also der Verlustwinkel δ sicher nicht erheblich größer sein kann als für die kleinen Frequenzen.

Wie aus den bisher mitgeteilten Messungen hervorgeht, ist durch die augenblickliche Herstellungsart der Fernsprechkondensatoren durch Aufwickeln langer schmaler Streifen bedingt, daß für die Frequenzen der Sprechströme (4000 bis 10000) der Anteil der Verluste im Dielektrikum zurücktritt, neben dem Einfluß des Widerstandes des langen Stanniolstreifens.

Bei verlustlosem Dielektrikum würden die Kondensatoren sich so verhalten, als ob $^1/_3$ des Gesamtwiderstandes (Hin- und Rückleitung des Kabels) vor dem widerstandslosen Kondensator geschaltet wäre.

Hieraus erklärt sich also, daß in diesem Bereich r_n annähernd von der Frequenz unabhängig ist.

Bei den Fabrikaten II und III ist dieser Anteil der Energieverluste durch Parallelschalten von zwei Abteilungen herabgesetzt. Da die Kondensatoren in Leitungen, die erheblich höhere Widerstände enthalten, eingeschaltet werden, kommen praktisch diese Widerstände und um so weniger die Verluste im Dielektrikum unmittelbar in Frage.

Das Verhalten des reellen Teiles r_n des Scheinwiderstandes gegenüber schnellen Schwingungen, im besonderen die Abnahme mit wachsender Frequenz ist aus den Kabeleigenschaften ohne beträchtlichen Anteil des Dielektrikums hinreichend erklärt. Gerade diese Kabeleigenschaften aber haben zur Folge, daß für die Messung der Energieverluste im Dielektrikum bei hohen Frequenzen die Fernsprechkondensatoren nicht sonderlich geeignet

sind. Es wurde nun versucht, Teile von den Kondensatoren abzutrennen, die so kurz sind, daß sie auch schnellen Schwingungen gegenüber sich wie Kondensatoren verhalten. Dies gelang aber nur bei einem der Paraffinfabrikate ohne Lockerung der Belegungen. Im folgenden Abschnitt wird das Verhalten dieses Dielektrikums in allen Meßbereichen zusammengestellt.

Übersicht über das Verhalten des Dielektrikums I in allen Meßbereichen.

Von einem Kondensator des Fabrikates I wurde ein 25 cm langes Stück abgewickelt und an den überstehenden auseinandergebogenen Enden der Belegung Zuleitungen befestigt.

Dieses Stück war nunmehr selbst den schnellen Schwingungen gegenüber als kurz anzusehen, so daß also sein Scheinwiderstand allein durch die Eigenschaften des Dielektrikums bestimmt wird.

Seine wirksame Kapazität war zudem von gleicher Größenordnung, wie die Kapazität K (Fig. 3) der Schwingungskreise, konnte also auch nach den Messungen nach Gleichung 17) bestimmt werden.

Zum Anschluß an die Messungen am ganzen Kondensator wurde eine Messung mit $\omega = 10000$ ausgeführt.

In Tab. 2 sind die gemessenen Scheinwiderstände ähnlich wie in Tab. 1 wiedergegeben.

Die Messung mit $\omega = 10000$ ergibt den erwarteten Wert des Verlustwinkels δ, nämlich 0,012 wie Fig. 4, der dort für $\omega = 314$ direkt gemessen war und der sich für die Frequenzen $\omega = 4000$ bis 10000 aus dem Winkel φ des Scheinwiderstandes des Kondensators unter Berücksichtigung des Stanniolwiderstandes ergab. Für die Frequenz um 10^6 ist er erheblich größer und wächst mit der Frequenz.

Um eine zusammenhängende Darstellung der anomalen Eigenschaften des Dielektrikums bei konstanten und periodisch wechselnden Spannungen im Anschluß an die Theorie v. Schweidlers zu geben, werden wieder zweckmäßig die Scheinleitwerte Gleichung 12) eingeführt, bei denen die Verluste im Dielektrikum durch den wirksamen Leitwert a gemessen werden.



Tabelle 2. 25 cm langes Stück eines 2-Mikrofaradkondensators I.

Wellenlänge km	Frequenz $\omega = 2\pi n$	C_n MF	r_n Ohm	$\operatorname{tg} \delta = r_n \omega C_n$
—	$0{,}0100 \cdot 10^6$	0,0117	100	0,0117
6,40	$0{,}295 \cdot 10^6$	0,0104	6,0	0,018
			7,5	0,022
4,00	$0{,}472 \cdot 10^6$	0,0107	5,7	0,025
			5,0	0,027
3,20	$0{,}590 \cdot 10^6$	0,0110	4,2	0,031
2,00	$0{,}94 \cdot 10^6$	0,0112	3,3	0,035
1,60	$1{,}18 \cdot 10^6$	0,0106	3,6	0,045
			2,5	0,032
			2,3	0,029
1,20	$1{,}57 \cdot 10^6$	0,0100	2,2	0,035
1,00	$1{,}89 \cdot 10^6$	0,0098	1,8	0,035
0,80	$2{,}36 \cdot 10^6$	0,0099	1,5	0,035
			1,6	0,037
0,55	$3{,}40 \cdot 10^6$	0,0102	1,4	0,048

Der Übergang wird vermittelt durch den Verlustwinkel δ nach Gleichung 13). Wegen der Kleinheit des Winkels δ können die verschiedenen Kapazitäten K und C hier gleich gesetzt werden.

Für den Winkel δ ist bis $\omega = 10000$ der konstante Wert 0,012 einzuführen. Die Leitwerte für die schnellen Schwingungen sind mit den unmittelbar gemessenen Winkeln für die Kapazität 2 MF umgerechnet.

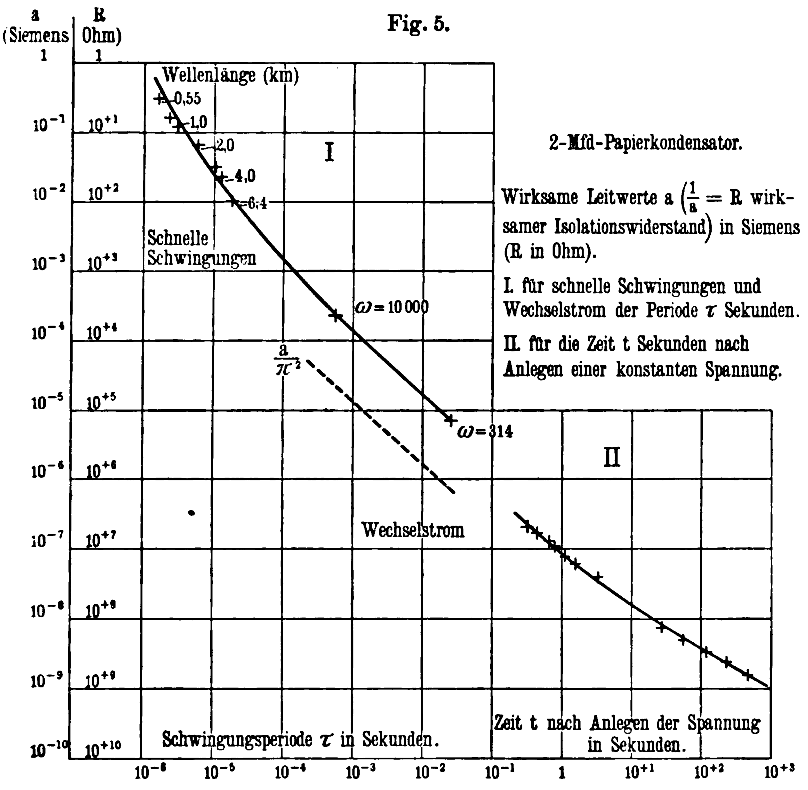
In der ersten Hälfte der Fig. 5 sind die so definierten wirksamen Leitwerte als Funktion der Schwingungsperiode $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ aufgetragen.

In der zweiten Hälfte ist die statische Messung aus Fig. 2 wiederholt. Für diese war ein wirksamer Leitwert definiert als das Verhältnis von Strom zu Spannung nach Anlegen einer konstanten Spannung. Die statische Messung liefert nach Gleichung 1) unmittelbar die dem Dielektrikum eigentümliche Funktion $f(t) = \frac{i_2}{E}$.
Sie hat im logarithmischen Koordinatensystem einen nahezu geradlinigen Verlauf unter 45°. Soweit das zutrifft, ist also:

$$f(t) = c t^{-1}. \qquad 18)$$

Auch der wirksame Leitwert a für Wechselstrom zeigt in Abhängigkeit von der Periode angenähert diesen Verlauf, dem bei strenger Gültigkeit ein für alle Frequenzen konstanter Verlustwinkel entsprechen würde. Die Abweichungen bestehen in beiden

Fig. 5.



Teilen in einer Abflachung mit wachsender Zeit. Gilt 18) streng, so ergibt sich aus 7a):

$$a(\tau) = c t^{-1} \pi^2, \tag{19}$$

also gleichfalls eine Gerade unter 45°.

Der wirksame Leitwert für die Periode τ ist um das π^2-fache größer als der statische Leitwert zur Zeit $t = \tau$ nach Anlegen einer konstanten Spannung. In diesem Falle erhält man also aus den Leitwerten für Wechselstrom die Funktion $f(t)$ durch Verschiebung um den Betrag $-\log \pi^2$, wie durch die punktierte Kurve angedeutet ist. Sie schließt sich annähernd stetig an die folgenden direkt gemessenen Werte an.

Um anzugeben, wieweit die Messungen die Theorie v. SCHWEIDLERS bestätigen, muß kurz auf deren Grundlage hingewiesen werden. Ansatz 1) und 3) dieser rein beschreibenden Theorie gründen sich auf die Erfahrung bezüglich des Superpositionsgesetzes für die anomalen Ströme bei konstanter Spannung, die von den voraufgegangenen willkürlichen Änderungen der Spannung hervorgerufen sind. Dies Verhalten zeigen im allgemeinen die guten sogenannten Isolatoren.

Legt man einen Kondensator mit einem derartigen Dielektrikum zum zweiten Male an dieselbe Spannung E, wobei die erste Ladung und Entladung um T_1 und T_2 zurückliegen mögen, so erhält man für den anomalen Strom zur Zeit t in Erweiterung von 2):

$$i(t) = E[f(t + T_1 + T_2) - f(T_1 + t) + f(t)]. \qquad 20)$$

Bei genügend kurzer Dauer T_1 der ersten Ladezeit und genügend langer Zwischenzeit T_2 heben sich die ersten beiden Glieder praktisch auf und man beobachtet also im wesentlichen wieder $f(t)$.

Es ist schon erwähnt, daß dies bei den Fernsprechkondensatoren zutraf. Ich hatte jedoch bei ähnlichen Papierkondensatoren die Gelegenheit, zu beobachten, daß eine vorausgegangene Beanspruchung den anomalen Strom und seine Änderung herabsetzte bei Zwischenzeiten T_2, für die die einfache Superposition nach 20) keinen merklichen Anteil der ersten beiden Glieder ergeben würde.

Auf Stoffe mit diesem Verhalten läßt sich also die Theorie nicht weiter anwenden.

Die Gestalt der Funktion $f(t)$ denkt sich v. SCHWEIDLER empirisch bestimmt, da die bisher beobachteten Funktionen sich nicht durch einen einfachen Ansatz ableiten zu lassen scheinen.

Eine ältere Theorie[1]) der analogen Erscheinungen auf dem Gebiete der Deformation fester Körper geht in dieser Beziehung weiter. E. WIECHERT erweitert einen Ansatz von MAXWELL für die elastische Nachwirkung so, daß die einzelnen Interpolationsformeln, die für den Verlauf der Nachwirkung verschiedener Stoffe angegeben sind, als verschiedene Gebiete einer Funktion erscheinen.

---

[1]) E. WICHERT, Theorie der elastischen Nachwirkung, Wied. Ann. 50. 335, 546, 1893.

Die für die Kurven Fig. 2 und 5 annähernd gültige Formel 18) weist auf den mittleren Teil der WIECHERTschen Funktion hin, wenn man dielektrische Verschiebungen und Deformationen einander entsprechen läßt. Es ist nicht möglich, aus dem hier beobachteten Stück dieser Funktion den ganzen Verlauf zu bestimmen. Hierzu müßte man den Bereich der Beobachtung erheblich ausdehnen, und zwar der Eigentümlichkeit der Funktion entsprechend um eine größere Zahl von positiven und negativen Zehnerpotenzen der Zeiteinheit, was aber auf praktische Schwierigkeiten stößt. Wenn also für den vorliegenden Fall der Ansatz von WIECHERT nicht weiterführt als der v. SCHWEIDLERs, der sich mit einer Interpolationsformel von vornherein begnügt, so ist man doch zur Annahme berechtigt, daß bei anderen Stoffen die Bestimmung vollständiger gelingen kann.

Auch bezüglich der Wechselstrommessungen in Fig. 5 zeigt sich die Formel 18), wie die Theorie von WIECHERT verlangt, nur als näherungsweise gültig.

Bei strenger Gültigkeit würde sie auf den von der Frequenz unabhängigen Verlustwinkel δ führen. Es ist bemerkenswert, daß die Konstanz des Winkels, die hier gerade für die kleinen Frequenzen zutrifft, zurückgeführt wird auf statische Vorgänge, die von der Zeit abhängen. Der nahezu quantitative Zusammenhang zwischen den wirksamen Leitwerten bei Wechselstrom und Gleichstrom nach 19) läßt keinen Raum für die Annahme einer Hysterese nach Art der magnetischen, soweit deren Betrag als abhängig angesehen wird allein von den Grenzen des Zyklus und nicht von der Zeit.

Für den Nachweis des Zusammenhanges zwischen wirksamen Leitwerten (oder Isolationswiderständen) bei Gleichstrom und Wechselstrom reicht die Darstellung nach v. SCHWEIDLER, wie hier gezeigt werden konnte, aus.

K. W. WAGNER[1]) hat die Theorie von WIECHERT herangezogen zur Erklärung von Messungen mit Wechselstrom bei verschiedenen Temperaturen. Je nach der Temperatur findet er bei ähnlichen Kondensatoren eine Zu- oder Abnahme des Verlustwinkels mit der Frequenz. Dies Verhalten wird von der Theorie gefordert. Die Fernsprechkondensatoren unterscheiden sich von den von

---

[1]) K. W. WAGNER, Elektrot. ZS. 32, 172, 1911.



WAGNER untersuchten dadurch, daß der Bereich der Frequenzen, innerhalb dessen Änderungen des Winkels merklich werden, erheblich größer ist.

Leider konnte ich die Untersuchung, die an die mir übertragene Prüfung der Fernsprechkondensatoren anknüpfte, nicht auf andere Stoffe ausdehnen. Durch die Übernahme einer anderen Tätigkeit wurde ich an der Fortführung verhindert. Ich hoffe demnächst Gelegenheit zu haben, die Untersuchungen fortzusetzen.

Als praktisches Ergebnis der Messung dürfte angesehen werden, daß an der Hand der Theorie E. v. SCHWEIDLERS für ein und dasselbe Dielektrikum der Zusammenhang zwischen den so sehr verschiedenen wirksamen Leitwerten (oder Isolationswiderständen) bei Messungen mit Wechselstrom der praktisch in Frage kommenden Frequenzen und mit „Gleichstrom“ gezeigt ist, und daß durch die ballistische Messung in Ergänzung der gebräuchlichen Galvanometermessung ermöglicht ist, aus diesen wenigstens näherungsweise zu extrapolieren auf die Wechselstromleitwerte für nicht zu große Frequenzen.

Über die innere Reibung von Äthylen und Kohlenoxyd und ihre Änderung bei tiefen Temperaturen;

von Otto Zimmer.

(Eingegangen am 17. April 1912.)

Einleitung.

Von den für die Abhängigkeit der inneren Reibung der Gase von der Temperatur aufgestellten Formeln hat sich die SUTHERLANDsche bisher für höhere Temperaturen am besten bewährt. Wurden jedoch durch Extrapolation aus den Reibungskoeffizienten für höhere Temperaturen Werte für tiefere Temperaturen berechnet, so zeigten sich bei verschiedenen Gasen bedeutende Abweichungen von den experimentell bestimmten Werten. Während bei mittleren und höheren Temperaturen die allgemeine Gültigkeit der von SUTHERLAND aufgestellten Formel für alle bisher untersuchten Gase nachgewiesen werden konnte, gelang dies also nicht bei tiefen Temperaturen. Es zeigen sich Abweichungen von der Theorie bei den Untersuchungen von BESTELMEYER[1]) über den Reibungskoeffizienten des Stickstoffs bei tiefen Temperaturen, worauf schon RAPPENECKER[2]) in seiner Dissertation hingewiesen hat. Ebenso wurden Abweichungen festgestellt von K. SCHMITT[3]) bei Helium, W. KOPSCH[4]) bei Wasserstoff und von E. VÖLKER[5]) bei Wasserstoff und Sauerstoff.

Da die Kenntnis des inneren Reibungskoeffizienten der Gase auch bis zu tiefen Temperaturen für die kinetische Gastheorie von Wichtigkeit ist, so unternahm ich es, auf Anregung und mit gütiger Unterstützung des Herrn Prof. Dr. E. DORN, die innere Reibung von Äthylen und Kohlenoxyd bei tiefen Temperaturen zu bestimmen.

---

[1]) BESTELMEYER, Inaug.-Diss. München 1903.
[2]) RAPPENECKER, Inaug.-Diss. Freiburg i. Br. 1909.
[3]) K. SCHMITT, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1909.
[4]) W. KOPSCH, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1909.
[5]) E. VÖLKER, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1910.

Der Apparat.

Der schon mehrfach erprobte Apparat des hiesigen physikalischen Institutes zur Bestimmung des inneren Reibungskoeffizienten nach der Transpirationsmethode kam auch bei meinen Beobachtungen zur Anwendung. Eine genaue Beschreibung desselben von Dr. H. SCHULTZE befindet sich in Ann. d. Phys. (4) 5, 141—145, 1901.

Als Thermostat für die Kapillare des Apparates diente wie früher ein zylinderförmiges Gefäß nach WEINHOLD mit Rührwerk, wie es bereits K. SCHMITT [1]) in seiner Dissertation ausführlich beschrieben hat.

Auch kam dieselbe spiralförmig gebogene Kapillare zur Anwendung, welche bereits E. VÖLKER [2]) bei seinen Versuchen verwendet hatte.

Was die Temperaturbäder, Thermometer, Chronometer und Quecksilber-Wassermanometer anbetrifft, so gelten dieselben Bestimmungen, wie sie von meinen Vorgängern in den betreffenden Dissertationen angeführt worden sind.

Besondere Sorgfalt wurde auf die Reinigung des Apparates verwendet. Durch längeres Stehenlassen nach dem Evakuieren, sowie durch Überdruck wurde der Apparat auf Dichtigkeit geprüft.

Berechnung der Versuche.

Im Anschluß an die im hiesigen physikalischen Institute angestellten Untersuchungen über die Bestimmung der inneren Reibungskoeffizienten geschah die Berechnung der unkorrigierten Werte von $\eta'.10^7$ nach der von O. E. MEYER [3]) angegebenen Formel in der von H. SCHULTZE [4]) benutzten Gestalt:

$$\eta'_{\mathrm{abs}} = \frac{\pi . t [p_1(2P + p_1) - p_2(2P + p_2)] . g . 13{,}5957}{2(P + p_1)} \cdot \frac{13{,}5957(1 + \alpha T)}{8M.(1 + 0{,}000181\,T)(1 + \alpha T')} \cdot \frac{R^4}{L}.$$

[1]) K. SCHMITT, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1909, S. 10 u. 12.
[2]) E. VÖLKER, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1910, S. 10.
[3]) O. E. MEYER, Pogg. Ann. 127, 263 ff., 1866.
[4]) H. SCHULTZE, Ann. d. Phys. (4) 5, 154, 1901.

Dabei bedeuten:

η' den wegen Gleitung noch nicht korrigierten Reibungskoeffizienten in absolutem Maße, wenn die übrigen Größen in Zentimeter, Gramm und Sekunden angegeben sind,
t die Dauer des Versuches,
P den korrigierten Barometerstand,
p_1 und p_2 die Drucke der Quecksilber-Wassermanometer,
g die Schwerebeschleunigung für Halle: $g = 981{,}14$,
T die Temperatur des Gases in den Füllkugeln,
T' die Temperatur des Gases in der Kapillare,
M die Masse des Quecksilbers vom gleichen Volumen wie das verdrängte Gas,
R den Radius der Kapillare,
L die Länge der Kapillare.

Da durch das Biegen der Kapillare in Spiralenform sich die Dimensionen geändert hatten, war von E. Völker[1]) ein indirekter Weg zur Bestimmung des „reziproken Widerstandes der Kapillare“ (beim geraden kalibrischen Rohre der Größe $\frac{R^4}{L}$ entsprechend) eingeschlagen und von mir nachgeprüft worden. Frühere Versuche mit anderen Kapillaren hatten für trockene atmosphärische Luft einen Reibungskoeffizienten ergeben, der bei 0° C[2]) $\eta'_0 \cdot 10^7 = 1736$ betrug. Es wurden daher mit atmosphärischer Luft unter gleichen Bedingungen Versuche bei Zimmertemperatur vorgenommen.

Aus sieben Versuchen folgte für $\frac{1}{W}$ $\left(\text{entsprechend } \frac{R^4}{L}\right)$:

$$\left(\frac{1}{W}\right)_{13,01^0} \cdot 10^{15} = 9872.$$

Für andere Temperaturen wurde der Wert von $\frac{1}{W}$ berechnet nach:

$$\left(\frac{1}{W}\right)_{T'} = \left(\frac{1}{W}\right)_0 (1 + 3\,\beta\, T'),$$

wobei angenommen wurde:

$$3\,\beta_{0,-50} = 0{,}0000249$$
$$3\,\beta_{0,-100} = 0{,}0000245$$
$$3\,\beta_{0,-200} = 0{,}0000227$$

---

[1]) E. Völker, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1910, S. 17 ff.
[2]) K. Schmitt, Ann. d. Phys. (4) **30**, 393—410, 1909.

Es ist daher:

Tabelle 1.

T'	$\frac{1}{W}\cdot 10^{15}$	T'	$\frac{1}{W}\cdot 10^{15}$	T'	$\frac{1}{W}\cdot 10^{15}$
+ 13,82	9872	— 38,61	9859	— 75,72	9851
+ 11,41	9872	— 42,28	9859	— 78,18	9850
± 0,0	9869	— 44,08	9858	— 149,21	9835

Die Gleitung des Gases an den Kapillarwänden wurde berücksichtigt, indem η' noch mit dem Faktor $1 + \frac{4\zeta}{R}$ multipliziert wurde, wobei ζ den Gleitungskoeffizienten bedeutet.

Da für Äthylen und Kohlenoxyd noch keine Bestimmungen des Gleitungskoeffizienten vorlagen, so wurden die Werte von ζ der Theorie entnommen, d. h. für ζ wurde die molekulare Weglänge der entsprechenden Gase bei den betreffenden Temperaturen eingesetzt. Nach O. E. MEYER [1]) ist:

$$\eta_0 = 0{,}30967 \,.\, \varrho_0 \,.\, L_0 \,.\, \Omega_0$$

$$L_0 = \frac{\eta_0}{0{,}30967 \,.\, \varrho_0 \,.\, \Omega_0}.$$

Nun ist nach TH. THOMSON [2]) für Äthylen: $\Omega_0 = 453\,\mathrm{m.sec^{-1}}$, nach WREDE [2]) für Kohlenoxyd: $\Omega_0 = 454\,\mathrm{m.sec^{-1}}$.

Die Dichten der beiden Gase in bezug auf Wasser von 4° C wurden, wie später gezeigt werden wird, gefunden zu:

$\varrho_0 = 0{,}0012529$ für Äthylen,
$\varrho_0 = 0{,}0012518$ für Kohlenoxyd.

Nach WEIGERT [3]) wiegt 1 ccm Äthylen unter Normalbedingungen 0,0012520 g und 1 ccm Kohlenoxyd 0,0012506 g. Die gute Übereinstimmung der gefundenen Werte mit denen anderer Beobachter läßt daher auf große Reinheit der verwendeten Gase schließen.

η'_0 für Äthylen wurde gefunden zu $\eta'_0 \,.\, 10^7 = 903{,}0$, für Kohlenoxyd zu $\eta'_0 \,.\, 10^7 = 1676{,}5$. Mithin ergibt obige Gleichung:

für Äthylen: $L_0 = 0{,}0000051378$,
für Kohlenoxyd: $L_0 = 0{,}0000095260$.

[1]) O. E. MEYER, Kinet. Gastheorie, 2. Aufl., 1899, S. 189.
[2]) O. E. MEYER, ebenda, S. 59.
[3]) ABEGGS Handb. d. anorg. Chem. III, 2, S. 138 u. 81.

Der mittlere Druck in der Kapillare ist nach WARBURG[1]):

$$P = \frac{P_0}{1 + \frac{P_0 - p_0}{P_0}}.$$

Dabei ist:

$$P_0 = P + p_1 \text{ bzw. } P + p_2,$$
$$p_0 = P + p_2 \text{ bzw. } P + p_1.$$

p_1 und p_2 bedeuten dabei die auf S. 473 näher bezeichneten Drucke.

Mit Hilfe der jetzt festgestellten Größen wurden nun die in folgender Tabelle enthaltenen Werte von ζ berechnet nach der von K. SCHMITT[2]) abgeleiteten Formel:

$$\zeta_1 = \zeta_0 \frac{\sqrt{1 + \alpha T_1} \cdot p_0 \cdot \eta_1'}{\sqrt{1 + \alpha T_0} \cdot p_1 \cdot \eta_0'},$$

wobei sich Index 0 auf die Temperatur 0° C und Index 1 auf die Temperatur bezieht, für die der Gleitungskoeffizient bestimmt werden soll.

Tabelle 2.

T^v	$C_2H_4\ \zeta \cdot 10^9$	$CO\ \zeta \cdot 10^9$
+ 13,82	5176	—
+ 11,41	—	9400
± 0,0	4799	8900
— 38,61	3852	—
— 42,28	—	7143
— 44,08	3777	—
— 75,72	3151	—
— 78,18	—	5742
— 149,21	—	3096

Die Werte von η sind nun leicht aus η' zu berechnen.

Darstellung der Gase.

Da die übliche Methode[3]) zur Darstellung von Äthylen aus Äthylalkohol und Schwefelsäure kein vollkommen reines Gas liefert, so wurde ein anderes, zuerst von G. S. NEWTH[4]) vor-

---

[1]) E. WARBURG, Pogg. Ann. 159, 400, 1876.
[2]) K. SCHMITT, Inaug.-Diss. Halle a. S. 1909, S. 19.
[3]) Vgl. HOLLEMANN, Lehrb. d. organ. Chem. 1909, S. 28.
[4]) G. S. NEWTH, Journ. Chem. Soc. 79, 915, 1901.

geschlagenes Verfahren angewendet. Die konzentrierte Schwefelsäure ersetzt NEWTH durch sirupartige Phosphorsäure und erhitzt auf etwa 210°. Man vermeidet so das Verkohlen und Schäumen der Flüssigkeit und erhält ein Gas, das frei ist von den Verunreinigungen des auf gewöhnliche Art dargestellten, Kohlendioxyd und Schwefeldioxyd.

Ätherartige Verunreinigungen des sich bildenden Gases sowie unzersetzter Alkohol wurden in einem mit Eis gekühlten Gefäß zurückgehalten, während außerdem noch konzentrierte Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd zum Trocknen des Gases verwendet wurden. Auf Reinheit wurde das Gas geprüft, indem einige Kubikzentimeter desselben in einer HEMPELschen Pipette mit konzentrierter rauchender Schwefelsäure geschüttelt und dabei absorbiert wurden.

Zur Darstellung des Kohlenoxyds verwendete ich eine Lösung von 100 g Natriumformiat in 300 g Wasser. Nachdem die Lösung durch ein Bad auf etwa 80° C erwärmt worden war, wurden durch einen Tropftrichter nach und nach 600 g konzentrierte Schwefelsäure zugegeben[1]). Das sich entwickelnde Kohlenoxyd wurde durch konzentrierte Schwefelsäure getrocknet, dann durch ein mit festem Alkali gefülltes U-Rohr geleitet, um das sich möglicherweise bildende Kohlendioxyd zurückzuhalten, und schließlich nochmals durch Phosphorpentoxyd getrocknet. Nach dreistündiger Entwickelung wurde das Kohlenoxyd aufgefangen und unter Überdruck aufbewahrt. Zur Prüfung des Gases auf Reinheit stellte ich folgende von WINKLER vorgeschlagene Lösung her: 200 g Kupferchlorür wurden in einer Lösung von 250 g Ammoniumchlorid in 755 ccm Wasser gelöst. Das Reagens wurde vor Licht und Luft geschützt und blanke Kupferspäne hinzugegeben. Kurz vor dem Gebrauch wurden 150 ccm der Lösung mit 50 ccm Ammoniak vom spez. Gew. 0,91 gemischt und in der HEMPELschen Pipette mit ungefähr 2 ccm Kohlenoxyd geschüttelt. Innerhalb einer halben Stunde war bereits das Kohlenoxyd vollkommen absorbiert.

Versuche mit Äthylen.

Bevor das Gas aus der SALETschen Pipette, in welcher es seit seiner Herstellung unter Überdruck aufbewahrt worden war,

[1]) ABEGGS Handb. d. anorg. Chem. III, 2, S. 137.



in den Apparat eingelassen wurde, war der Apparat scharf evakuiert worden. Um Gummiverbindungen nach Möglichkeit zu vermeiden, war die SALETsche Pipette mit dem Apparat bei der Füllung gut verblasen. Aus folgender Tabelle sind die Ergebnisse der Reibungsversuche zu ersehen. Dabei bedeuten *R* (rechts) und *L* (links) die Richtungen, in denen das Gas durch die Kapillare gepreßt wurde. Die Überdrucke p_1 und p_2 beziehen sich auf *R*, die Überdrucke (p_2) und (p_1) auf *L*.

Tabelle 3. (Bedeutung der Größen s. S. 473.)

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta'\,.\,10^7$	$\eta\,.\,10^7$
R	+ 13,22	13,49	13,579	4,523	75,59	1200	76,35	948,6	
L	+ 13,33	13,65	13,579	4,523	75,61	1200	76,58	945,8	
R	+ 13,46	13,90	13,579	4,523	75,62	1200	76,26	950,0	
L	+ 13,59	14,08	13,579	4,523	75,59	1200	75,98	953,8	
R	+ 13,81	14,55	13,579	4,523	75,57	1200	76,20	951,7	
L	+ 13,95	14,85	13,579	4,523	75,57	1200	76,19	952,3	
R	+ 14,08	14,98	13,579	4,523	75,57	1200	76,31	950,8	
L	+ 14,18	15,15	13,579	4,523	75,59	1200	76,63	947,2	
R	+ 14,24	15,25	13,579	4,523	75,59	1200	76,35	950,8	
L	+ 14,36	15,40	13,579	4,523	75,59	1200	76,45	959,5	
	+ 13,82							950,05	954,20

Tabelle 4.

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta'\,.\,10^7$	$\eta\,.\,10^7$
R	— 0,05	13,80	13,579	4,523	75,88	1200	84,31	901,5	
L	— 0,05	14,30	13,579	4,523	75,85	1200	84,27	904,4	
R	— 0,05	14,30	13,579	4,523	75,89	1200	84,27	903,0	
L	— 0,05	14,08	13,579	4,523	75,87	1200	84,21	903,4	
R	— 0,04	11,69	13,579	4,523	75,86	1200	83,53	903,4	
L	— 0,04	14,71	13,579	4,523	76,57	1200	84,37	903,9	
R	— 0,05	14,92	13,579	4,523	76,58	1200	84,55	902,7	
L	— 0,05	13,50	13,579	4,523	76,59	1200	84,24	901,8	
R	— 0,05	14,46	13,579	4,523	76,57	1200	84,48	902,0	
L	— 0,05	13,94	13,579	4,523	75,88	1200	84,17	903,4	
	— 0,05							903,0	906,63

Das käufliche Eis war etwas mit NaCl verunreinigt und ergab daher eine Temperatur von — 0,05°.

Tabelle 5.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 40,19	15,85	13,579	4,523	73,33	900	86,06	779,9	
L	— 39,67	15,78	13,579	4,523	73,33	900	85,92	779,2	
R	— 39,33	15,70	13,579	4,523	73,32	900	86,06	776,6	
L	— 38,85	15,58	13,579	4,523	73,34	900	85,28	781,9	
R	— 38,37	15,48	13,579	4,523	73,36	900	84,63	785,9	
L	— 37,99	15,28	13,579	4,523	73,36	900	84,62	784,2	
R	— 37,52	15,15	13,579	4,523	73,37	900	84,21	786,1	
L	— 36,99	14,95	13,579	4,523	73,41	900	84,33	782,8	
	— 38,61							782,08	784,64

Tabelle 6.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
L	— 44,70	15,90	13,579	4,523	73,32	840	84,25	758,2	
R	— 44,51	15,92	13,579	4,523	73,33	900	89,36	765,3	
L	— 44,23	15,92	13,579	4,523	73,32	900	89,08	766,8	
R	— 44,09	15,91	13,579	4,523	73,33	900	88,55	770,9	
L	— 43,90	16,01	13,579	4,523	73,36	900	88,80	768,3	
R	— 43,83	16,13	13,579	4,523	73,36	900	88,96	767,0	
L	— 43,71	16,25	13,579	4,523	73,34	840	82,99	767,3	
R	— 43,67	13,29	13,579	4,523	75,92	900	88,51	764,5	
	— 44,08							766,04	768,53

Tabelle 7.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 77,16	16,02	13,579	4,523	75,43	900	115,93	689,0	
L	— 77,00	16,33	13,579	4,523	75,32	900	114,78	695,8	
R	— 76,72	16,50	13,579	4,523	75,43	900	113,80	701,4	
L	— 76,22	16,58	13,579	4,523	76,08	900	114,51	695,6	
R	— 75,83	16,54	13,579	4,523	75,43	900	113,60	699,5	
L	— 75,41	16,60	13,579	4,523	75,38	900	114,02	695,6	
R	— 75,29	16,80	13,579	4,523	75,45	900	113,48	698,9	
L	— 75,02	16,64	13,579	4,523	75,43	900	113,13	699,8	
R	— 74,90	17,00	13,579	4,523	75,43	900	113,96	695,2	
L	— 73,61	17,15	13,579	4,523	75,45	900	111,91	703,6	
	— 75,72							697,44	699,31

Nach der Theorie von SUTHERLAND läßt sich die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Temperatur durch folgende Formel ausdrücken:

$$\eta_\vartheta = \eta_0 \frac{1 + C\alpha}{1 + \frac{C}{\Theta}} \sqrt{1 + \alpha\vartheta}.$$

Dabei bedeutet:

ϑ die betreffende Temperatur nach Celsius,
Θ die entsprechende absolute Temperatur,
C die Kohäsionskonstante,
α den Ausdehnungskoeffizienten.

Aus OBERMAYERS Beobachtungen berechnete O. E. MEYER[1]) die Kohäsionskonstante zu $C = 272$ für Äthylen. Die Konstante wurde übernommen, da die eigenen Beobachtungen erst bei tieferen Temperaturen beginnen. Aus meinen Beobachtungen ergab sich: $\eta_0 . 10^7 = 906{,}63$.

Die nun berechenbaren Werte von η habe ich in folgender Tabelle den beobachteten Größen gegenübergestellt:

Tabelle 8.

T'	$\eta . 10^7$ beobachtet	$\eta . 10^7$ berechnet
+ 13,82	954,20	952,22
± 0,0	906,63	906,63
— 38,61	784,64	776,28
— 44,08	768,53	757,46
— 75,72	699,31	646,83

Aus dieser Tabelle, sowie aus der am Ende dieser Arbeit befindlichen Fig. 2, welche die Ergebnisse graphisch darstellt, geht hervor, daß die Theorie nur etwa bis -20^0 mit den Beobachtungen annähernd übereinstimmt. Unterhalb dieser Temperatur kann von einer strengen Gültigkeit der Formel von SUTHERLAND nicht mehr die Rede sein.

Versuche mit Kohlenoxyd.

Nach Beendigung der Versuche mit Äthylen wurde der Apparat wieder mehrfach evakuiert, zum Teil gereinigt, mit

[1]) O. E. MEYER, Kinet. Gastheorie, 2. Aufl., 1899, S. 222.

trockener Luft gespült, die Eichungen der Quecksilber-Wassermanometer nachgeprüft und der Apparat durch Luftversuche kontrolliert. Nach nochmaliger Evakuierung und Spülung mit Kohlenoxyd wurde das Gas, das bei den Versuchen zur Verwendung kommen sollte, langsam in den Apparat hinübergedrückt, wobei wieder der Apparat und die SALETsche Pipette gut miteinander verblasen waren.

Aus folgender Tabelle sind die Resultate der Versuche zu ersehen:

Tabelle 9.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta'.10^7$	$\eta.10^7$
L	+ 11,41	11,62	13,546	4,521	75,61	2700	93,56	1736,2	
R	+ 11,40	11,40	13,546	4,521	76,18	2700	93,63	1738,2	
R	+ 10,61	11,35	13,546	4,521	76,39	2700	94,05	1731,0	
L	+ 11,86	10,70	13,546	4,521	76,21	2700	93,15	1736,5	
R	+ 11,30	11,70	13,546	4,521	76,21	2700	93,54	1738,7	
R	+ 11,40	13,80	13,546	4,521	76,71	2700	94,54	1731,4	
L	+ 11,46	13,85	13,546	4,521	76,73	2700	95,00	1723,5	
R	+ 11,85	13,70	13,546	4,521	76,77	2700	93,65	1744,9	
	+ 11,41							1735,0	1748,8

Tabelle 10.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta'.10^7$	$\eta.10^7$
R	0,0	13,41	13,546	4,521	76,29	2700	101,47	1677,9	
L	0,0	13,62	13,546	4,521	76,30	2700	101,20	1683.5	
R	0,0	13,71	13,546	4,521	76,31	2700	101,74	1675,0	
L	0,0	14,00	13,546	4,521	76,17	2700	102,17	1669,6	
R	0,0	14,20	13,546	4,521	76,17	2700	101,81	1676,5	
	0,0							1676,5	1689,2

Tabelle 11.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta'.10^7$	$\eta.10^7$
L	— 42,66	13,88	13,546	4,521	76.45	1800	91.44	1472,1	
R	— 41,70	14,32	13,546	4,521	76,47	1800	90,54	1482.6	
L	— 42,10	14,70	13,546	4,521	76,48	1800	90,99	1479,7	
R	— 41.90	14,90	13,546	4,521	76.51	1800	91,51	1471,1	
L	— 42.80	15,30	13,546	4.521	76,52	1800	91.92	1472,1	
R	— 42,50	15,70	13,546	4,521	76,50	1800	92,41	1464,4	
	— 42,28							1473,7	1482,6

Tabelle 12.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta'.10^7$	$\eta.10^7$
R	— 78,5	12,16	13,546	4,521	76,68	1200	82,46	1282,3	
L	— 78,4	14,64	13,546	4,521	76,65	1200	82,99	1282,2	
R	— 78,8	15,40	13,546	4,521	76,66	1200	83,48	1280,3	
L	— 77,7	13,51	13,546	4,521	76,55	1200	82,76	1276,3	
L	— 78,2	15,85	13,546	4,521	76,55	1200	83,72	1274,6	
R	— 77,8	14,00	13,546	4,521	76,62	1200	82,17	1284,1	
L	— 77,6	14,35	13,546	4,521	76,58	1200	82,66	1280,7	
R	— 78,4	14,57	13,546	4,521	76,58	1200	82,94	1282,6	
	— 78,18							1280,4	1286,6

Tabelle 13.

	T'	T	$p_1(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta'.10^7$	$\eta.10^7$
L	— 150,8	16,65	13,546	4,521	74,99	540	89,00	860,2	
R	— 150,0	16,80	13,546	4,521	74,98	540	88,65	858,5	
L	— 149,7	17,00	13,546	4,521	74,97	540	88,40	859,4	
R	— 148,7	17,25	13,546	4,521	74,97	540	87,03	866,6	
L	— 148,3	17,37	13,546	4,521	74,97	540	85,75	877,2	
R	— 147,8	17,50	13,546	4,521	74,98	540	85,62	875,3	
	— 149,21							866,20	868,50

Setzen wir die Kohäsionskonstante nach O. E. Meyer[1]) $C = 100$, so ergibt sich aus obiger Tabelle: $\eta_0 . 10^7 = 1689{,}2$.

Die nun nach der Formel von Sutherland berechneten Werte von η habe ich wiederum in folgender Tabelle den experimentell gefundenen Reibungskoeffizienten gegenübergestellt:

Tabelle 14.

T'	$\eta.10^7$ beobachtet	$\eta.10^7$ berechnet
+ 11,41	1748,8	1743,0
± 0,0	1689,2	1689,2
— 42,28	1482,6	1480,2
— 78,88	1286,6	1288,4
— 149,21	868,5	859,7

[1]) O. E. Meyer, Kinet. Gastheorie, 2. Aufl., 1899, S. 222.

Die theoretische Formel liefert also für Kohlenoxyd, wie aus Fig. 4 zu ersehen ist, bis —130° Werte von ziemlicher Annäherung. Leider war es mir unmöglich, bei noch tieferen Temperaturen zu beobachten, da das Kohlenoxyd sich bereits bei —190° und einer Atmosphäre Druck verflüssigt, und es mir nicht gelang, zwischen dieser Siedetemperatur und der tiefsten Beobachtungstemperatur (etwa —150°) weitere Temperaturen herzustellen und konstant zu halten.

Erklärung der Abweichungen des experimentell gefundenen Wertes des Reibungskoeffizienten von der Theorie bei tiefen Temperaturen.

Die Abweichungen der gefundenen Werte von den theoretisch berechneten Reibungskoeffizienten haben sich also auch bei Äthylen und Kohlenoxyd gezeigt, wie es auch zu Beginn der Arbeit vermutet worden war. Zwar ist die Abweichung für Kohlenoxyd bei der tiefsten beobachteten Temperatur nur gering, da die niedrigste Beobachtungstemperatur nur etwa 13,6° unter der kritischen Temperatur lag, doch zeigte das Äthylen das merkwürdige Verhalten im verstärkten Maße, da hier die Beobachtungen in einem großen Intervall zwischen Zimmertemperatur und —80° angestellt werden konnten. Die kritische Temperatur des Äthylens liegt bei 11°, die Verflüssigungstemperatur bei Atmosphärendruck bei —105°.

Da sich die Abweichungen für Temperaturen zwischen dem Siedepunkt und der kritischen Temperatur bei den einzelnen Gasen wiederholten, so lag die Vermutung nahe, daß irgend ein Umstand bei der Aufstellung der theoretischen Formel nicht berücksichtigt worden ist.

Da das Äthylen bei den in Betracht kommenden Temperaturen nicht genau dem Gesetz von BOYLE (MARIOTTE) folgt, sondern nach AMAGAT[1]) die MARIOTTEsche Konstante $\frac{p \cdot v}{P \cdot V}$ für Äthylen zwischen 2,213 und 0,337 schwankt[2]), so lag die Vermutung nahe, daß hierin der Grund für das eigentümliche Verhalten zu suchen sei. Die von VAN DER WAALS aufgestellte Zustandsgleichung:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R(1 + \alpha\delta),$$

[1]) C. R. 89, 437, 1879.

[2]) Im Druckintervall von 30 bis 430 Atmosphären.

die nach SARRAU folgende Gestalt annimmt:

$$p = \frac{0{,}0037 \left(\frac{1}{\alpha} + t\right)}{v - 0{,}0024} - \frac{0{,}00786}{v^2},$$

konnte jedoch keine Berücksichtigung finden, da die Gültigkeit dieser Formel nur für höhere Drucke und bei Zimmertemperatur erwiesen ist; auch sind die bei diesen Gleichungen auftretenden Faktoren, Ausdehnung und Kohäsion der Moleküle, schon bei Aufstellung der SUTHERLANDschen Formel berücksichtigt worden. Nach WINKELMANN [1]) ist keine der anderen aufgestellten Gleichungen genügend begründet und von allgemeiner Gültigkeit.

REGNAULT [2]) zeigte als erster, daß die beiden Konstanten, Spannungs- und Ausdehnungskoeffizient, in Wirklichkeit nicht ganz unabhängig vom Druck und der Temperatur des Gases sind, sondern mit steigendem Druck zunehmen und für höhere Temperaturen kleiner werden. Diese Tatsache wurde besonders bei leichter kondensierbaren Gasen, wie Kohlensäure, Chlor, Jod und anderen festgestellt. Da bei diesen Gasen die kritische Temperatur über der Zimmertemperatur liegt, so können diese Gase auch als Dämpfe angesehen werden. Betrachten wir nun die Gase, für welche die Abweichungen bei tiefen Temperaturen gefunden worden waren, so ergibt sich, daß diese Gase bei den in Betracht kommenden Temperaturen aus demselben Grunde als leichter kondensierbare Gase oder als Dämpfe anzusprechen sind, da auch bei den angestellten Versuchen der mittlere Druck in der Kapillare stets größer war als eine Atmosphäre. Für Dämpfe zeigt aber die Beobachtung, daß die Dichte nur innerhalb gewisser Grenzen des Druckes und der Temperatur als konstant angesehen werden darf, und zwar treten um so größere Abweichungen vom BOYLE-GAY-LUSSACschen Gesetz auf, je niedriger die Temperatur bei der Messung ist. Erst bei Überschreitung einer bestimmten Temperatur, welche für die einzelnen Dämpfe verschieden ist, erreicht der Ausdehnungskoeffizient für den betreffenden Dampf einen konstanten Wert.

---

[1]) WINKELMANN, Handbuch der Physik, 2. Aufl., 1908, 1. Bd., 2. Teil, S. 1279.

[2]) REGNAULT, Mém. de l'Acad. de Paris 21, 96 und 26, 565.

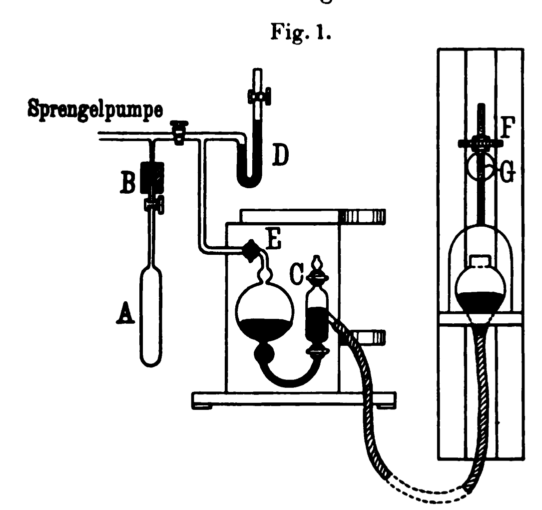


Aus keiner der aufgestellten Gleichungen ist also der Wert von $p.v$ mit Sicherheit festzustellen. Da mithin das Produkt $p.v$ nicht für die in Betracht kommenden Temperaturen berechnet werden konnte, das Verhalten dieser MARIOTTEschen Konstanten für Äthylen und Kohlenoxyd in diesen Intervallen auch noch nicht untersucht ist, so machten sich Beobachtungen über das Verhalten von $p.v$ bei tiefen Temperaturen und den oben verwendeten Drucken notwendig, d. h. die Dichten von Äthylen und Kohlenoxyd waren bei tiefen Temperaturen zu bestimmen.

Gasdichtebestimmung bei tiefen Temperaturen.

Da die Bestimmung der Dichten nicht bei Zimmertemperatur, sondern nach Möglichkeit bei den tiefen Temperaturen auszuführen war, welche bei den Reibungsversuchen angewendet worden waren, so kam die Ballonmethode zur Anwendung, welche gleichzeitig gestattete, denselben mittleren Druck zu verwenden, welcher bei den Reibungsversuchen in der Kapillare geherrscht hatte.

Fig. 1.



Die gewöhnlich übliche Methode wurde jedoch etwas abgeändert bzw. weiter ausgeführt, damit sie auch bei tiefen Temperaturen gute Resultate lieferte.

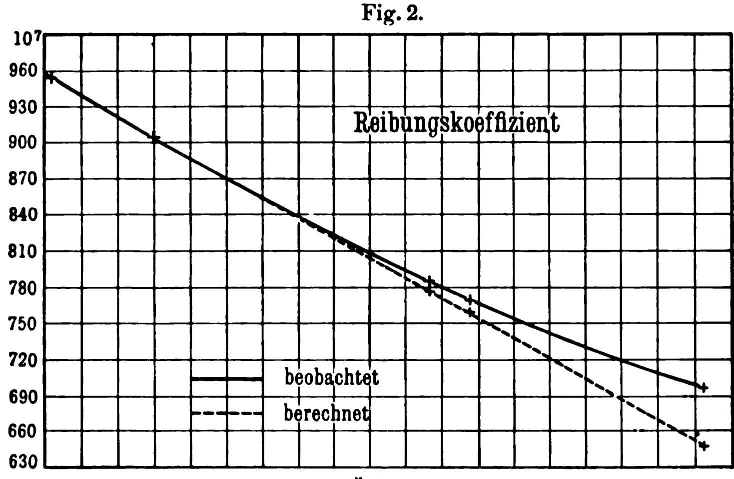
Aus praktischen Rücksichten trat an die Stelle der Kugelgestalt des Ballons die zylindrische Form.

Das eine Ende des Zylinders war halbkugelförmig zugeschmolzen, die andere Seite endigte in einer Kapillare von 0,8 mm innerem Durchmesser und 170 mm Länge. Am Ende derselben befand sich ein Kapillarhahn. Der Durchmesser des Kolbens betrug 40 mm, seine Länge 150 mm.

Mit Hilfe eines kurzen Vakuumschlauches (*B* in Fig. 1) konnte der Ballon (*A*) mit einer Sprengelpumpe und gleichzeitig mit der SALETschen Pipette (*C*) verbunden werden, welche das zu unter-

suchende Gas enthielt. Zur Druckmessung war an das Röhrensystem ein zur Hälfte mit Quecksilber gefülltes U-Rohr (D) angeblasen. Die Niveaudifferenz des Quecksilbers in den beiden Schenkeln wurde mit einem Kathetometer auf 0,02 mm genau gemessen. Zur Regulierung des Gasdruckes im Ballon war der bewegliche Quecksilberbehälter der SALETschen Pipette an einem hölzernen Schlitten befestigt, der in einer senkrechten Holzführung entlang gleiten konnte. Um eine genaue Einstellung des Druckes zu erzielen, befand sich über diesem Schlitten ein kleinerer, der nach Feststellung der Schraube (G in Fig. 1) mittels einer anderen Messingschraube (F) von 2 mm Ganghöhe um kleine Strecken

Fig. 2.



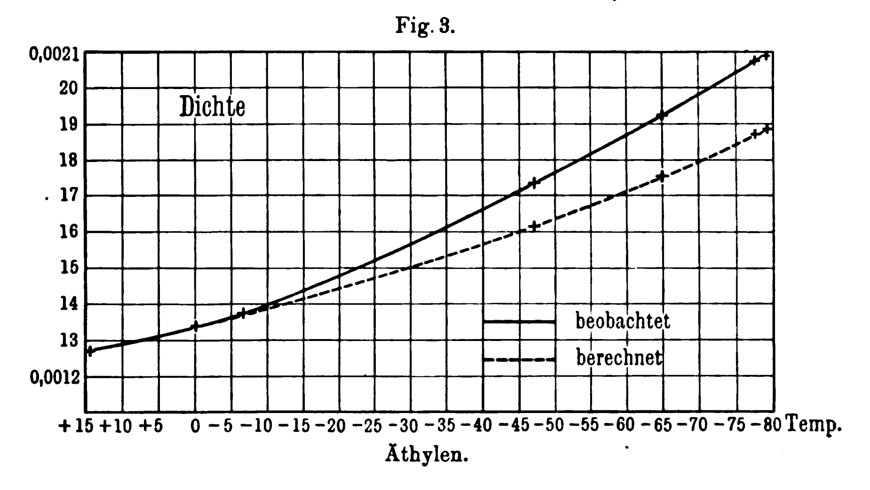
Äthylen.

verschoben werden konnte. Der Druck wurde stets so gewählt, daß er dem mittleren Druck in der Kapillare des Reibungsapparates entsprach, bei welchem die Versuche zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten angestellt worden waren. Mit Hilfe von Kathetometer, Gefäß-Heber-Barometer von WILD und Thermometer wurde so der wirkliche Druck bestimmt, unter welchem sich das eingeschlossene Gas befand.

Als Temperaturbad für den Ballon diente das auch schon bei den Reibungsversuchen verwendete WEINHOLDsche Gefäß. Die tiefen Temperaturen wurden wieder wie bei den obigen Versuchen mit flüssiger Luft und Petroläther oder mit Alkohol und Kohlensäure erzeugt.

Nachdem das Röhrensystem durch Unter- und Überdruck auf Dichtigkeit und der Ballon durch 2,5 Atmosphären Überdruck auf Festigkeit geprüft worden waren, wurde der Ballon und das Röhrensystem mit Hilfe der Sprengelpumpe bis zum Hahn (E) und zum Quecksilber im U-Rohr mehrfach scharf evakuiert und die Füllungen des Ballons bei verschiedenen tiefen Temperaturen vorgenommen. Nach jeder Füllung wurde der Ballon vorsichtig vom Vakuumschlauch abgelöst und sorgfältig mit Alkohol und Äther gereinigt. Zwei bis drei Stunden später wurde die Wägung des Ballons mit besonderer Sorgfalt an einer Wage von SARTORIUS

Fig. 3.



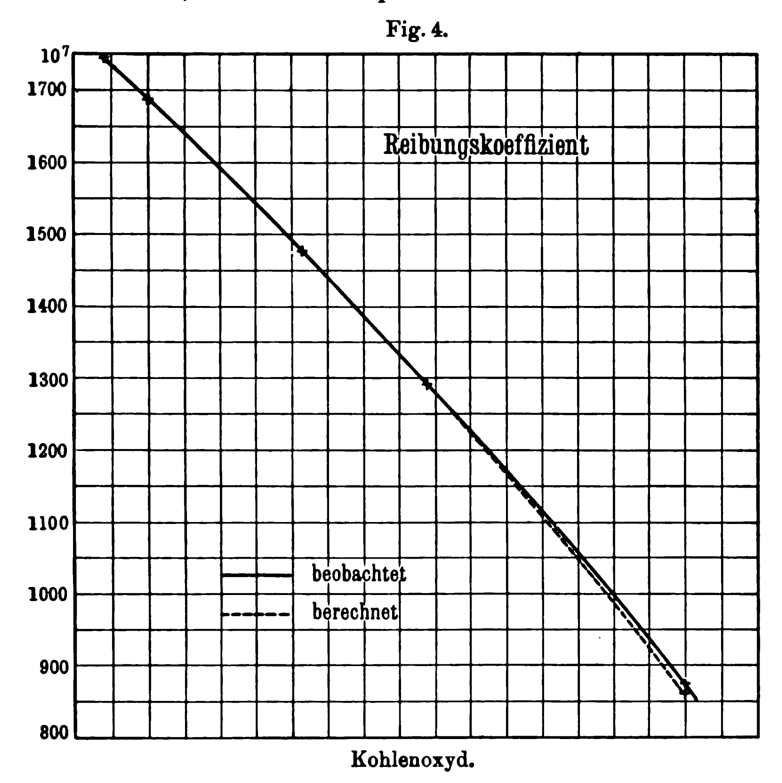
Äthylen.

vorgenommen. Der Auftrieb des Ballons wurde durch einen gleich großen Kompensationsballon von gleicher Gestalt aufgehoben. Störungen, welche durch elektrische Ladungen auf der Oberfläche des Ballons hätten eintreten können, wurden durch ein Radiumbromidpräparat (5 mg reines $RaBr_2$) vermieden, welches, in ein dünnwandiges Röhrchen eingeschlossen, in den Wägekasten gestellt wurde und mir von Herrn Prof. Dr. E. DORN gütigst zur Verfügung gestellt worden war. Zur Reduktion auf den leeren Raum, d. h. zur Bestimmung des Auftriebs der zur Äquilibrierung dienenden Gewichtsstücke wurde der jeweilige Barometerstand, die Temperatur im Wägekasten und die Luftfeuchtigkeit berücksichtigt, welche letztere mit dem Aspirationspsychrometer von ASSMANN zwischen zwei aufeinanderfolgenden Wägungen bestimmt wurde. Das Gewicht des Ballons und des darin befindlichen Gases

wurde so durch Doppelwägung festgestellt. Sein Volumen bis zum Kapillarhahn wurde durch Auswägen mit ausgekochtem Wasser von gemessener Temperatur bestimmt. Es war das Volumen $V = 161{,}57$ ccm bei 0° C.

Es mußte jedoch noch ein Umstand berücksichtigt werden, welcher bei Zimmertemperatur gar nicht oder nur in geringem Maße auftritt, bei tiefen Temperaturen aber zu schlechten Resul-

Fig. 4.



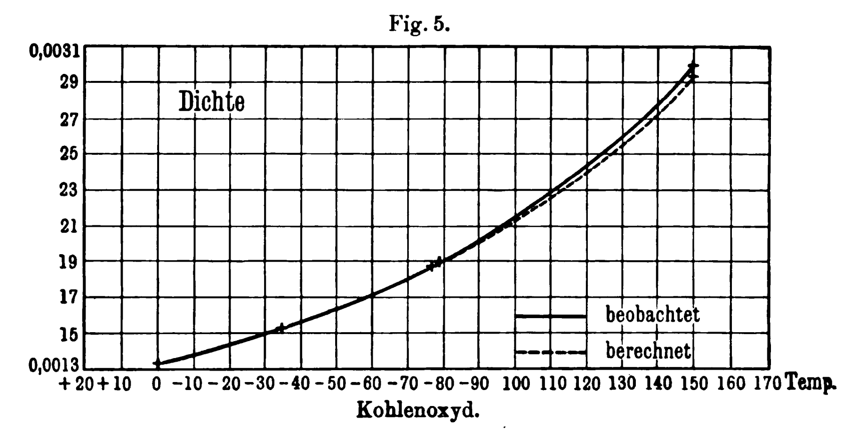
Kohlenoxyd.

taten Anlaß geben kann. Da beim Eintauchen des Ballons in die Kältemischung nicht die ganze Kapillare bis zum Hahn auf die gewünschte Temperatur gebracht werden kann, so kann auch nicht ohne weiteres die Dichte des betreffenden Gases aus dem gefundenen Gewichte und Volumen des Gases im Ballon berechnet werden, sondern es macht sich eine Korrektion der gefundenen Werte nötig. Zu diesem Zwecke wurde nach der Beendigung der Versuche mit dem Ballon die Kapillare vom zylinderförmigen

Teil des Ballons abgeschnitten, zugeschmolzen und am Ende zu einer kleinen Kugel ausgeblasen. Der Inhalt der Kapillare bis zum Hahn wurde nun durch Auswägen mit Quecksilber bestimmt zu 1,1708 ccm.

Mit dieser an einem Ende zugeschmolzenen Kapillare wurden die Versuche für die Dichtebestimmungen bei denselben Temperaturen und Drucken wie vorher wiederholt. Das gefundene Gewicht der jetzt eingeschlossenen Gasmenge wurde nun von dem Gewichte der vorher im ganzen großen Ballon eingeschlossenen Gasmenge bei der entsprechenden Temperatur und demselben

Fig. 5.



Kohlenoxyd.

Druck abgezogen und dann die gefundene Gewichtsdifferenz auf die Volumendifferenz des großen und kleinen Ballons bezogen, also auf:

$$V = 161{,}57 - 1{,}171 = 160{,}399 \text{ ccm bei } 0^{\circ}\text{C}.$$

Zur Bestimmung der Änderung dieses Volumens wurde der Ausdehnungskoeffizient des Glases wie S. 473 angenommen.

Nachstehende Tabellen enthalten eine Gegenüberstellung der wirklichen Gasdichten und der unter Voraussetzung strenger Gültigkeit des Boyle-Gay-Lussacschen Gesetzes berechneten. Als Ausgangswert für diese Berechnungen wurden dabei die Werte der Beobachtungen bei 0° C gewählt.

Es treten also bei den tiefen Temperaturen, bei denen die Abweichungen des Reibungskoeffizienten besonders groß waren, auch bedeutende Abweichungen vom idealen Gaszustand auf, und zwar sind die Abweichungen beim Äthylen auch hier größer als beim Kohlenoxyd.

Tabelle 15. Äthylen.

T'	P	Gewicht der eingeschlossenen Gasmasse		Dichte $\delta \cdot 10^6$	
		beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
+ 14,10	81,363	0,2045	0,2047	1274	1275
± 0,0	81,365	0,2052	0,2052	1342	1342
— 6,8	81,348	0,2210	0,2206	1378	1376
— 46,9	81,376	0,2773	0,2595	1731	1620
— 64,9	81,375	0,3103	0,2819	1938	1760
— 77,6	81,376	0,3333	0,3001	2082	1875
— 78,5	81,363	0,3347	0,3014	2091	1883

Tabelle 16. Kohlenoxyd.

T'	P	Gewicht der eingeschlossenen Gasmasse		Dichte $\delta \cdot 10^6$	
		beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
± 0,0	81,355	0,2149	0,2149	1340	1340
— 34,4	81,354	0,2461	0,2457	1536	1533
— 76,2	81,354	0,2989	0,2976	1867	1859
— 79,0	81,354	0,3036	0,3019	1897	1886
— 149,6	81,359	0,4805	0,4735	3008	2965

Die Ursache für diese Abweichungen vom idealen Gaszustand kann nun entweder in chemischen oder in physikalischen Umständen gesucht werden. Würden die Abweichungen aus physikalischen Gründen eintreten, so wäre die einfache Zustandsgleichung von Gay-Lussac durch eine kompliziertere zu ersetzen, wie sie z. B. von van der Waals oder von Clausius aufgestellt ist. Es handelt sich jedoch bei den vorliegenden Gasen, besonders aber beim Äthylen, um bedeutende Dichteänderungen, welche sich nicht durch die genannten Gleichungen darstellen lassen.

Die andere Auffassung, welche in einer Polymerisation, d. h. in einer chemischen Änderung des Gases ihren Grund sucht, ist jedoch besser geeignet, die Erklärung für die Abweichungen zu geben. Das Gas kann hiernach bei den Temperaturen und Drucken, bei denen es eine Abweichung vom idealen Gaszustand zeigt, als Mischung von mehreren verschiedenen Molekülarten, z. B. C_2H_4, C_4H_8 oder anderer betrachtet werden.

Bei Änderung der Temperatur und des Druckes teilen sich die einzelnen Moleküle oder lagern sich zu größeren Komplexen zusammen, je nach den gegebenen Umständen. Mit dieser chemischen Umbildung ist infolgedessen auch eine Änderung der Anzahl der im Gemisch vorhandenen Moleküle bedingt, und so ist die Abweichung der Dichte vom idealen Gaszustand erklärbar. Das annähernd ideale Verhalten der Gase oberhalb einer gewissen Temperaturgrenze deutet nach dieser Theorie darauf hin, daß dann das Gas nicht mehr polymerisiert ist, sondern nur aus gleichartigen Molekülen besteht, in den vorliegenden Fällen aus C_2H_4 oder CO.

Ebenso wie das Verhalten der Dichte durch diese Theorie seine Begründung finden kann, so wird auch das Verhalten des Reibungskoeffizienten bei tiefen Temperaturen erklärbar. Das Gas besteht also hier nach der Theorie aus einem Gemisch von verschiedenen Molekülarten, z. B. bei Äthylen aus C_2H_4, C_4H_8 oder auch aus noch weiter polymerisierten Molekülen. Bei der Berechnung des Reibungskoeffizienten kann daher nicht mehr die Formel von SUTHERLAND in Betracht kommen, da bei ihrer Aufstellung nicht eine abnorme Dichteänderung des betreffenden Gases berücksichtigt war, wie wir sie durch Beobachtung festgestellt haben. Der Reibungskoeffizient ist aber darstellbar durch die für teilweise dissoziierten Dampf geltende Formel [1]):

$$\eta = \eta_1 \frac{\delta^{1/2} D^{1/6}}{\left\{2D - \delta + \left(\sqrt{2}\,\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^{3/2}(\delta - D)\right\}^{2/3}}.$$

In dieser Formel bedeutet η_1 den Reibungskoeffizienten, wie er sich nach der SUTHERLANDschen Formel für Äthylen (C_2H_4) ergeben würde; η_2 bedeutet dagegen den Reibungskoeffizienten, wenn sich je 2 Moleküle zu einem Molekül (C_4H_8) zusammengeschlossen hätten. δ bedeutet die durch Beobachtung gefundene Dichte, D aber die Dichte, welche sich durch Berechnung nach dem Gesetz von GAY-LUSSAC aus dem beobachteten Anfangswert bei 0° C ergibt. Eine Annahme über die Abhängigkeit dieser Dichte vom Druck, zu welcher O. E. MEYER [1]) sich bei seinen Untersuchungen über den Reibungskoeffizienten der Kohlensäure bei Dissoziation und hohem Druck genötigt sah, erübrigt sich

[1]) O. E. MEYER, Kinet. Gastheorie, 2. Aufl., 1899, S. 233.



hierbei, da für meine Beobachtungen nur ein Druck von etwa einer Atmosphäre in Betracht kommen kann, und gerade für diesen Druck waren die Dichtebestimmungen ausgeführt worden. Die vier Größen η_1, η_2, δ, D beziehen sich auf die Temperatur und den Druck, für welche der Reibungskoeffizient bestimmt werden soll.

Im Anschluß an diese Formel folgert nun O. E. MEYER, daß sich der Reibungskoeffizient von Dämpfen im Gegensatz zum Verhalten idealer Gase mit der Dichtigkeit des Dampfes ändert, und daß in allen Fällen, in denen der Reibungskoeffizient unabhängig vom Druck gefunden wurde, auch die Dissoziation von geringem Einfluß gewesen sei. Wie nun O. E. MEYER selbst bemerkt, zeigt sich bei den Beobachtungen von SCHUMANN [1]) über die Reibung von ameisensaurem Methyl eine Zunahme des Reibungskoeffizienten bei Steigerung des Druckes, auch RAPPENECKER [2]) findet für Dämpfe einen anderen Temperaturkoeffizienten als für Gase. Umgekehrt dürfen wir daher aus O. E. MEYERs Folgerungen schließen, daß in den vorliegenden Fällen die Polymerisation oder die Änderung der Dichte von mehr oder weniger großem Einfluß auf den Reibungskoeffizienten gewesen ist, und zwar ist mit der Abweichung der Dichte beim Äthylen eine große Änderung des Reibungskoeffizienten hervorgerufen worden, während beim Kohlenoxyd bei der tiefsten beobachteten Temperatur mit einer geringen Änderung der Dichte auch nur eine geringe Zunahme des Reibungskoeffizienten verknüpft ist.

Eine quantitative Verwendung der Formel von MEYER war leider nicht durchführbar, da die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten η_2 von der Temperatur der Beobachtung nicht direkt zugänglich war. Die Annahme, daß η_1 und η_2 sich in gleichem Verhältnis mit der Temperatur ändern, daß der Quotient $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ also eine konstante Größe sei, bestätigte sich nicht, sondern es zeigte sich nach Einsetzen der durch Beobachtung gefundenen Werte in die von O. E. MEYER aufgestellte Formel, daß $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ mit abnehmender Temperatur stets kleiner wurde, daß also η_2 mit abnehmender

[1]) SCHUMANN, Wied. Ann. **23**, 394, 1884.
[2]) RAPPENECKER, Inaug.-Diss. Freiburg i. Br. 1909.

Temperatur langsamer kleiner wurde als η_1. Wenn man überlegt, daß η_2 den Reibungskoeffizienten eines Gaszustandes darstellt, der sich dem Dampfzustand des betreffenden Gases nähert, so findet man diese Tatsache auch mit den Beobachtungen von Reinganum[1]) und Rappenecker[2]) im Einklang, daß die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Temperatur bei Dämpfen größer ist als bei Gasen.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden vom Juni 1910 bis März 1911 im physikalischen Institut der Universität Halle a. S. durchgeführt.

Ergebnisse.

1. Der Reibungskoeffizient von Äthylen und Kohlenoxyd wurde nach der Transpirationsmethode bei tiefen Temperaturen bestimmt.

2. Die Änderung des Reibungskoeffizienten von Äthylen mit abnehmender Temperatur läßt sich durch die Sutherlandsche Formel nur bis zu einer Temperatur von etwa —20° angenähert ausdrücken. Unterhalb dieser Temperatur wird der Reibungskoeffizient größer als der nach der Sutherlandschen Formel theoretisch berechnete Wert. Die Änderung des Reibungskoeffizienten von Kohlenoxyd folgt der theoretischen Formel nahezu in dem ganzen Temperaturintervall, in dem die Untersuchungen angestellt wurden, nur bei der tiefsten beobachteten Temperatur zeigen sich kleine Abweichungen von der Theorie, und zwar in demselben Sinne wie beim Äthylen.

3. Bei den Temperaturen, bei denen sich eine Abweichung des Reibungskoeffizienten von der Sutherlandschen Formel ergab, treten auch Abweichungen vom Boyle-Gay-Lussacschen Gesetz auf.

4. Durch die Annahme einer Polymerisation der Gase lassen sich sowohl die Abweichungen des Reibungskoeffizienten, als auch die Abweichungen der Dichte erklären.

---

[1]) Reinganum, Ann. d. Phys. (4) 28, 142 ff., 1909.

[2]) Rappenecker, Inaug.-Diss. Freiburg i. Br. 1909.

Über die Hervorrufung der Hauptspektra aromatischer Verbindungen durch ultraviolettes Licht;

von E. Goldstein.

(Eingegangen am 6. Mai 1912.)

In meiner letzten Mitteilung[1]) über die Emissionsspektra aromatischer Verbindungen habe ich zu zeigen gesucht, daß die Aussendung ihrer Hauptspektra auf einer wesentlich physikalischen Veränderung der Substanzen gegen ihre ursprüngliche Beschaffenheit beruht. Diese Veränderung wird durch die Behandlung mit Kathodenstrahlen (oder Kanalstrahlen) hervorgerufen. Nachdem diese Strahlen auf die Substanzen eingewirkt hatten, konnte man die von ihnen hervorgerufene Veränderung auch durch rein optische, ultraviolette Strahlen erkennbar machen, da die mit Kathodenstrahlen behandelte Substanz nachher auch im ultravioletten Lichte geänderte Fluoreszenz zeigt, — die bedingende Veränderung selbst aber konnte durch optische Strahlen allein noch nicht hervorgerufen werden.

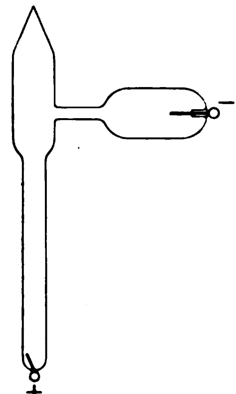
Jedoch ließ ich dahingestellt, ob nicht auch die bis dahin allein von Kathodenstrahlen (und Kanalstrahlen) hervorgerufenen Veränderungen in letzter Reihe als Wirkungen ultravioletten Lichtes, nur von kleineren Wellenlängen, als sie das Zeisssche UV-Filter hindurchläßt, zu betrachten seien[2]). Wie in verschiedenen Richtungen erwiesen, verhalten sich die Kathodenstrahlen so, als ob sie beim Aufprallen sehr kurzwelliges ultraviolettes Licht erzeugten. Daher hoffte ich, die Kathodenstrahlen auch bei der Erzeugung der Hauptspektra durch rein optische Strahlen ersetzen zu können.

Dies ist mir schließlich vollständig gelungen, und die zum Ziele führenden Versuche sollen hier beschrieben werden.

---

[1]) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 32, 1912.
[2]) E. Goldstein, Ebenda **13**, 389, 1911.

1. Früher[1]) hatte ich auf der Bahn des dünnen Entladungsfunkens, der in einem teilweise mit Salzpulver gefülltem Gefäß zwischen Wandung und Salzpulver hingleitet, Nachfarben der betreffenden Salze erzeugt, die auf die Wirkung ultravioletten Funkenlichtes zurückgeführt wurden. Die Nachfarben waren ganz gleicher Art, wie sie auch durch Kathodenstrahlen gewonnen werden können. Es war hiernach denkbar, daß auch die durch Kathodenstrahlen an den aromatischen Körpern erzeugten Emissionsänderungen ebenfalls schon durch das Licht des Entladungsfunkens bewirkt werden könnten. Dies fand sich bestätigt.



Röhren der nebenstehenden Form wurden in dem unteren, aus Uviolglas bestehenden 4 bis 8 mm weiten Teil einige Zentimeter hoch z. B. mit Ortho-Toluylsäure beschickt und möglichst evakuiert. Man läßt dann die Entladung eines Induktoriums, die auf der Wandschicht der Substanz einen dünnen verzweigten Funken bildet, einige Sekunden übergehen. Um die Funkenbahn hinterbleibt eine gelbe bis bräunlichgelbe Spur. Bringt man die Röhre möglichst unerschüttert in flüssige Luft und bestrahlt sie mit dem vom UV-Filter durchgelassenen Licht einer Bogenlampe, so fluoresziert die gelbe Spur und ihre nächste Umgebung mit grünlichgelbem Licht und gibt das Hauptspektrum der Ortho-Toluylsäure. In derselben Weise kann man auch das Hauptspektrum verschiedener anderer aromatischer Substanzen erzielen, die vor dem Funkenübergang auch im Filterlicht nur das Vorspektrum zeigen.

Die mir plausibelste Deutung, daß die spektrale Änderung der Substanz durch das vom Funken ausgesandte ultraviolette Licht bewirkt worden sei, wird möglicherweise nicht allgemein akzeptiert. Denn bekanntlich nehmen einige Forscher mit Herrn E. Wiedemann[2]) an, daß vom Funken eine besondere Art Strahlen, die „Entladungsstrahlen“ ausgehen, und so könnte man ja auf diese auch die oben erwähnten Substanzänderungen zurückzuführen

[1]) E. Goldstein, Ann. d. Phys. (4) 27, 773, 1908.
[2]) E. Wiedemann, ZS. f. Elektrochemie 2, 159, 1895.

geneigt sein. Allerdings sind, wie ich schon früher hervorhob [1]), noch keinerlei Merkmale beschrieben worden, durch welche diese Strahlen sich von kurzwelligen ultravioletten Strahlen unterscheiden, und ich selbst habe sie daher mit solchen vorläufig identifiziert.

2. Jedenfalls bestärkten die eben beschriebenen Beobachtungen mich selbst in der Hoffnung, die Modifikation der Substanzen, auf welcher die Aussendung der Hauptspektra beruht, auch durch unbezweifelte Einwirkungen ultravioletten Lichtes hervorrufen zu können, und in dem Antrieb, ungeachtet zahlreicher Mißerfolge weiter nach Substanzen zu suchen, die schon im Filterlicht, also in rein optischen Strahlen, von der Emission des Vorspektrums zum Hauptspektrum übergingen.

Eine solche Substanz fand sich endlich in der Cuminsäure (eine Isopropylbenzoesäure). Wurde dieser Körper bei tiefer Temperatur den Filterstrahlen ausgesetzt, so nahm sein anfangs blaues Licht allmählich eine grünliche Nuance an. Gleichzeitig traten aus dem erst kontinuierlichen Spektrum die stärksten Maxima des Hauptspektrums der Cuminsäure hervor, endlich wurde das Leuchten ausgesprochen gelbgrün, und das Hauptspektrum der Substanz war hell in allen seinen Details entwickelt. (Der Versuch verläuft bei gewöhnlicher Temperatur ganz analog; die Verbindung nimmt kräftig gelbgrünes Licht an und läßt die hellsten Maxima des Hauptspektrums erkennen, nur ist die Detaillierung entsprechend dem über den Einfluß der Temperatur früher Gesagten [2]) zunächst weniger scharf. Die scharfe Detaillierung tritt aber sofort ein, wenn die bei gewöhnlicher Temperatur modifizierte Substanz nachträglich in flüssige Luft getaucht wird.)

Prinzipiell erschien diese Erfahrung für die vorliegende Frage natürlich von erheblicher Bedeutung. Denn daß auch bei anderen Substanzen das ultraviolette Licht die gleiche Wirkung erzielen würde, war jetzt äußerst wahrscheinlich. Praktisch gelang es aber wieder erst nach längerer Zeit, eine zweite Substanz aufzufinden, die sich gleichartig verhielt, das β-Formnaphtalid

---

[1]) E. Goldstein, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1901, S. 222.
[2]) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 34, 1912.

(ein durch das Radikal der Ameisensäure substituiertes Naphtylamin). An die Stelle ihres blauen Leuchtens mit kontinuierlichem Vorspektrum läßt die Substanz in den Filterstrahlen in relativ kurzer Zeit rosa Licht mit dem sehr charakteristischen Hauptspektrum treten, das hauptsächlich aus etwa einem Dutzend schmaler, enggestellter Streifen im Rot bis Gelb (λ 630 bis 574) besteht.

Weitere Versuche zur Auffindung anderer in den Filterstrahlen modifizierbarer Körper gaben wieder nur negative Resultate.

3. Aber es lag jetzt nahe, zu versuchen, ob nicht bei der Einwirkung noch kürzerer Wellenlängen an Stelle der Filterstrahlen sich auch an den bisher widerstehenden Substanzen die Hauptspektra hervorrufen ließen. Zu diesem Zwecke wurde einfach das Zeisssche UV-Filter, das nur bis etwa λ 300 durchgängig ist, aus dem Strahlengange der Bogenlampe entfernt. Die untersuchten Präparate wurden dann von allen Strahlen, für welche Quarz noch durchlässig ist, erreicht. Denn im Strahlengange befanden sich dann bis zu den vorläufig in Quarzröhrchen eingeschlossenen Präparaten nur noch die aus Quarz geschliffene Kollektor- und die Kondensorlinse, sowie der aus Quarzglas gebildete Dewarbecher mit der flüssigen Luft.

Die Versuchssubstanzen werden dann also auch von allen sichtbaren Strahlen des Bogenlichtes erreicht. Während diese grelle Weißlichtbestrahlung andauert, kann man nicht erkennen, ob das Emissionsvermögen der Substanzen geändert wird; das Spektroskop läßt dann nur das Spektrum des intensiven von der Substanz und ihrer Quarzhülle reflektierten weißen Bogenlichtes mit seinen Eisenlinien und Kohlebanden wahrnehmen. Schaltet man aber nach einiger Dauer der „Quarzstrahlung" das sichtbare Licht wieder aus, indem man das UV-Filter von neuem einschiebt, so läßt sich nunmehr leicht erkennen, in welchem Maße durch die Quarzstrahlung das Spektrum der Versuchssubstanz geändert worden ist. Eine ganze Reihe von Substanzen, bei denen in den Filterstrahlen auch bei langdauernder Belichtung stets nur das Vorspektrum erzielt wurde, zeigen nach einer Quarzbestrahlung von einigen Minuten deutlich ein mehr oder weniger detailliertes Hauptspektrum, die hellsten Maxima teilweise schon

innerhalb der ersten Minute [1]). Dahin gehören von Substanzen, die besonders charakteristische Hauptspektra besitzen, z. B. die Durylsäure, die Ortho-Toluylsäure, die Phenylessigsäure, das Para-Acetotoluid und zahlreiche andere Körper aus den verschiedensten Gruppen aromatischer Verbindungen, namentlich auch Salze aromatischer Basen, auf die ich zum Teil weiter unten noch zurückkomme [2]).

Von der spektralen Veränderung betroffen wird stets nur die von den Quarzstrahlen unmittelbar getroffene Wandschicht der Substanz, die sich im Fokus bzw. in der dichtesten Bestrahlung befindet. Bei Drehen oder Umschütteln des Röhrchens zeigt sich, daß die übrige, unbestrahlte Substanz noch das Vorspektrum liefert. Die einmal bestrahlten Partikel selbst können, wie schon früher mitgeteilt, die eingetretene Änderung sehr lange Zeit bewahren. Vergleichsversuche ergaben dann noch, daß es unnötig ist, Präparatenrohr und Dewarbecher aus Quarzglas zu wählen, — die Versuche gelangen auch bei Anwendung von weißem Uviolglas für die erwähnten Geräte. Die hemmenden Medien im UV-Filter sind das blaue Uviolglas und die Kupfersulfatlösung, die das Spektrum bei etwa λ 300 abschneiden, während das weiße Uviolglas bis etwa λ 260 durchlässig ist. Nicht ganz außer Betracht zu lassen ist dabei wohl der Umstand, daß auch innerhalb des vom Filter und vom weißen Uviolglas gemeinsam durchgelassenen Bezirks ($\lambda > 300$) cet. par. das weiße Glas eine größere Intensität ergibt, weil das Absorptionsvermögen des Filters für die von ihm durchgelassenen Wellenlängen doch nicht völlig Null ist.

4. Die Möglichkeit, die Hauptspektra durch Lichtstrahlen hervorzurufen, ist vielfach von großem Wert für eine möglichst vollkommene Entwickelung dieser Spektra zum Zweck ihrer Ausmessung oder photographischen Aufnahme.

[1]) Bestrahlt wurde mit Bogenlicht unter Verwendung einer positiven Eisendochtkohle, bei einer Stromstärke von durchschnittlich 10 Amp. Die als Kollektor und Kondensor benutzten beiden Quarzlinsen hatten 8 cm Öffnung und 16 bzw. 20 cm Brennweite. — Um nach dem Abschneiden der grellen Quarzbestrahlung nicht für die Beobachtung des Fluoreszenzspektrums geblendet zu sein, hält man das eine, für die Beobachtung des Spektrums bestimmte Auge während der Quarzbestrahlung geschlossen.

[2]) Eine farbig gedruckte Tafel, welche eine Anzahl derartiger Spektra veranschaulichen soll, ist für die „Verhandlungen" in Vorbereitung.



Für diese Zwecke bringt man, wie früher erwähnt[1]), die Substanzen, nachdem sie in den Kathodenstrahlen das Hauptspektrum angenommen haben, in die Filterstrahlen, in denen ihre Maxima wegen der geringeren Erwärmung der Substanz vielfach schärfer und enger erscheinen, als in den Kathodenstrahlen selbst. Man kann nun aber die Vorbestrahlung in den Kathodenstrahlen, die, wie beschrieben, unter häufigem Umrütteln der gepulverten Substanzen bewirkt wird, nicht über ein gewisses Optimum fortsetzen, weil neben frisch bestrahlten Teilchen sich immer mehr Teilchen anhäufen, die schon so oft von Strahlen getroffen wurden, daß sie schließlich Zersetzungen erfahren und dann nur noch ein mattes, nicht erkennbar strukturiertes Spektrum zeigen. Bricht man die Einwirkung der Kathodenstrahlen ungefähr bei dem erwähnten Optimum ab, füllt die bestrahlten Substanzen in Uviolröhrchen und setzt sie dem Filterlicht aus, so geben manche darin zunächst nur ein mäßig helles Fluoreszenzlicht mit deutlichem, aber keineswegs kräftigem Hauptspektrum. Läßt man nun aber die Quarzstrahlen (ohne das Filter) noch als Nachbestrahlung einwirken, so erhält man häufig schon innerhalb einer Minute eine sehr merkliche Verstärkung der Fluoreszenz und ihres Hauptspektrums, und nach einigen Minuten sehr erhebliche Lichtintensitäten mit reich detailliertem, hellem Spektrum. (Dabei braucht man die Nachbestrahlung nur auf eine sehr dünne Oberflächenschicht zu beschränken, und Umrütteln ist direkt zu vermeiden. Man führt deshalb z. B. in die Uviolröhrchen Wattestopfen ein, die man auf das Pulver fest andrückt. Dann wird die mit den Quarz- bzw. Filterstrahlen zu behandelnde Wandschicht immer von den nämlichen Teilchen gebildet.) — Als Beispiele von Substanzen, deren Hauptspektrum durch Nachbehandlung mit Quarzstrahlen heller und reichhaltiger hervortritt, erwähne ich Para-Toluidinhydrochlorid, das in den Kathodenstrahlen und ebenso unmittelbar danach in den Filterstrahlen nur ein einziges isoliertes Maximum bei sonst kontinuierlichem Spektrum zeigt; die Nachbestrahlung dagegen verstärkt das Fluoreszenzlicht und läßt schließlich mindestens neun schmale Maxima hervortreten, von denen sieben nahe äquidistante eine mit dem brechbarsten Maximum λ 474 beginnende bis λ 535 reichende Reihe bilden (der Typus des Spektrums erinnert

[1]) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 33, 1912.



an das Hauptspektrum des Paraxylols, die Wellenlängen sind andere). Bei Benzylaminhydrochlorid gelangt man durch Nachbestrahlung von zwei auf sieben Maxima. Das Meta-Xylidinhydrochlorid zeigt in den Kathodenstrahlen drei isolierte Streifen; ihre Zahl steigt durch nachträgliche Quarzbestrahlung auf 14. Ähnlich verhalten sich Ortho-Toluidinhydrochlorid, Para-Xylidinhydrochlorid, Meta-Xylidinacetat und andere ähnliche Salze [1]).

Die eben genannten Verbindungen, deren Hauptspektra durch Nachbestrahlung der mit Kathodenlicht behandelten Substanzen sich verstärkten, ließen das Hauptspektrum auch hervortreten, wenn man die Quarzstrahlen auf frische, noch nicht mit Kathodenstrahlen vorbehandelte Substanz fallen ließ. Wie zu erwarten, war die für gleiche Effekte erforderliche Dauer der Bestrahlung dann aber eine längere [2]).

5. Die Frage liegt hier nahe, ob stets völlige Identität besteht zwischen dem durch die Kathodenstrahlen einerseits und durch die Quarzstrahlen andererseits hervorgerufenen Hauptspektrum.

Bei der Mehrzahl der von mir untersuchten Substanzen scheint eine vollständige Übereinstimmung der erzeugten Hauptspektra in der Tat zu bestehen. Bei einigen Verbindungen, in denen das Hauptspektrum durch das Quarzlicht reicher an diskreten Maximis, zugleich aber auch im ganzen erheblich heller wird (wie z. B. bei den oben erwähnten Hydrochloriden einiger Aminobasen), ließ sich vorläufig nicht mit völliger Sicherheit entscheiden, ob das scheinbare Hervortreten zahlreicher Maxima aus einem kontinuierlichen Grunde nur mit der verstärkten Helligkeit des Fluoreszenzlichtes zusammenhängt. Jedenfalls ist es oft überraschend, wie ein scheinbar kontinuierlicher Grund, oder ein

---

[1]) Von den benutzten Salzen, die teilweise noch nicht in den Handelskatalogen geführt werden, verdanke ich eine Anzahl der großen Gefälligkeit von Herrn Dr. JAMES COLMAN, der dieselben im Chemischen Institut der Berliner Universität für mich herstellte. Einige andere wurden in bereitwilligem Entgegenkommen und zu sehr mäßigen Preisen von der Firma C. A. F. KAHLBAUM extra dargestellt.

[2]) Isomere Substanzen können für gleichstarke Effekte sehr verschiedene Bestrahlungsdauer erfordern. So ist z. B. das Para-Acetotoluid ein viel dankbareres Objekt als die Meta- und die Ortho-Modifikation dieses Körpers. Umgekehrt reagiert die Ortho-Toluylsäure viel leichter als der Para-Körper.



scheinbar nur aus wenigen breiten, nicht weiter strukturierten Banden bestehendes Spektrum bei bloßer Helligkeitsverstärkung sich in eine große Anzahl isolierter, schmaler Banden auflösen läßt, einfach, weil man bei der größeren Helligkeit mit engerem Spalt arbeiten und sonst zusammenfließende benachbarte Maxima daher voneinander trennen kann [1]).

Muß hiernach in einigen Fällen ein abschließendes Urteil über die Identität der durch beide Bestrahlungsweisen erzeugten Spektra noch in suspenso bleiben, so gibt es doch jedenfalls eine Anzahl Körper, bei denen entschiedene Differenzen für die beiden Bestrahlungen auftreten. Für β-Naphtol (Oxynaphtalin, $C_{10}H_7 . OH$) z. B. schließt das Hauptspektrum in den Kathodenstrahlen mit einer hellen grünen Bande bei λ 549 ab. Läßt man aber auf die frische Substanz Quarzstrahlen einwirken, so tritt in dem sonst dunklen Grunde noch ein heller schmaler Streif λ 543 auf. Viel markanter noch erscheint der Unterschied bei Diphenylenoxyd, $\begin{matrix} C_6H_4 \\ | \\ C_6H_4 \end{matrix} \!\!>\! O$ [2]). In den Kathodenstrahlen zeigt das Hauptspektrum dieser Substanz einen hellen kannelierungsartigen Orangestreif, dessen Kante bei λ 595 (Mitte 598) liegt. Ein breiter Streif liegt im Orangerot, Mitte etwa 620. Außerdem ist nur noch ein sehr mattes gelbgrünes Feld, das bei λ 565 abschließt, wahrnehmbar. Ruft man das Hauptspektrum aber durch Quarzlicht hervor, so tritt statt des Orangestreifens 595 eine helle gelbe Kannelierung mit der Kante 578 (Mitte etwa 580) auf.

(Wirkt das Quarzlicht auf ein schon mit Kathodenstrahlen behandeltes Material, so tritt ebenfalls die gelbe Bande hell hervor, während die orange Bande allmählich lichtschwächer wird.)

Derartige Erscheinungen sollen bei monochromatischen Erregungen näher untersucht werden.

---

[1]) Das prismatische Lösungsspektrum des Naphtalins z. B. scheint in vielen Solventien bei ungenügender Lichtstärke aus vier nahe gleichbreiten, gleichartigen Banden zu bestehen. Bei größerer Lichtstärke und engerem Spalt erblickt man an ihrer Statt eine große Anzahl unregelmäßig verteilter, schmaler Streifen auf dunklem Grunde.

[2]) Eine erste Probe dieser im Handel noch nicht erhältlichen Substanz verdanke ich Herrn Geheimrat R. Meyer, Braunschweig; eine größere Portion erhielt ich durch freundliche Vermittelung des Herrn Dr. R. Staehler aus der Sammlung des Chemischen Instituts der Berliner Universität.

6. Im ganzen konnte nach dem vorerwähnten Verfahren — Bestrahlung der gekühlten Substanz mit Quarzlicht, dann Prüfung mittels Filterlicht — bei einer sehr erheblichen Anzahl von Körpern das Hauptspektrum hervorgerufen werden. Immerhin kommen dabei auch Substanzen vor, bei denen unter den beschriebenen Verhältnissen auch die hellsten Maxima erst nach relativ langer Bestrahlung (20 bis 30 Min.) erkennbar werden, so daß zur Hervorrufung ihrer Hauptspektra die Methode zwar prinzipiell verwendbar, aber praktisch nur unbequem durchführbar erscheint. Solche wenig erregbare Substanzen sind z. B. Naphtalin, Durol, Acenaphten. Bei noch anderen Substanzen trat auch bei mehr als halbstündiger Bestrahlung überhaupt noch kein einziges Maximum des Hauptspektrums hervor. Dahin gehören z. B. Toluol, die drei isomeren Xylole, die beiden Naphtoesäuren (α und β) u. a. m.

7. Ein in sehr weitem Umfange wirksames Verfahren ergab sich aber auf Grund eines Gedankenganges, dessen Details ich übergehe; er führte auf die Vermutung, daß die hier untersuchten Körper in gelöstem Zustande ihr Hauptspektrum leichter entwickeln würden, als im konzentriertesten, reinen Zustande. Diese Vermutung bestätigte sich in umfassendem Maße. Insbesondere zeigen auch die sämtlichen oben erwähnten, stark refraktären Substanzen (die Xylole, Toluol, Durol usw.) gelöst und dann in tiefer Temperatur mit Quarzlicht behandelt schon nach verhältnismäßig kurzer Zeit ein detailliertes Hauptspektrum. Das in reinem Zustande nach einer halben Stunde noch völlig reaktionslose Para-Xylol z. B. gab in Alkohol gelöst nach 5 Minuten die vier hellsten, nach 15 Minuten die sämtlichen in den Kathodenstrahlen gemessenen Maxima des Hauptspektrums. Bei Substanzen, die schon ungelöst binnen wenigen Minuten die hellsten Maxima ihres Hauptspektrums hervortreten lassen, wird in Lösung diese Reaktionszeit bis auf eine Minute oder Bruchteile derselben herabgesetzt. Dabei geht ganz analog wie in den Kathodenstrahlen die Leuchtfarbe der Substanzen aus Blau in die dem Hauptspektrum entsprechende Färbung über (z. B. in Grün bei den Xylolen und bei Durol). Als Lösungsmittel wurde am häufigsten Alkohol, daneben auch Benzol, Chlorbenzol, Äther, bei wasserlöslichen Substanzen (Aminosalzen) auch Wasser verwendet. Dabei ergab sich eine unerwartete Erscheinung. Meine Vermutung, daß



durch ultraviolette Strahlen die Hauptspektra gelöster Substanzen hervorzurufen sein würden, bezog sich eigentlich nur auf die sogenannten einkernigen aromatischen Körper, von denen ich früher gezeigt hatte, daß (in den Kathodenstrahlen) die Spektra ihrer Lösungen identisch sind mit den Hauptspektren der ungemischten Substanzen. Anders verhalten sich zwei- und mehrkernige, besonders die sogenannten kondensierten Substanzen. Bei ihnen ist das Lösungsspektrum total verschieden von dem Spektrum der reinen Substanz — etwa in dem Grade, wie die Funkenspektra zweier Elemente aus verschiedenen chemischen Gruppen[1]). Hier glaubte ich, von den (durch flüssige Luft erstarrten) Lösungen bei der Behandlung mit Quarzstrahlen nur das Auftreten des Lösungsspektrums erwarten zu dürfen. In der Tat erscheint das Lösungsspektrum im Anfang der Bestrahlung hell (zur Prüfung wird von Zeit zu Zeit das UV-Filter eingeschaltet) und ohne jede Spur des Hauptspektrums. Allmählich aber ändert sich die Leuchtfarbe; sie nähert sich derjenigen, welche die ungelöste Substanz in den Kathodenstrahlen annimmt, und unverkennbar und hell tritt zugleich das Hauptspektrum der reinen ungelösten Substanz hervor! Gleichzeitig nimmt die Helligkeit des Lösungsspektrums sehr erheblich ab. Diese Erscheinungen sind wohl dahin zu deuten, daß feste Lösungen aromatischer Substanzen durch ultraviolettes Licht wieder in ihre Komponenten zersetzt werden können.

Die Wiedertrennung der beiden Verbindungen scheint aber nicht in allen Fällen so weit zu gehen, daß sie schließlich ohne jede gegenseitige Beeinflussung nebeneinander liegen. Denn es ist zwar bei einer Anzahl kondensierter Verbindungen das auf diese Weise erzielte Hauptspektrum identisch mit dem an der ungelösten Substanz (durch Kathodenstrahlen oder Quarzstrahlen) erzeugten Spektrum. Aber es existieren auch kondensierte Verbindungen, bei denen das an der Lösung erzeugte Hauptspektrum deutliche Differenzen zeigt gegen das Spektrum der ungelösten Substanz, und zwar Differenzen, die wieder je nach der Natur des Lösungsmittels variieren können. Das schon erwähnte Diphenylenoxyd z. B. zeigt, in alkoholischer Lösung bestrahlt, als hellstes Maximum seines Hauptspektrums ein schmales

---

[1]) Für Beispiele vgl. E. Goldstein, Phil. Mag. (6) **19**, 619, 1910.



Orangeband, neben dem ganz schwach ein gelber Streif λ 578 eben noch erkennbar ist; außerdem tritt ein breites grünes, mit einem hellen Maximum bei λ 517 schließendes Feld auf. In Benzol dagegen ist der eben gelbe Streif das Hauptmaximum und das orange Band ist lichtschwach; in Chlorbenzol und in Äther erscheinen zwei nahezu gleich helle Streifen, während das Maximum 517 in den letzten drei Lösungsmitteln überhaupt nicht zu bemerken ist[1]).

8. Zum Schluß erwähne ich noch eine für die rein optische Hervorrufung der Hauptspektra vielfach sehr förderliche Modifikation des Bestrahlungsverfahrens.

Das in der vorigen Mitteilung[2]) erzielte Ergebnis, daß die Entstehung der Hauptspektra wesentlich auf einer physikalischen Veränderung der Substanzen beruht, führte natürlich zu der Frage nach dem näheren Charakter dieser Veränderung. Verschiedene hypothetische Erklärungen lassen sich aufstellen; ohne Schwierigkeiten ließ sich bisher keine durchführen. Ich lasse sie daher unerwähnt bis auf eine, die wenigstens von heuristischem Werte wurde. — Es liegt gegenwärtig nahe, bei molekularen physikalischen Veränderungen nicht bloß an eine geänderte Lagerung gewöhnlicher materieller Teilchen zu denken, sondern auch an den Einfluß etwa geänderter Zahl und Anordnung der mit ihnen verknüpften elektrischen Teilchen (Elektronen). Man könnte also erwägen, ob den verschiedenen spektralen Zuständen der hier behandelten Substanzen vielleicht ein verschiedener Gehalt an Elektronen entspricht, bzw. ob das Auftreten des Hauptspektrums vielleicht verknüpft ist mit einem Elektronenverlust. Die hier betrachteten Phänomene würden dann in das Gebiet der lichtelektrischen Erscheinungen eintreten. Die scheinbar nächstliegende Form der Prüfung einer solchen Hypothese durch Elektroskop bzw. Elektrometer führt nicht zu so eindeutiger Entscheidung, wie man zunächst erwarten möchte. Denn STARK und STEUBING[3]) haben lichtelektrische Wirkungen

---

[1]) Während die Lösungsspektra vielfach sehr lange und kräftig nachleuchten, erlöschen auch die an festen Lösungen hervorgerufenen Hauptspektra, ganz wie die Hauptspektra der reinen, ungelösten Substanzen, stets sofort beim Abschneiden des Filterlichtes.

[2]) E. GOLDSTEIN, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 14, 32, 1912.

[3]) J. STARK und W. STEUBING, Phys. ZS. 9, 481, 1908.

bei gewöhnlichen Fluoreszenzphänomenen aromatischer Substanzen beobachtet, und zwar besonders stark bei Substanzen, bei denen gerade die Vorspektra besonders hell und dauerhaft sind (z. B. Anthracen und Phenanthren). Günstigstenfalls hätte man also Differenzwirkungen zu ermitteln. Dagegen regt die angeführte Hypothese mit Rücksicht auf bekannte lichtelektrische Erfahrungen zu der Prüfung an, ob etwa die Hauptspektra sich durch Quarzlicht leichter im Vakuum hervorrufen lassen als im lufterfüllten Raume. Dies tritt nun in der Tat in sehr augenfälliger Weise ein. Zur Ausführung der Versuche wurden vorgetrocknete Uviolröhrchen von 8 bis 12 mm Weite etwa $1^1/_2$ bis 2 cm hoch mit der Prüfungssubstanz beschickt, dann die Röhrchen bei gewöhnlicher Temperatur möglichst weit evakuiert und schließlich durch Abschmelzen von der Pumpe getrennt (zwischen Röhrchen und Pumpe war während der Evakuation ein durch flüssige Luft gekühltes U-Rohr eingeschaltet). Das Röhrchen wird nunmehr in flüssige Luft getaucht und mit Quarzlicht bestrahlt. Da das letztere von der Bogenlampe bis zum Versuchsrohr bereits eine Luftschicht von $^1/_2$ m Dicke durchsetzt hat, so ist klar, daß nicht etwa eine durch die Evakuation verminderte Absorption der wirksamen Wellenlängen eine merkliche Rolle spielen kann. Gleichwohl werden bei den meisten Verbindungen die Hauptspektra an den evakuierten Röhrchen außerordentlich viel schneller erkennbar als an luftgefüllten Röhrchen. Viele Verbindungen, die im Luftrohr die hellsten Maxima erst nach 10 bis 20 Minuten zeigen, lassen sie an Vakuumsubstanzen schon nach einer einzigen Minute erkennen, und entsprechend werden auch die schwächeren Maxima verhältnismäßig schnell sichtbar. Selbst an sonst sehr refraktären Substanzen, wie Naphtalin und Durol, gelangt man auf diese Weise in relativ kurzen Zeiträumen zu hellen, schön detaillierten Hauptspektren.

Man kann weiter auf Grund der erwähnten Hypothese vermuten, daß auf die erregenden Strahlen ganz besonders schnell, und zwar auch im lufterfüllten Raume, solche Substanzen reagieren werden, welche ein besseres elektrisches Leitungsvermögen besitzen, als die aromatischen Kohlenwasserstoffe, deren Alkohole, Ester u. dgl. Solches stärkeres Leitungsvermögen wird man z. B. von den chlorwasserstoffsauren und ähnlichen Salzen der aromatischen Basen erwarten dürfen. Dies war der Grund, der mich



zur Prüfung der oben erwähnten Salze aromatischer Aminobasen führte. Auch hier erfüllte sich die gehegte Erwartung. Die geprüften Salze ließen in der Tat nicht nur im Vakuum, sondern auch schon bei vollem Luftdruck schnell ihr Hauptspektrum erscheinen. Jedoch gelang es mir bei Quarzbestrahlung nicht, die Entwickelung der Hauptspektra durch einen starken Elektromagneten zu hemmen oder erkennbar zu verzögern.

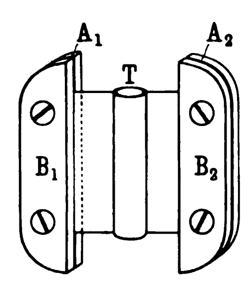
Dies ließ mich vermuten, daß das mit einem Elektronenaustritt in Zusammenhang gebrachte rasche Erscheinen der Hauptspektra im Vakuum doch mindestens zu einem großen Teile auf anderen, trivialeren Ursachen beruhen möchte. Ein eingehenderes Studium der Umstände, die zugleich mit der Einführung des Vakuums verknüpft sind, ließ mich in der Tat Erscheinungen von nicht unmittelbar elektrischem Charakter bemerken, die auf das Sichtbarwerden der Hauptspektra von erheblichem Einfluß sein können. Die Ergebnisse dieses Studiums sollen in einer späteren Mitteilung eingehender dargelegt werden. Für jetzt bemerke ich nur, daß die starke Evakuierung der Versuchsröhren z. B. zu einer sehr starken Verminderung der Wärmeleitung des Mediums führt. Dadurch wird die Abkühlung in flüssiger Luft so erheblich verlangsamt, daß vakuum- und luftumhüllte Substanzen sehr verschiedene Temperatur auch noch nach längerer Einsenkung in flüssige Luft besitzen können. Wie gewisse Lumineszenzverhältnisse, die hier in Betracht kommen, durch die Temperatur der Versuchssubstanz beeinflußt werden können, soll später eingehender beschrieben werden. Es wird dann näher zu erörtern sein, wie weit daneben noch spezifische Wirkungen des Vakuums anzunehmen sind. Zunächst beschränke ich mich darauf, die Tatsache, daß für zahlreiche Substanzen das Hauptspektrum im Vakuum viel schneller bzw. heller und detaillierter erscheint, als eine für die Technik der Versuche nützliche Erfahrung, zu registrieren.

Über die Herstellung von Metallspiegeln durch Destillation im Vakuum; von R. Pohl und P. Pringsheim.

(Eingegangen am 21. März 1912.)

Für unsere Versuche über den selektiven Photoeffekt ist es von Wichtigkeit, ganz reine, von Oxyden und sonstigen Oberflächenschichten freie Metallflächen herzustellen. Wir haben zu diesem Zwecke Metalle im Vakuum destilliert und dabei optisch sehr vollkommen reflektierende Spiegel erhalten, und zwar auch von solchen Elementen, bei denen es bisher noch nicht gelungen war, Spiegel herzustellen. Das Metall wird in einem elektrischen Ofen von sehr geringen Dimensionen verdampft und schlägt sich auf einer der Ofenöffnung gegenüberliegenden Glas- oder Quarzplatte nieder. Die Einzelheiten möge die Figur erläutern.

An den Enden zweier, mit strömendem Wasser gekühlten Messingrohre befinden sich zwei Messingflächen $A_1 A_2$, auf die zwei gleich große Backen $B_1 B_2$ aufgeschraubt werden können. Zwischen $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ wird ein zusammengefaltetes Fe- oder Pt-Blech von 2 bis $4 . 10^{-2}$ mm Dicke so eingeklemmt, daß in den mittleren zylindrischen Teil ein kleiner Magnesiatiegel T hineinpaßt. Der Tiegel wird aus einem 15 bis 20 mm langen und 2 bis 3 mm weiten Magnesiaröhrchen hergestellt, dem im Knallgasgebläse ein Magnesiaboden eingeschmolzen wird [1]. Für leichtsublimierende Metalle (Ca, Mg) ist der Tiegel entbehrlich. Zur Heizung des Ofens dient Wechselstrom niedriger Spannung, und der ganze Ofen wird, mit Ausnahme seiner Oberseite, mit einem Gehäuse aus blankem Eisenblech umgeben, um die Glaswände des Gefäßes vor der Wärmestrahlung zu schützen. Bei Verwendung dieses Gehäuses braucht der Abstand der Glaswände nicht mehr als 1 bis 2 cm zu betragen, um selbst bei Weißglut des



[1]) MgO wird mit HCl zu einem Brei angerührt und vor dem Erhitzen oberflächlich getrocknet.

Ofens eine gefährliche Erhitzung des Glases zu vermeiden. — Oberhalb der Ofenmündung befindet sich in etwa 5 cm Abstand die Glas- oder Quarzplatte, die den Metallniederschlag tragen soll.

Die Evakuierung [1]) erfolgt bei langsamer Temperatursteigerung des Ofens, und es bietet keine Schwierigkeit, den Druck während der Destillation auf etwa 10^{-3} mm Hg zu halten.

Wir haben auf diese Weise bisher Spiegel von Ag, Ce, In, Al und Ca dargestellt. Für die Destillation des Ag genügt Gelbglut, während Ca schon bei Rotglut, wie bekannt, stark sublimiert.

Natürlich ist das Destillationsverfahren, ebensowenig wie die anderen Herstellungsmethoden, mechanische Politur, Kathodenzerstäubung oder anodische Verdampfung, auf jedes beliebige Material anwendbar. Manche Metalle, z. B. Mg, Tl und, wie allbekannt, auch die Alkalimetalle, schlagen sich stets in fein kristallinischer Form nieder, auch wenn die Unterlage Hochglanzpolitur besitzt und das Metall, durch die Unterlage hindurch betrachtet, vollkommen spiegelt. Im Bereich seiner Anwendbarkeit scheint uns jedoch das Destillationsverfahren, abgesehen von seiner Einfachheit, vor den anderen Methoden bestimmte Vorteile zu besitzen. Die Anwendung mechanischer Politurmittel erzeugt bei vielen Metallen, vor allem den weniger harten [2]), unsichtbare Oberflächenschichten, die bei der Bestimmung der optischen Konstanten außerordentlich störend auftreten [3]) und bei lichtelektrischen Untersuchungen zu den widersprechendsten Resultaten bei verschiedenen Beobachtern geführt haben. — Kathodenzerstäubung und anodische Verdampfung bieten die Schwierigkeit, daß sich die Metallmoleküle an der Stromleitung beteiligen und dadurch chemische Reaktionen zwischen dem Metall und dem Gasinhalte des Entladungsrohres begünstigt werden.

Zum Schluß möchten wir noch erwähnen, daß die Destillation im Vakuum außer zur Herstellung optisch vollkommener Spiegel auch geeignet ist, kompakte Metallbleche aus solchen Metallen herzustellen, die sich, wie Be, nicht zusammenschmelzen lassen.

---

[1]) Zwischen der Pumpe und dem zu evakuierenden Rohre schalten wir stets eine Vorlage mit destilliertem Kalium ein, um O_2 und H_2O zu entfernen.

[2]) H. v. Wartenberg, Verh. d. D. Phys. Ges. 8, 107, 1911.

[3]) P. Drude, Wied. Ann. 36, 547, 865, 1889.

Berlin, Physikalisches Institut d. Universität, Februar 1912.



Zur Priorität der Erdantennen;
von L. Zehnder und F. Kiebitz.

Zwischen den Unterzeichneten sind Meinungsverschiedenheiten darüber entstanden, ob die von Herrn Kiebitz bei seinen Versuchen mit gerichteter Telegraphie im Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsamt angewandten Schaltungen gleich sind denjenigen Schaltungen, welche Herr Zehnder in den von ihm seinerzeit eingereichten Patentschriften niedergelegt hat.

Diese Meinungsverschiedenheiten haben auf beiden Seiten zu sachlichen und auch persönlichen Erörterungen in der Öffentlichkeit geführt.

Beide Herren bedauern durch ihre Äußerungen zu einer persönlichen Zuspitzung der Angelegenheit beigetragen zu haben, erklären aber, daß diese Seite der Differenz dadurch ihre Erledigung gefunden hat, daß jeder die Erklärung gibt, er habe niemals an dem guten Glauben des anderen bei seinen Veröffentlichungen und Meinungsäußerungen gezweifelt.

Den sachlichen Streit wollen beide nunmehr ruhen lassen. Vorher erklärt noch Herr Zehnder, daß seine Behauptung, Herr Kiebitz arbeite nach seiner Schaltung, sich nicht auf diejenige Ausführungsform der Kiebitzschen Versuche bezogen hat, bei denen die Enden der wagerechten Antennen isoliert und ohne besondere Kondensatoren waren, sondern nur auf die andere Form, bei der Kondensatoren angeschaltet waren. Inwieweit diese letztgenannte Schaltung, wie sie von Herrn Zehnder früher beschrieben worden ist, mit der von Herrn Kiebitz angewandten übereinstimmt, wollen beide Herren nunmehr dem Urteil der Fachgenossen überlassen.

Berlin, 26. April 1912.

gez. L. Zehnder. gez. F. Kiebitz.



Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. Mai 1912.** **Nr. 10.**

Sitzung vom 10. Mai 1912.

Vorsitzender: Hr. F. KURLBAUM.

Der stellvertretende Rechnungsführer Hr. **E. Jahnke** erstattet über Einnahme und Ausgabe der Gesellschaft im Jahre 1911 Bericht und legt die weiter unten abgedruckte Vermögens-Bilanz sowie die Übersicht des Gewinn- und Verlust-Kontos der Gesellschaft vor.

Ein Antrag der Revisoren, der Herren M. Frhr. v. SEHERR-THOSS und O. KRIGAR-MENZEL, die Entlastung zu erteilen, wird angenommen.

Der vom stellvertretenden Rechnungsführer vorgelegte Voranschlag für Einnahmen und Ausgaben im neuen Geschäftsjahre wird ohne Widerspruch genehmigt.

Aus den nun folgenden Wahlen geht der Vorstand und Beirat, wie folgt, hervor:

Hr. H. RUBENS, Vorsitzender.
Hr. M. PLANCK,
Hr. E. WARBURG,
Hr. F. KURLBAUM,
Hr. E. HAGEN,
} Beisitzer.

Hr. W. NERNST,
Hr. H. DU BOIS,
Hr. A. KOEPSEL,
Hr. H. BOAS,
Hr. A. WEHNELT,
Hr. E. GOLDSTEIN, } Beisitzer.
Hr. P. MICKE, Rechnungsführer.
Hr. E. JAHNKE, stellvertretender Rechnungsführer.
Hr. R. POHL, Schriftführer.
Hr. J. FRANCK, stellvertretender Schriftführer.
Hr. M. Frhr. v. SEHERR-THOSS,
Hr. O. KRIGAR-MENZEL, } Revisoren.
Hr. E. REGENER, Bibliothekar.
Hr. F. KIEBITZ, stellvertretender Bibliothekar.
Hr. R. ASSMANN,
Hr. K. SCHEEL, } Redakteure der „Fortschr. d. Physik“,

letzterer zugleich Redakteur der „Verhandlungen“ der Gesellschaft.

In den Wissenschaftlichen Ausschuß werden gewählt:

Hr. W. HALLWACHS,
Hr. A. HEYDWEILLER,
Hr. E. JAHNKE,
Hr. W. KÖNIG,
Hr. H. KONEN,
Hr. F. RICHARZ,
Hr. E. RIECKE,
Hr. K. SCHEEL,
Hr. G. C. SCHMIDT,
Hr. W. VOIGT.

Die Sitzungstage der Gesellschaft werden für das Vorstandsjahr 1912/13 folgendermaßen festgesetzt:

Im Jahre 1912:

Mai: Freitag, den 10. u. 24.
Juni: „ „ 14. u. 28.

Oktober: Freitag, den 25.
November: „ „ 8. u. 22.
Dezember: „ „ 6. u. 20.

Im Jahre 1913:

Januar:	Freitag,	den	10. u. 24.
Februar:	„	„	7. u. 21.
März:	„	„	7. u. 14.
April:	„	„	25.
Mai:	„	„	9. u. 23.

Sodann spricht Hr. **F. F. Martens**

1. Über Erzeugung und Untersuchung von HERTZschen Wellen von etwa 30 cm Wellenlänge.
2. Über eine neue Wolframbandlampe (nach gemeinsam mit Hrn. M. v. PIRANI angestellten Versuchen).
3. Über eine Dynamomaschine für Unterrichtszwecke.

Zum Abdruck in den Verhandlungen der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **E. v. Schweidler:** Über die Zerfallskonstante des Poloniums.

Von Hrn. **J. Koenigsberger:** Über den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme.

Von Hrn. **E. Goldstein:** Über die Hervorrufung der Hauptspektren aromatischer Verbindungen durch ultraviolettes Licht. (Vgl. S. 493 bis 505.)

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. SETSURO TAMARU, Dahlem, Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. HABER.)

Hr. Dr. R. BECKER, Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule, Hannover.
(Vorgeschlagen durch Hrn. G. LEITHÄUSER.)



Vermögens-Bilanz der Deutschen Physikalischen Gesellschaft

am 31. Dezember 1911.

Aktiva. | *Passiva.*

Aktiva	ℳ	₰	Passiva	ℳ	₰
Bibliothek-Konto	12 920	—	Kapital-Konto	118 040	95
Effekten-Konto [1])	106 768	25	Friedr. Vieweg & Sohn	1 091	74
Deutsche Bank, Guthaben	6 377	90	Stiftungsfest-Konto	133	75
Kautions-Effekten-Konto; nom. 4500 ℳ 3 proz. Deutsche Reichsanleihe sind als Sicherstellung der Erbschaftssteuer aus dem Riessschen Legate bei dem Kgl. Hauptsteueramt hinterlegt. Kurswert	3 924	—	Kautions-Kreditoren-Konto (Forderung des Hauptsteueramts für Erbschaftssteuer aus dem Riessschen Legate)	3 924	—
Inventar-Konto	166	35	Mitglieder-Beitrags-Konto, vorausbezahlte Beiträge	80	—
Konto durchlaufender Rechnungen	50	—	Gewinn- und Verlust-Konto:		
Jahresbericht-Konto, Bd. 66/1910	619	67	Gewinn-Vortrag aus 1910 . . . 7 383,18		
„ „ „ 67/1911	450	—	Gewinn in 1911 . . . 1 288,83	8 672	01
„ „ „ 68/1912	450	—			
Kassa-Konto	216	28			
	131 942	45		131 942	45

[1]) Hierin sind 86 764 ℳ enthalten, welche aus der Riessschen Erbschaft stammen. Die Zinsen hieraus stehen bis zu dessen Tode noch einem Dritten zu.

Berlin, den 1. Mai 1912. (gez.) P. Micke, Rechnungsführer.

Geprüft und richtig befunden:

(gez.) M. Frhr. v. Seherr-Thoss. (gez.) O. Krigar-Menzel.

Gewinn- und Verlust-Konto

am 31. Dezember 1911.

Soll.	ℳ	₰	*Haben.*	ℳ	₰
Bureaubeamte	800	—	Gewinn-Vortrag aus 1910	7 383	18
Bote, Diener, Portier, Heizer	980	62	Beiträge Berliner Mitglieder 1. Sem. 1911	2 390	—
Bücher und Zeitschriften	484	73	„ „ „ 2. „ 1911	2 450	—
Buchbinder	552	35	„ auswärtiger Mitglieder	2 620	—
Bibliothek u. 10 Proz. Abschreibung a. Inventar	81	70	Zinsen der Wertpapiere	684	—
Verhandlungen	1 121	59	„ des Bankguthabens	141	70
Fortschritte d. Physik, Bd. 65/1909, Verlag	137	43			
„ „ „ Bd. 65/1909, Redaktion	450	—			
Laufende Ausgaben der Redakteure	304	70			
Versicherungs-Konto	15	30			
Bureaubedürfnisse u. Drucksachen	262	10			
Porti	831	65			
Museumsbeitrag	30	—			
Rücklage zum Stiftungsfest	30	—			
Beteiligung a. d. Naturforscherversammlung	300	—			
„ an den Sitzungen des Unterrichtsausschusses	—	—			
Extraordinaria	614	70			
Gewinn-Vortrag aus 1910 . . . . 7 383,18					
Gewinn in 1911 . . . . . . 1 288,83	8 672	01			
	15 668	88		15 668	88

Vorstehender Abschluß ist von der Gesellschaft genehmigt.

Berlin, den 10. Mai 1912.

(gez.) **F. Kurlbaum.**

Über elektrische Entladungen; von Karl v. Wesendonk.

Bemerkungen zu einigen neueren Arbeiten über dieses Thema.

(Eingegangen am 20. April 1912.)

In der neueren Elektrizitätslehre findet der einst vielbesprochene sogenannte polare Unterschied zwischen den beiden Elektrizitäten seinen fundamentalen Ausdruck in den Verschiedenheiten, welche zwischen Elektronen und positiven Ionen bestehen. GUSTAV MIE [1]), S. 266, sagt geradezu: „Die Wesensverschiedenheit der beiden Elektrizitäten ist die, daß es negative Elektronen gibt, aber keine positiven“. Da sollte man doch meinen, insbesondere bei Untersuchungen neuesten Datums, elektrische Entladungen betreffend, würde auch stets den polaren Unterschieden Beachtung geschenkt worden sein. Entgegen solchen Erwartungen findet man aber z. B. bei ausgedehnten Beobachtungen [2]) über den sogenannten Koronaeffekt (d. h. die leuchtenden Ausströmungen aus Hochspannungsleitungen) keineswegs ein derartiges Verhalten bestätigt.

Man hat sich anscheinend mit Erfolg bemüht, die sogenannten Koronaverluste durch empirische Formeln auszudrücken (dabei spielt eine quadratische Formel eine erhebliche Rolle), und auch versucht, die gewonnenen Ergebnisse theoretisch zu deuten; vornehmlich RYAN verdanken wir eingehendere ionen- und elektronentheoretische Betrachtungen. Wenn auch auf diese Weise praktisch brauchbare Resultate erzielt worden sind, so dürfte es doch wohl kaum ohne Beachtung der polaren Differenzen möglich sein, eine nähere Einsicht in die obwaltenden Verhältnisse zu erlangen. Solches geht eigentlich schon aus RYANS Be-

---

[1]) Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus. Stuttgart 1910, Enkes Verlag. Ich werde dieses treffliche Werk einfach als MIE mit Angabe der Seitenzahl in dem Folgenden zitieren.

[2]) Elektrot. ZS. **32**, 1071, 1911. (Versuche von GÖRGES, WEIDIG und JÄNSCH.) Ebenda, S. 1107 (Untersuchungen von RYAN); ferner ebenda **33**, 40 u. 61, 1912. (Versuche unter Leitung von STEINMETZ.) Man vergleiche weiter W. WEICKERS der Technischen Hochschule zu Dresden überreichte Dissertation, Zur Beurteilung von Hochspannungsisolatoren usw. Berlin 1910.

trachtungen hervor. Ein negativ geladenes Drahtstück kann sich jedenfalls erheblich anders verhalten in bezug auf die leuchtenden Ausströmungen, als ein positiv geladenes, z. B. bei ganz anderer Spannung zum Glimmen kommen, und erheblich verschiedene Elektrizitätsmengen in die Umgebung entladen. Metall und feste Körper überhaupt (MIE, S. 265) sollen ja direkt nur Elektronen, keine positiv geladenen Teilchen, bei hoher Temperatur wie unter dem Einfluß von Strahlungen in das einhüllende Medium zu emittieren vermögen. Daß solche Elektronen nun im Falle selbständiger Entladungen, wenn nämlich die Oberfläche der metallischen Elektrode von positiven Ionen mit genügender Wucht bombardiert wird, aus der Kathode austreten, nimmt wenigstens die gegenwärtig herrschende Theorie der Entladungen mit gutem Grunde an (MIE, S. 247). Die freigewordenen Elektronen müssen dann durch das elektrische Feld an der Kathode so beschleunigt werden, daß in dem Gase Stoßionisierung eintritt. Solches gilt ja als die Bedingung für die Erhaltung der selbständigen Entladung. Es muß also ein sogenanntes normales Kathodengefälle zum mindesten entstehen, wie es der sogenannten kritischen Schlagweite, d. h. derjenigen mit kleinstmöglichster Potentialdifferenz entspricht. RYANS Erklärungen scheinen ganz in diesem Sinne zu lauten, etwas davon verschiedene Ansichten vertritt wohl STEINMETZ. Ersterer weist des weiteren darauf hin, daß in der Entfernung von der Oberfläche gleich der kritischen Schlagweite noch eine Feldstärke von der Größe der sogenannten Festigkeit des umgebenden Mediums (Luft) herrschen muß, d. h. es muß dort, den modernen Ansichten gemäß, noch Stoßionisation möglich sein. Durch diese wird die Ausdehnung des Leuchtens bestimmt; wo keine Stoßionisation mehr eintreten kann, bleibt das Medium dunkel und behält größtenteils seine Isolationsfähigkeit. Nur durch den sogenannten elektrischen Wind, Diffusion und ähnliche Ursachen hineingelangende elektrische Partikel machen das Medium leitend. Es herrscht alsdann noch nach RYAN unvollkommener Durchbruch des umgebenden Mediums, sogenannte abgebrochene Glimmentladung bzw. dunkle Entladung nach MIE, S. 256. Erst bei großer Ausdehnung des Glimmens, Bildung großer Ionenmengen und noch anderen Umständen kommt es nach RYAN zum vollständigen Durchbruch, dem Funken. Die Rechnungen des amerikanischen Elektrikers gelten aber natürlich nur bis zum

Eintritt der Entladung; sobald diese im Gang ist, erscheint ja das elektrische Feld verändert und die zu dessen Berechnung benutzte Formel ist nicht mehr anwendbar. Alle bisherigen Betrachtungen haben aber auch nur dann einen Sinn, wenn der Draht der Hochspannungsleitung als Kathode fungiert; ist er Anode, so entbehrt ja die kritische Schlagweite der direkten Bedeutung. Die Oberfläche der Elektrode wird dann nicht mehr von positiven Ionen bombardiert und sendet keine Elektronen mehr aus. Die von der Anode in Bewegung gesetzten geladenen Teilchen müssen jetzt vielmehr Stoßionisierungen in dem umgebenden Medium (Luft) bewirken, das ist aber ein Vorgang, der von dem an der Kathode recht verschieden sich gestaltet. Man wird daher wohl zugeben, daß bei der Koronabildung zwei voneinander recht verschiedene Leuchterscheinungen auftreten können, die durchaus nicht ohne weiteres unter einen Hut zu bringen sind. Die Umstände, welche die Untersuchung der polaren Unterschiede bei Hochspannungsversuchen im großen bereiten dürfte, sollen nicht geleugnet werden, aber es wäre vielleicht doch angängig, das weiße Licht einer Hochspannungsleitung mit einem Drehspiegel oder einer stroboskopischen Vorrichtung bzw. durch Aufnahme auf einen schnell bewegten Film usw. in eine positive und in eine negative Erscheinung zu zerlegen. Polare Verschiedenheiten kommen auch bekanntlich sehr stark in Betracht, wenn es sich um den Einfluß genäherter, durch Influenz wirkender Körper handelt [1]), ferner bei Entladungen über Isolatoren, bei Feldverzerrungen [2]), bei Störungen durch Benetzung der Leiter [3]), Regen, Schnee und Staub [4]), eventuell Wind [5]), ferner Flammengase und überhaupt Veränderungen des umgebenden Mediums [6]), endlich Unregelmäßigkeiten in den Leitungen selbst. Das alles dürfte doch wohl eine Untersuchung der polaren Verschiedenheiten auch bei technischen Anlagen rechtfertigen. Weiterhin wäre es auch interessant, zu erfahren, welche Ladung das umgebende Medium (die Atmosphäre) durch die Koronabildung annimmt. Bei den

---

[1]) Vgl. Verfassers Beobachtungen, Wied. Ann. **49**, 300, 1893; ferner Ann. d. Phys. (4) **9**, 214—219, 1902.

[2]) Wied. Ann. **49**, 296—299, 1893.

[3]) Wesendonk, ebenda **40**, 487—488, 1890.

[4]) Ebenda **40**, 486—487, 1890.

[5]) Ebenda **40**, 484—486, 1890 und **65**, 564, 1898.

[6]) Vgl. Verfassers Untersuchungen, Wied. Ann. **65**, 553—566, 1898.

sehr viel frequenteren Teslaentladungen kann man bekanntlich weite Räume mit positiver Elektrizität erfüllen[1]). Da möchte man gerne auch wissen, wie sich in dieser Hinsicht die hochgespannten Wechselströme verhalten, ob Abweichungen von der Sinusform sich dabei bemerkbar machen, bei welchen Frequenzen (bzw. Oberschwingungen) ein den Teslaausströmungen entsprechendes Verhalten eintritt u. dgl. m.

Verdienstvolle Untersuchungen mittels einer stroboskopischen Methode haben bei Wechselstromentladungen VILLARD und ABRAHAM[2]) ausgeführt im Anschluß an ihre bemerkenswerten Forschungen über elektrische Entladungen mit Hilfe einer sehr ergiebigen Influenzmaschine[3]). Wenn auch die Resultate der französischen Forscher nicht so neu sein dürften, wie es bei der Lektüre der betreffenden Abhandlungen vielleicht manchem Leser erscheinen möchte, so verdienen dieselben doch die Beachtung aller der Forscher, welche auf denselben oder verwandten Gebieten arbeiten. Danach entstehen zwischen zwei Kugelelektroden, wenn man die Potentialdifferenz allmählich steigert, zuerst Büschel [Verfasser[4]) hat solche Büschel seinerzeit die FARADAYschen genannt], und dann Funken, wenn das gewöhnlich sogenannte Explosionspotential erreicht ist. (Dieses Potential wird von den Autoren mit V_1 bezeichnet.) Außerdem existiert aber noch ein zweites, viel höheres Explosionspotential (V_2), welches sich einstellt, wenn Büschel vermieden werden und nur positives Glimmen zu sehen ist. Alsdann kann nach den französischen Forschern V_2 doppelt so hoch ausfallen als V_1. Man beobachtet das Phänomen am besten mit einer Kugel von etwa 1 cm Durchmesser als Anode und einer Platte als Kathode. Infolge des unvermeidlichen, zeitweiligen Versagens der Funken passiere es leicht, daß, wenn auch V_1 erreicht ist, die Büschel bei weitersteigendem Potential verschwinden, um dem Glimmen an der Anode Platz zu machen, wobei Kathode und Entladungsfeld ganz dunkel blieben. Bei weiterem Wachsen der Spannung verstärke sich dann das

[1]) Man sehe z. B. Verfassers Arbeiten, Naturw. Rundsch. **10**, 401—404, 1895; Wied. Ann. **66**, 340—345, 1898; Phys. ZS. **2**, 529, 1901; **4**, 465—469, 580—581, 1903.

[2]) C. R. **150**, 1286—1289; **151**, 269—272, 1910.

[3]) Mit einer ähnlich ergiebigen statischen Elektrizitätsquelle hat wohl außerdem nur MAX TOEPLER gearbeitet.

[4]) Wied. Ann. **40**, 481, 1890; **50**, 476, 1893.

Glimmen, es bilde sich am Gipfel der Lichthaut eine leuchtende Spitze[1]) gegen die Kathode hin (der Zündstoff eines Funkens, wie es die französischen Forscher nennen), alsdann ist V_2 erreicht. Die beiden voneinander stark abweichenden Funkenpotentiale ergeben sich nach VILLARD und ABRAHAM, auch wenn man das Potential konstant erhält und die Funkenstrecke ändert, es finden sich zwei Stellungen der Elektroden, bei welchen Funken auftreten. V_1 erscheine abhängig von Zufälligkeiten der Büschel, während V_2 sich als ein normales Phänomen darstelle. Besonders die Zusammensetzung der Luft scheine einen großen Einfluß auf die Ausbildung des Glimmens zu haben, dieses entstehe leichter in trockener, reiner Luft, und sei in trockenem Stickstoff recht glänzend. FARADAYsche Büschel und das Funkenpotential V_1 seien in dem letztgenannten Falle kaum mehr vorhanden. Es frage sich überhaupt, ob diese in einem ganz reinen Gase noch entstehen würden; schon wenn die FARADAYschen Büschel stark reduziert seien, fehle das gewöhnliche Explosionspotential V_1. Dieses sei vielleicht nur als eine zufälligen Büschelerscheinungen entsprechende Größe anzusehen, während V_2 die normale Funkenspannung repräsentiere.

Die bereits erwähnten stroboskopischen Beobachtungen an Wechselstromentladungen zeigen nach den Verfassern, daß die Glimmentladungen an der Anode[2]) selbst bei recht schnell veränderlichen Spannungen sich noch einstellen, wie Versuche mit Transformatoren und Induktorien zeigten. Wenn die Schlagweite zu groß für das Auftreten von Funken eingestellt wurde, dann erschienen bei 42 Polwechseln in der Sekunde an der Kugelanode zuerst positive Büschel, dann Glimmen, dann wieder positive Büschel, in den Zeiten aber, da die Kugel als Kathode fungierte (entsprechend der negativen Periode des Wechselstromes), zeigten sich an dieser negative Büschel, deren nähere Betrachtung aber die französischen Forscher zurzeit übergingen. Bei 500 Wechselstromperioden in der Sekunde bleibt alles ähnlich, nur fehlen die positiven Büschel fast ganz.

Diese Ergebnisse von VILLARD und ABRAHAM stimmen im großen ganzen gut überein mit Resultaten, welche Verfasser zum Teil

---

[1]) In dieser Spitze glaubt Verfasser eine Büschelerscheinung vermuten zu müssen, der eventuell auch ein kleiner negativer Büschel an der Kathode entspricht, welch letzterer aber leicht übersehen wird.

[2]) Kugel von 5 mm Durchmesser gegenüber einer Platte.

schon vor längerer Zeit erhalten hat[1]. Zunächst ist danach das positive Glimmen sehr empfindlich gegen Beimengungen zu der umgebenden Atmosphäre, es kann ganz vereitelt werden, z. B. durch Flammengase, während andererseits unter solchen Umständen die dem V_1 entsprechende Funkenbildung sehr begünstigt wird. Es zeigte sich, daß die Materien, welche die Flammengase zusammensetzen (Wasserdampf, Kohlensäure, Kohlenwasserstoffe usw.), von größter Bedeutung für die entladenden Eigenschaften der Verbrennungsgase sind, daneben spielen Strömungsgeschwindigkeit[2] und Temperatur eine gewisse Rolle, kaum aber die elektrische Leitfähigkeit der Flammengase[3]. Ob in ganz reinen Gasen die FARADAYschen positiven Büschel völlig fehlen[4], oder ob nur ihr Entstehen stark erschwert wird, wäre erst noch zu prüfen. Möglicherweise handelt es sich in unserem Falle um Bildung von Niederschlägen oder Überzügen an der Oberfläche der Elektroden, eventuell auch um unregelmäßige Elektrizitätszufuhr. Wie sehr das Auftreten positiver Büschel mit Erleichterung der Funkenentladung zusammengeht, hat Verfasser oft genug betont, auch negative Büschel[5] scheinen im gleichen Sinne wirksam zu sein, nur in viel geringerem Maße. Bei weiterer Steigerung der Spannung lösen übrigens, soweit Verfassers Erfahrungen reichen, die sogenannten GAUGAINschen Büschel das Glimmen wieder ab, und es sind dann wieder Büschelfunken möglich, aber unter höheren Explosionspotentialen als diejenigen sind, welche den aus Faradaybüscheln hervorgehenden Funken entsprechen. Bei größeren Polkugeln ist wohl allerdings diese zu Gaugainbüschel führende hohe Spannung nur schwer zu erreichen und daher von den französischen Physikern übersehen worden. Auch kann wohl sein, daß die aus dem Glimmen angeblich ohne Wahrnehmung von Büscheln hervorbrechenden Funken doch nur Büschel sind, die sich sofort in Funken verwandeln. Wenn sich starke polare Unterschiede z. B. bei Funken zwischen Kugel und Platte zeigen sollten, so wäre ein solches Verhalten geradezu anzunehmen.

---

[1] Wied. Ann. **65**, 555, 1898.
[2] Ebenda, S. 565, 1898.
[3] Ebenda, S. 560, 1898.
[4] Vgl. ebenda, S. 555, Anm. 1, 1898.
[5] Siehe Verfassers Beobachtungen, Wied. Ann. **38**, 226, 1889.

Die polaren Differenzen treten aufs neue markant hervor bei gewissen Messungen an sehr hohen Potentialen, welche wir ebenfalls VILLARD und ABRAHAM verdanken[1]). Bei 140 000 Volt und Kugelelektronen von 5 cm Durchmesser ist bei Ableitung der Anode die Schlagweite 13 cm, bei Ableitung der Kathode dagegen 22 cm, also erscheint deutlich die erheblich größere Funkenlänge bei isolierter, positiver Elektrode. Nach den Andeutungen der französischen Physiker dürfte es hier zum Auftreten FARADAYscher Büschel vor der Funkenbildung gekommen sein, wir haben hier einen Wert V_1 vor uns. Auffallend erscheint die kleine Länge der Schlagweite bei symmetrischer Ladung der Elektroden, nämlich nur 8 cm; kürzer also, denn bei isolierter Kathode. Vielleicht ist in diesem letzteren Falle ein sehr starker negativer Büschel[2]) vorhanden gewesen, während bei symmetrischer Ladung die Büschelbildung relativ gering an beiden Polen ausfiel. Doch wäre das natürlich noch zu prüfen. Die spannungsreduzierende Wirkung der Büschel tritt übrigens auch wieder bei einigen neueren Versuchen von HUPKA hervor. Andererseits beobachteten VILLARD und ABRAHAM aufs neue die Gleichheit[3]) der positiven und negativen Funkenspannung, wenn es sich um reine Funken handelt, also Anfangsspannungen vorliegen. Bei einer Kugel von 5 cm Durchmesser blieb diese Gleichheit bis zu 80 000 Volt bestehen, bei einer solchen von 10 cm Durchmesser bis zu 160 000 Volt während im Falle einer Spitze schon bei 20 000 Volt deutlich Differenzen eintreten. Dies Verhalten entspricht ganz der Leichtigkeit, mit der Büschelentladungen eintreten können, dabei gibt cet. par. stets die positiv geladene Kugel oder Spitze den längeren Funken, eine Folge der funkenbegünstigenden Wirkung der positiven Büschel, worauf Verfasser[4]) schon vor längerer Zeit hingewiesen. Verfasser nimmt dabei an, daß, wo ein plötzliches,

---

[1]) C. R. **153**, 1200—1204, 1911.

[2]) Man vergleiche Verfassers Ausführungen über Einfluß der absoluten Höhe des Potentiales, Phys. ZS. 8, 397, 1907, wo noch weitere Umstände, welche Funkenbildung befördern, besprochen sind (S. 395—397). Wenn dort S. 396 von reinen Funken die Rede ist, so sollte dort besser dafür stehen „nahezu reine Funken“, wenigstens in allen Fällen, wo die Kathode noch leuchtete. Bei wirklich reinen Funken müssen beide Elektroden vor der Explosion dunkel bleiben.

[3]) Man vergleiche Verfassers Arbeiten, Wied. Ann. **30**, 43—47, 1887; **49**, 303—305, 1893.

[4]) Naturw. Rundsch. **2**, 301—304, 1887 (Extrabeilage). Beibl. **13**, 196, 1889.

unvermitteltes Ausbrechen des Funkens sich scheinbar zeigt, und doch polare Unterschiede zu konstatieren sind, trotzdem ein Büschel sich bildet, der jedoch unmittelbar in einen Funken übergeht. Untersuchungen über die Entstehung [1]) des Funkens haben bereits Entsprechendes nachgewiesen, aber es sollten Versuche angestellt werden mit sehr schnell bewegten Films, ähnlich wie bei den Beobachtungen von SCHUSTER und HEMSALECH, um auch bei plötzlich eingeleiteten Funken den vorangehenden Büschel nachzuweisen. Daß umgekehrt auch bei sehr verschieden gestalteten Elektroden keine polare Differenz des Funkenpotentials sich zeigt, wenn dieses Anfangsspannung, wurde speziell vom Verfasser [2]) seinerzeit nachgewiesen. Es bleibt aber allerdings noch zu erklären, wie den neueren Anschauungen entsprechend ein solches Verhalten eigentlich möglich ist. Es liegt ja hier wieder der oben bereits erwähnte Fall der Verschiedenheit in bezug auf Stoßionisation an der Kathode bzw. Anode vor, welche wohl imstande ist, die polare Differenz beim Beginn der leuchtenden Entladungen zu erklären. Verfasser [3]) hat vor einigen Jahren auf diese und andere Unstimmigkeiten zwischen den Beobachtungen und den gegenwärtigen ionen- und elektronentheoretischen Anschauungen hingewiesen. Letztere haben seitdem noch weitere Fortschritte gemacht, interessanten Untersuchungen über die Beweglichkeit der Ionen und Elektronen unter verschiedenen Umständen verdanken wir manche Aufklärung. Die Entstehung des Spitzenlichtes und verwandter Erscheinungen aus ganz dunkler Entladung versteht man, wenn mit MIE, S. 206, wohlberechtigt angenommen wird, Ionisation sei in Gasen stets mit Leuchten verbunden. Dann herrscht ganz dunkle Entladung, solange nur bereits vorhandene Ionen bzw. Elektronen die Leitung der Elektrizität vermitteln, während Spitzenlicht od. dgl. eintritt, sobald das elektrische Feld Ionisation hervorzubringen vermag und also selbständige Entladung sich einstellt.

Die Kurve, welche MIE, Fig. 107, S. 251 [4]), gibt, hat wohl nur eine angenäherte Geltung im Falle symmetrischer Ladung der

---

[1]) Man sehe z. B. WALTER, Wied. Ann. **66**, 636, 1898; **68**, 776, 1899.

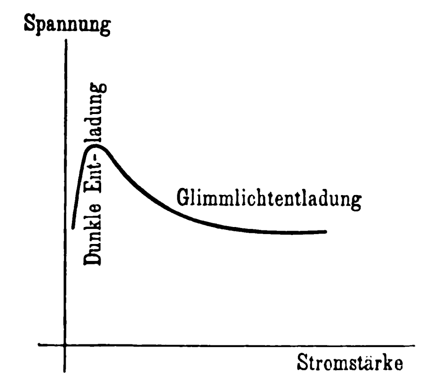
[2]) Ebenda **31**, 319—320, 1887.

[3]) Phys. ZS. **7**, 112—115, 1905.

[4]) Die Figur ist umstehend reproduziert, der steil aufsteigende Ast, bei dem Spannung und Strom zugleich wachsen, entspricht dunkler Entladung im weiteren Sinne.



Pole, sie zeigt nichts von polaren Unterschieden. Die Darlegungen indessen, was geschieht, wenn die Funkenspannung überschritten und es dann zu schwachen Funken (einer Glimmerscheinung) bzw. starken solchen (Lichtbogenphänomen) kommt, dürften wohl viel für sich haben. Dagegen scheinen das Spitzenlicht und verwandte Phänomene, wie das positive Glimmen, überhaupt diejenigen Vorgänge, welche Mie, S. 249, im erweiterten Sinne als dunkle Entladungen beschreibt, einige Schwierigkeiten zu bereiten. Diese Phänomene müssen nämlich mit Mie, S. 259, dem aufsteigenden Aste einer ähnlichen Kurve zugeschrieben werden, wie sie als Fig. 107 gegeben wurde. Der absteigende Ast entspricht dann den Büschelentladungen, weil nur dort intermittierende Entladungen eintreten können, die Spannung bleibt in diesem Falle stets unter derjenigen des Funkens. Wenn aber bei diesen spitzenlichtartigen Erscheinungen negatives Leuchten auftritt oder gar allein vorhanden ist (wenn z. B. eine Spitze oder kleine Kugel als Kathode einer Platte gegenübersteht), so ist zu bedenken, daß an der Kathode bei höheren Drucken reines Glimmen kaum nachweisbar ist. Sobald am negativen Pole leuchtende Entladung einsetzt, zeigen sich (wenn auch oft recht klein) Büschel. Das heißt also nach Mie, es ist ein instabiler Zustand vorhanden, wie er nur nach Überschreiten eines Maximalpotentials möglich sein soll. Man kann aber die Spannung des negativen Spitzenlichtes noch erheblich steigern, eventuell bis zur Funkenbildung. Die Potentiale der negativen Büschel entsprechen also keinen Maximalwerten (vgl. übrigens Mie, S. 284). Die Kurve Fig. 107, wie sie Mie gibt, dürfte wesentlich für den Fall gelten, daß reine Funken auftreten, welche einer Anfangsspannung entsprechen[1].



Im übrigen unterscheiden sich die Funkenpotentiale doch markant von denen der Büschel und Glimmausströmungen, heben

[1]) Auch was Mie S. 257—258 oben über das Minimumpotential der Spitzenentladung gesagt hat, bedarf wohl der Revision.

sich als ausgezeichnete Fälle im Reiche der Entladungen hervor. Nach den Beobachtungen von MAX TOEPLER und W. WEICKER [1]) können Funken überall da auftreten, wo eine Entladungsform in eine andere übergeht, eine strenge Scheidung dieser Fälle sei aber nötig, wolle man Klarheit in die Phänome der Entladung bringen. Die Glimmgrenzspannung (wohl dem V_2 von VILLARD und ABRAHAM entsprechend) kann dabei erheblich höher liegen als gewisse Büschelgrenzspannungen (WEICKER, Dissertation, S. 18—19), wie weit aber die verschiedenen beobachteten Büschelgrenzspannungen dem V_1 der französischen Forscher entsprechen oder einem noch höheren Werte als dem jedesmal in Betracht kommenden V_2, ist nicht zu ersehen.

Am meisten den Charakter des Zufälligen tragen, wie schon erwähnt, wohl die FARADAYschen Büschel und Funken (MIE, S. 259). Es ist indessen zu bedenken, daß Stäubchen, die sich an eine größere Elektrode ansetzen, nur sehr wenig wirksam als Spitzen erscheinen, sie ragen ja nur wenig über die Umgebung hervor [2]). Eher kommen hier wohl kleine Veränderungen an den Oberflächenschichten der Elektroden bzw. Überzüge oder Niederschläge an diesen in Betracht. Ein etwas launisches Verhalten zeigen Funken wohl überhaupt. Sollte da nicht doch das Zerstäuben der metallischen Pole, wie das Losbrechen von Oberflächenschichten u. dgl. auch bei der Erklärung der Verzögerung der Entladungen eine größere Rolle spielen [3]), als man ihm vielfach zugestehen will? Bei Funken, die man im Dunkelfeld eines Mikroskops beobachtet, scheint ja die Zerstäubung direkt nachweisbar zu sein. Mit solchem Verhalten hängt vielleicht auch die Abwesenheit von Nachwirkungen (wie man sie bekanntlich bei Funken und Lichtbogen findet) bei Wechselstromentladungen in gläsernen Ozonisatorapparaten unter Atmosphärendruck zusammen, worüber ja schöne Beobachtungen von RIESENFELD [4]) in Stockholm vorliegen. Bei den Elektroden aus Glas dürfte Zerstäubung kaum eintreten.

In betreff der Spitzenwirkungen von Blitzableitern und ähnlichen Vorrichtungen ist man wohl zurzeit derselben Ansicht wie

[1]) Elektrot. ZS. **32**, 436, 1911; ferner Dresdener Dissertation, S. 11 ff.
[2]) Man sehe WESENDONK, Wied. Ann. **49**, 296—299, 1893.
[3]) Vgl. WESENDONK, ebenda **39**, 615—617, 1890; **49**, 304, 1893.
[4]) ZS. f. Elektrochem. **17**, 727, 1911.

Verfasser[1]), wonach nämlich eine Überschätzung derselben nicht zu rechtfertigen. Daß in der Natur Spitzenlicht und Spitzenwirkung vorkommen können, zeigen außer den relativ seltenen St. Elmsfeuern, z. B. die Beobachtungen von LEMSTRÖM[2]) und LEONHARD WEBER[3]). Bei solchen Untersuchungen wurde nun aber gefunden, daß auch schon der zum Drachen führende Draht ohne Spitze aus der Luft Elektrizität abzuleiten vermochte[4]). Hierbei ist aber wohl zu bedenken, daß besagter Draht, weil mit der negativ geladenen Erdoberfläche verbunden, sogenannte Induktionen auf sich niederschlägt und dadurch aktiv wird. Vielleicht beruht darauf mehr als auf eigentlichem Spitzeneffekt die von NEESEN[5]) angeführte auffallende Wirkung von großen Mengen Stacheldraht auf Gewitter, welche man angeblich beobachtet haben will.

Schließlich möchte Verfasser um Entschuldigung bitten, daß er die Literatur nur sehr unvollständig berücksichtigt hat, es kam ihm nur darauf an, gewisse Gesichtspunkte hervorzuheben.

---

[1]) Phys. ZS. **5**, 399—408, 1904; Wied. Ann. **49**, 299; **50**, 480—481, 1893.
[2]) Phys. ZS. **3**, 396, 1901 (Referat von NIPPOLDT).
[3]) Naturw. Rundsch. **5**, 55, 1890.
[4]) Ebenda **4**, 582, 1889; vgl. ferner KURZ, Fortschr. d. Phys. **65** [3], 261, 1909.
[5]) Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 940, 1910.

Die Verwendung von Gleichstrom-Löschfunkenstrecken zur kinematographischen Aufnahme ballistischer und physikalischer Vorgänge;

von C. Cranz und Br. Glatzel.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 26. April 1912.)

(Vgl. oben S. 449.)

(Figg. 4 bis 7 auf besonderer Tafel.)

Einleitung.

Für die photographische Festhaltung von Vorgängen, die sich in außerordentlich kleinen Zeitabschnitten abspielen, z. B. der Bewegung eines Geschosses oder der Explosionswirkung irgend eines Körpers sind zuerst von E. MACH[1]) Anordnungen vorgeschlagen und benutzt worden, bei denen zur Erzielung der hierbei erforderlichen Momentbelichtung elektrische Funken zur Verwendung gelangten. Da die Zeitdauer eines solchen Funkens sehr kurz ist, so erhält man durch ihn auf einer photographischen Platte auch bei sehr schnell bewegten Körpern ein vollkommen scharfes Bild des Gegenstandes. Dieses MACHsche Verfahren ist dann u. a. von C. CRANZ und K. R. KOCH[2]) zu Serienaufnahmen über die Explosionswirkungen moderner Infanteriegeschosse und über den Schußvorgang bei Selbstladewaffen benutzt worden. Bei allen diesen Untersuchungen wurde jedoch stets nur mit

---

[1]) Über die betreffenden Arbeiten von E. MACH und seinen Schülern vgl. die Ber. d. Wien. Akad., Abt. 2a: **92**, 625, 1885; **95**, 765, 1887; **97**, 1045, 1888; **98**, 41, 1257, 1303, 1310, 1333, 1889; **101**, 5, 977, 1892; **102**, 1035, 1893; **105**, 605, 1896 (dort die bekannten vorzüglichen Geschoßaufnahmen von L. MACH). Über die Schattenmethode von V. BOYS vgl. Revue gén. des sciences pures et appliquées 1892 und Nature (engl.) **47**, 415, 440, 1893, ferner Q. MAJORANA-CALATABIANO und A. FONTANA, Rivista d'artigleria e genio **1**, 106, 1896.

[2]) C. CRANZ und K. R. KOCH, Ann. d. Phys. (4) **3**, 247, 1900.

ruhender photographischer Platte und einem einzigen Beleuchtungsfunken gearbeitet, so daß dementsprechend auch nur immer ein einziger Moment des Vorganges festgelegt wurde, der allerdings je nach der Einstellung der Funkenstrecke zeitlich beliebig früh oder spät gewählt werden konnte. Verschiedene Stadien eines einzigen Schusses ließen sich jedoch auf diese Weise nicht fixieren. Einen Fortschritt bildete daher ein Verfahren, welches SCHWINNING[1]) im Jahre 1903 angab, mittels dessen er zehn aufeinanderfolgende Aufnahmen in der Weise erzielte, daß er eine Anzahl Leidener Flaschen nacheinander in bestimmten Zeitabständen über die Beleuchtungsfunkenstrecke entlud und so mehrere Momente desselben Schußvorganges festlegen konnte unter gleichzeitiger Verwendung einer bewegten photographischen Filmscheibe. Immerhin war aber die Gesamtzahl der Aufnahmen noch klein. 1904 wurde dann auf Anregung von MAREY in dessen Institut von L. BULL[2]) eine Methode ausgearbeitet, die mit Hilfe des Induktionsapparates 2000 Funken pro Sekunde zu erzeugen und auf einem um eine Trommel gelegten Film eine kinematographische Reihe von Bildern des betreffenden Vorganges aufzunehmen gestattete. Nach diesem Verfahren wurden u. a. der Vorgang beim Libellenflug und bei der Durchschießung von Seifenblasen untersucht. Aber auch diese Bildfrequenz genügte insbesondere für ballistische Zwecke nicht immer. Eine weitere Etappe stellte der ballistische Kinematograph von CRANZ[3]) dar, der 800 Bilder desselben Vorganges mit einer Bildfrequenz von 5000 pro Sekunde zu erreichen ermöglichte. Diese Einrichtung, deren Hauptteile von der Firma H. BOAS[4]) in Berlin konstruiert worden sind, arbeitet mit einer hochperiodischen Wechselstrommaschine und einem Resonanzinduktor. Das Filmband ist über zwei Trommeln gespannt und läuft mit einer maximalen Geschwindigkeit von etwa 120 m/Sek. Die Bildfrequenz kann inner-

---

[1]) KRANZFELDER und W. SCHWINNING, Die Funkenphotographie, insbesondere die Mehrfach-Funkenphotographie. Berlin 1903. W. SCHWINNING, ZS. f. d. ges. Schieß- u. Sprengstoffwesen **4**, 5, 26, 52, 1909.

[2]) L. BULL, C. R. **138**, 755, 1904. Travaux de l'Association de l'Institut Marey **2**, 51, 1910. Paris, Masson et Co. Editeurs.

[3]) C. CRANZ, ZS. f. d. ges. Schieß- u. Sprengstoffwesen **4**, 321, 1909; Deutsche Mechan.-Ztg. 1909, S. 173.

[4]) In neuester Zeit ist der ballistische Kinematograph von H. BOAS wesentlich vervollkommnet worden.

halb gewisser Grenzen variiert werden, jedoch muß bei Änderung der Tourenzahl der Maschine stets von neuem auf Resonanz einreguliert werden.

Eine nahezu vollständige Unabhängigkeit von der Einstellung auf Resonanz und eine ganz erheblich weitere Variation der Bildfrequenz, nämlich von etwa 200 bis etwa 100000 pro Sekunde[1]), ermöglicht die im folgenden beschriebene Anordnung zur Funkenerzeugung. Bevor wir jedoch auf die Einzelheiten dieser Methode eingehen, mögen noch zwei Anordnungen Erwähnung finden, die ebenfalls gestatten, niedrige und insbesondere auch hohe Funkenzahlen zu erreichen und vor einiger Zeit von J. SCHATTE[2]) angegeben worden sind: Eine große Kapazität wird durch eine Influenzmaschine aufgeladen und bildet dann das Reservoir, aus dem ein zweiter Kreis, bestehend aus einer kleinen Kapazität mit parallel geschalteter Funkenstrecke gespeist wird. Je nach der Dimensionierung der verschiedenen elektrischen Größen erhält SCHATTE dann in der Funkenstrecke größere oder kleinere Funkenzahlen. Mittels dieser zweiten Anordnung wurden Aufnahmen von ballistischen Vorgängen ausgeführt, bei denen 9000 bis 50000 Funken pro Sekunde Anwendung fanden. Dabei stellen diese Zahlen aber ebenfalls weder die obere noch die untere Grenze dar. Prinzipiell hat die Methode allerdings für manche Zwecke einen Mangel insofern, als die bei einmaliger Ladung der Hauptkondensatorbatterie zur Verfügung stehende Energie begrenzt ist und man stets für eine sorgfältige Isolation zu sorgen hat.

Versuchsanordnung.

Bei der Zusammenstellung unserer Anordnung haben wir versucht, die bei den bisherigen Methoden vorhandenen Mängel zu vermeiden, nämlich die Schwierigkeiten in der Veränderung der Funkenzahl und eine zeitliche Begrenzung der zur Verfügung stehenden Energie, sowie etwaige Isolationsmängel, wie sie z. B. bei Verwendung statischer Ladungen leicht auftreten können.

---

[1]) Diese Zahlen stellen jedoch keineswegs die überhaupt erreichbaren Grenzen dar, sie waren nur für unsere Zwecke zunächst ausreichend.

[2]) J. SCHATTE, ZS. f. d. ges. Schieß- u. Sprengstoffwesen 6, 261, 1911; 7, 65, 1912.



Wir verwendeten zur Funkenerzeugung Hochfrequenzschwingungen, die in der bekannten Weise mittels Löschfunkenstrecke und Schwingungskreis im Anschluß an ein Gleichstromnetz hergestellt wurden. Fig. 1 stellt die benutzte Schaltung dar. C_1 war eine Kapazität, bestehend aus Glimmerkondensatoren, deren Größe von 25 000 bis auf 600 000 cm geändert werden konnte. Die Selbstinduktion L_1 war sehr klein gewählt, um einen möglichst reinen aperiodischen Stoß[1]) im Primärkreise zu erzielen. Als Löschfunkenstrecke benutzten wir eine SCHELLERsche Spiritusfunkenstrecke, welche uns in liebenswürdigster Weise von der Firma C. LORENZ A.-G. zur Verfügung gestellt war[2]). Mit dem Primärkreise war der Sekundärkreis, bestehend aus der Selbstinduktion L_2 und der kleinen Kapazität C_2 (1800 cm), gekoppelt. Um eine möglichst enge Koppelung zu erzielen, wurden sowohl primär wie sekundär Flachspulen verwendet, welche direkt aufeinandergelegt waren. Parallel zu der Kapazität C_2 war die Funkenstrecke F geschaltet, die zur Beleuchtung diente und (wie aus Fig. 2, die unsere optische Anordnung darstellt, ersichtlich ist) nahe an einem Hohlspiegel von kurzer Brennweite angeordnet war. Dieser Hohlspiegel entwarf ein Bild der Funkenstrecke auf dem Aufnahmeobjektiv O, das seinerseits den an der Stelle P sich abspielenden Vorgang auf einem rotierenden Film abbildete. Dieser Film war auf eine Trommel aufgelegt, welche einen Umfang von 89 cm hatte und mit maximal 9000 Umdrehungen pro

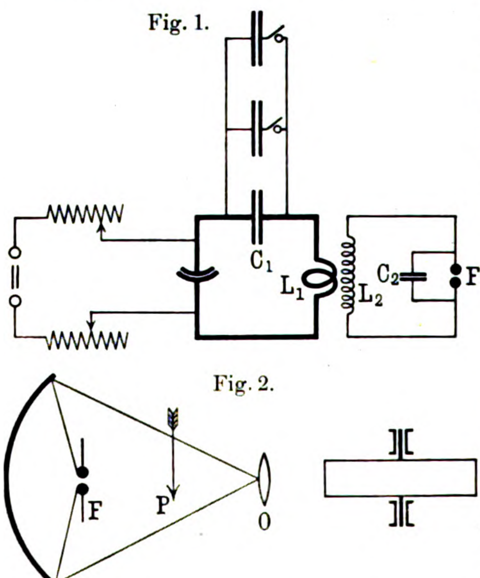


Fig. 1.

Fig. 2.

[1]) H. REIN, Phys. ZS. **11**, 591, 1910, Der radiotelegraphische Gleichstromtonsender. Langensalza, Beyer u. Söhne.

[2]) Wir möchten nicht verfehlen, auch an dieser Stelle der Firma C. LORENZ A.-G. unseren verbindlichsten Dank hierfür auszusprechen.

Sekunde betrieben werden konnte [1]). Die Messung der Tourenzahl geschah mit einem dauernd angeschlossenen Tachometer.

Zunächst mögen nun kurz die Gesichtspunkte entwickelt werden, welche bei der elektrischen Dimensionierung der Kreise maßgebend waren.

Die Stoßzahl im Primärkreise ist abhängig von der Größe der aufzuladenden Kapazität C_1, und zwar ist sie dieser direkt proportional, ferner von der Gleichstromstärke und der Länge der Löschfunkenstrecke. Diese kann bei der SCHELLERschen Funkenstrecke in sehr einfacher Weise mikrometrisch verstellt werden und wurde mit Rücksicht auf die Erreichung hoher Funkenzahlen so klein gewählt, daß sich im Sekundärkreise eine für die Beleuchtungsfunkenstrecke noch gerade genügende Spannung ergab. Die Spannung des zur Verfügung stehenden Gleichstromes betrug etwa 700 Volt. Die primäre Stoßzahl läßt sich dann in sehr einfacher und sicherer Weise auf jeden gewünschten Wert einstellen, erstens durch Veränderung der Kapazität C_1, zweitens durch Regulierung des Gleichstromes J_g. Um zu vermeiden, daß bei Änderung der Kapazität C_1 im Primärkreise auch die Dimensionierung des Sekundärkreises entsprechend geändert werden mußte, haben wir die Anordnung so getroffen, daß primär stets vollkommen reine Stoßwirkung vorhanden war, so daß keinerlei Abstimmung zwischen den beiden Kreisen erforderlich wurde. Einesteils wurde dies erreicht durch die vorzügliche Löschwirkung der SCHELLERschen Funkenstrecke, anderenteils durch Wahl einer möglichst kleinen primären Selbstinduktion L_1.

Bei der Zusammenstellung des Sekundärkreises war von besonderer Wichtigkeit, dafür zu sorgen, daß die Beleuchtungsfunkenstrecke hinreichend trägheitslos war, um auch bei den höchsten Funkenzahlen (100 000) noch genügend scharfe Momentbilder auf dem rotierenden Film zu erzeugen. Am geeignetsten hierfür wäre zweifellos eine Wasserstofffunkenstrecke gewesen, da diese eine wesentlich geringere Trägheit besitzt als eine Luftfunkenstrecke [2]). Ihre Verwendung war aber aus dem Grunde nicht möglich, weil die erreichbare Lichtstärke nicht genügte, um hinreichend kräftige

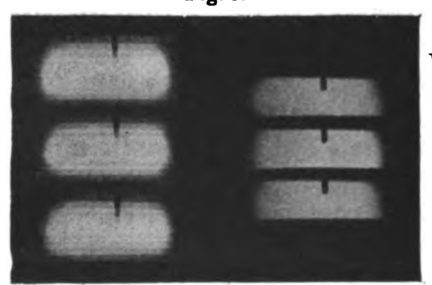
---

[1]) Motor und Filmtrommel waren von der Firma H. BOAS, Berlin, geliefert.

[2]) BR. GLATZEL, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 590, 830, 1910; Ann. d. Phys. (4) 34, 711, 1911.

Bilder auf dem rotierenden Film zu erzeugen. Infolgedessen benutzten wir eine Luftfunkenstrecke, welche durch einen kräftigen Luftstrom angeblasen wurde. Hierdurch erreichten wir sowohl eine größere Helligkeit infolge Steigerung des Entladungspotentials als auch geringere Trägheit dadurch, daß die leitenden Metallteilchen schnell aus der Funkenbahn entfernt wurden. Ohne kräftiges Anblasen war bei den hohen Funkenzahlen doch die Trägheit der Funkenstrecke etwas zu groß, so daß dann die Bilder auf dem schnell bewegten Film unscharf wurden. Bei niedrigen Funkenzahlen war das Anblasen dagegen nicht erforderlich, da bei diesen die Helligkeit genügend und die Trägheit nicht mehr störend ist. Von Wichtigkeit war ferner die Wahl des Elektrodenmaterials für die Funkenstrecke, insbesondere wiederum bei hohen Funkenzahlen, und zwar mußte ein Material gewählt werden, das eine möglichst große Funkendämpfung besaß. Da wir anfangs diesem Umstande keine besondere Bedeutung beimaßen, verwendeten wir zuerst mit Rücksicht auf seine große photographische Wirksamkeit Magnesium, fanden aber sehr bald, daß mit derartigen Funkenstrecken keine guten Bilder zu erzielen waren. Wir gingen dann zu Kupfer über, welches eine wesentlich größere Funkendämpfung besitzt, und erhielten damit scharfe Aufnahmen. Diese Beobachtung findet auch eine Bestätigung in früheren Beobachtungen von GLATZEL[1]) gelegentlich seiner Untersuchungen an Wasserstofffunkenstrecken, bei welchen sich Magnesium ebenfalls als unbrauchbar für eine gute Löschwirkung erwies, und von WIEN[2]), welcher aus Resonanzkurven die Funkendämpfung für verschiedene Elektrodenmaterialien bestimmte. WIEN fand nämlich für Magnesium 0,059 und für Kupfer 0,09. Noch besser hätte sich vielleicht Silber mit einem Werte von 0,116 geeignet,

Fig. 3.



a mit Tonkreis. b ohne Tonkreis.

[1]) BR. GLATZEL, l. c.
[2]) M. WIEN, Phys. ZS. 11, 282, 1910.

jedoch genügt die Bildschärfe bei Kupferelektroden auch für die höchsten, bisher von uns verwendeten Funkenzahlen vollkommen.

Man könnte nun vielleicht daran denken, die Veränderung der Funkenzahl mit Hilfe eines Tonkreises auszuführen, was immerhin den Vorteil gehabt hätte, daß man mit kleineren Kapazitäten im Primärkreise hätte arbeiten können. Dies ist aber nicht ohne weiteres möglich, da man in diesem Falle nicht einzelne Funken von sehr kurzer Dauer erhält, sondern lediglich Funkengruppen in größeren Abständen, so daß sich auf diese Weise keine scharfen Momentaufnahmen erzielen lassen. Fig. 3a zeigt deutlich diese Erscheinung, welche sich auch schon aus den von Rein[1]) veröffentlichten oszillographischen Aufnahmen über seinen Gleichstromtonsender ergibt. Wir verzichteten daher zunächst auf diese Methode und benutzten lediglich das oben beschriebene Verfahren zur Änderung der Funkenzahl, d. h. Variation von C_1 und J_g, für das Fig. 3b ein Beispiel gibt.

Versuchsergebnisse.

Die auf Tafel I dargestellten Aufnahmen sollen nun einesteils Beispiele für die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten der Methode sowohl auf ballistischem wie physikalischem Gebiete geben, anderenteils aber auch ein Urteil über die Güte des Verfahrens selbst ermöglichen.

Die Schußvorgänge wurden an einer Selbstladepistole unter Verwendung der normalen Ladung (Anfangsgeschwindigkeit etwa 280 m pro Sekunde) aufgenommen. Der Abzug der Waffe konnte elektromagnetisch betätigt werden. Die Auslösung des Abzuges wurde durch Ausschalten des Stromes herbeigeführt, und zwar vermittelst eines Fallverschlusses, welcher gleichzeitig die Öffnung des Objektivs im richtigen Augenblick bewirkte und dessen Geschwindigkeit so eingestellt war, daß der rotierende Film gerade nur während einer Umdrehung belichtet wurde. Die Verwendung eines Fallverschlusses hatte den Vorteil, daß die Beleuchtungsfunkenstrecke dauernd brennen und sich auf einen stationären Zustand einstellen konnte, so daß die einzelnen Funken sehr regelmäßig aufeinander folgten, wie z. B. Fig. 6d (Bildfrequenz 40000) zeigt.

[1]) H. Rein, l. c.

Zweckmäßig ist es dabei, wenn man darauf achtet, daß die Elektrodenspitzen möglichst scharf und sauber sind. Ist dies nicht der Fall, so treten, insbesondere bei hohen Funkenzahlen, leicht infolge von Änderungen im Funkenpotential kleine Unregelmäßigkeiten in der Beleuchtung ein. Die Funkenzahl selbst wird jedoch hierdurch nicht oder nur ganz unwesentlich geändert.

Die Verwendung eines Pendelunterbrechers[1]) zur automatischen Auslösung der Beleuchtungsfunkenstrecke und des Schußvorganges erwies sich speziell bei diesem Verfahren dagegen nicht als zweckmäßig, weil, wenn die Funkenstrecke nur einen sehr kurzen Augenblick (z. B. $^1/_{100}$ Sekunde) eingeschaltet wird, Störungen durch kleine Änderungen im Einsatzpotential sich naturgemäß stärker bemerkbar machen können, so daß die erreichbare Regelmäßigkeit in den photographischen Aufnahmen keineswegs ebenso groß ist wie bei dauerndem Brennen der Funkenstrecke.

Fig. 4a, b, c[2]) ist eine Aufnahme mit etwa 10000 Funken pro Sekunde und stellt das Arbeiten des Verschlußmechanismus der Pistole, insbesondere den Vorgang beim Auswerfen der leeren Patronenhülse dar.

Fig. 5 ist mit 6400 Funken pro Sekunde aufgenommen, und zwar wurde vor die Mündung der Pistole ein Stückchen Holz gestellt, welches dann beim Schuß allmählich zersplitterte. Man sieht deutlich, daß dieser letztere Vorgang sich wesentlich langsamer abspielt, da das Geschoß das Holzstück längst verlassen hat, während die Zersplitterung noch immer weiterwächst. Gleichzeitig beobachtet man, daß auch für das Umfallen des Holzstückes eine relativ große Zeit erforderlich ist.

In Fig. 6 sind Schußaufnahmen mit verschiedenen Funkenzahlen wiedergegeben. Fig. 6a entspricht 56600, Fig. 6b 72000, Fig. 6c 92200 Funken pro Sekunde. Die Mündung der Pistole ist gerade noch sichtbar, aus der Mündung tritt das Geschoß samt den Pulvergasen aus. Diese Aufnahmen bestätigen in sehr schöner Weise die bereits früher gemachte Beobachtung[3]), daß bei Stahlmantelgeschossen der Abschluß des gezogenen Laufes keines-

---

[1]) Bensberg und C. Cranz, Artill. Monatshefte, Nr. 41, S. 333, 1910.

[2]) Die Figuren 4 bis 7 befinden sich auf besonderer Tafel.

[3]) C. Cranz, Anwendung der elektrischen Momentphotographie auf die Untersuchung von Schußwaffen. Halle a. S., Wilh. Knapp, 1901.

Fig. 4 (10000).

a b c

Fig. 5 (6400).

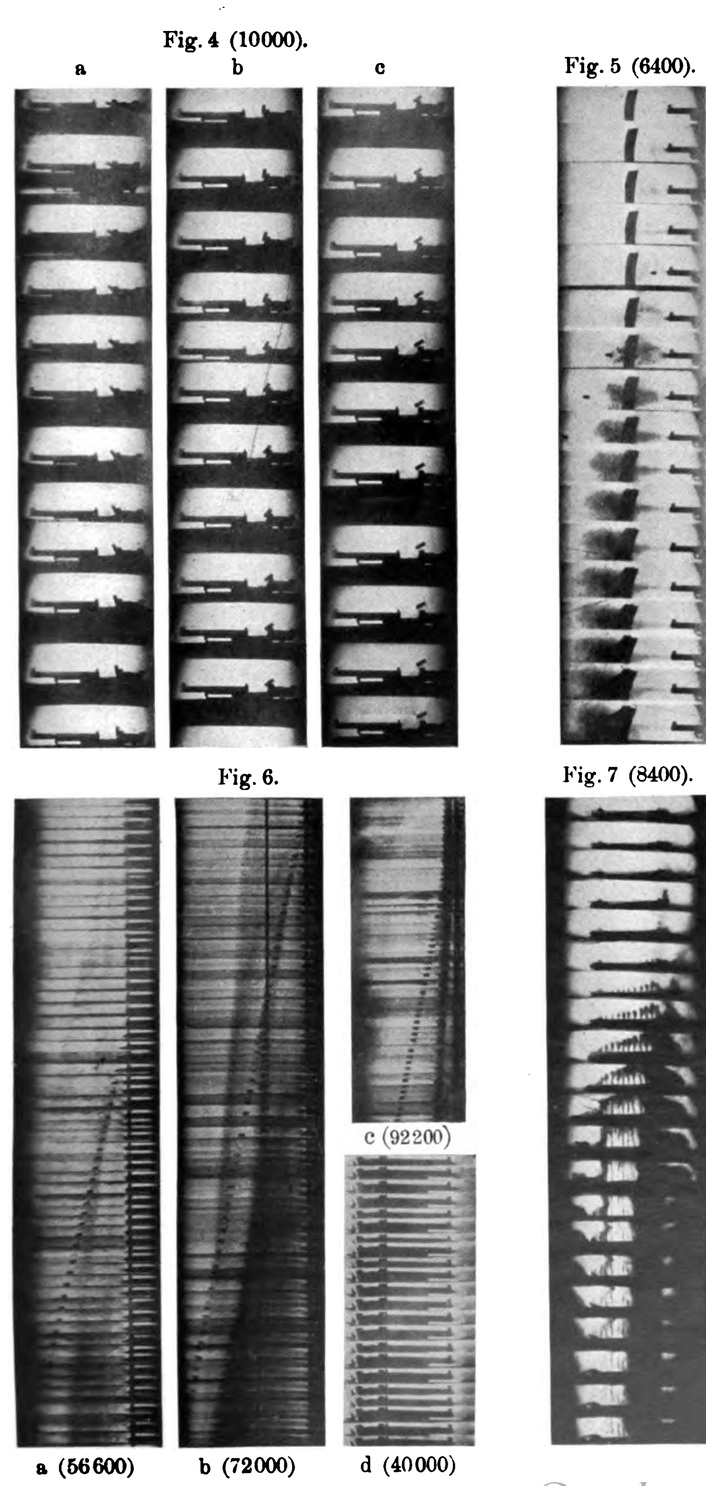


Fig. 6.

Fig. 7 (8400).

c (92200)

a (56600) b (72000) d (40000)

Cranz u. Glatzel.

wegs ein vollkommener ist, sondern daß infolge des hohen Druckes ein Teil der Pulvergase sich zwischen Wandung und Geschoß hindurchpreßt und infolgedessen früher als letzteres den Lauf verläßt. Erst nach einiger Zeit folgt dann das Geschoß und auf dieses die Hauptmasse der Pulvergase. Gleichzeitig erkennt man in den Aufnahmen gut die verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Pulvergase und des Geschosses. Man sieht in Aufnahme Fig. 6 auf einer Flugstrecke des Geschosses von 25,7 cm etwa 72 sukzessive Bilder des vorrückenden Geschosses. Wäre nun die Geschoßgeschwindigkeit hinter der Mündung konstant, so müßte die Reihe der Geschoßbilder stets eine schiefe gerade Linie bilden; tatsächlich ist aber, wie wir auf einzelnen Aufnahmen beobachten konnten, die Linie ein wenig gekrümmt, und zwar im Sinne einer geringen Abnahme der Geschwindigkeit. Es ist beabsichtigt, das Verfahren später auch zur Untersuchung der Frage anzuwenden, unter welchen Bedingungen die Geschwindigkeit eines Gewehrgeschosses von der Mündung ab durch den Druck der nachströmenden Pulvergase zunächst noch eine Zeitlang wächst — diese Frage wurde früher von anderer Seite mehrmals behandelt, ist jedoch für Handfeuerwaffen noch nicht geklärt —. Auch zur Rücklaufmessung und zum Studium der Durchschießung einer Panzerplatte soll die Methode benutzt werden; wir hoffen später darüber berichten zu können, die Versuche selbst sind erst begonnen.

Fig. 7 stellt die Durchschießung eines mit Wasser gefüllten Bleirohres dar[1]), welches an seiner Oberseite mit einer Reihe von Löchern versehen ist, um dem Wasser den Austritt zu ermöglichen. Der lichte Durchmesser des Rohres war 25 mm, die Länge 164 mm; der Durchmesser der Öffnungen betrug 2,7 mm. An den Enden war das Rohr mit Gummihäutchen verschlossen. Man sieht an den herausschießenden Wasserstrahlen sehr schön die Druckfortpflanzung im Wasser beim Eindringen des Geschosses.

Diese Aufnahme ist mit 8400 Funken pro Sekunde ausgeführt.

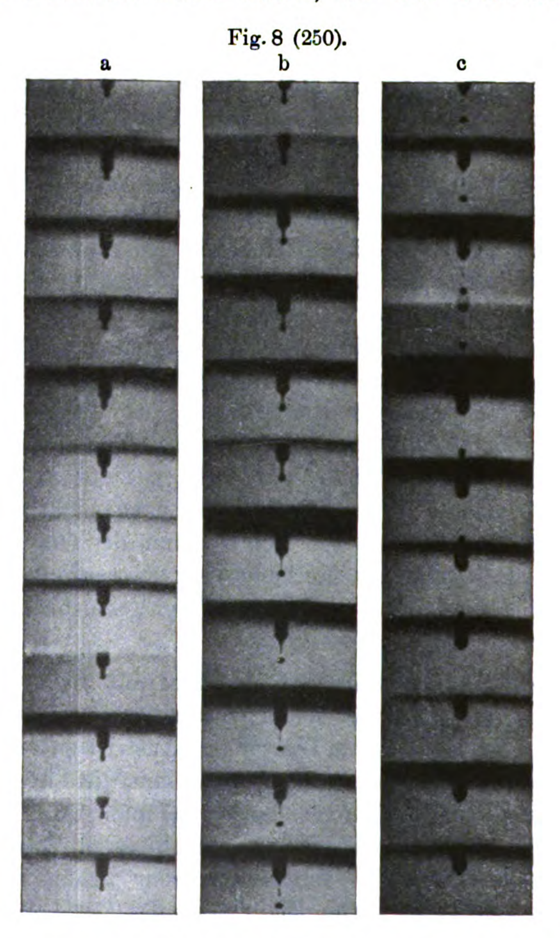
Fig. 8 a, b, c endlich stellt die kinematographische Wiedergabe eines sehr langsamen Vorganges dar, nämlich eines herabfallenden Tropfens. Die Funkenfrequenz beträgt hier etwa 250 pro Sekunde.

[1]) Vgl. auch C. Cranz u. K. R. Koch, l. c., über ähnliche frühere Versuche.



Sie soll zunächst nur zeigen, in wie einfacher Weise man auch derartige physikalische Vorgänge in ihren verschiedenen Stadien festhalten kann. Auf die theoretischen Folgerungen, welche sich aus dieser Aufnahme ziehen lassen, soll hier nicht eingegangen,

Fig. 8 (250).



sondern nur auf ähnliche Aufnahmen hingewiesen werden, welche bereits 1887 Lenard [1]) ausgeführt hat.

Von wesentlich größerem physikalischen Wert würde es aber sein, sehr schnell sich abspielende Vorgänge zu untersuchen, wie

---

[1]) Ph. Lenard, Wied. Ann. **30**, 209, 1887.

z. B. die elektrische Doppelbrechung und Ähnliches. Hierfür ist jedoch erforderlich, die Methode noch in der Weise abzuändern, daß sie mit der TÖPLERschen Schlierenmethode vereinigt wird, um so die Entwickelung von Inhomogenitäten in den im Strahlengang befindlichen Körpern nachzuweisen.

Derartige Fragen hoffen wir in dem zweiten Teile dieser Arbeit behandeln zu können.

Die Versuche wurden im ballistischen Laboratorium der Militärtechnischen Akademie zu Charlottenburg ausgeführt.

Charlottenburg, April 1912.

Über die Zerfallskonstante des Poloniums;
von E. v. Schweidler.

(Eingegangen am 30. April 1912.)

Nachdem durch längere Zeit die Zerfallskonstante des Poloniums infolge der Differenzen in den Angaben verschiedener Autoren ziemlich unsicher war (Halbwertszeit T zwischen 134,5 und 143 Tagen), hat kürzlich an dieser Stelle E. Regener[1]) gezeigt, daß unvollkommene Sättigung des Stromes eine Fehlerquelle bildet, die die Halbwertszeit zu groß ausfallen läßt, und auf Grund eigener Versuche, bei denen diese Fehlerquelle vermieden war, als wahrscheinlichsten Wert angegeben:

$$T = 136{,}0 \pm 0{,}5 \text{ Tage.}$$

Im folgenden wird über Messungen berichtet, bei denen vor allem die Länge der Beobachtungszeit den Einfluß von Fehlern herabdrückt. Das untersuchte Präparat war eine von der Firma Dr. R. Sthamer (Hamburg) bezogene, nach dem Marckwaldschen Verfahren einseitig mit Poloniumüberzug versehene Kupferplatte von 4 cm Durchmesser.

a) Vom 17. Oktober 1904 bis 5. Januar 1906 wurde die Aktivität dieses Präparates nach einer direkten galvanometrischen Methode gemessen; die Spannung betrug etwa 2000 Volt, die Kondensatorform entsprach ungefähr dem Schema IV in der den Einfluß der Kondensatorform auf die Sättigungskurve behandelnden Arbeit E. Regeners[2]); nach den dort angeführten Resultaten ist sie (zusammen mit Schema II) als zweitbeste zu bezeichnen.

Ein Teil der Messungsergebnisse ist bereits in einer Arbeit von St. Meyer und mir[3]) enthalten; in der folgenden vervollständigten Tabelle gibt die erste Kolumne die Zeit in Tagen an ($t = 0$ am 17. Oktober 1904), die zweite den beobachteten Wert des Stromes in 10^{-10} Amp., die dritte dessen Logarithmus (der Meßgenauigkeit entsprechend auf drei Stellen abgerundet); unter Ausschluß des letzten, wegen der Kleinheit des Galvanometer-

---

[1]) E. Regener, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1027, 1911.
[2]) E. Regener, ebenda, S. 1067, 1911.
[3]) St. Meyer und E. v. Schweidler, Wien. Ber. **114** [2a], 392, 1905.

ausschlages nicht mehr sehr zuverlässigen Wertes, wurden hieraus in der Formel $\log J = A - Bt$ die Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet und hiernach die „berechneten" Werte des log in die vierte Kolumne eingesetzt. Die Summe der Fehlerquadrate läßt die Genauigkeit des Resultates beurteilen.

t	J	$\log J$ (beobachtet)	$\log J$ (berechnet)	t	J	$\log J$ (beobachtet)	$\log J$ (berechnet)
0	140,0	2,146	2,1479	85	91,7	1,962	1,9602
9	135,0	2,130	2,1280	103	82,0	1,914	1,9205
30	123,0	2,090	2,0817	116	77,0	1,886	1,8918
41	113,3	2,054	2,0474	133	72,0	1,857	1,8513
54	105,0	2,021	2,0287	149	66,7	1,824	1,8189
64	102,7	2,012	2,0066	(445)	(14,7)	(1,167)	(1,1654)

$A = 2{,}1479$; $B = 220{,}8 \,.\, 10^{-5}$; $T = 136{,}3 \pm 0{,}6$ Tage.

b) Durch mehrere Jahre ruhte die Platte unverwendet und vor mechanischen Beschädigungen geschützt. Vom 3. Dezember 1910 bis 20. April 1912 wurde ihre Aktivität nach einer elektrometrischen Methode gemessen (WULFsches Saitenelektrometer, Kondensatorform wie oben, Kapazität = 7,36 cm). Die folgende Tabelle enthält wieder die Zeit in Tagen ($t = 0$ am 4. Dezember 1910), die beobachteten Aktivitäten (J in 10^{-3} Volt/Minuten), wobei jede Zahl ein Mittelwert aus acht Messungen ist, deren je vier an den beiden das eingesetzte Datum einschließenden Tagen vorgenommen wurden. Der Abfall zeigt das Bestehen einer Restaktivität an, die wohl auf Anwesenheit von RaD, vielleicht auch auf Spuren von Ra zurückzuführen ist, da bisweilen Anzeichen einer schwachen Emanationsentwickelung auftraten.

Zur Berechnung der Konstanten ist ein langwieriges Annäherungsverfahren notwendig. Durch probeweises Einsetzen verschiedener Werte für den Rest R wurde jener Wert ermittelt, bei dessen Wahl die Kurve $\log J' = \log(J - R)$ als Funktion der Zeit sich am besten einer Geraden anschließt. Es ergab sich: $R = 1080$; die Abweichungen von einer Geraden werden natürlich für die späteren Messungen immer bedeutender. Bloß unter Verwendung der ersten elf Messungen (bis einschließlich $t = 130$) wurden wieder nach der Methode der kleinsten Quadrate die Konstanten der Formel $\log J' = A - Bt$ bestimmt. Das Resultat

stimmt zufällig mit dem der Messungsreihe (a) sehr gut überein, seine Genauigkeit ist aber nicht größer als etwa 1 Proz.

t	J	J'	log J' (beobachtet)	log J' (berechnet)
0	2270	1190	3,076	3,076
10	2203	1123	3,050	3,054
20	2156	1076	3,032	3,032
30	2100	1020	3,009	3,010
40	2048	968	2,986	2,988
50	2007	927	2,967	2,966
60	1964	884	2,946	2,943
70	1939	859	2,934	2,921
80	1860	780	2,892	2,899
110	1757	677	2,831	2,832
130	1692	612	2,787	2,789
152	1634	554	2,744	2,740
175	1552	472	2,674	2,689
187,5	1516	436	2,639	2,662
210	1466	386	2,587	2,612
319	1316	236	2,373	2,371
373	1277	197	2,294	2,252
408	1244	164	2,215	2,174
452	1199	119	2,075	2,077
502,5	1176	96	1,982	1,966

Daraus folgt: $A = 3{,}0760$; $B = 221{,}0 \cdot 10^{-5}$; $T = 136{,}2 \pm 1{,}4$ Tage.

c) Werden die in den Versuchsreihen a) und b) ermittelten Werte der Aktivität in gleichen Einheiten (des statischen Maßsystemes) ausgedrückt, so läßt sich für die Zwischenzeit die Zerfallskonstante ermitteln. Aus den „berechneten“ Werten ergibt sich:

bei a): $t = 85$ (10. Jan. 1905): $\log J = 1{,}9602$,
$J = 91{,}24 \cdot 10^{-10}$ Amp.,
$= 27{,}37$ stat. Einh.;

bei b): $t = 60$ (2. Febr. 1911): $\log J = 2{,}9430$,
$J = 877{,}0 \cdot 10^{-3}$ Volt/Min.,
$= 3{,}586 \cdot 10^{-4}$ stat. Einh.;

also: 10. Januar 1905: $\log J = 1{,}4373$,
2. Februar 1911: $\log J = 0{,}5546 - 4$

$\Delta t = 2214$ Tage; $\Delta \log = 4{,}8827$

und hieraus $\frac{d}{dt} \log J = 0{,}002205$; $T = 136{,}5$ Tage.

Da die eingesetzten Werte der Aktivität bereits ausgeglichene sind, ist ihr Fehler jedenfalls sehr klein; bei der Reduktion auf statische Einheiten kommen noch die Fehler in der Bestimmung des Reduktionsfaktors des Galvanometers, der Empfindlichkeit des Elektrometers und der Kapazität in Betracht. Wird für jede dieser Bestimmungen der hoch eingeschätzte Fehler von 2 Proz. und zufällige Summierung dieser Einzelfehler angenommen, so ist der Quotient J_0/J_1 um 6 Proz., die Differenz der Logarithmen um 0,025 falsch; der maximale Fehler des Resultates ist also rund 5 Promille, der wahrscheinliche kann etwa auf die Hälfte veranschlagt werden. Somit kann angenommen werden, daß die Halbwertszeit des Poloniums:

$$T = 136{,}5 \pm 0{,}3 \text{ Tage}$$

beträgt, was mit Regeners Resultat gut übereinstimmt.

Zusammenfassung der Resultate: Die Untersuchung des Abfalles der Aktivität eines Poloniumpräparates ergab:

a) aus einer galvanometrisch ausgeführten Messungsreihe über 445 Tage . . . . $T = 136{,}3 \pm 0{,}6$ Tage

b) aus einer elektrometrisch ausgeführten Messungsreihe über 500 Tage . . . . $T = 136{,}2 \pm 1{,}4$ „

c) aus dem Abfall in der Zwischenzeit von rund 2200 Tagen . . . . $T = 136{,}5 \pm 0{,}3$ „

Innsbruck, Physikal. Inst. d. Univers., 29. April 1912.

Über den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme;

von J. Koenigsberger.

(Eingegangen am 5. Mai 1912.)

In der Notiz „Über den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme“ [1]) ist leider übersehen worden, daß F. RICHARZ [2]) die hohen Atomwärmen der Alkalimetalle, die schon bei Zimmertemperatur den Wert 6 weit überschreiten, auf den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme zurückgeführt hat. F. RICHARZ hat hervorgehoben, daß die gute elektrische Leitfähigkeit dieser Elemente und ihr ausgeprägt elektropositiver Charakter auf relativ viel freie Elektronen hinweist. Daß der Maximalwert von c_v bei einem Metall den Wert 6 erheblich übersteigen kann, scheint auch aus neueren Messungen an Wolfram [3]) hervorzugehen, die auf einen konstanten Endwert von über 7 hinweisen.

Es sei noch bemerkt, daß ein anderer Beweis für den Anteil der freien Elektronen an der spezifischen Wärme als die Überschreitung des Wertes 6 nicht sehr leicht zu finden sein dürfte. So wie die Formel von EINSTEIN als Summationsformel für zwei oder mehrere Schwingungen gefaßt wird, ist die Entscheidung schwierig, ob bei niederen oder mittleren Temperaturen z. B. für Metall bzw. Isolator die zwei Schwingungen nach NERNST-LINDEMANN genügen, oder ob noch ein ebenfalls nach der Quantentheorie variabler Elektronenanteil beim Metall hinzukommt. Nur wenn man auf anderem Wege genaue Zahlen für die zwei Atomschwingungen von NERNST-LINDEMANN finden würde, könnte man ohne Willkür entscheiden, ob die freien Elektronen zu berücksichtigen sind.

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 275, 1912.
[2]) F. RICHARZ, ZS. f. anorg. Chem. **58**, 356, 1908.
[3]) O. M. CORBINO, Phys. ZS. **13**, 375, 1912.

Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetische Grunderscheinung;

von Karl Lichtenecker.

(Eingegangen am 12. Mai 1912.)

Mit seinem Aufsatze „Über eine physikalische Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde“ [1]) hat E. GEHRCKE das Verdienst, eine Frage zur Diskussion gestellt zu haben, mit der sich zwar wohl fast jeder Physiker auseinandergesetzt und auf irgend eine Art abgefunden hat, die aber trotz ihres grundlegenden Charakters bisher keine eingehende Behandlung in der Literatur erfahren hat, wohl weil sie als eine Sache angesehen wurde, die mehr auf dem philosophischen Gebiete läge oder doch wenigstens auf der Grenze zwischen Philosophie und Physik.

1. Es ist wohl außer Frage, daß weder das elektrostatische Feld eines elektrischen Elementarquantums noch seine fortschreitende Bewegung in irgend einer Weise einen der beiden gleichwertigen und gleichmöglichen Drehungssinne um die Fortschreitungsrichtung als Achse, in welchen ein Quereffekt, die magnetische Zustandsänderung, erfolgen kann, festlegt.

Ebenso unbestreitbar erscheint es, daß die Unsymmetrie bezüglich der magnetischen Wirkung, da sie durch die translatorische Bewegung nicht hineingetragen sein kann, schon vor einer solchen Bewegung, also auch in einem Felde ruhender Elektrizitätsladungen vorhanden sein muß.

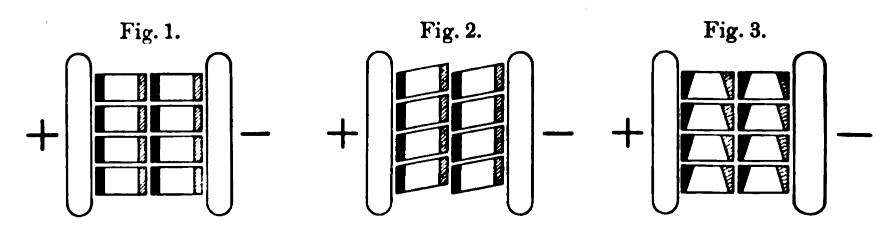
2. Dagegen ist noch nicht klargestellt worden, welche wesentliche Beschaffenheit Annahmen haben müssen, welche geeignet sind, die in der magnetischen Wirkung gelegene Unsymmetrie „zureichend zu begründen“. Auf spezielle Modelle soll dabei zunächst nicht eingegangen, sondern nur ein wesentliches Postulat ausgesprochen werden. Herr GEHRCKE kommt zu dem Schlusse, „es bleibe nur die elektrische oder magnetische Kraft selbst übrig, in denen der Sitz der Unsymmetrie gesucht werden kann“.

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 379, 1912.

Als Beispiel solcher Zusatzannahmen gibt GEHRCKE erstens ein schematisches Bild der Struktur eines elektrostatischen Kraftfeldes zwischen geladenen, parallelen Kondensatorplatten im Anschlusse an HERTZ; zweitens die Annahme J. J. THOMSONS, wonach die elektrostatischen Kraftlinien eine bestimmte Rotation besitzen, an.

3. In der vorliegenden Mitteilung soll nun dargelegt werden, daß irgend eine wie immer geartete Annahme über das elektrische oder magnetische Feld im ladungsfreien Raume (Äther) die Unsymmetrie der magnetischen Wirkung überhaupt nicht „zureichend begründen“ kann. Zunächst soll dies an den beiden angeführten Beispielen gezeigt werden,



von denen GEHRCKE sagt, daß sie geeignet seien, die Unsymmetrie der magnetischen Wirkung logisch zu gestatten.

In dem ersten Beispiel werden der vollkommen symmetrischen Struktur eines polarisierten elektrostatischen Kraftfeldes im freien Äther nach HERTZ (Fig. 1) unsymmetrische Strukturen gegenübergestellt, die die Polarisationselemente selbst (Fig. 2) oder die Ladungen innerhalb derselben (Fig. 3) verschoben zeigen in einer bestimmten Richtung senkrecht zur Richtung der dielektrischen Polarisation. Eine solche Unsymmetrie der Polarisation bezüglich der auf den Kondensatorplatten senkrechten Mittelachse anzunehmen, erscheint nicht zulässig. Es müßte sich dann nämlich bei Drehung des ganzen Kondensators um diese Achse der Polarisationszustand im Dielektrikum (bzw. im freien Äther) entweder mit ändern, was wegen der geometrischen Symmetrie der ganzen Kondensatoranordnung bezüglich dieser Achse nicht möglich ist, oder aber es bliebe eine Verschiebung in einer bestimmten Richtung senkrecht zur Achse auch bei einer Drehung des Kondensators dauernd bestehen, was eine Bevorzugung dieser Richtung im Raume ohne jeden erkennbaren Grund bedeuten würde.

Etwas anders verhält es sich mit dem zweiten Beispiel, der THOMSONschen Drehung der elektrostatischen Kraftlinien. Diese Annahme ist zwar geeignet, die erfahrungsgemäß gegebene Unsymmetrie der magnetischen Wirkung aus ihr zu folgern, aber sie steht selbst nicht mit einer strengen Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde im Einklange. Wenn wir in der Richtung der elektrostatischen Kraftlinie z. B. von der positiven nach der negativen Belegung hinschauen, so ist bezüglich der für die Kraftlinien anzunehmenden Rotation ein Umlauf im Sinne des Uhrzeigers von vornherein gleich möglich und gleichberechtigt wie ein Umlauf im entgegengesetzten Sinne; eine bestimmte Festsetzung hierüber entbehrt der „zureichenden Begründung“. Mit der Annahme einer Rotation der elektrostatischen Kraftlinien um ihre eigene Richtung als Achse ist also die vorliegende Schwierigkeit an eine andere Stelle verlegt, aber nicht beseitigt. Analoges ist von der Annahme LODGES über die magnetischen Kraftlinien zu sagen, so daß es sich erübrigt, darauf näher einzugehen.

Das gleiche kann man von irgend einer beliebigen anderen hypothetischen Unsymmetrie des elektrischen Feldes sagen. Es gibt eben nach unseren allgemein in Gebrauch stehenden Anschauungen wohl zwei Genera der Elektrizität, aber nur ein Genus der elektrischen Kraftröhre, die zwischen jenen beiden sich erstreckt. Um diesem e i n e n Genus von Kraftlinien irgend eine Eigenschaft zuzuschreiben, die, in der oben definierten „Richtung“ der Kraftlinie gesehen, axialen Charakter in einem bestimmten der beiden möglichen Drehsinne hat, fehlt eben der zureichende Grund.

Mit dem zuletzt Dargelegten steht nicht im Widerspruche, daß man zwischen den beiden Umlaufsrichtungen dadurch Auswahl treffen kann, daß man sich für jene entscheidet, die zu dem durch die Erfahrung gegebenen Umlaufssinn des induzierten Magnetfeldes führt. Damit ist zwar — genau wie mit der AMPÈREschen Schwimmerregel — dem Satze von der eindeutigen Bestimmtheit des physikalischen Geschehens, aber nicht dem Satze vom zureichenden Grunde genügt.

4. Im vorstehenden ist schon angedeutet, auf welchem Wege die vorliegende Schwierigkeit zu beheben und dem Satze vom zureichenden Grunde zu genügen ist. Da die Anzahl der gleichberechtigten Möglichkeiten, über die wir zu verfügen haben, zwei

beträgt, nämlich die beiden einer bestimmten Fortschreitungsrichtung als Achse zugehörigen Drehungsrichtungen, so können wir sie nur jenem Element unseres elektromagnetischen Mechanismus eindeutig zuweisen, das zwei wesentlich verschiedene Genera besitzt, und das ist, da es wahre magnetische Ladungen nach unseren derzeitigen Kenntnissen nicht gibt, einzig das negative und das positive Elementarquantum der elektrischen Ladung.

Man hätte danach zu sagen: Die beiden Arten von elektrischen Elementarladungen besitzen außer ihren sonstigen gegensätzlichen Eigenschaften, also z. B. der, daß sie bei der Zusammenfügung zu einer Gesamtladung sich verhalten wie positive und negative algebraische Zahlen, daß sie ferner in einem elektrischen Kraftfelde in entgegengesetzten Richtungen bewegt werden, auch noch eine axiale Verschiedenheit (über deren Natur für die gegenwärtigen Betrachtungen keine speziellen Annahmen erforderlich sind), die im Ruhestande der Ladungen nach außen nicht in Erscheinung tritt, die aber im Zustande der Bewegung einen unsymmetrischen Quereffekt hervorruft, der bei gegebenem äußeren Felde für beide Arten von Elektrizitätsquanten ein und denselben bestimmten Drehungssinn hat. Die beiden gleichberechtigten Möglichkeiten, die den einer gegebenen Translationsrichtung zugeordneten beiden Drehungsrichtungen entsprechen, sind in der Natur gleichmäßig (und sogar in der gleichen Individuenzahl) verwirklicht; sie realisieren das negative und positive Elementarquantum der Elektrizität[1]). Damit ist dem Satze vom zureichenden Grunde streng genügt.

5. Nicht um Grundlagen einer speziellen elektromagnetischen Theorie zu entwickeln, sondern um an einem Beispiele zu zeigen, wie eine axial gegensätzliche Beschaffenheit von Individuen, wobei keiner der beiden für die axiale Verschiedenheit in Betracht kommenden Fälle in irgend einer Weise vor dem anderen bevorzugt ist, einen Quereffekt in einem einzigen, bestimmten Sinne zur Folge hat, soll die in § 4 enthaltene allgemeine Überlegung auf ein Modell mit der gleichen Genuszahl (zwei) Anwendung finden.

Gegeben seien Spindeln mit Schraubenflächen; der Rechts- und Linksschraube entsprechend gehört jedes der Individuen

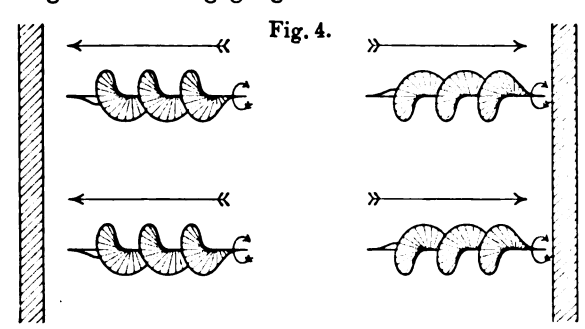
[1]) Ich wurde angeregt, darauf hinzuweisen, daß auch sonst in der Natur, wo diese beiden axialen Möglichkeiten vorliegen, sie beide an verschiedenen Arten realisiert sind (Hopfen- und Weinranke).



einem der beiden gleichmöglichen und gleichberechtigten Genera an. Ihre Achsenrichtungen seien nach dem Prinzip der Unordnung im Raume verteilt.

Durch irgend ein Kraftfeld, das auf unsere Individuen überhaupt einwirkt, mögen die Individuen beider Genera in entgegengesetzten Richtungen angetrieben werden. Durch das Auftreten des Kraftfeldes wird im widerstehenden Mittel durch die eingeleitete Bewegung (man beachte: erst durch die Bewegung, nicht durch das Feld als solches) die molekulare Unordnung der Individuen aufgehoben und ihre Achsen werden gleichgerichtet; durch die translatorische Bewegung der Individuen beider Genera, die im entgegengesetzten Sinne erfolgt, wird nun im widerstehenden Medium wegen des entgegengesetzten Schraubensinnes beider

Fig. 4.



Genera von allen Individuen eine Rotation in einem einzigen Sinne erzeugt (Fig. 4). Dieser Drehungssinn kehrt sich, wie man sieht, bei Umkehrung der Richtung des äußeren Feldes um. Damit ist die axiale Unsymmetrie der Querwirkung unter Annahmen, die dem Satze vom zureichenden Grunde streng entsprechen, gegeben.

6. Die wesentliche Schwierigkeit, die der Zuweisung der axialen Differenziertheit an die Elektrizitätsquanten selbst entgegenzustehen scheint, könnte man darin sehen, daß axiale (magnetische) Wirkungen eines homogenen elektrostatischen Feldes im Gleichgewichtszustande nicht bekannt sind. Es sei darauf hingewiesen, daß auch die Individuen unseres Modells in dieser Hinsicht analoges Verhalten zeigen, wie es der elektromagnetischen Erfahrung entspricht.

Leipzig, am 9. Mai 1912.

Über einige lichtelektrische Beobachtungen an Al und Mg;

von R. Pohl und P. Pringsheim.

(Eingegangen am 14. Mai 1912.)

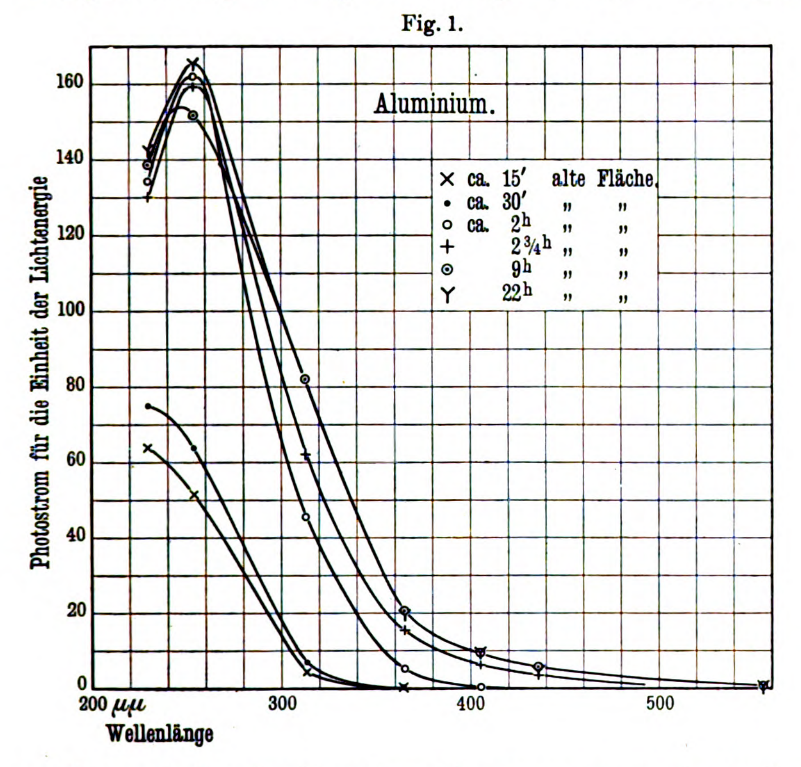
In letzter Zeit haben mehrere Autoren gefunden, daß die lichtelektrische Empfindlichkeit von Metalloberflächen im hohen Vakuum nicht gleich konstant ist, sondern anfänglich mit der Zeit zunimmt. Zuerst hat MILLIKAN[1]) gezeigt, daß an einer Al-Platte durch dauernde lebhafte Bestrahlung bei möglichst niedrigem Gasdruck die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen auf ein Vielfaches ihres Anfangswertes ansteigt; gleichzeitig wächst, wie in einer neueren Arbeit[2]) mitgeteilt wird, die Zahl der Elektronen sehr bedeutend, und zwar für alle untersuchten Metalle (Al, Cu, Fe usw.) nach einer Belichtung von 24 Stunden auf das Zwei- bis Vierfache. Wird dann die Bestrahlung unterbrochen, so sinken im Laufe von weiteren 12 Stunden die Werte wieder um etwa 20 Proz.; nur in einem Falle — an Cu — stieg auch dann die Stromstärke noch weiter auf etwa das Doppelte; ob ein Maximalwert erreicht wurde, ist nicht angegeben. DIKE[3]), der den lichtelektrischen Effekt an dünnen durch Kathodenzerstäubung hergestellten Pt-Schichten untersuchte, fand, daß unmittelbar nach Herstellung der Schicht und vollständiger Evakuierung des Gefäßes das Metall ganz unempfindlich war und unter im übrigen konstant gehaltenen Verhältnissen erst nach einiger Zeit Elektronenemission auftrat. Dasselbe gibt ROBINSON[4]) für seine in der gleichen Weise erzeugten Pt-Flächen an und zeigt, daß, wenn späterhin Gas in das Rohr gelassen wird, nach abermaliger Evakuierung die lichtelektrische Empfindlichkeit zunächst sehr klein ist und erst allmählich ansteigt, ohne jedoch in der Regel den ursprünglichen Wert wieder zu erreichen.

---

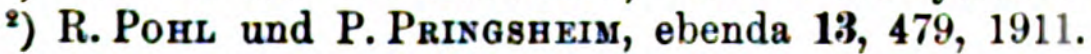
[1]) R. A. MILLIKAN, Phys. Rev. **32**, 287, 1910.
[2]) R. A. MILLIKAN und J. R. WRIGHT, ebenda **34**, 68, 1912.
[3]) P. H. DIKE, ebenda **32**, 631, 1911.
[4]) J. ROBINSON, Phys. ZS. **13**, 276, 1912.

Wir haben bei Gelegenheit anderer Versuche analoge Erscheinungen in sehr ausgeprägtem Maße an Al und Mg beobachtet, und wir hoffen, daß unsere Messungen vielleicht zu einer späteren Klärung der Frage besonders geeignet sind, weil wir bei der Herstellung der Metallflächen mechanische Hilfsmittel oder elektrische Entladungsvorgänge vermeiden und außerdem die spektrale Energieverteilung der erregenden Lichtquelle messen. Die Metalle

Fig. 1.



wurden nach dem bereits anderweitig von uns angegebenen Verfahren[1]) im Vakuum verdampft und auf einem durch fließendes Wasser gekühlten Pt-Blech niedergeschlagen. Der Gasdruck betrug beim Abschmelzen der Zellen von der Pumpe stets unter 10^{-3} mm; zu den lichtelektrischen Messungen wurde die früher beschriebene elektrische und optische Anordnung[2]) verwendet, als be-

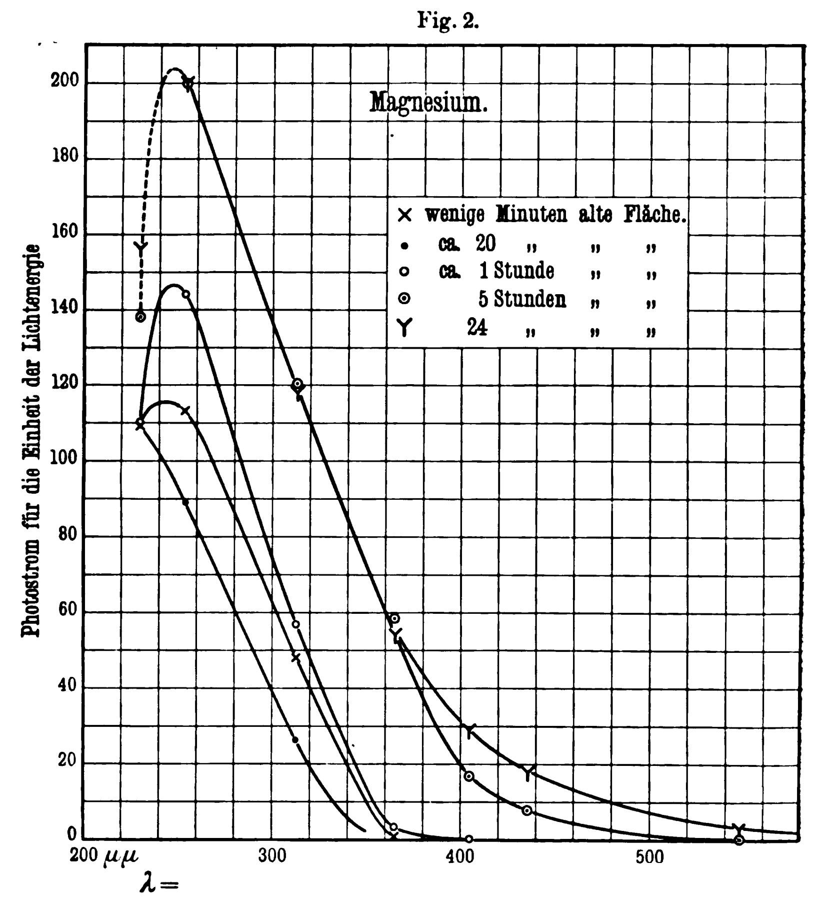


[1]) R. Pohl und P. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 46 u. 506, 1912.
[2]) R. Pohl und P. Pringsheim, ebenda **13**, 479, 1911.

schleunigende Spannung wurden 110 Volt benutzt, und wir überzeugten uns, daß wir hierbei stets im Sättigungsgebiet arbeiteten.

Die beiden Metalle verhielten sich qualitativ ganz gleich; sofort nach Fertigstellung der Zelle war die lichtelektrische Empfindlichkeit verhältnismäßig gering, schnitt schon bei etwa

Fig. 2.



$\lambda = 365\,\mu\mu$ ab und besaß im Ultraviolett den für den reinen Normaleffekt typischen Verlauf: mit abnehmender Wellenlänge stark anwachsende Elektronenemission. Mit der Zeit stieg dann die Empfindlichkeit, und zwar hauptsächlich im langwelligen Gebiet, so daß die Grenze der Erregbarkeit sich dauernd gegen das rote Ende des Spektrums hin verschob. Gleichzeitig bildete

sich im Ultraviolett ein deutliches Maximum aus. Die Veränderung ging manchmal ziemlich langsam vor sich, bei manchen Zellen aber auch so schnell, daß zwei unmittelbar nacheinander gemessene Reihen bereits ganz verschiedene Kurventypen ergaben. Der Grund für die Verschiedenheit ist wohl in ungleich schneller Verdampfung bei Herstellung der Metallflächen zu suchen, doch können wir darüber Sicheres noch nicht aussagen. Tabelle 1 gibt die im Verlauf von 22 Stunden an einer Al-Zelle gemessenen Zahlen, Tabelle 2 die Werte, wie sie an einer Mg-Fläche in 20 Stunden gefunden wurden.

Tabelle 1. Aluminium.

Wellenlänge	Zahl der Elektronen für die Einheit der Lichtenergie					
	Alter der Metallfläche					
$\mu\mu$	etwa 15′	etwa 30′	etwa 2^h	2$^3/_4$^{h}	9^h	22^h
230	64	75	134	130,2	138,5	142,5
254	51,4	63,5	162	159	151,5	165
313	4,83	6,2	45	62	82	81
365	0,18	0,20	5,23	15,6	20,3	19,4
405	—	—	>0	6,3	9,7	9,2
436	—	—	—	3,5	5,2	4,5
546	—	—	—	—	>0	>0
Nr.	2329–2332	2334–2337	2338–2343	2344–2349	2357–2363	2364–2370

Tabelle 2. Magnesium.

Wellenlänge	Zahl der Elektronen für die Einheit der Lichtenergie				
	Alter der Metallfläche				
$\mu\mu$	wenige Min.	etwa 20′	etwa 1^h	5^h	20^h [1])
230	109	109	110	138	156
254	89	113	144	200	200
313	26,3	48,3	47	120	118
365	—	1,5	3,03	58,5	54
405	0	0	0	17,7	29,0
436	—	—	—	7,9	17,7
546	—	—	—	0	2,4
Nr.	2114—2126	2123—2126	2127a-2130a	2127—2134	2143—2150

[1]) Der Maßstab in der 6. Spalte unterscheidet sich von dem der übrigen durch einen von 1 etwas verschiedenen Faktor, da eine Blende im Strahlengang nicht genau ausgemessen wurde.

Die beiden Tabellen sind in Fig. 1 und 2 graphisch dargestellt. Man sieht aus denselben, daß die Zellen im Zustand ihrer höchsten Empfindlichkeit bis ins Grün erregbar sind. Dies entspricht dem Verhalten, wie wir es bei dem größten Teil der zahlreichen von uns hergestellten Oberflächen gefunden haben. In einigen Fällen jedoch gelang es uns — wohl infolge besonders günstiger Verhältnisse bei der Verdampfung —, noch bedeutend weiter zu kommen, und zwar sowohl für Mg als für Al. Tabelle 3 und Fig. 3 gibt die Kurven, die an solchen extrem empfindlichen Zellen gemessen wurden.

Tabelle 3.
Metalle im Zustande maximaler Empfindlichkeit.

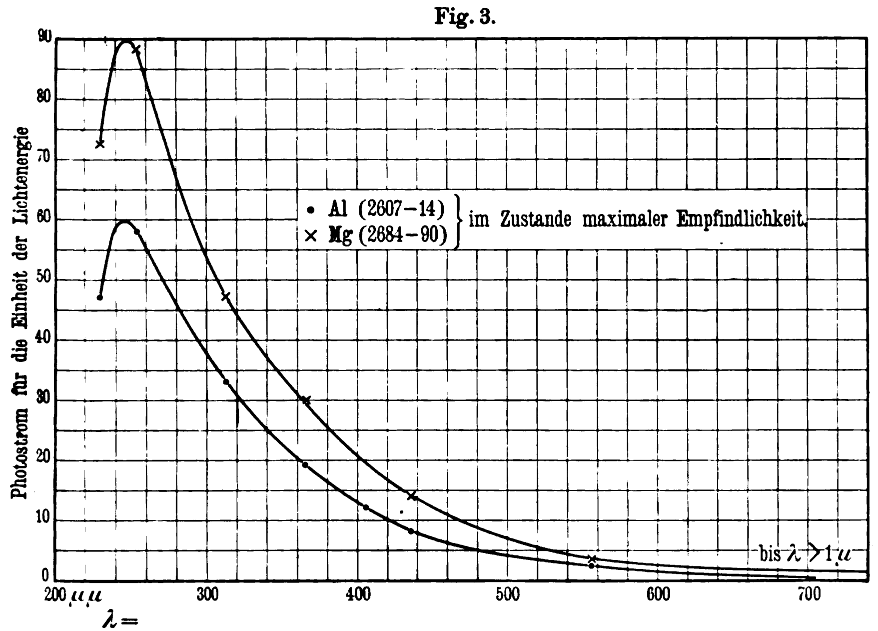
Wellenlänge $\mu\mu$	Photostrom für die Einheit der Lichtenergie	
	Aluminium	Magnesium
230	47,1	36,3
254	58,5	44,3
313	33,0	23,4
365	19,5	15,0
405	12,1	9,9
436	8,2	7,1
546	3,16	2,9
etwa 700	>0	—
>1000	0	>0
	Nr. 2607—2614	2684—2690

In solchen Zellen konnte Al noch durch Licht von etwa 700 $\mu\mu$, wie es von einer Jod-Schwefelkohlenstofflösung durchgelassen wird, in Gang gebracht werden, während am Mg sogar hinter einer vollkommen undurchsichtigen 0,38 mm dicken Ebonitplatte bei Bestrahlung mit einer 16 kerzigen Rubinglasglühlampe, d. h. also einer Wellenlänge $\lambda =$ etwa 1,5 μ, deutlich nachweisbare Elektronenemission auftrat. Die Empfindlichkeit im Rot war bei der letzteren Zelle so groß, daß die Einschaltung der roten Dunkelkammerlampe in 4 m Abstand von der Metallplatte an unserem Elektrometer einen Ausschlag über die ganze Skala hervorrief, was einem Strom von etwa $4 . 10^{-10}$ Amp. entspricht, obwohl die vom Licht getroffene Fläche höchstens 1 qcm betrug. Es ist also möglich, aus technischem Al und Mg lichtelektrische Zellen herzustellen, die annähernd das gleiche leisten, wie die

empfindlichsten, nach der Methode von ELSTER und GEITEL[1]) durch Kolloidierung gefärbten Alkalizellen[2]).

Hat die Empfindlichkeit der Al- bzw. Mg-Schicht ihren größten Wert erreicht, was meist nach 6 bis 10 Stunden der Fall ist, so bleibt sie mehrere Tage merklich konstant, und während dieser Zeit ändert sich auch der Verlauf der Kurve nicht (vgl. Fig. 1 und 2); dann geht die Entwickelung allmählich

Fig. 3.



wieder zurück, die Grenze verschiebt sich weiter nach dem Violett, und gleichzeitig wird das Maximum im Ultraviolett weniger ausgeprägt. Dies Verhalten ist jedenfalls darauf zurückzuführen, daß die zahlreichen Metallteile und Kittungen im Inneren des Rohres etwas Gas abgeben. Wird, während die Zelle hochempfindlich ist, auf wenige Minuten atmosphärische Luft eingelassen und dann wieder evakuiert, so ist das Metall zunächst

[1]) J. ELSTER u. H. GEITEL, Phys. ZS. 12, 758, 1911.

[2]) Daß es sich in unserem Falle um minimale Mengen von Alkalimetallen handelt, die als Verunreinigungen in dem technischen Rohmaterial vorkommen und im Vakuum allmählich herauskristallisieren, scheint uns äußerst unwahrscheinlich, doch sei auf diese Möglichkeit immerhin aufmerksam gemacht.



überhaupt fast nicht mehr lichtelektrisch erregbar, doch tritt dann mit der Zeit wieder eine ähnliche Entwickelung ein, wie an der frisch hergestellten Fläche, nur daß die absoluten Werte der Stromstärken jetzt sehr viel tiefer liegen als ursprünglich, d. h. es beteiligen sich jetzt wohl nur noch sehr kleine Stellen an der Emission, während die übrigen Teile infolge von Oxydbildung keine Elektronen mehr abgeben können. Tabelle 4 und Fig. 4 zeigen das allmähliche Wiederanwachsen des Photostromes an einer Al-Fläche, die 10 Minuten der Luft exponiert gewesen war.

Tabelle 4.

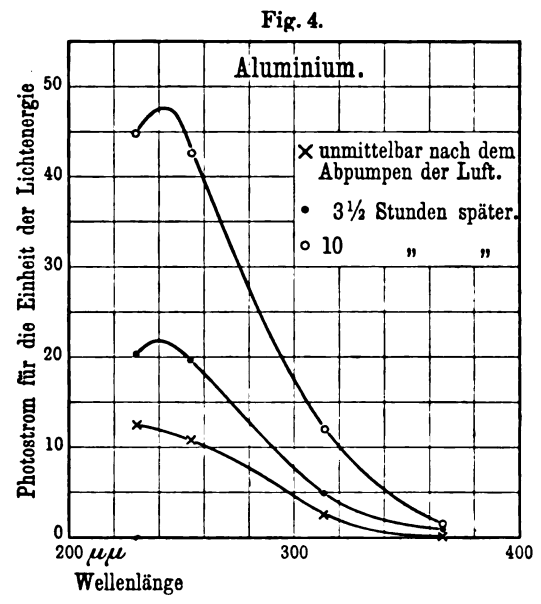
Wellenlänge $\mu\mu$	Photostrom für die Einheit der Lichtenergie — Zeit seit dem Abpumpen der Luft		
	wenige Minuten	$3^1/_2$ Stunden	10 Stunden
230	12,5	20,2	44,8
254	10,7	19,7	42,6
313	2,27	4,97	11,7
365	>0	0,67	1,28
405	—	—	—
	Nr. 2489—2494	2495—2498	2499—2503

Offenbar handelt es sich bei dem ganzen Vorgang um eine Veränderung der Metalloberfläche im Vakuum, etwa die allmähliche Loslösung einer dünnen Gasschicht, durch deren Vorhandensein anfänglich alle langsamen Elektronen am Austreten gehindert werden; je mehr diese verzögernde Oberflächenschicht verschwindet, desto kleiner wird die zur Emission nötige Energie, und so ist es durchaus erklärlich, daß nicht nur die Gesamtzahl der austretenden Elektronen wächst, sondern in erster Linie die Empfindlichkeitsgrenze weiter ins Sichtbare rückt, da ja die Anfangsgeschwindigkeiten mit zunehmender Wellenlänge des erregenden Lichtes kleiner werden; es ist dies bis zu einem gewissen Grade analog dem Verhalten der gefärbten kolloidalen Alkalimetalle [1]). Für den Fall, daß das gleichzeitig auftretende Maximum im Ultraviolett als selektiver Effekt anzusprechen sein sollte, würde sich dies auch mit unserer früheren Auffassung decken, daß die Anfangsgeschwindigkeiten des selektiven Effektes kleiner sind als

[1]) R. Pohl u. P. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 219, 1911.

die des normalen. Doch ist über das Wesen dieser Maxima Sicheres erst dann auszusagen, wenn sich durch Versuche an Al-Spiegeln, wie wir sie jetzt herzustellen imstande sind, gezeigt hat, ob auch hier die für das Resonanzphänomen charakteristische Abhängigkeit von der Orientierung des elektrischen Vektors vorhanden ist. Andererseits scheint es uns allerdings durchaus nicht gegen die Lage des selektiven Effektes des Al bei $\lambda =$ etwa 260 $\mu\mu$ zu sprechen, daß J. R. WRIGHT[1]) für dasselbe ein Maximum der Anfangsgeschwindigkeiten bei $\lambda = 213$ gefunden hat, woraus

Fig. 4.



man ja auf die Existenz eines selektiven Effektes dieser Frequenz schließen könnte[2]). Denn die WRIGHTschen Versuche wurden an Material ausgeführt, dessen Oberfläche nicht im Vakuum frisch hergestellt war, und daß Al sich selbst bei kurzem Verbleib in atmosphärischer Luft mit einer Oxydhaut bezieht (Passivierung des Al), ist bekannt; man hat es also hier vermutlich gar nicht mit dem Photoeffekt an metallischem Al zu tun. Wir möchten übrigens bei dieser Gelegenheit die Frage aufwerfen, wie weit bei den Versuchen von MILLIKAN und WRIGHT die intensive

[1]) J. R. WRIGHT, Phys. ZS. 12, 338, 1911.
[2]) A. SOMMERFELD, Phys. ZS. 12, 1057, 1911.

Bestrahlung wesentlich ist bzw. ob nicht die Empfindlichkeitssteigerung auch hier möglicherweise in längerer Zeit durch bloße Aufbewahrung des Metalles im hohen Vakuum eingetreten wäre; für die Auffassung scheint uns entschieden die Beobachtung am Cu zu sprechen, die bereits in der Einleitung erwähnt wurde.

Auf alle Fälle wollen wir vorläufig unsere Resultate über einen eventuell vorhandenen selektiven Effekt am Al und Mg mit allem Vorbehalt mitteilen; da die Untersuchung von Al-Spiegeln schon in Vorbereitung ist, hoffen wir, darüber bald Näheres angeben zu können, ebenso wie über unsere Messungen an Ca und einer Reihe anderer Metalle. Die vorstehende Arbeit hat in Kürze folgende Punkte zum Inhalt:

1. Durch Destillation im Vakuum hergestellte Flächen von Mg und Al geben bei Belichtung unmittelbar nach der Herstellung eine Elektronenemission, die zwischen $\lambda = 365$ und $\lambda = 405$ beginnt und bei gleicher auffallender Energie bis $\lambda = 230$ mit abnehmender Wellenlänge dauernd zunimmt.

2. Im Verlauf einiger Zeit verschiebt sich die langwellige Grenze der Elektronenemission zu erheblich größeren Wellenlängen, so daß Al sicher noch bei $700\,\mu\mu$, Mg sogar noch bei $\lambda > 1\,\mu$ erregbar ist, d. h. durch die Wärmewellen einer gewöhnlichen 16 kerzigen Glühlampe, die durch 0,38 mm dicken Ebonit hindurchgelassen werden.

3. Mit dem Vorrücken der langwelligen Grenze bildet sich ein Maximum der Elektronenemission bei etwa $\lambda = 260\,\mu\mu$ heraus. Ein Zusammenhang desselben mit dem Resonanzphänomen des selektiven Photoeffektes ist bisher nicht erwiesen.

Ein Teil der benutzten Apparate wurde aus Mitteln beschafft, die wir der Jagorstiftung und der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften verdanken.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1912.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. | 15. Juni 1912. | Nr. 11.

Sitzung vom 24. Mai 1912.

Vorsitzender: Hr. H. Rubens.

Der Vorsitzende teilt mit, daß der

Ministerialdirektor a. D. Dr. **P. Micke,**

welcher der Gesellschaft seit 25 Jahren als Mitglied angehörte und seit 7 Jahren das Amt des Rechnungsführers verwaltete, am 15. Mai verstorben ist. Er widmet dem Entschlafenen warme Worte der Anerkennung seiner Verdienste um die Gesellschaft. Die Anwesenden erheben sich zu Ehren des Verstorbenen von ihren Sitzen.

Bei den nun folgenden Ersatzwahlen wird

Hr. E. Jahnke zum Rechnungsführer,
Hr. H. du Bois zum stellvertretenden Rechnungsführer

ernannt.

Alsdann berichtet Hr. **E. Gumlich** über

die magnetischen Eigenschaften von Eisen-Kohlenstoff- und Eisen-Siliciumlegierungen.



Ferner spricht Hr. **E. Waetzmann**

über eine neue Art von Interferenzerscheinungen.

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen" der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Karl Lichtenecker:** Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetische Grunderscheinung. (Vgl. S. 541—545.)

Von Hrn. **R. Pohl** und **P. Pringsheim:** Über einige lichtelektrische Beobachtungen an Al und Mg. (Vgl. S. 546—554.)

Von Hrn. **Karl Herrmann:** 1. Über Ermüdung und Anfangsgeschwindigkeiten beim lichtelektrischen Effekt im Vakuum.
2. Über den lichtelektrischen Effekt von Antimon-Cadmiumlegierungen.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. P. Epstein, München, Isabellenstr. 26.
(Vorgeschlagen durch Hrn. M. Laue.)

Hr. Dr. Walter Gerlach, Tübingen, Physikalisches Institut der Universität.
(Vorgeschlagen durch Hrn. E. Meyer.)

Hr. Dr. K. Rappenecker, Freiburg i. B., Röderstr. 16.
(Vorgeschlagen durch Hrn. Joh. Koenigsberger.)

Hr. Prof. Dr. G. Bredig, Karlsruhe, Wendtstr. 19 und

Das Physikalisch-Chemische Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe.
(Beide vorgeschlagen durch Hrn. F. Haber.)

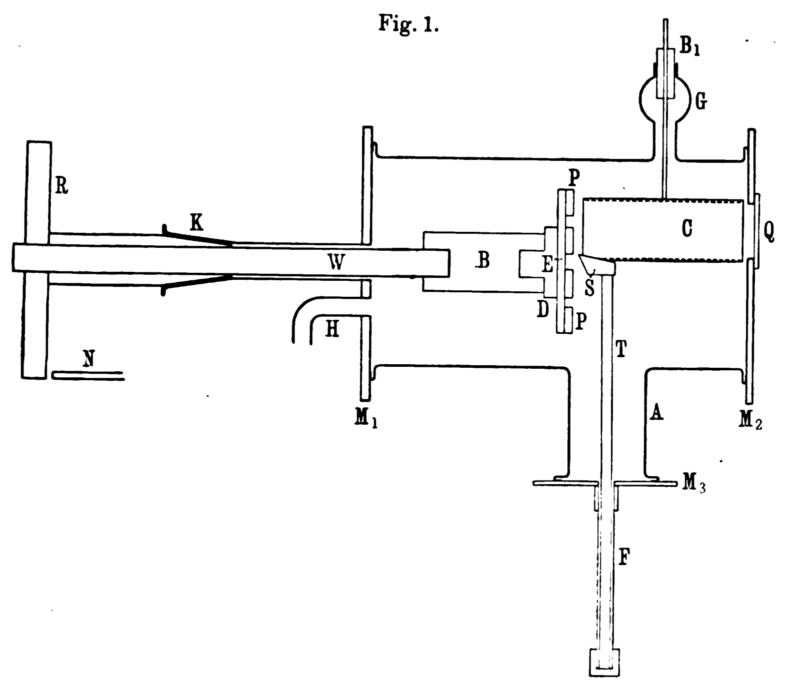
Über Ermüdung und Anfangsgeschwindigkeiten beim lichtelektrischen Effekt im Vakuum;

von Karl Herrmann.

(Eingegangen am 20. Mai 1912.)

In der vorliegenden Arbeit sei zunächst eine Apparatur beschrieben, welche es ermöglicht, feste Metalle im Vakuum blank zu schaben und den Verlauf des lichtelektrischen Effektes zu verfolgen.

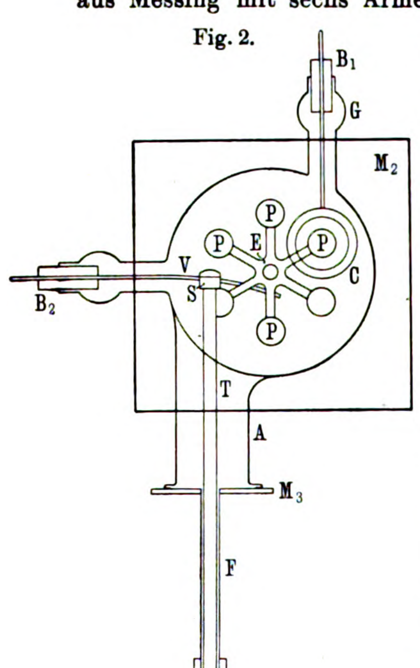
Fig. 1.



Das Untersuchungsgefäß (Fig. 1) selbst besteht aus einem zylindrischen Glasrohr von 11 cm Durchmesser und 20 cm Länge, dessen Ränder umgebogen sind. Auf die Öffnungen sind viereckige Messingplatten von 4 mm Stärke aufgekittet. Die hintere Platte *M* hat eine zentrale Bohrung, durch welche eine Welle *W*

durchgeführt ist. Auf der Rückseite ist ein Stahlschliff K konzentrisch mit der Durchbohrung aufgelötet, durch den die Welle hindurchgeht und in dessen drehbaren Teil sie mit weißem Kittlack eingekittet ist. Ein Drehrad R mit Teilung am Ende des Schliffes gestattet eine genaue Einstellung der Welle an einer Marke N. — Im Inneren des Gefäßes ist auf die Welle zunächst ein Bernsteinklotz B aufgekittet, der an seinem vorderen Ende einen Schleifring D und, auf diesen aufschraubbar, einen Stern E aus Messing mit sechs Armen trägt, auf dessen Enden die zur Untersuchung kommenden Metallplatten P befestigt sind. Die Messingplatte M hat außerdem noch eine Durchbohrung H, in welche die Zuführung zur Gaedepumpe mündet. C ist der mit doppeltliegendem Kupferdrahtnetz ausgekleidete, 35 mm weite und 85 mm lange Messingzylinder, welcher die ausgelösten Elektronen auffängt. Er hängt frei schwebend, durch das Bernsteinstückchen B isoliert, an einem Messingdraht in dem Rohransatz G.

Fig. 2.



Der untere Ansatz A mit ebenfalls umgebogenem Rande dient zur Durchführung des Schabers S[1]), der aus gehärtetem Stahl hergestellt ist. Die Beweglichkeit des Schabers wird dadurch bewirkt, daß der Träger T durch ein dünnwandiges Bleirohr F hindurchgeführt ist. Dies Bleirohr ist am oberen Ende in die Durchbohrung der Messingplatte M_3 eingelötet, welche ihrerseits auf den Rand des Ansatzes A aufgekittet ist. Am unteren Ende sind Träger T und Bleirohr F miteinander verlötet. Fig. 1 in Seitenansicht zeigt den Schaber vor dem Auffangzylinder. Zur besseren Veranschaulichung ist in Fig. 2 noch eine Vorderansicht gegeben, in welcher auch der seitlich angebrachte, in Fig. 1 nicht

¹) E. Ullmann, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1, 1910.

sichtbare Schleifkontakt V mitgezeichnet ist, der den Zweck hat, dem Messingring D und damit dem Stern und den Platten P das beschleunigende Potential zuzuführen. Die vordere Messingplatte M_2 schließlich hat eine 35 mm große Öffnung, welche mit der Quarzplatte Q verschlossen ist und dem ultravioletten Licht den Zutritt gestattet.

Evakuiert wurde mit einer Gaedepumpe. Angeschlossen war ein Mc Leod-Manometer, dessen Kugel von 100 ccm ein Ablesen von höchstens 0,0001 mm Druck erlaubte, sowie ein Rohrstück mit eingeschmolzenem Palladiumdraht zum Einlassen von reinem Wasserstoff und schließlich ein durch einen Hahn verschließbares Ansatzstück zum eventuellen Einlassen anderer Gase. Die Abdichtung erfolgte überall durch Ramsayfett, mit welchem auch der Schliff K gedichtet ist. Meist wurde dazu selbst hergestelltes Fett von größter Zähigkeit verwendet. Gekittet ist mit weißem Siegellack, nicht zum Drehen benutzte Schliffe sind gleichfalls mit weißem Siegellack gedichtet. Ein U-Rohr, zwischen Gefäß und Pumpe eingeschaltet, das mit flüssiger Luft gekühlt wurde, hatte den Zweck, Wasserdampf und Quecksilberdampf zu beseitigen.

Als Lichtquelle diente eine Quarzquecksilberlampe älterer Konstruktion, die mit einem Vorschaltwiderstand an 220 Volt angeschaltet brannte. Ihre Stromstärke war allerdings nicht ganz konstant, sondern wurde im Verlauf von vier Stunden um etwa 8 Proz. schwächer. Der stärkste Abfall fand übrigens unmittelbar nach dem Entzünden statt, so daß die spätere Abnahme die mitgeteilten Resultate nicht wesentlich beeinflussen dürfte. Aus diesem Grunde brannte die Lampe auch stets längere Zeit, bevor sie benutzt wurde. Das Licht dieser Lampe fiel auf den Spalt eines Spektrometers (Fig. 3), das sich dicht vor der Lampe befand, und wurde mit Hilfe eines zweiteiligen Straubelschen[1]) Prismas aus Quarz R spektral zerlegt. Das Bild des Spaltes wurde auf einer fluoreszierenden Blende B aufgefangen, deren Öffnung (1×8 mm) durch die Linse L auf der Platte P abgebildet wird. B und L sind auf einer Schiene verschiebbar, welche Spektrometer und Gefäß verbindet. An der Linse L be-

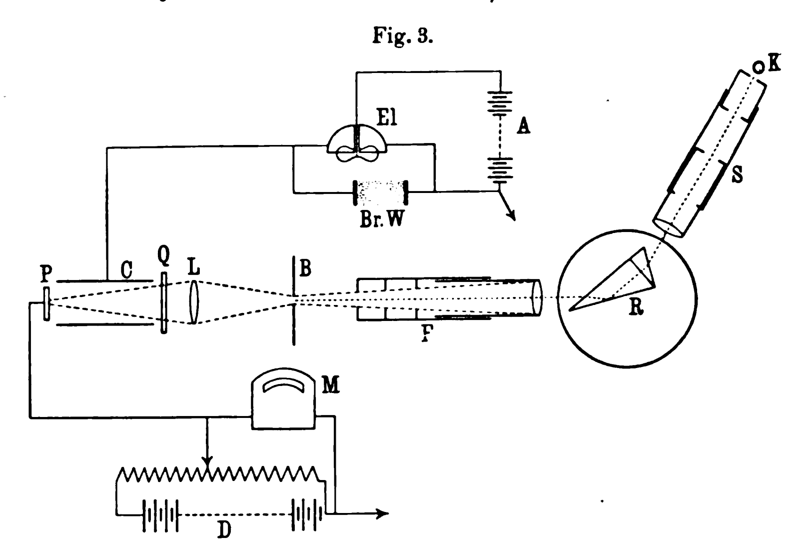
[1]) R. Straubel, Ann. d. Phys. 7, 905, 1902; vgl. auch F. Löwe, ZS. f. Instrkde. 27, 271, 1907.



findet sich ein vom Beobachtungsplatze aus hoch- und niederzulassendes Glimmerfenster.

Alle Linsen sind aus Quarz, so daß infolge mangelnder Achromasie sich eine Verschiebung aller Teile beim Einstellen auf eine andere Wellenlänge als notwendig erweist. Es wurde erst immer mit sichtbarem Licht, der grünen Linie, eingestellt, und dann alles für die Wellenlänge 253,67 $\mu\mu$, mit der in den hier mitgeteilten Versuchen ausschließlich gearbeitet wurde, verschoben. Diese Verschiebung ist mit Hilfe der bekannten Brechungsexponenten des Quarzes leicht auszurechnen, wurde aber noch durch

Fig. 3.



einen vorher an die Stelle der Platte *P* gebrachten fluoreszierenden Schirm (Sidotblende) geprüft, und mit der Rechnung vollkommen übereinstimmend gefunden. — Das verwendete Prisma von 30 × 25 mm Querschnitt an der Stelle des Zusammenstoßens beider Teile hat den sehr großen Vorzug einer konstanten Ablenkung, so daß für Einstellung auf verschiedene Wellenlängen nur eine Drehung des Spektrometertisches bei feststehenden Armen notwendig ist.

Die Messung der Ströme erfolgte in der jetzt meist üblichen Weise durch Beobachtung der sich infolge der Ströme an einem Bronsonwiderstande ausbildenden Spannung. Hierfür wurde ein Quadrantenelektrometer *El* mit subjektiver Spiegelablesung ver-

wendet. Die Größe des Bronsonwiderstandes wurde vorher als Funktion der anliegenden Spannung durch Messung der Aufladezeiten von Kapazitäten festgestellt. Diese Funktion wurde mit den Eichkurven des Elektrometers für die verschiedenen verwendeten Nadelspannungen zu Kurven kombiniert, aus welchen die den beobachteten Ausschlägen entsprechenden Stromstärken direkt entnommen wurden. Diese Kurven wichen nur sehr wenig von geraden Linien ab.

Das angelegte beschleunigende Potential betrug stets 8 Volt. Einerseits ist nämlich bei dieser Spannung Sättigung erreicht, und andererseits befindet man sich mit dieser Spannung unterhalb der Grenze der Ionisierungsspannung, wie v. BAEYER[1]) und DEMBER[2]) angeben. Zur Messung diente ein SIEMENS u. HALSKEsches Millivoltmeter.

Beobachtungen. Die Absicht, welche mich zur Herstellung der beschriebenen Apparatur leitete, war, die Anfangsgeschwindigkeiten lichtelektrisch ausgelöster Elektronen zu bestimmen. Einige Autoren, welche diese Größe in der letzten Zeit untersucht haben, hatten die bestrahlte Platte vorher einer Prozedur unterworfen, von welcher sie eine „Säuberung" der Oberfläche erwarteten, teils durch stärkere Entladung bei höherem Druck, teils durch dauernde Bestrahlung. v. BAEYER und TOOL[3]) haben nun aber gezeigt, daß die dabei erzielten hohen Anfangsgeschwindigkeiten andere Ursachen haben müssen. Nach meiner Ansicht konnte man nun über die Frage der „Säuberung" dadurch am besten entscheiden, daß man die Metallplatten wirklich im Vakuum mechanisch abschabt und dann untersucht, wie es mit der beschriebenen Apparatur möglich ist. Denn da die Anfangsgeschwindigkeiten im Vakuum beobachtet werden müssen, so muß auch die Säuberung im Vakuum vorgenommen werden. Anderenfalls tritt die namentlich von HALLWACHS[4]) studierte „Ermüdung" ein. Ich hatte nun gehofft, diese Ermüdung in der geplanten Anordnung vermeiden zu können; es zeigte sich aber, daß dies doch nicht möglich war,

---

[1]) O. v. BAEYER, Verh. d. D. Phys. Ges. 6, 96, 1908.
[2]) H. DEMBER, Habilitationsschrift 1909.
[3]) O. v. BAEYER und A. TOOL, Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 569, 1911.
[4]) Vgl. namentlich W. HALLWACHS, Sächs. Ber. 58, 341, 1906 und C. R. du Congrès international de Radiologie et d'Electricité. Brüssel 1910, S. 642.

und die hierbei gemachten Beobachtungen seien im folgenden mitgeteilt. — In einem anderen Abschnitt sei über das berichtet, was ich über die Anfangsgeschwindigkeiten bisher beobachtet habe.

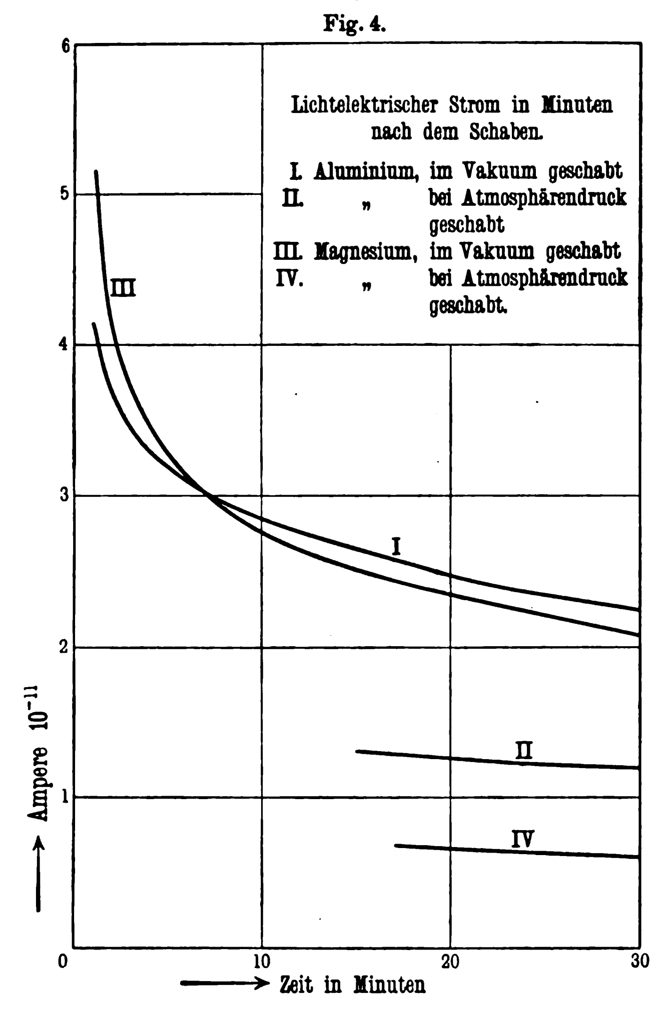
Der sechsstrahlige Stern, welcher auf die Welle aufgeschraubt wurde, trug an seinen Enden die 12 mm im Durchmesser großen Platten P, welche in dem zunächst hier mitgeteilten Falle aus Silber, Platin, Zinn, Blei, Aluminium und Magnesium bestanden. Nach Aufschrauben des Sternes wurde das Glasgefäß auf die Messingplatte M_1 aufgekittet. Die hierbei entstehenden Dämpfe des Siegellacks überzogen die Platten mit einer dem Auge allerdings nicht bemerklichen Schicht, welche den lichtelektrischen Effekt vollkommen unterdrückte. Dies spielte jedoch bei meinen Versuchen, bei denen erst hinterher die blanke Oberfläche hergestellt wurde, keine Rolle. Nach Ansetzen an die Gaedepumpe wurde nun evakuiert, und zwar so weit, bis die Grenze der Messungsmöglichkeit mit dem Mc Leod-Manometer (100 ccm Volumen) erreicht war. Dies waren 0,0001 mm. Der Druck ließ sich aber als noch geringer schätzen, weshalb diese Zahl nur als obere Grenze angegeben werden mag. — War dies erreicht, dann wurde eine Platte durch Drehung am Teilende R und Gegendrücken des Schabers S vollkommen blank geschabt und durch Herumdrehen der Welle dem Auffangzylinder gegenübergestellt. Die genaue Einstellung erfolgte am Teilkreise R. Der Moment der Beendigung des Schabens wurde als Zeitbeginn mit einer Stoppuhr aufgenommen und die erste Ablesung erfolgte meist eine Minute nach dem Beginn. Entweder konnte nun unter Belassen der Platte an ihrem Platze der weitere Verlauf der Empfindlichkeit beobachtet werden, oder aber es wurde zwecks gleichzeitiger Messung die nächste der sechs Platten ebenso behandelt und ihre Empfindlichkeit eine Minute später beobachtet, und so fort. Bei diesem zweiten Verfahren erlitten die Beobachtungen der vorhergegangenen Platten natürlich etwas Verzögerung, d. h. es wurden weniger Punkte der Kurve aufgenommen. Währenddessen war die Pumpe dauernd im Betriebe.

In Tab. 1 sind die bei Einzeluntersuchung gewonnenen Resultate für Magnesium und Aluminium angegeben, Fig. 4 enthält die Kurven dafür.

Wie man sieht, erleiden die Empfindlichkeiten der beiden Metalle auch im Vakuum eine rapide Veränderung, und zwar so

schnell, daß, wie durch Extrapolation der Kurve über die erste Minute hinaus zu ersehen ist, über den wirklichen Anfangswert zur Zeit 0 nicht einmal eine vage Schätzung erlaubt scheint.

Fig. 4.



Die beiden ferner in die Figur und in die Tabelle aufgenommenen Werte stellen den Verlauf der Empfindlichkeit bei folgendem Versuchsgange dar. Es wurde Luft bis zu Atmosphärendruck eingelassen, die Platte frisch geschabt, genau wie vorher im Vakuum, dann wurde die Wasserstrahlpumpe und nach Er-

Tabelle 1.

Zeit in Minuten nach dem Schaben	Al im Vakuum geschabt	Al bei Atmosphärendruck geschabt	Mg im Vakuum geschabt	Mg bei Atmosphärendruck geschabt
1	4,12	—	5,16	—
1,5	3,89	—	4,52	—
2	3,70	—	4,15	—
2,5	3,55	—	3,89	—
3	3,47	—	3,72	—
3,5	3,37	—	3,59	—
4	3,30	—	3,48	—
5	3,21	—	3,25	—
6	3,13	—	3,11	—
7	3,00	—	3,00	—
8	2,97	—	2,91	—
9	2,85	—	2,83	—
10	—	—	2,75	—
11	2,83	—	—	—
15	2,69	1,32	2,51	—
17	—	1,28	—	0,68
20	2,50	1,27	2,37	0,68
25	2,33	1,24	2,20	0,65
30	2,26	1,22	2,09	0,62

Tabelle 2.

Al		Mg		Pt		Ag		Pb		Sn	
t	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*
2	3,40	1	3,98	1	0,66	1	0,90	1	1,14	1	1,16
13	2,45	11	1,88	10	0,52	9	0,64	8	0,81	7	1,03
19	2,27	17	1,67	16	0,50	15	0,59	14	0,70	13	0,95
44	1,83	42	1,17	41	0,40	40	0,49	39	0,57	38	0,82
90	1,79	88	1,10	87	0,42	86	0,54	85	0,47	84	0,90
143	1,49	141	1,00	140	0,76	139	0,57	138	0,32	137	0,70
171	1,52	169	0,95	168	0,69	167	0,54	166	0,29	165	0,70
200	1,48	198	0,90	197	0,85	196	0,57	195	0,27	194	0,72

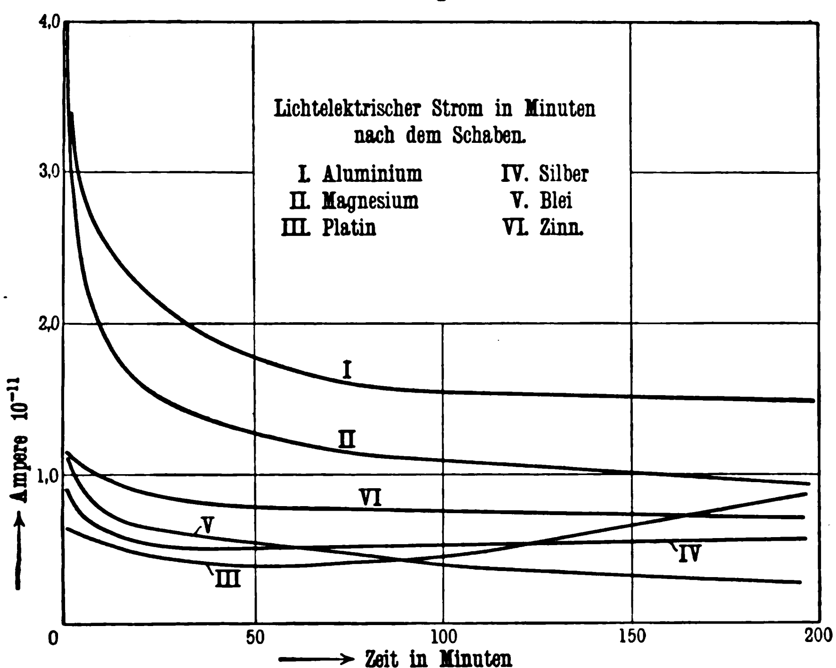
reichung des genügenden Vorvakuums die Gaedepumpe angesetzt. Sobald das Vakuum genügend vorgeschritten war, wurde gemessen. Die beiden Kurven zeigen, daß die so untersuchten Platten relativ zu den gleichen Zeiten der im Vakuum geschabten nur einen

kleinen Teil der Empfindlichkeit aufweisen. — Die Versuche bestätigen die Ansicht, daß im Vakuum die Ermüdung geringer ist, als bei Atmosphärendruck, obwohl sie nicht völlig verhindert werden konnte.

Eine Versuchsreihe, bei welcher alle sechs Metalle gleichzeitig derselben Behandlung unterworfen und beobachtet wurden, gibt Tab. 2 und die Kurven der Fig. 5. Die Resultate gestatten



Fig. 5.



der Versuchsanlage nach einen Vergleich erstens hinsichtlich der Größe des lichtelektrischen Effektes für die Wellenlänge 254 $\mu\mu$ überhaupt, und zweitens einen Vergleich hinsichtlich ihrer lichtelektrischen Ermüdung. Bezüglich der Empfindlichkeit muß erwähnt werden, daß allein das Platin sich auf die angewandte Art nicht gut schaben ließ, weswegen ich auch bei verschiedenen Versuchen ziemlich verschiedene Anfangswerte erhalten habe. Dagegen blieb die relative Folge der anderen Metalle stets angenähert dieselbe, ungeachtet der absolut gemessenen Strom-

werte, die ja bekanntlich noch von der auffallenden Lichtmenge abhängig sind.

Die Stellung der Metalle kann auch infolge der Ermüdung wechseln, wie das Beispiel von Aluminium und Magnesium — deutlicher in Fig. 4 — zeigt, sowie das von Blei und Silber.

Es ist auch zu ersehen, daß der Verlauf der Ermüdung für jedes Metall verschieden ist, und im allgemeinen kann man sagen, daß sie um so rapider verläuft, je elektropositiver das Metall ist, wie dies schon häufig bei anderen Anordnungen beobachtet wurde. — Nach den Versuchen von HALLWACHS[1]) ist es fraglich, ob eine Oxydation die Ursache ist, und nicht vielmehr eine Gasanlagerung. Nach HALLWACHS und ULLMANN kommen dafür wesentlich Ozon und Wasserstoffsuperoxyd in Frage. Gelegentlich ist auch Wasserdampf, dessen Umwandlung in Wasserstoffsuperoxyd unter dem Einfluß ultravioletten Lichtes vielleicht angenommen werden darf, genannt worden. Ich möchte für die von mir beobachtete primäre Ermüdung im Vakuum zunächst an Wasserdampf festhalten, dessen Vorhandensein ich stets durch weißen Beschlag des U-Rohres in flüssiger Luft bemerken konnte, und dessen dauerndes Vorhandensein im Vakuum schon bekannt und durch ausgedehnte Versuche von E. COHNSTAEDT[2]) neuerdings wieder untersucht ist. — Hinsichtlich des Ozons möchte ich noch bemerken, daß die benutzte Wellenlänge durchaus dem Bereich angehört, für welchen E. MEYER[3]) ein starkes Absorptionsmaximum des Ozons gefunden hat, und bei welchen REGENER[4]) eine, wohl im Zusammenhang damit stehende, desozonisierende Wirkung konstatierte.

Ganz anormal erscheint der Verlauf der Ermüdung beim Platin[5]). Nach dem anfänglichen Abfall steigen die Werte des Stromes wieder an, übersteigen den Anfangswert und die Werte der benachbarten Metalle. Ich hätte aus der Zahl meiner Beobachtungen vielleicht eine andere Versuchsreihe zur Publikation ausgewählt, bei welcher Platin dies Verhalten nicht zeigte, wenn nicht bereits andere Beobachter ähnliche Ergebnisse erhalten

---

[1]) l. c. und ULLMANN, l. c.

[2]) E. COHNSTAEDT, Ann. d. Phys. (4) 38, 223, 1912, sowie ausgedehnter als Monographie bei J. A. Barth, Leipzig 1912.

[3]) E. MEYER, Dissertation, Berlin 1903.

[4]) E. REGENER, Dissertation, Berlin 1905.

[5]) Bei Silber liegt der gefundene geringe Anstieg an der Grenze der Beobachtungsgenauigkeit.

hätten. Am meisten mit dem meinigen übereinstimmend war H. St. Allen[1]) bei der Untersuchung der lichtelektrischen Ermüdung von Zink. Des Versuches einer Erklärung muß ich mich enthalten, da ich an der Hand der gewöhnlich zur Erklärung herangezogenen möglichen Ursachen — Erwärmung, Einfluß des Lichtes selbst, Einwirkung anderer Gase — nicht zu einer plausiblen Deutung gelangen konnte. Am wahrscheinlichsten möchte noch die letztgenannte Ursache sein, und als Beispiel dafür, daß die Einwirkung eines Gases bedeutende Erhöhungen eines schon ermüdeten Effektes hervorbringen kann, will ich folgenden Versuch anführen. — In den bei der Beschreibung der Apparatur erwähnten, durch einen Hahn abschließbaren seitlichen Ansatz der Vakuumleitung wurden einige Kubikzentimeter Schwefelammonium eingebracht. Bei der gewöhnlichen Untersuchung im Vakuum gab eine Kupferplatte den Strom $0{,}53 \cdot 10^{-11}$ Amp. Nachdem nun der geöffnete Hahn dem verdampfenden Schwefelwasserstoff Zutritt zur Platte gestattet hatte, wurde wieder bis zum Vakuum gepumpt ($<0{,}0001$ mm). Der Effekt war auf $2{,}86 \cdot 10^{-11}$ Amp., d. h. auf das 5,4 fache gestiegen. Es bildet sich ja hier zweifellos eine Schwefelverbindung des Kupfers, welche, wie bekannt, lichtelektrisch viel wirksamer ist, als das reine Kupfer; auf der Platte aber war nach dem Herausnehmen keine Veränderung zu bemerken. Es ist dies ein Beweis dafür, daß bereits ganz geringe Mengen von Gasmolekülen erhebliche lichtelektrische Variationen hervorbringen können. — Diesen Schluß wird man auch hinsichtlich der ermüdenden Gase bei Betrachtung des steilen Abfalls der Kurven für Aluminium und Magnesium ziehen können, und es erscheint mir überhaupt fraglich, ob es möglich sein wird, ein hinsichtlich seiner Gasreste so sauberes und so genau definiertes Vakuum herzustellen, daß „Ermüdung" und „Erholung" vollkommen zu vermeiden sind. Bei den vorliegenden Versuchen muß ich mir den Einwand gefallen lassen, daß erstens mit Ramsayfett gedichtete Schliffe verwendet wurden, und zweitens nicht das bislang als bestes Mittel zur Erzielung eines hohen Vakuums bekannte Mittel — Kohle in flüssiger Luft — verwendet wurde (das letztere habe ich im Hinblick auf den ersten Einwand nicht

---

[1]) H. Stanley Allen, Proc. Roy. Soc. (A) 78, 483, 1907; vgl. Fig. 4 auf S. 490.

angewendet). Man kann nun aber, wie ich bereits experimentell erprobt habe, auch den Schliff durch ein Bleirohr ersetzen, welches die Torsion um über 360° anscheinend aushält. Dann lassen sich alle Fette usw. vermeiden. Versuche in dieser Richtung sind im Gange, haben aber bislang nicht erheblich abweichende Resultate ergeben.

Daß das Vakuum aber zum mindesten verzögernd auf die Ermüdung wirkt, geht meines Erachtens besonders aus den Kurven der Fig. 4 hervor, und ich glaube, daß man zur Erforschung der Ermüdung am besten nach einer der meinigen ähnlichen Methode verfährt. Denn bei Versuchen, bei welchen eine Schmirgelung des Metalles vor Herstellung des Vakuums vorgenommen wird, muß der erste Teil der Kurven, der doch anscheinend den größten Teil der Ermüdung enthält, offenbar verloren gehen.

Es ist zu bemerken, daß bei der Zeichnung der Kurven auf einzelne erheblich abseits liegende Punkte nicht Rücksicht genommen wurde, weil meines Erachtens diese, durch unkontrollierbare Zufälligkeiten hervorgerufen, den allgemeinen Charakter der Kurven nicht verändern könne.

Ich habe schließlich versucht, dem Beispiel von H. St. Allen[1]) folgend, die vorliegenden (und andere, nicht veröffentlichte) Kurven mathematisch darzustellen, und zwar nach der Formel des genannten Autors:

$$J = K_1 . e^{-\lambda_1 t} + K_2 . e^{-\lambda_2 t}.$$

Dies geht auch; leider aber ist die Freiheit bei der Bestimmung der vier Konstanten viel zu groß, um auch nur einigermaßen eindeutige Resultate zu erhalten, d. h. man kann mit recht verschiedenen Werten dieser Konstanten noch immer mit den Beobachtungen ziemlich übereinstimmende Werte erzielen. Dem Sinne nach deckt sich dies mit der Fußnote[2]) in der Arbeit des genannten Autors. Aus diesem Grunde habe ich auch davon Abstand genommen, den „beobachteten" Werten nach einer solchen Formel „berechnete" beizufügen.

Anfangsgeschwindigkeiten. Die eigentliche Absicht meiner Versuche war die Bestimmung der sogenannten „Anfangsgeschwindigkeiten" der Elektronen, und zwar in der Form, in

---

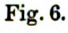
[1]) H. St. Allen, l. c. und ebenda 82, 160, 1909.
[2]) l. c., S. 162.

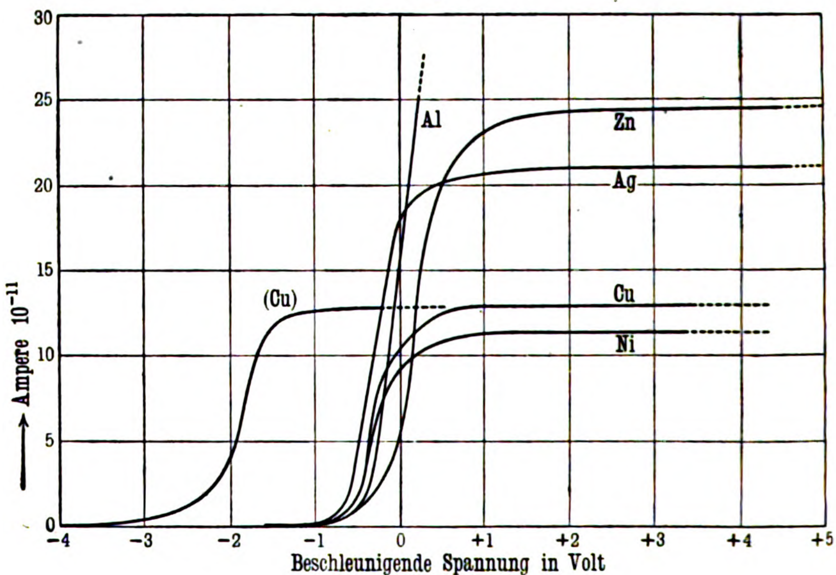
welcher LENARD [1]), LADENBURG und MARKAU [2]) und andere diese Größe bestimmt haben. Sie ist gegeben durch den Anfangspunkt der Stromspannungskurve auf der Seite der verzögernden Spannungen. — Mit einer von der beschriebenen sich nur wenig unterscheidenden Anordnung hatte ich vor den soeben berichteten Versuchen Beobachtungen angestellt. Der Unterschied der Anordnung bestand, außer einem anderen Glasgefäß, lediglich in der Benutzung unzerlegten Quecksilberlichtes, und in der Gestalt der Metallplatten, welche nicht auf einem Stern, sondern als Sektoren aus Blech auf einer vollen Kreisscheibe aufgelötet waren, und aus Aluminium, Zink, Silber, Nickel und Kupfer bestanden. Die Beobachtungen lagen nahezu zur Veröffentlichung fertig vor, als die Arbeit von v. BAEYER und TOOL [3]) erschien, über deren wesentlichstes Resultat, nämlich den Einfluß von Glimmentladungen auf das Anfangspotential, ich durch liebenswürdige Mitteilung von Herrn Prof. v. BAEYER schon vorher unterrichtet war. Zusammen mit anderen Bedenken bestimmte mich das erwähnte Ergebnis, meine eigenen, mir nicht mehr zuverlässig erscheinenden Beobachtungen zurückzuhalten. Ich habe dann in der Folge mit dem eingangs dieser Arbeit beschriebenen Gefäß stets gearbeitet, ohne jemals eine Glimmentladung hindurchzusenden, was bei dem soeben erwähnten älteren Rohre nicht vermieden worden war. Von nun ab habe ich bei den mitgeteilten Ermüdungsversuchen und zahlreichen anderen Versuchen niemals einen Beginn der Stromkurve bei verzögernden Potentialen beobachten können, wie dies von LADENBURG [4]), MILLIKAN [5]), MILLIKAN und WINCHESTER [6]), HULL [7]), ROBINSON [8]) und anderen berichtet worden ist. Die Kurven begannen vielmehr stets genau bei der Spannungsdifferenz 0, ohne Unterschied der betreffenden Metalle, und zwar zu jeder beliebigen Zeit nach dem Schaben. — Was dagegen in dem genannten älteren Rohre beobachtet worden ist, zeigt Fig. 6, deren Messungen innerhalb des Zeitraumes von etwa

---

[1]) P. LENARD, Ann. d. Phys. (4) 8, 149, 1902.
[2]) E. LADENBURG und K. MARKAU, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 562, 1908.
[3]) l. c.
[4]) E. LADENBURG, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 504, 1907.
[5]) R. A. MILLIKAN, Phys. Rev. **32**, 287, 1910.
[6]) MILLIKAN und WINCHESTER, Phil. Mag. (6) **14**, 188, 1907.
[7]) A. W. HULL, Sill. Journ. (4) **28**, 251, 1909; Phys. ZS. **10**, 537, 1909.
[8]) ROBINSON, Phil. Mag. (6) **23**, 542, 1912.

drei Stunden an den frisch geschabten Metallen gewonnen sind. Sämtliche Metalle beginnen mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 1,6 Volt. Die eine, abweichend davon bei etwa 4 Volt beginnende, mit (Cu) bezeichnete Kurve ist am Schluß der Beobachtungen mit Kupfer gewonnen, nachdem in der Weise, wie v. BAEYER und TOOL es beschrieben haben, durch einen Palladiumdraht Wasserstoff eingelassen und, mit der Platte als Anode, eine kurze leuchtende Hochspannungsentladung hindurchgesandt worden war. — Da nun, wie v. BAEYER und TOOL berichten, der Effekt der


Fig. 6.



Glimmentladung nur langsam verschwindet, und ich nicht mehr kontrollieren konnte, wie lange vor der Beobachtung eine solche Entladung hindurchgegangen war, so scheint mir die gemessene Anfangsgeschwindigkeit von 1,6 Volt vorgetäuscht. Dagegen erscheint mir nicht wertlos die Beobachtung, daß alle Metalle, bei erheblicher Verschiedenheit ihrer Maximalströme und ihrer Stellung in der VOLTAschen Spannungsreihe, zugleich bei diesem Werte anfingen. Denn dies habe ich in der Folge wieder konstatieren können, nur nicht bei dem Werte 1,6, sondern bei dem Werte 0 Volt.

Zur Kritik dieser dem bisherigen widersprechenden Beobachtungen füge ich noch nähere Erläuterungen über meine Apparatur bei. — Der Auffangzylinder trug auch am vorderen, dem Quarzfenster zugewendeten Ende keine Verschlußplatte mit Diaphragma. Es ist aber, abgesehen davon, daß nach dem Schaben von einer ebenen Oberfläche keine Rede sein kann, nach den Versuchen von GEHRTS[1]) unwahrscheinlich, daß die Elektronen sämtlich den 85 mm langen Zylinder axial durcheilt hätten, ohne die Wandung zu treffen. — Der Auffangzylinder war zur Vermeidung der Reflexion der Kathodenstrahlen[2]) mit doppeltliegendem Kupferdrahtnetz ausgekleidet. — Ferner kann man nicht an eine Gegenwirkung des von den Platten reflektierten Lichtes am Zylinder denken, man müßte ja sonst für jedes Metall die reflektierte Lichtmenge und die durch sie am Drahtnetz ausgelösten Elektronen proportional dem bei 0 Volt von der Platte ausgehenden, entgegengesetzt fließenden Elektronenstrom annehmen. Ich habe beiläufig auch bei 60 Volt verzögernder Spannung keine Wirkung reflektierten Lichtes wahrnehmen können. — Die Entfernung der bestrahlten Platte von der den Zylinder hinten begrenzenden Ebene betrug 3 bis 5 mm. — Der elektrostatische Schutz erwies sich, ebenso wie die Isolation, bei allen Prüfungen einwandfrei. — Die nach Bedürfnis veränderte Empfindlichkeit des Elektrometers konnte so gesteigert werden, daß die ersten Millimeter Ausschlag dem Strome $7 \cdot 10^{-14}$ Amp. entsprachen. — Der Einwand, es möchten die auf dem Drahtnetz niedergeschlagenen Belege des Siegellackdampfes infolge ihres Widerstandes die nur mit ihrer Anfangsgeschwindigkeit fliegenden Elektronen aufgehalten haben, kann auch nicht als stichhaltig betrachtet werden angesichts des Umstandes, daß bereits eine kleine zusätzliche Beschleunigung von einigen hundertstel Volt genügt hätte, um diese Schichten zu durchdringen.

Da die Beobachtungen v. BAEYERS und TOOLS nun gezeigt haben, daß die so widersprechenden Resultate verschiedener Forscher bezüglich der Frage nach den Anfangsgeschwindigkeiten sich durch das Hinzutreten äußerer, in ihrer Wirkungsweise noch nicht geklärter Ursachen erklären lassen, so muß natürlich

---

[1]) A. GEHRTS, Dissertation, Berlin 1911.

[2]) O. v. BAEYER, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 96 u. 953, 1908.

der Deutung Raum gelassen werden, daß bei meinen Versuchen ein solcher Einfluß zufällig gerade die Anfangsgeschwindigkeit 0 vorgetäuscht hat. Ich wiederhole aber hier nochmals ausdrücklich, daß durch das benutzte Gefäß niemals eine Hochspannungsentladung hindurchgegangen ist.

Wenn dies Resultat, wie ich hoffe, von anderer Seite bestätigt werden sollte, so würde dies bedeuten, daß eine den ausgesandten Kathodenstrahlen inhärente Anfangsgeschwindigkeit nicht vorhanden ist, was dann auch auf weitergehende theoretische Folgerungen modifizierend wirken müßte.

Zusammenfassung.

1. Bei Metallen, auf welchen die blanke Oberfläche durch Schaben im Vakuum von weniger als 0,0001 mm Druck hergestellt war, wurde die lichtelektrische Ermüdung zwar nicht vermieden, doch zeigt der Vergleich mit denselben bei Atmosphärendruck geschabten Metallen, daß die Ermüdung durch das Vakuum bedeutend verringert wird.

2. Bei den nach dem beschriebenen Verfahren gesäuberten Metallen konnte die erwartete höhere Anfangsgeschwindigkeit nicht konstatiert werden. Bei Vermeidung jeglicher Hochspannungsentladung wurde vielmehr ein bei 0 Volt beginnender Anstieg der Stromspannungskurve ohne Unterschied der Metalle gefunden.

Charlottenburg, Phys. Inst. d. Techn. Hochsch., 15. Mai 1912.

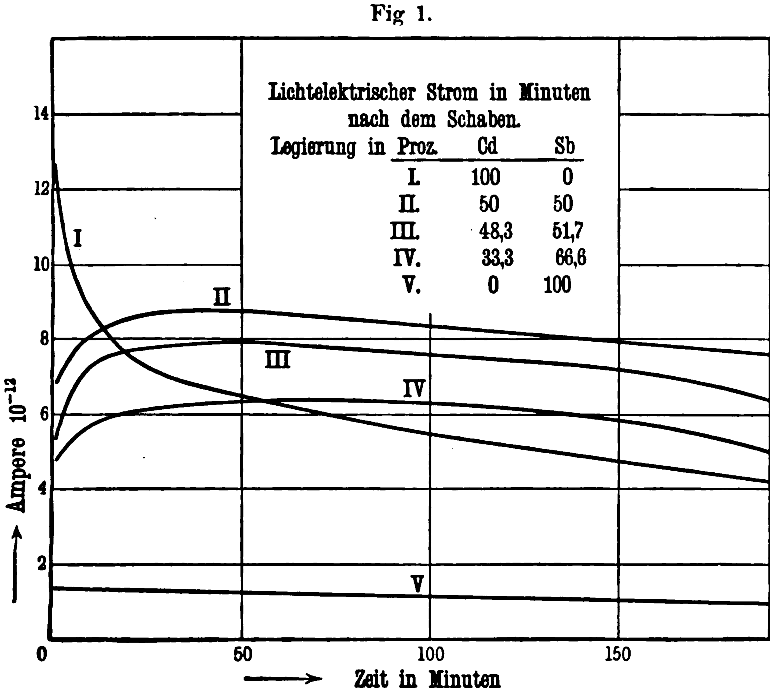
Über den lichtelektrischen Effekt an Antimon-Cadmium-Legierungen;

von Karl Herrmann.

(Eingegangen am 20. Mai 1912.)

Kürzlich[1]) haben H. EUCKEN und GEORG GEHLHOFF über das elektrische und thermische Leitvermögen von Antimon-Cadmium-Legierungen berichtet und dabei starke Verschiedenheiten dieser Größen je nach der prozentischen Zusammensetzung konstatiert.

Fig 1.



Diese Ergebnisse legten eine Untersuchung derselben Legierungen hinsichtlich ihres lichtelektrischen Effektes nahe. Eine solche Untersuchung ließ sich mit der von mir in der vorstehenden

---

[1]) A. EUCKEN und GEORG GEHLHOFF, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 169, 1912.

Mitteilung[1]) beschriebenen Anordnung unschwer durchführen und es soll über die dabei angestellten Beobachtungen berichtet werden.

Ein sechsstrahliger Messingstern, wie dort beschrieben, trug an den Enden der Arme ausgehöhlte Messingnäpfchen von 12 mm Durchmesser. In diese wurden die geschmolzenen Metalle und Legierungen eingegossen. Das reine Cadmium und Antimon (beide von KAHLBAUM bezogen) wurden direkt auf den Näpfchen geschmolzen, die Legierungen unter Wasserstoffzufuhr im TAMMANN-Ofen hergestellt und auf die angewärmten Näpfchen aufgegossen. Die Metalle wurden genau so behandelt und untersucht, wie in der erwähnten Arbeit beschrieben ist. Tabelle und Fig. 1 geben die Übersicht über die gewonnenen Resultate. — Die Legierung 33 Proz. Sb und 66 Proz. Cd war leider mißglückt, so daß nur 5 Metalle untersucht wurden.

I. Sb 0, Cd 100		II. 50 / 50		III. 51,7 / 48,3		IV. 66,6 / 33,3		V. 100 / 0	
t	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*	*t*	*i*
1	12,7	1	6,8	1	5,3	1	4,8	1	1,4
8	9,3	7	8,0	6	7,0	6	5,5	9	1,4
13	8,3	12	8,1	11	7,3	11	5,8	14	1,4
18	7,8	17	8,4	16	7,6	16	5,9	19	1,4
23	7,4	22	8,5	21	7,6	21	6,1	24	1,3
37	6,9	36	8,7	35	7,8	35	6,2	38	1,3
63	6,4	62	8,7	61	7,9	61	6,2	64	1,2
96	5,6	95	8,3	94	7,6	94	6,0	97	1,3
149	5,0	148	8,1	147	7,4	147	6,0	151	1,2
181	4,1	180	7,6	179	6,0	179	5,3	182	1,0

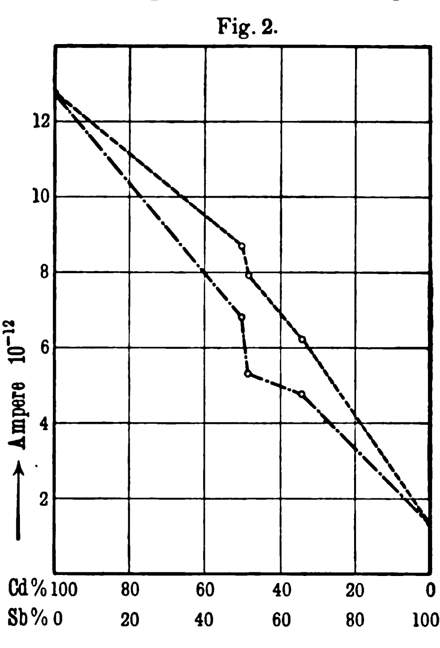
Das reine Cadmium und Antimon zeigen ein dem Verhalten anderer Metalle ganz entsprechendes Verhalten (vgl. Fig. 5 der erwähnten Arbeit). Dagegen ergibt sich für die Legierungen ein anfänglicher starker Anstieg, dem erst später eine allmähliche Ermüdung folgt. Ähnliches ist schon öfter beobachtet worden[2]). Bemerkenswert ist nur hier, daß der Effekt neben der normalen

[1]) K. HERRMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 557, 1912.

[2]) W. HALLWACHS, Ann. d. Phys. (4) **23**, 482, 1907. E. ULLMANN, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1, 1910.

Ermüdungserscheinung bei Metallen unter denselben Gaseinflüssen beobachtet ist. Eine zweite Untersuchung war damit in Übereinstimmung. Des Versuches einer Deutung enthalte ich mich, da die Erscheinung den wesentlichen Punkt der Versuche nicht zu beeinflussen scheint. Trägt man nämlich, wie dies in Fig. 2 geschehen ist, die lichtelektrischen Ströme als Ordinaten über den Abszissen der prozentischen Zusammensetzung auf, so sieht man, daß von einem charakteristischen Optimum bei den Legierungen, analog den Figuren EUCKENS und GEHLHOFFS, nicht die Rede sein kann. Auch ist es offenbar gleichgültig, ob man die Anfangswerte oder die Maximalwerte der Legierungen verwendet, wie dies für beides in der Figur geschehen ist. Weit eher kann man die Verbindungslinien für gestörte gerade Linien ansprechen, deren Knicke durch die Unsicherheit der subtilen Beobachtung hervorgerufen sind. Das würde dann so zu deuten sein, daß für den lichtelektrischen Effekt nicht die das elektrische und thermische Leitvermögen verursachenden „freien“ Elektronen in Frage kommen, sondern daß die lichtelektrischen Elektronen dem Metallatom entstammen, und somit dem Prozentgehalt der letzteren proportional sind. — Der große Unterschied der beiden Komponenten in ihrer lichtelektrischen Empfindlichkeit begünstigte die vorliegenden Beobachtungsergebnisse.

Fig. 2.



Die bei den hier untersuchten Metallen bezüglich der Elektronen-Anfangsgeschwindigkeiten beobachteten Ergebnisse sind schon in den Resultaten der früheren Arbeit mit verwertet worden.

Charlottenburg, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 15. Mai 1912.

Über die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes; von F. Kurlbaum.

(Eingegangen am 3. Juni 1912.)

Herr PASCHEN[1]) glaubt eine Fehlerquelle gefunden zu haben, welche die Abweichung der von Herrn FÉRY[2]) und mir[3]) gefundenen Werte für die Konstante σ des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes erklärt. Herr PASCHEN nimmt an, daß die benutzten Bolometerstreifen sehr variable Dicke besitzen, und leitet einen Faktor $(\Sigma w_\nu)^2/n\Sigma w_\nu^2$ ab, worin w_ν den Widerstand eines kurzen Streifens konstanter Dicke, n die Anzahl der Streifen und ν die Zahlen $1, 2, \ldots, n$ bezeichnet. Die Abweichung dieses Faktors von dem Werte 1 entspricht zugleich prozentisch dem Fehler der Konstante σ.

In obigem Ausdruck setzt Herr PASCHEN willkürliche Daten für die veränderliche Dicke der Bolometerstreifen ein und berechnet z. B. bei der Annahme, daß ein Bolometerstreifen $n/2$ gleiche Flächen einfacher und ebenso viele gleiche Flächen doppelter Dicke enthält, für den Faktor den Wert 0,9. Ebenso berechnet er unter der Annahme, es sei $^1/_{10}$ der sonst gleichmäßigen Fläche so dünn, daß es $^9/_{10}$ des Gesamtwiderstandes enthält, den Faktor $^1/_{8,1}$.

Natürlich ist es gestattet, in obigen Ausdruck jeden beliebigen Wert einzusetzen, Herr PASCHEN schließt aber aus seiner Diskussion, daß ein um 18 Proz. zu kleiner Wert von σ bei meinem Verfahren nicht ausgeschlossen zu sein braucht.

Da hierdurch bei dem Leser der Verdacht erweckt werden muß, daß aus diesem Grunde ein solcher Fehler bei meiner Bestimmung von σ vorhanden sein könnte, so möchte ich obige von Herrn PASCHEN ganz willkürlich eingesetzten Daten durch die gemessenen Zahlenwerte ersetzen.

---

1) F. PASCHEN, Ann. d. Phys. (4) 38, 30, 1912.
2) CH. FÉRY, Séances de la Soc. franc. de Phys., 2. fasc., 1909.
3) F. KURLBAUM, Wied. Ann. 65, 746, 1898.

Selbstverständlich habe ich vor der Benutzung der Bolometer zu absoluten Strahlungsmessungen die Dicke der Bleche auf Gleichmäßigkeit untersucht. Zur ungefähren Orientierung genügt zunächst die Wägung, hierbei zeigt sich natürlich, daß die Bleche im allgemeinen etwas keilförmig sind, weil die Achsen der benutzten Walzen nicht absolut parallel sind. Dieser Fehler läßt sich wesentlich dadurch verringern, daß die Kupferbleche, zwischen denen die silberplattierten Platinstreifen gewalzt werden, abwechselnd beim Walzen in der Längsachse um 180° gedreht werden. Deshalb bin ich beim Walzen der Bleche stets persönlich zugegen gewesen.

Ein genaueres Kriterium bietet sich nach Herstellung der Bolometer, aber vor Schwärzung der Streifen mit Platinschwarz, durch elektrisches Glühen der Streifen bei beginnender Rotglut. In der Gegend von 600° C steigt die photometrische Helligkeit eines glühenden Platinbleches ungefähr mit der 30. Potenz der Temperatur [1]). Deshalb machen sich Dickenänderungen eines Streifens sehr leicht für das Auge bemerkbar, wenn man im dunkeln Zimmer durch Stromregulierung die beginnende Rotglut hervorruft. Hierbei ist es gleichgültig, ob Stellen ungleicher Dicke parallel oder hintereinander vom Strome durchflossen werden, es müssen aber unregelmäßige Luftströmungen möglichst vermieden werden.

Einen genauen zahlenmäßigen Ausdruck für die Dickenänderungen der Bleche findet man durch Messung der Widerstände der Bolometer. Als Beispiel nehme ich diejenigen Bolometer, welche Herr Valentiner [2]) zu absoluten Strahlungsmessungen benutzt hat. Gegen diese Strahlungsmessungen wendet sich der Einwand des Herrn Paschen in gleicher Weise wie gegen die meinigen, da die Bolometer in gleicher Weise hergestellt sind, allerdings waren diese Bolometer nur für relative Strahlungsmessungen hergestellt. Ich habe die von Herrn Valentiner benutzten, in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vorhandenen Bolometer jetzt nachträglich in bezug auf den Widerstand der einzelnen Streifen gemessen.

---

[1]) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verh. d. D. Phys. Ges. 2, 89, 1900.
[2]) S. Valentiner, Ann. d. Phys. (4) 31, 275, 1910.

Die beiden Bolometer *A* und *B* hatten je 10 Streifen und waren so hintereinandergestellt, daß sie eine undurchsichtige Wand aus 20 Streifen darstellten.

Bolometer A.		Bolometer B.	
Streifen 1	1,53 Ohm	Streifen 11	1,81 Ohm
" 2	1,50 "	" 12	1,77 "
" 3	1,47 "	" 13	1,74 "
" 4	1,51 "	" 14	1,71 "
" 5	1,47 "	" 15	1,65 "
" 6	1,59 "	" 16	1,68 "
" 7	1,52 "	" 17	1,58 "
" 8	1,58 "	" 18	1,55 "
" 9	1,59 "	" 19	1,52 "
" 10	1,60 "	" 20	1,55 "
	15,36 Ohm		16,56 Ohm
			15,36 "
			31,92 Ohm

Setzen wir in dem Paschenschen Faktor $(\Sigma w_\nu)^2/n\Sigma w_\nu^2$ entsprechend der Tabelle die Anzahl n der Streifen gleich 20 und für w_ν die Widerstände der einzelnen Streifen ein, so ergibt sich der Wert des Faktors gleich 0,9963, der um 0,37 Proz. von 1 abweicht. Um den gleichen Betrag müßte also infolge der Ungleichheit dieser Zweige der Wert der Konstanten σ abweichen.

Natürlich könnten hiernach innerhalb jedes einzelnen Streifens noch größere Dickenänderungen vorhanden sein. Ich halte es aber nach dem Kriterium der beginnenden Rotglut für ausgeschlossen, daß an den Blechen Dickenänderungen vorhanden sind, welche das Resultat wesentlich stören könnten.

Betreffs der gleichmäßigen Dicke der von mir benutzten Bolometer muß ich betonen, daß diese Bolometer aus möglichst gleichmäßigen Blechen hergestellt sind, und wir haben in den von mir im Jahre 1898 [1]) veröffentlichten Widerständen der Bolometer ein Kriterium für die mittlere Dicke der Bleche, welches auf Gleichmäßigkeit der Dicke schließen läßt. Nach S. 751 und 752 l. c. bestand die eine Bolometerkombination B_1 aus 19 Streifen von 34,54 mm Länge, 2 mm Breite (auf der Teilmaschine geteilt), rund 0,001 mm Dicke; der Widerstand w_1 betrug 33,87 Ohm bei 17,0° C. Die andere Kombination B_2 bestand aus 9 Streifen von 35,33 mm Länge, 4 mm Breite und rund 0,001 mm Dicke; der

[1]) l. c., S. 751 u. 752.



Widerstand w_2 betrug 8,095 Ohm. Bezeichnen wir Länge, Breite und Dicke der Streifen mit l, b und d, so verhält sich

$$w_1 : w_2 = \frac{19\, l_1}{b_1\, d_1} : \frac{9\, l_2}{b_2\, d_2}.$$

Hieraus ergibt sich das Verhältnis der mittleren Dicken der einzelnen Bolometerkombinationen zu 1,0136. Die mittleren Dicken dieser beiden aus 1 μ dicken Platinblechen hergestellten Bolometerkombinationen weichen also nur um 1,36 Proz. voneinander ab, das ist ein überraschend kleiner Betrag.

Was nun die von Herrn Paschen erwähnten Löcher in den dünnen Blechen betrifft, so habe ich gelegentlich einer Untersuchung über Temperaturdifferenzen an einem strahlenden Körper auf mikroskopisch feine Löcher aufmerksam gemacht, welche sich in den dünnen Blechen vorfinden. In diesem Falle benutzte ich ein größeres Blech als reflektierende Wand, wobei es mich nicht störte, daß ungefähr der Betrag von 0,0002 der Fläche aus Löchern bestand. Die in den benutzten Bolometern vorkommenden Löcher machen demgegenüber einen sehr viel kleineren Betrag aus. In einem Bolometer, welches aus 10 je 2 mm breiten und 35 mm langen Streifen besteht, sind im allgemeinen nicht mehr als drei Löcher vorhanden; der Durchmesser der Löcher beträgt 0,02 bis 0,05 mm, das ist also ein vollständig zu vernachlässigender Umstand.

Nach diesen Erörterungen halte ich es für vollkommen ausgeschlossen, daß die Differenz von 18,4 Proz. zwischen dem Féryschen und meinem Werte durch Herrn Paschen erklärt sei, es muß vielmehr eine andere Erklärung abgewartet werden. Ich bin aber Herrn Paschen dafür dankbar, daß er die Fehlerquelle zur öffentlichen Diskussion gebracht hat, weil dadurch klargestellt wird, daß seine Annahme über die Größe des möglichen Fehlers unhaltbar ist. Mit Herrn Paschen stimme ich dagegen darin überein, daß diese Differenz nicht, wie Herr Féry meint, durch mangelnde Absorption des von mir benutzten Platinschwarz erklärt werden kann.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich mich darüber äußern, welchen Wert der Konstante σ ich für den wahrscheinlichsten halte. Im Jahre 1898[1]) habe ich $5{,}32 \cdot 10^{-12}$ Watt als Wert für

[1]) l. c.

σ gemessen, unter den Fehlerquellen aber auch angegeben, daß die Absorption des Platinschwarz noch nicht bestimmt ist. Im Jahre 1899[1]) habe ich mir ein Urteil über das Emissionsvermögen des Platinschwarz verschafft, und ebenso im Jahre 1900[2]) über die Temperaturdifferenzen innerhalb einer strahlenden Schicht. Diese Umstände, sowie eine Untersuchung von TH. ROYDS[3]) über das Reflexionsvermögen schwarzer Flächen ergeben für die von mir gemessene Konstante σ wegen mangelnder Schwärze des Bolometers eine Korrektion von 2 bis 3 Proz., wie ich auf diesbezügliche Anfragen stets angegeben habe. Deshalb halte ich nach meinen Messungen den Wert von $5{,}32 . 10^{-12}$ Watt + 2,5 Proz. $= 5{,}45 . 10^{-12}$ Watt für wahrscheinlich. Es ergeben sich folgende Werte der verschiedenen Beobachter für die Konstante $\sigma . 10^{12}$:

KURLBAUM[4])	5,32	1898	VALENTINER[7]) . . .	5,36	1910
	+ 2,5 Proz.			+ 2,5 Proz.	
	5,45		FÉRY und DRECQ[8]) .	6,51	1911
FÉRY[5])	6,30	1909	SHAKESPEAR[9]) . . .	5,67	1912
BAUER u. MOULIN[6]) .	5,30	1909	GERLACH[10])	5,803	1912

Eine weitere Entscheidung über den wahrscheinlichsten Wert ist in nächster Zeit zu erwarten, da diese wichtige Konstante inzwischen auch von anderer Seite in verschiedener Weise bestimmt wird.

---

1) F. KURLBAUM, Wied. Ann. **67**, 846, 1899.
2) F. KURLBAUM, Ann. d. Phys. (4) **2**, 546, 1900.
3) T. ROYDS, Phys. ZS. **11**, 316, 1910.
4) l. c.
5) CH. FÉRY, Bull. Soc. Franc. Phys. (2) **4**, 1909.
6) E. BAUER u. M. MOULIN, Journ. d. Phys., 3. Dez. 1909.
7) S. VALENTINER, Ann. d. Phys. (4) **31**, 275, 1910.
8) CH. FÉRY u. M. DRECQ, Journ. d. Phys. (5) **1**, 551, 1911.
9) G. A. SHAKESPEAR, Proc. Roy. Soc. London (A) **86**, 180, 1912.
10) W. GERLACH, Ann. d. Phys. (4) **38**, 1, 1912.

Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Feldvektoren;

von Hans Witte.

(Eingegangen am 29. Mai 1912.)

E. GEHRCKE[1]) hat unter Benutzung des Satzes vom zureichenden Grunde aus dem Auftreten der kreisförmigen Magnetkraftlinien rings um die Bewegungsrichtung einer gleichförmig-geradlinig bewegten Kugel einen Schluß gezogen, der die Grundanschauungen von der Struktur der elektrischen bzw. magnetischen Felder angreift.

Solange die Kugel ruht, ist nach unseren bisherigen Kenntnissen diejenige Richtung, die nachher zur Magnetkraftlinie wird (nämlich senkrecht zur elektrischen Feldstärke und zur Translationsgeschwindigkeit), ganz gewiß nicht ausgezeichnet; denn das Feld besteht überall nur aus der radial gerichteten elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$, und von der nachher hinzukommenden Translationsgeschwindigkeit $\mathfrak{v}$ ist ja überdies die Richtung noch gar nicht einmal bestimmt. Erfolgt dann aber der Stoß, so kann dadurch, d. h. durch den Stoß, nach unseren heutigen Kenntnissen die vorgenannte Richtung der auftretenden magnetischen Kraft ebenfalls nicht begründet werden; denn es ist jetzt die Translationsrichtung $\mathfrak{v}$ selber die ausgezeichnete Symmetrielinie für den ganzen Vorgang, alle diese Linie enthaltenden Ebenen sind Symmetrieebenen, es kann also unmöglich eine bestimmte Richtung senkrecht zu solchen Ebenen — wie das die tatsächliche Existenz der magnetischen Feldstärke bzw. Kraftlinie erfordert — bevorzugt sein, sie kann nicht bevorzugt sein, einfach nach dem Satze vom zureichenden Grunde. Diese Überlegung führt, „ohne eine bestimmte Auffassung nahe zu legen, zu dem Schluß, daß den elektrischen oder den magnetischen Kraftlinien oder beiden gewisse Eigenheiten in ihrer natürlichen Struktur beigemessen werden müssen, die zu den heute allgemein vorausgesetzten Eigenschaften dieser Gebilde hinzukommen“.

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 379, 1912.

Ich versuche im folgenden, die Schwierigkeit mit anderweitigen, die elektromagnetischen Felder betreffenden Symmetriebetrachtungen in Verbindung zu bringen, und gestatte mir, einige damit noch im Zusammenhang stehende Bemerkungen vor- und nachher anzufügen [1]).

1. Die Schwierigkeit tritt in ein besonders helles Licht, wenn man das moderne Relativitätsprinzip als gültig ansieht. Dann kann man den der Kugel erteilten Stoß ersetzen durch Eigenbewegung des Beobachters einschließlich seiner Meßinstrumente, während die Kugel ruhend bleibt. Das eine bestimmte Magnetkraftliniensystem tritt dann ausdrücklich als nur in dem Weltbilde dieses Beobachters vorhanden auf; es können sich aber unendlich viele Beobachter nach allen denkbaren Richtungen mit allen möglichen Geschwindigkeiten bewegen, jeder dieser unendlich vielen Beobachter konstatiert das zu ihm gehörige Magnetfeld und damit den von GEHRCKE festgestellten Widerspruch; nur der eine, der zufällig relativ ruht, nicht. Die Schwierigkeit erscheint so gewissermaßen ins Unendliche bezüglich Raum- und Geschwindigkeitsverteilung wiederholt.

Andererseits braucht man keineswegs die neuesten Theorien heranzuziehen, um den Widerspruch fühlbar erscheinen zu lassen. Im Grunde dürfte wenigstens ein gewisses Gefühl für das Vorhandensein einer solchen Schwierigkeit schon von Anfang an dagewesen sein, d. h. seit der OERSTEDTschen Entdeckung der Magnetnadelablenkung durch den elektrischen Strom; die bekannten von OERSTEDT angestellten Experimente und die von ihm selber an die Ergebnisse angeknüpften Überlegungen über die Richtung der Kraft zeigen, daß schon ihm wenigstens die Abweichung von dem Gewohnten aufgefallen ist.

2. Was nun die Darstellung durch Kraftlinien schlechthin betrifft, so scheint es mir nützlich, zunächst einen Unterschied zu machen zwischen ihrer geometrischen Gestalt und ihrer physi-

---

[1]) Anmerkung bei der Korrektur: Gerade heute gelangt das Heft der Verh. d. D. Phys. Ges. vom 30. Mai d. J. in meine Hände mit dem Aufsatz von K. LICHTENECKER, der denselben Gegenstand in anderer Weise behandelt. Auf Einzelheiten kann ich leider nicht mehr eingehen; ich erwähne nur, daß auch LICHTENECKER den Gedanken an gegensätzliche Schraubensymmetrie heranzieht, den ich unter Nr. 10 des vorliegenden Aufsatzes angedeutet habe; LICHTENECKER mehr in bezug auf die elektrischen Elementarquanten, ich mehr im Hinblick auf die Magnetpole.



kalischen bzw. dynamischen (im Sinne von ponderomotorischen) Bedeutung.

Mit dem ersten meine ich nur die rein geometrische Gestalt als solche, d. h. in diesem Falle die Form von konzentrischen, die oben erwähnte Symmetrielinie des gesamten Vorganges umgebenden Kreisen. In dieser rein geometrischen Beziehung macht das Auftreten der Magnetkraftlinien keine Schwierigkeit. Das kann man sich an verwandten mechanischen Beispielen klarmachen. Bei einer gleichförmig-geradlinig durch eine reibungslose Flüssigkeit bewegten Kugel z. B. kann man senkrecht zur Symmetrielinie (Bewegungsrichtung) konzentrische Kreise angeben, die einen physikalischen Sinn haben: alle Teilchen erfahren bei ihrer Bewegung Drehungen (trotz der „Wirbelfreiheit"), die Kreise verbinden gleich weit verdrehte Teilchen. Dasselbe gilt z. B. für das bekannte Feld von Quell- und Senkpunkten usf. Das Vorhandensein solcher Kreise rein als Linien widerspricht bei einer ausgezeichneten Symmetrielinie den Symmetrieverhältnissen nicht.

Fig. 1.

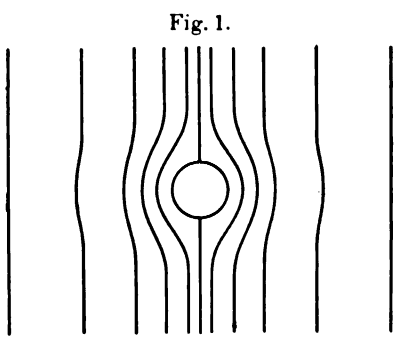


Fig. 2.

Die Schwierigkeit liegt nun aber darin, daß in unserem Falle auf dem Kreise ($\mathfrak{H}$) ein bestimmter *Richtungssinn* ausgezeichnet sein soll. Wenn ich Gehrcke recht verstehe, betrachtet auch er dies als das Entscheidende; ein mechanisches Modell wie z. B. das von Lodge, das Gehrcke erwähnt, würde in diesem Sinne die Schwierigkeit nicht heben, da gerade dieses Modell den bestimmten Richtungssinn auf dem Kreisrand nicht hat, sondern nur die geometrisch ausgezeichnete Linie.

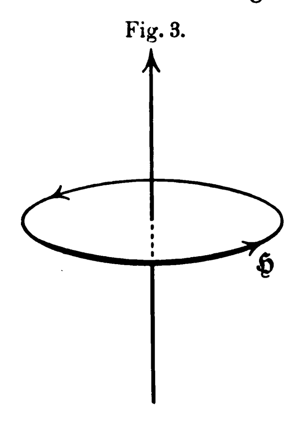
Der magnetische Nordpol wird tatsächlich nach einer *bestimmten*, durch die bekannte Schwimmregel oder ähnliche Orientierungshilfen ermittelbaren Richtung *einseitig* herumgedreht bzw. abgelenkt — diese Tatsache ist die eigentliche Schwierigkeit, der Widerspruch mit dem Satze vom zureichenden

Grunde; die physikalische Gerichtetheit, nicht die geometrische Richtung (d. h. Kreisgestalt) jener Magnetkraftlinie ist das mit den bisherigen Vorstellungen Unvereinbare.

Noch ein ganz grobes Beispiel: Wenn ein Wagen in der Richtung der x-Achse fährt, dann ist es kein Widerspruch, daß auch eine Richtung parallel y geometrisch ausgezeichnet ist (Räderachsen), dagegen fehlt der zureichende Grund für Auszeichnung einer bestimmten physikalischen Richtung auf dieser geometrischen Linie (willkürlich etwa vom linken nach dem rechten Rade hin).

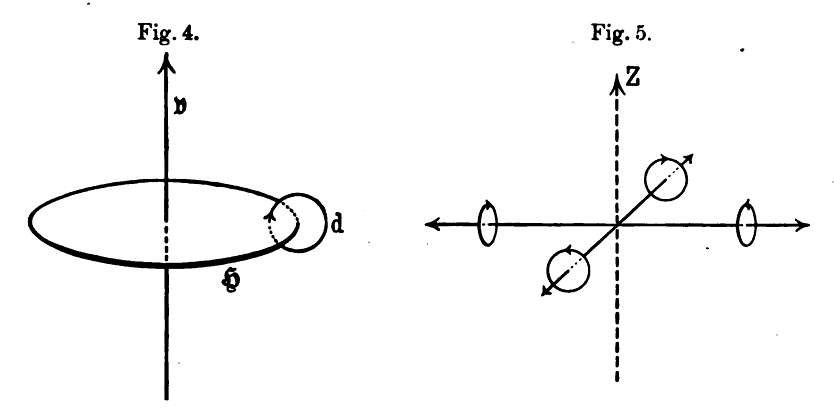
3. Dieses Beispiel vom fahrenden Wagen und rollenden Rädern, sowie die vorher angeführten mit ihrer teils translatorischen, teils rotatorischen Bewegung und schließlich auch die Erinnerung an das Modell von Lodge leiten von selber zur Anknüpfung an die mehrfach besprochenen allgemeinen Symmetriebeziehungen in den elektromagnetischen Feldern, die durch die Notwendigkeit gegeben werden, dem einen Teil der elektromagnetischen Feldvektoren polaren, dem anderen Teil axialen Charakter zuzuschreiben. Die Notwendigkeit einer solchen Scheidung besteht bekanntlich ganz abgesehen von der Frage nach einer etwaigen Verwandtschaft elektromagnetischer Vorgänge mit mechanischen (Polarisationsebene usw.), sie wird unmittelbar durch alle elektromagnetischen Theorien von Ampère bis zur Relativitätselektrodynamik in gleicher Weise durch die Form der Grundgleichungen gegeben (z. B. $\dot{\mathfrak{H}} = c . curl (\mathfrak{E})$, ist also bis auf weiteres bindend. Es muß danach entweder (A) die ganze Gruppe der elektrischen Vektoren polar, die ganze Gruppe der magnetischen Vektoren axial sein, oder umgekehrt (B) die ganze elektrische Gruppe axial, die ganze magnetische Gruppe polar.

Fig. 3.



4. Im Falle A hat die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ den Charakter einer Translationsgeschwindigkeit, die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ den Charakter einer Drehung. Man kann sich also die Magnetkraftlinie als Drehungsachse denken; je nach der speziellen Art des angenommenen Bildes erscheint sie als Wirbellinie für die

sich drehenden, als gemeinsame Drehachse für die verdrehten Teilchen, oder ähnlich. Am anschaulichsten ist die Auffassung als Wirbellinie oder Wirbelring. Der Charakter des Vorganges als Drehung um eine Achse bedingt dann physikalisch Auszeichnung eines bestimmten Drehungssinnes d um die Achse herum, das ist aber, da die Drehung jeweils in der die Symmetrielinie $\mathfrak{v}$ des ganzen Vorganges enthaltenden Ebene erfolgt, mit den Symmetrieverhältnissen des Gesamtvorganges verträglich. Kehrt man $\mathfrak{v}$ um, so ändert sich der Drehungssinn von d, wie bei Zahnstange und Zahnrad (man vergleiche das Modell von LODGE). Daß man mathematisch die beiden verschiedenen Drehungssinne vektoriell



durch Pfeile kennzeichnet, die in der Richtung der Magnetkreistangente das eine Mal hinter, das andere Mal vor die Zeichnungsebene weisen, das hat mit diesen physikalischen Verhältnissen gar nichts zu tun, das liegt eben in der üblichen Vektordarstellung axialer Vorgänge begründet. Vermöge der axialen Natur von $\mathfrak{H}$ bedeutet also in der rein theoretischen Feldbeschreibung bzw. im mechanischen Bilde die Magnetkraftlinie selber zunächst überhaupt weiter gar nichts als einen Kreis, der eine Dreh-Achse mit ausgezeichnetem Drehungs-Sinne ist.

Man sieht, man kommt damit im Falle A gerade so weit wie schon unter 2. als mit den Symmetrieverhältnissen verträglich erkannt, nämlich bis zu dem Kreise um $\mathfrak{v}$, auf dem aber eine bestimmte tangentielle Bewegungsrichtung nicht bevorzugt sein kann. Es bleibt demzufolge in diesem Falle A genau dieselbe Hauptfrage und genau im selben Umfange unerledigt, wie oben

unter 2. allgemein entwickelt: Woher die tatsächliche Bevorzugung einer Richtung längs des Kreisrandes? Sie kann aber hier so formuliert werden: Gegeben ist in dem betreffenden Raumpunkt ein axialer Vektor ($\mathfrak{H}$), wie kann die Wirkung nach außen eine bestimmte von den beiden gleichwertigen Richtungen bevorzugen? Kurz: Wie kann ein axialer Vektor polar wirken?

5. Ganz anders liegen die Verhältnisse im Falle B. Hier ist der Vektor $\mathfrak{H}$ von vornherein polar, es ist also die Bevorzugung einer ganz bestimmten Richtung auf dem Kreise von vornherein gegeben. Das hängt natürlich mit dem jetzt geforderten axialen Charakter von $\mathfrak{E}$ zusammen; man kann es sich am mechanischen Bilde so klarmachen:

Die Figur soll den elektrischen Zustand vor Eintritt der in der Richtung der z-Achse erfolgenden Bewegung in vier Punkten auf den Achsen $\pm x$ und $\pm y$ darstellen, die vom Koordinatenanfangspunkt (Mittelpunkt der ruhenden Kugel) gleich weit entfernt sind. Die kleinen Kreise stehen jeweils senkrecht auf den Achsen, sie deuten den jetzt dem elektrischen Vektor zugrunde liegenden Drehvorgang an. Es erscheint nun schon jetzt durch Aneinanderreihen aller entsprechenden Kreise in der Ebene xy von der $+z$-Achse gesehen ein bestimmter Umkreisungssinn um die z-Achse herum bevorzugt, der entgegengesetzte von der $-z$-Achse aus. Entsprechendes gilt für alle übrigen Ebenen parallel xy. Tritt nun die vorgedachte Bewegung längs der z-Achse wirklich ein, so gestatten die Symmetrieverhältnisse, daß bei Bewegung in der Richtung $+z$ der eine, in der Richtung $-z$ der entgegengesetzte Umkreisungssinn um die z-Achse herum ausgezeichnet ist.

Man kommt demzufolge mit der Möglichkeit B zunächst weiter, man gewinnt sofort die Bevorzugung des fraglichen Umkreisungssinnes um die z-Achse herum.

6. Indessen sieht man unmittelbar, daß der Vorteil doch nur bis zu einer gewissen Grenze geht. Die Bevorzugung ist nämlich auf Kosten von $\mathfrak{E}$ geschehen. In dem Falle B ist ja der Vektor $\mathfrak{H}$ nur deswegen polar, weil eben $\mathfrak{E}$ axial vorausgesetzt wird. Man steht daher in diesem Falle nun bei dem elektrischen Vektor $\mathfrak{E}$ vor der Frage: Wie kann dieser axiale Vektor polar wirken?

Insofern kommen beide Fälle A und B auf dasselbe hinaus; es zeigt sich, daß die Schwierigkeit in der innersten Natur der bisherigen Beschreibung elektromagnetischer Felder durch die

Vektorengruppen 𝔈 usw. und 𝔋 usw. begründet liegt: nur einer der beiden Vektoren, entweder 𝔈 oder 𝔋, kann polar sein, der andere ist notwendigerweise axial; beide aber sollen eine in der bestimmten mathematisch festgelegten Richtung ihres Vektorpfeiles liegende ponderomotorische Wirkung ausüben, also ist man notwendigerweise bei einem der beiden Vektoren gezwungen, ihm bei vorausgesetztem axialen Charakter eine polare Wirkung zuzuschreiben.

Demzufolge kann man auch nicht ohne weiteres auf Grund der am Ende von 5. angestellten Überlegung der Möglichkeit *B* vor der Möglichkeit *A* den Vorzug geben wollen.

7. Im Gegenteil ist ja bekannt, daß auf Grund anderweitiger Erscheinungen gerade der umgekehrte Schluß gezogen worden ist: es ist *A* für richtig und *B* für unzutreffend erklärt worden.

Allerdings sind die in Betracht kommenden Überlegungen [auf Grund des Halleffektes[1]), sowie der pyroelektrischen usw. Erscheinungen an Kristallen[2])] schon angestellt worden, bevor die neuesten elektromagnetischen Theorien fertig vorlagen, indessen dürften sie durch die Einführung der Elektronen keine wesentliche Änderung erfahren.

Vielmehr legt ja gerade die Elektronentheorie die Vorstellung, daß die elektrischen Vektoren polar sein müßten, außerordentlich nahe. Es stehen nämlich in der Theorie von H. A. Lorentz die elektrischen Vektoren überall auf derselben Stufe mit den polaren Geschwindigkeiten; z. B. der zeitliche Differentialquotient $\dot{\mathfrak{d}}$ der elektrischen Erregung $\mathfrak{d}$ mit dem Produkte Ladung mal Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ usw., weil sie ja eben Ströme usw. durch Geschwindigkeit usw. von Ladungen erklärt. Dazu ist allerdings folgendes zu bemerken: Die Ladung bzw. ihre Dichte ϱ ist durch die Divergenz eben der elektrischen Erregung $\mathfrak{d}$ gegeben, diese Divergenz würde aber rein formell bei axialem $\mathfrak{d}$ mit den Koordinaten x, y, z ebenfalls ihr Vorzeichen ändern und demgemäß, da die Verbindungen zwischen den elektrischen und den polaren Geschwindigkeitsvektoren in allen Fällen Formen haben wie

$$\dot{\mathfrak{d}} + \varrho . \mathfrak{v}$$

[1]) F. Koláček, Wied. Ann. 55, 503, 1895.

[2]) W. Voigt, Die fundamentalen physikalischen Eigenschaften der Kristalle, Leipzig 1898, S. 92, u. a. m.



und ähnliche, rein formell auch bei axialem Charakter der elektrischen Vektoren die Koppelung der elektrischen mit den Geschwindigkeitsvektoren möglich machen. Es liegt ja freilich nahe, das ohne weiteres abzulehnen, in der Erwägung, die elektrische Ladung sei eine Realität wie die Materie und es könne daher ihr Vorzeichen nicht vom Koordinatensystem abhängen; dieser Gedanke liegt um so näher, als die entsprechende magnetische Funktion *div* 𝔥, soweit man bis jetzt weiß, Null ist, also eine solche Schwierigkeit nicht bereiten kann; indessen ist dieser Gedanke kein bindender Schluß.

Es bleiben also als Stützen für die polare Natur von 𝔈 nur die zuerst genannten bestehen.

Man könnte schließlich allerdings gerade für den vorliegenden Zweck auch diese noch anzweifeln. Denn es handelt sich ja hier ausgesprochenermaßen um eine Erweiterung der alleruntersten Grundlagen der Elektrodynamik, um eine erst noch zu ermittelnde Zukunftstheorie mit ausdrücklich vorgesehener Komplizierung der bisher für richtig gehaltenen einfachen Symmetrieeigenschaften der Vektoren. Es wäre denkbar, daß diese Zukunftstheorie eine ganz andere Erklärung von Halleffekt und Pyroelektrizität usw. mit sich brächte.

8. Auf Grund dieser Erwägung kann man also zu dem Schlusse kommen, daß ebensowenig A ein Vorzug vor B zuzuerkennen ist, wie vorher B vor A.

Man muß dann sowohl von der einen wie von der anderen Seite aus vorzugehen versuchen. In der scharfen Scheidung zwischen den beiden Ausgangsmöglichkeiten A und B hat man einen vorteilhaften Führer für das Aufstellen der zu suchenden neuen Theorien. Es handelt sich also darum, von jeder der beiden Grundlagen ausgehend neue Theorien mit irgend welchen passend erscheinenden Änderungen bezüglich der Struktur von 𝔈 und 𝔋 versuchsweise zu entwickeln. Ein Beispiel für einen solchen Versuch — zu Gruppe B gehörend — bietet schon das von GEHRCKE herangezogene Wirbelfadenmodell J. J. THOMSONs für die Elektronen.

9. Ehe man nun aber mit diesen grundstürzenden Versuchen einer Strukturänderung von 𝔈 oder von 𝔋 beginnt, scheint mir noch eine bestimmte anderweitige Überlegung erledigenswert zu



sein. Es scheint mir, als ob der zureichende Grund für den zur Rede stehenden Widerspruch vielleicht doch noch an einer dritten Stelle gefunden werden könnte, also weder in einer Änderung von 𝔈 noch einer Änderung von 𝔋, sondern anderwärts. Diese dritte Möglichkeit dürfte überdies deswegen besondere Beachtung verdienen, weil sie vermutlich nicht zu einem Verlassen des Bodens der gegenwärtigen Erfahrung führen würde.

Es liegt dabei im Sinne der obigen Symmetrieausführungen, wenn ich von den beiden oben entwickelten Fällen A und B denjenigen zugrunde lege, für den die Schwierigkeit an der von Gehrcke bezeichneten Stelle liegt, also Fall A (axiales 𝔋).

10. Ich gehe wieder von den Symmetriefragen unter 2. und 3. aus. Kann ein axialer Vektor unter keinen Umständen polar wirken? Wenn ich ein grobes mechanisches Bild anführen darf, so könnte man z. B. an einen Schraubstock denken, wo einsinnige Drehung und bestimmt gerichtete Translation senkrecht dazu miteinander gekoppelt sind. Ich führe das Beispiel nicht an, um es in Parallele mit den hier betrachteten Vorgängen zu setzen; aber das Bild kann dazu dienen, daran zu erinnern, daß doch in der Tat ein drittes noch in Betracht kommen kann: das ist die Struktur des zu bewegenden Objektes, in unserem Falle also des Magnetpols. Es fragt sich, ob der zureichende Grund nicht in dem Magnetpol liegen könnte.

11. Man wird allerdings vielleicht zuerst meinen, das käme auf dasselbe hinaus wie vorher, nämlich auf Strukturänderung eines Vektors, hier 𝔋: denn sobald man die Struktureigenheiten des Magnetpols genau berücksichtigt, muß das auf die Definition von 𝔋 zurückwirken. Es kann ja auch kein Zweifel darüber sein, daß die magnetische Feldstärke 𝔋 in den elektromagnetischen Theorien — im Grunde schon seit Ampère — eigentlich recht auf Stelzen steht. Beide Feldstärken 𝔈 und 𝔋 sind definiert durch die Kraft auf den Einheitspol; nun ist aber ein elektrischer und ein magnetischer Einheitspol ein sehr verschiedenes Ding. Bei dem elektrischen braucht man, auch angesichts der erwähnten neuesten Theorien, nicht zu bezweifeln, daß er etwas relativ Einfaches ist; bei dem magnetischen aber hat man allen Anlaß anzunehmen, daß es sich da um ein in Wirklichkeit ganz außerordentlich kompliziertes, streng genommen gar nicht einmal



konstantes [1]) Gebilde handelt (ganz abgesehen von der Tatsache, daß man einen einzelnen Magnetpol gar nicht herstellen kann). Wenn man also die Definition von $\mathfrak{H}$ primär nur auf den Pol stützt und nun die komplizierten Verhältnisse im Pol selber primär berücksichtigen will, dann kann man allerdings eine Änderung auch der Definition von $\mathfrak{H}$ selber für nötig halten und man sieht sich damit auf dem Wege, der zu einer Komplizierung der bisherigen axialen Natur der Feldstärke $\mathfrak{H}$ führt.

12. Aber es scheint mir möglich, die primäre Definition von $\mathfrak{H}$ nicht so eng an den Magnetpol anzuschließen, sondern dasjenige, was man insgemein magnetische Feldstärke nennt, in zwei Begriffe zu zerlegen.

Ich gehe dazu auf die Betrachtungen unter 2. bis 4. zurück. Es ist da gezeigt worden, daß die Symmetrieverhältnisse bei dem zugrunde gelegten Vorgang die Kreisform der Magnetkraftlinie rein geometrisch gestatten, und daß sie auch mit Drehungen um diese Magnetkraftlinie (senkrecht zu ihrer Richtung) verträglich sind, kurz, daß ein axialer Vektor $\mathfrak{H}$ in der geforderten Anordnung zulässig ist.

Man kann nun dieses axiale $\mathfrak{H}$, so wie es bis dahin auftritt, für sich allein als den ersten $\mathfrak{H}$-Begriff festlegen; abgetrennt davon bleibt dann als zweiter Teilbegriff von $\mathfrak{H}$ die noch herzuleitende „polare" Wirkung auf den Magnetpol. Was damit gesagt werden soll, wird deutlicher am mechanischen Bilde: hier erscheint $\mathfrak{H}$ primär definiert durchaus nicht als die Kraft auf den Einheitspol, sondern ganz unabhängig davon etwa als die Wirbelgeschwindigkeit des Äthers. Man ist aber mit einer solchen Auffassung nicht an ein mechanisches Bild gebunden: von ihm losgelöst stellt sich $\mathfrak{H}$ einfach rein rechnungsmäßig als ein in den Differentialgleichungen usw. vorkommender axialer Vektor dar, der als im Felde „vorhanden" anzusehen ist, und aus dessen Verteilung dann nachher die Erscheinungen selber erschlossen werden können. Dieser letzte, zweite Schritt ist dann aber durchaus eine Sache für sich. In diesem Sinne will ich unterscheiden zwischen $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ (das bedeutet den axialen Feldvektor) und $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ (das bedeutet die „polare" ponderomotorische Wirkung). Die

[1]) Daß die Differentialgleichungen der Elektronentheorie noch konstante Magnetfelder als mögliche Lösungen enthalten, ist auffällig, eigentlich widerspricht das den Grundvorstellungen der Theorie.



Frage lautet dann: Wie wird $\mathfrak{H}_{pond}$ aus $\mathfrak{H}_{feld}$? und die vermutete Antwort: Das liegt an dem Magnetpol.

13. Die moderne Elektronentheorie weist, wie mir scheint, selber ausdrücklich auf einen solchen Weg hin.

Man kann in dem LORENTZschen Formelsystem bzw. dem der Relativitätstheorie zunächst die Größen $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{h}$ usw. (LORENTZ) oder $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ usw. (wie ich sie nach jetzt üblicher Bezeichnung des weiteren nennen will) in dem soeben angegebenen Sinne rein rechnerisch auffassen und alle möglichen den Gleichungen genügenden Felder ausrechnen, so z. B. auch das zur Rede stehende Feld der gleichförmig bewegten geladenen Kugel. Dann kommt man ohne Widerspruch bis zu dem (axial vorausgesetzten) $\mathfrak{H}_{feld}$. Wie verfährt nun die Theorie selbst weiter? Man überzeugt sich leicht, daß hier ein ganz entschiedener Einschnitt vorhanden ist. Die Theorie behauptet ganz und gar nicht, daß das errechnete $\mathfrak{H}$ ohne weiteres die Kraft auf einen Magnetpol sei. Eine derartige Behauptung stellt sie nur auf bezüglich der elektrischen Erregung oder Feldstärke $\mathfrak{E}$, diese bedeutet sogleich auch eine gleichsinnige und proportionale motorische Wirkung

$$\mathfrak{F}_1 = \varrho \cdot \mathfrak{E},$$

wobei ϱ wieder die Dichtigkeit der elektrischen Ladung ist. Bei $\mathfrak{H}$ ist das aber ganz anders, die motorische Wirkung des $\mathfrak{H}$ und damit im besonderen die Wirkung auf einen Magnetpol berechnet sich auf einem ganz anderen Wege, nämlich über die Formel

$$\mathfrak{F}_2 = \varrho \cdot \frac{1}{c} \cdot [\mathfrak{v}, \mathfrak{H}].$$

Es läßt sich allerdings die Gesamtformel

$$\mathfrak{F} = \varrho \cdot \left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}, \mathfrak{H}]\right)$$

auf eine Form bringen, in der der sogenannte „Parallelismus zwischen elektrischer und magnetischer Feldstärke“ nachträglich hervortritt. Das geschieht, wenn man den bekannten Übergang zu den Spannungen vollzieht; indessen beweist diese Symmetrie zunächst nur, daß bezüglich der hypothetischen Druckverhältnisse in den Feldern eine weitgehende Ähnlichkeit zwischen Elektrizität und Magnetismus besteht, genaue Übereinstimmung in den Einzelheiten des Endeffektes braucht deshalb noch nicht vorhanden zu



sein, und ist es ja auch nicht, denn dafür kommen auch die Kraftlinienanfänge und -enden in Betracht.

Tatsächlich geht die Theorie nicht diesen Weg, sondern sie verfährt folgendermaßen: Sie bildet aus dem errechneten $\mathfrak{H}$, also $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$, zunächst einen neuen Vektor $[\mathfrak{v}, \mathfrak{H}]$, bestimmt durch diesen die Kraft $\mathfrak{F}_2$ auf die bewegten Elektronen im Pol (AMPÈREsche Ströme usw.) und gibt anheim, daraus schließlich die Gesamtwirkung auf den Pol zusammenzusetzen. Erst dieses letzte, die Gesamtwirkung, ist das umstrittene $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$.

14. Es kommen also hinter dem Einschnitt, den ich nach dem Berechnen von $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ konstatiert habe, sogar noch zwei verschiedene Schritte.

Man überzeugt sich nun leicht, daß der erste Schritt noch nicht die Stelle ist, an der die Schwierigkeit beginnt, ja daß er im Gegenteil noch die besondere Eigenschaft hat, einen Umstand zu beseitigen, an dem man sich stoßen könnte.

Das vorerwähnte $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ war ja seiner physikalischen Bedeutung nach ausdrücklich als keinen ausgezeichneten Richtungs-Sinn besitzend anerkannt worden (nur Drehungssinn). Tatsächlich aber hat der errechnete Vektor $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ als Vektor eine Richtung, rein mathematisch genommen. (Daß dieselbe Richtung nachher die von $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ werden soll, kommt hier nicht in Betracht.) Es müßte sich also an dieser Stelle diese bevorzugte Richtung von $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ als eine reine Rechengröße herausstellen; wenn sie mehr wäre, dann hätte man doch schon hier den Widerspruch mit dem Satze vom zureichenden Grunde.

Sie tut das nun aber auch wirklich, und das kommt durch die mit ihr vorzunehmende Operation des Vektorproduktes. Infolge dieser Operation hebt sich tatsächlich die mathematisch ja vorhandene ausgezeichnete Richtung von $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ wieder vollständig heraus. Man kann das leicht im einzelnen verfolgen, ich deute den Weg an. $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ steht senkrecht auf den Ebenen, die die Symmetrielinie (Bewegungsrichtung des Kugelmittelpunktes) enthalten, mithin fällt das Vektorprodukt unter allen Umständen in die Ebene; es muß dann hier außerdem senkrecht auf $\mathfrak{v}$ bzw. der in der Ebene liegenden Komponente von $\mathfrak{v}$ stehen (wobei sich $\mathfrak{v}$ auf das bewegte Elektron im Pol bezieht); daher kommen nun allerdings zunächst noch zwei Richtungen in Betracht, eine und

die ihr entgegengesetzte; richtig ist auch, daß man sie formell durch die Richtung von $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ zu bestimmen hat, nach der Dreifingerregel; aber das kann man nun ebensogut als einen unnötigen Umweg ansehen: anstatt nachzusehen, ob $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ vor oder hinter die Zeichnungsebene weist, kann man direkt zugrunde legen, ob die gegebene positiv oder negativ geladene Kugel vor- oder rückwärts läuft, denn die Richtung von $\mathfrak{H}$ ist lediglich durch die der Kugelbewegung sowie das Vorzeichen der Kugelladung gegeben (und zwar ebenfalls nach einer Dreifingerregel). Es ist also die doppelte Dreifingerregel, deren willkürliche Festsetzungen einander aufheben. Das Ergebnis, die resultierende Kraft auf das Elektron im Pol, entspricht völlig den Symmetrieverhältnissen des Gesamtvorganges und damit dem Satze vom zureichenden Grunde. Der Vektor $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ kennzeichnet sich also als eine reine rechnerische Hilfsgröße [1]).

Kürzer kann man zu demselben Ergebnis gelangen durch die Erwägung, daß das LORENTZsche Kraftgesetz dem alten GRASSMANNschen entspricht.

15. Es bleibt also nun bloß noch der zweite und letzte Schritt übrig, nämlich die in 14. diskutierten, auf die einzelnen Elektronen im Magnetpol wirkenden Kräfte $\mathfrak{F}_2$ zusammenzusetzen, und zu begründen, inwiefern daraus nun das wirklich beobachtete, einseitig wirkende $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ entsteht. Daß dieses $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ der bei der Berechnung des „Feldes" benutzten Hilfsgröße $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ entspricht, erscheint dabei — wenn man von der in 13. erwähnten Ausrechnung der Spannungen absieht, die sofort eine gewisse Symmetrie zwischen $\mathfrak{E}_{\text{feld}}$ und $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ ergibt und daher auch bei $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ eine unmittelbare ponderomotorische Bedeutung erwarten läßt, wie $\mathfrak{E}_{\text{feld}}$ sie hat — an dieser Stelle, cum grano salis, als ein reiner Zufall. (Es ist übrigens bezüglich des Vorzeichens, das hier allein in Betracht kommt, insoweit wirklich ein Zufall, als das bei beiden $\mathfrak{H}$ willkürlich ist, bei $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ wegen der Dreifingerregeln und bei $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ wegen der willkürlichen Benutzung

---

[1]) Es fällt auch sonst auf, daß $\mathfrak{H}$ in vielen Fällen den Charakter einer Hilfsgröße hat; besonders beim modernen Relativitätsprinzip, in dem $\mathfrak{H}$ (allerdings in gewisser Weise auch $\mathfrak{E}$) vielfach als ein völlig relativer Begriff erscheint; es drängt sich die Frage auf, ob die Beschreibung durch ein solches $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ nicht allgemein einen Umweg bedeutet.



des Nordpols für die Definition; dies ist allerdings unwesentlich, es kommt darauf an, daß eben physikalisch $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$ einen bestimmten Richtungssinn hat.)

Das ist also nun zum Schluß die große Frage: Wie kriegt man nun hier die Bevorzugung der einen Richtung heraus?

16. Ich will nicht unterlassen, zunächst darauf hinzuweisen, daß der mehrfach angedeutete Weg über die Spannungskomponenten in seiner Weise natürlich auch in jedem einzelnen Falle zum Ziele führen muß. Es ist aber insofern unbefriedigend, als die bisher besprochenen Symmetrieverhältnisse, auf die es uns ja ankommt, dabei verwischt werden. Die Dunkelheit, die man ganz klar aufgehellt zu sehen wünscht, liegt ja eben gerade bei dem Übergange von dem bis hierhin ganz den allgemeinen Symmetrieverhältnissen entsprechenden Teile der Erscheinung zu demjenigen Teile, der die Symmetrieverhältnisse augenscheinlich durchbricht. Deswegen muß man versuchen, auch auf dem bisher verfolgten Wege zum Ziele zu kommen.

Die vollständige Lösung kann ich nun hier allerdings noch nicht geben, es scheint mir, daß dazu eingehende Überlegungen aus der Magnetisierungstheorie der modernen Elektronentheorie erforderlich sind, im besonderen Hinblick darauf, daß die AMPÈREschen Molekularströme durch kompliziertere Gebilde ersetzt werden müssen. Bis zu einem gewissen Grade aber läßt sich, soviel ich sehe, die Frage schon heute beantworten, und für den Rest ist damit immerhin der Weg gewiesen, der zum Ziele führen kann.

17. Man muß nämlich hier an letzter Stelle noch einmal eine genaue Unterscheidung machen.

GEHRCKE spricht auf S. 380 ausdrücklich von einer Magnetnadel, die keine „Ablenkung“ erfahren dürfe.

Es kommt hier sehr genau auf den mit den Worten zu verbindenden Sinn an. Eine „Ablenkung“ im gewöhnlichen Wortsinne, so wie etwa bei elektrischem Strom und hinreichend kurzer Magnetnadel, kann, nachdem man so weit gekommen ist, keinen Widerspruch mit dem Satze vom zureichenden Grunde mehr herbeiführen. Denn es handelt sich ja hier nicht um wirklich einseitige Ablenkungen, sondern um Drehungen, wobei der Magnet durch Kreisstrom oder Solenoid ersetzt zu denken ist. Diese Drehungen selber folgen aber durchaus den bestehenden

Symmetrieverhältnissen, wie das schon in der alten Elektrodynamik durch die AMPÈREsche Theorie usw. entwickelt worden ist[1]).

18. Diese Art von Ablenkungen, die eigentlich Drehungen sind, scheiden also aus. Es bleiben dann nur diejenigen Versuche mit sehr langen Magnetnadeln und passend angeordneten Stromträgern übrig, die man ausdrücklich anstellt, um die Wirkung auf sogenannte „einzelne Magnetpole" zu beweisen, besonders die Versuche von FARADAY. Hier steckt wirklich das eigentlich umstrittene „einseitige" $\mathfrak{H}_{pond}$.

Dies ist nun derjenige Punkt, den ich, wie gesagt, noch nicht habe entscheiden können, weil dazu die moderne Elektronen-Magnetisierungstheorie eingehend herangezogen werden muß. Die bisherigen Betrachtungen ermutigen aber, auf dem gleichen Wege weiter zu gehen und den Versuch zu machen, die umstrittenen einseitigen Vorgänge als Grenzfälle von Drehwirkungen aufzufassen. Dieser Versuch dürfte insofern nicht als aussichtslos erscheinen, als man die Gesamtwirkungen aus den Wirkungen auf die einzelnen Elektronen im ganzen Magnetkörper aufbauen muß und daher bei den Hypothesen über die Art der Zusammensetzung noch eine gewisse Bewegungsfreiheit besitzt.

---

[1]) Im Zusammenhange damit mag darauf hingewiesen werden, daß die häufig gebrauchte Darstellung des OERSTEDTschen Versuches aus Symmetrierücksichten nicht vorteilhaft erscheint. Die gewöhnliche Ausgangslage — Strom parallel Magnetnadel — ist immer eine einseitig bevorzugte und gibt daher das Bild einer „einseitigen" Ablenkung. Sucht man auch die stabile und insbesondere die labile gekreuzte Lage auf, so verschwindet die „Einseitigkeit".

Braunschweig-Wolfenbüttel, im Mai 1912.

Über eine Methode zur direkten Messung der mittleren freien Weglänge von Gasmolekülen. I.; von J. Franck und G. Hertz.

(Eingegangen am 2. Juni 1912.)

Methoden, um die freie Weglänge von Gasmolekülen und damit den Durchmesser eines Moleküls zu bestimmen, gibt es eine ganze Reihe. Es sei an die Berechnung dieser Größe aus der Wärmeleitung, Diffusion, inneren Reibung der Gase, VAN DER WAALSschen Gleichung usw. erinnert. Außerdem ist hier die Bestimmung der freien Weglänge der Kanalstrahlen von WIEN [1]) und die Berechnung von P. DEBYE [2]) aus KNUDSENS [3]) Radiometerbeobachtungen zu erwähnen, die aber auch beide keine direkten Methoden sind und nur die Größenordnung zu ermitteln gestatten. Die nach den verschiedenen Methoden gefundenen Werte stimmen zwar angenähert überein, lassen jedoch noch beträchtliche Fehler zu. Abgesehen hiervon scheint natürlich eine direkte Messung der Berechnung vorzuziehen. Für gewöhnliche Moleküle hat sich bisher noch kein Weg zur direkten Messung gefunden. Anders liegt die Sache für Gasionen. Ihr Verhalten läßt sich, da sie vor den sie umgebenden Gasmolekülen durch ihre elektrische Ladung ausgezeichnet sind, viel genauer analysieren. Will man jedoch aus der freien Weglänge von Ionen auf die der ungeladenen Moleküle schließen, so müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Erstens muß man unter Bedingungen arbeiten, bei denen das Ion nicht durch Anlagerung von neutralen Gasmolekülen komplex geworden ist, und zweitens darf der Einfluß der elektrischen Ladung auf die Zahl der Zusammenstöße, also auf die freie Weglänge nicht merklich sein.

Der ersten Voraussetzung kann dadurch genügt werden, daß, wie weiter unten ausgeführt, der erste freie Weg, den das Ion

---

[1]) W. WIEN, Sitzungsberichte d. Preuß. Akad. 1911, Nr. 40.
[2]) P. DEBYE, Phys. ZS. 11, 1115, 1910.
[3]) M. KNUDSEN, Ann. d. Phys. 32, 809, 1910.

nach seiner Erzeugung zurücklegt, zur Messung gelangt; da eine Anlagerung von Molekülen nur bei Zusammenstößen erfolgen kann, so kommt ihr Einfluß hier nicht in Frage. Außerdem wird bei Drucken zwischen $^{3}/_{100}$ mm Hg und $^{14}/_{100}$ mm Hg gearbeitet, bei denen erfahrungsgemäß (siehe z. B. TODD[1]) eine Bildung von komplexen Ionen schon lange nicht mehr erfolgt.

Der zweiten Voraussetzung, nämlich der, daß die durch die elektrische Ladung bedingten Anziehungskräfte nur einen kleinen Einfluß auf die freie Weglänge haben, kann man genügen, wenn man die Geschwindigkeit der Ionen groß genug macht. Die scheinbare Vergrößerung des Molekulardurchmessers durch die infolge der elektrischen Ladung des Ions auftretenden Kräfte ist nach WELLISCH[2]) gegeben durch die Gleichung

$$s'^2 = s^2\left(1 + \frac{2\,R_\sigma}{m\,v^2}\right),$$

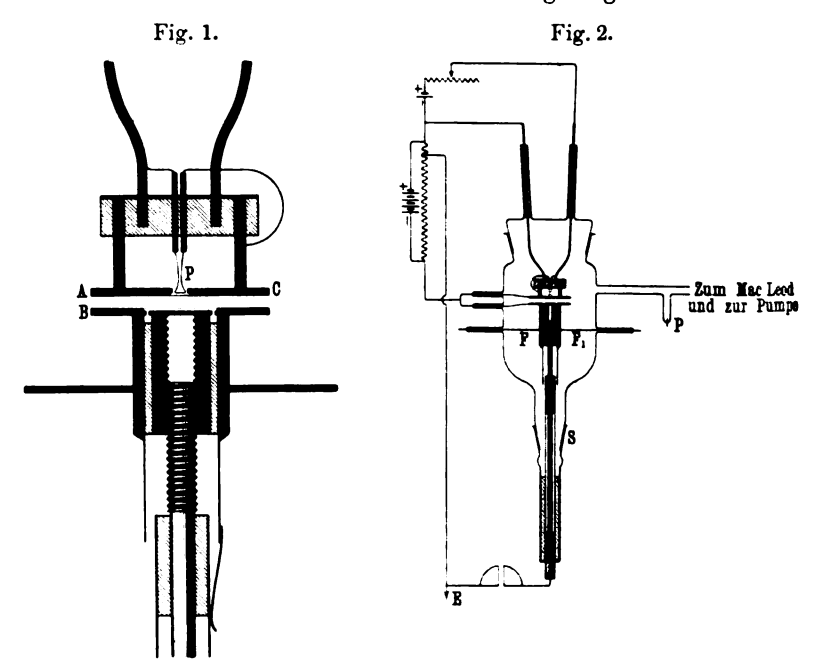
worin s der wahre, s' der scheinbare Molekulardurchmesser, R_σ das Potential der elektrostatischen Kräfte im Augenblick des Zusammenstoßes, m und v die Masse und Geschwindigkeit des Gasions bedeuten. Die Geschwindigkeit der ungeordneten Bewegung der Gasmoleküle war bei unseren Messungen sehr klein gegen die Geschwindigkeit der Ionen. Die Größe R_σ ist nach den Berechnungen von WELLISCH für Wasserstoff $= 2.97 \, . \, 10^{-13}$. Die langsamsten von uns benutzten Ionen hatten eine Potentialdifferenz von 4 Volt frei durchlaufen, für sie war also $m v^2/2 = 6{,}25 \, . \, 10^{-12}$. Daraus ergibt sich, daß bei unseren Messungen bei den langsamsten Ionen die scheinbare Vergrößerung des Molekulardurchmessers und damit die Verkleinerung der mittleren freien Weglänge nicht mehr als 4,8 Proz. betragen haben kann, bei den schnellsten Ionen (40 Volt) nicht mehr als 0,5 Proz.

Die benutzte Versuchsanordnung und das Schaltungsschema ist durch Fig. 1 und 2 dargestellt. In Fig. 1 stellen A und B zwei Kondensatoren dar, die im Vakuum mittels der skizzierten Schraubenanordnung durch das Drehen eines Schliffes gegeneinander verschoben werden können. Die Konstruktion des oberen Kondensators ist folgende: Auf die Messingplatte C wird eine 0,4 mm dicke Hartgummiplatte aufgekittet, die eine als zweite

[1]) G. W. TODD, Phil. Mag. **22**, 791, 1911.
[2]) E. M. WELLISCH, Phil. Trans. London **209**, 249, 1909.

Belegung des Kondensators dienende Aluminiumfolie trägt. Der zentrale Teil dieses Kondensators ist ausgebohrt, das Loch in der Messingplatte hat einen Durchmesser von 5 mm, das in der Hartgummischeibe und der Aluminiumfolie etwa 7 mm. Das Loch in der Folie ist mit einer großen Zahl paralleler 0,03 mm dicker Messingdrähte überspannt, die mit Zaponlack an der Aluminiumfolie bzw. dem Hartgummi befestigt sind. Für genügenden Kontakt zwischen der Folie und den Drähten war gesorgt. In das Loch

Fig. 1. Fig. 2.



der Messingplatte taucht eine Platindrahtspirale P hinein, die mit Ebonit- bzw. Messingstützen, wie es aus der Zeichnung ersichtlich ist, mechanisch fest mit dem oberen Kondensator verbunden wird. Die Spirale wird möglichst in eine Ebene mit der Innenfläche der Messingscheibe gebracht und ihre Größe wird so gewählt, daß sie das Loch angenähert ausfüllt. Der Platindraht kann mittels einer kleinen Batterie zum Glühen erhitzt werden und erzeugt auf diese Weise Oberflächenionisation an der oberen Platte des Kondensators. Auf die Vorbehandlung des Drahtes kommen wir später. Der Kondensator B ist ganz ähnlich gebaut.

Er besteht also wie oben aus der Messingplatte, der dünnen Ebonitscheibe und der Aluminiumfolie und den über das Loch gespannten dünnen Drähten. Der wesentliche Unterschied besteht darin, daß die Messingplatte in üblicher Weise als Auffangelektrode mit Schutzring ausgebildet ist. Da die Elektrometerplatte gehoben und gesenkt werden soll, ist natürlich die Anordnung des elektrostatischen Schutzes usw. komplizierter als gewöhnlich. Sie ist, soweit nötig, jedoch aus der Fig. 1 ersichtlich. Der zentrale Teil, der mit dem Elektrometer verbunden wird, hatte einen Durchmesser von 20 mm. Denselben Durchmesser hatte das Loch in der Ebonitscheibe und der Aluminiumfolie. Die Richtung der Messingdrähte war hier senkrecht zu der Richtung der Drähte im oberen Kondensator.

Die Justierung der Kondensatoren, d. h. hauptsächlich ihre Parallelstellung wurde so vorgenommen, daß der obere Kondensator auf den unteren heraufgelegt und in dieser Stellung mit den Zuleitungen in das Vakuumrohr eingekittet wurde. Die Form des Vakuumrohres selbst ist aus der Fig. 2 ersichtlich. Bei der Variation des Abstandes der Kondensatoren voneinander durch das Drehen des Schliffes S wurde jegliche Verdrehung des Kondensators durch die Führungsstifte F und F' verhindert. Das Auspumpen des Rohres wurde durch eine Gaedepumpe bewirkt, das Einlassen von Wasserstoff von den Drucken, mit denen wir arbeiteten, geschah durch ein Palladiumröhrchen R, wie es zur Regulierung des Druckes in Röntgenröhren gebraucht wird. Die Drucke wurden mit einem Mac Leodschen Manometer gemessen. Vor jeder neuen Meßreihe wurde das benutzte Gas fortgepumpt und durch neues ersetzt. Der als Ionenquelle dienende Glühdraht wurde bei den ersten Messungen nach dem Vorgange von Wilson in Salpetersäure ausgekocht und dann durch Ausglühen in der Bunsenflamme mit Wasserstoff beladen. Bei schwacher Rotglut emittiert er dann neben einigen negativen Elektronen hauptsächlich positive Ionen, die wir hier zur Messung verwandten. (Mit negativen Ladungsträgern haben wir bisher noch keine Messungen angestellt.) Wilson [1]) hat es sehr wahrscheinlich gemacht, daß ein solcher Draht Wasserstoffionen emittiert. Bei längerer Benutzung erwies sich jedoch die Ionenemission des Drahtes als so

[1]) H. A. Wilson siehe bei Thomson, Electr. through Gases 1903, S. 550.



inkonstant, daß wir dazu übergingen, den Draht mit Al-Phosphat zu überziehen, wodurch er beim Glühen zu einer ungleich stärkeren und konstanteren Ionenquelle wird. Daß auch hierbei Wasserstoffionen emittiert werden, hat TODD[1]) sehr wahrscheinlich gemacht. Ein Unterschied in der Ionensorte, die der blanke Pt-Draht und der mit Phosphat überzogene emittiert, scheint auch nach unseren Messungen in keiner Weise zu bestehen, da sich sonst je nach der Verwendung des einen oder anderen verschiedene Resultate hätten ergeben müssen.

Da wir es also mit großer Wahrscheinlichkeit mit geladenen Wasserstoffmolekülen oder Wasserstoffatomen zu tun haben, so haben wir ihre Weglänge fürs erste auch in Wasserstoff bestimmt.

Der Gang der Messungen war folgender: An den oberen Kondensator wurde eine Potentialdifferenz V angelegt, so daß zwischen den gespannten Drähten positive Ionen hindurchtraten, die zum Teil diese Potentialdifferenz frei durchlaufen hatten. An den unteren Kondensator wurde eine entgegengesetzt gerichtete Potentialdifferenz V' angelegt. V' war etwas kleiner als V. Meist war $V' = \frac{19}{20} V$. Die dann beobachtete Aufladegeschwindigkeit des Elektrometers ist proportional der Zahl der pro Zeiteinheit auf den unteren Kondensator auftreffenden Ionen, deren Geschwindigkeit einem frei durchlaufenen Potential von mindestens V' entspricht, und die also, da V' nahezu gleich V ist, in dem feldfreien Raum zwischen den beiden Kondensatoren keinen Zusammenstoß mit einem Gasmolekül erlitten haben. Zusammenstöße der Ionen innerhalb der beiden Kondensatoren sind ohne Bedeutung, da sie die Zahl der auf die Elektrometerplatte gelangenden Ionen bei ein und demselben Druck und Potential stets um denselben Bruchteil verringern und es hier nur auf relative Messungen ankommt, wie im folgenden gezeigt wird.

Die Zahl der aus dem ersten Kondensator austretenden Ionen, die das beschleunigende Feld frei durchlaufen haben, sei N_0. Dann zeigt die kinetische Gastheorie, daß in der Entfernung x vom oberen Kondensator noch $N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$ Ionen vorhanden sind, die keinen Zusammenstoß erlitten haben. In dieser Gleichung

[1]) G. W. TODD, loc. cit.

ist λ die mittlere freie Weglänge der Ionen. Die Messung von λ wurde nun in der Weise ausgeführt, daß der Abstand der Kondensatoren variiert und so N in seiner Abhängigkeit von x aufgenommen wurde. An sich hätte es genügt, N für zwei verschiedene Werte von x zu messen. Es wurde jedoch außerdem stets die Gültigkeit der Formel $N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$ dadurch geprüft, daß N für vier verschiedene Werte von x bestimmt wurde.

Die Werte von V, bei denen Messungen ausgeführt wurden, waren 4, 8, 20 und 40 Volt; der Druck wurde von 0,03 bis 0,14 mm Hg variiert. Um Fehler durch Schwankungen der Emission des Glühdrahtes auszuschließen, wurde bei der Aufnahme der einzelnen Meßreihe nach folgendem Schema verfahren. Die Auflade-

Tabelle 1.

$p = 0{,}068$ mm Hg, $V = 4$ Volt, $V' = 3{,}8$ Volt.

	Auflade-geschwindigkeit	λ in mm
a	22,7	
$a + 0{,}8$ mm . . .	15,8	2,2
a	23,1	
$a + 1{,}6$ mm . . .	10,6	2,0
a	23,3	
$a + 2{,}4$ mm . . .	6,9	2,0
a	22,4	

Mittel $\lambda = 2{,}06$

Tabelle 2.

$p = 0{,}061$ mm Hg, $V = 40$ Volt, $V' = 38$ Volt.

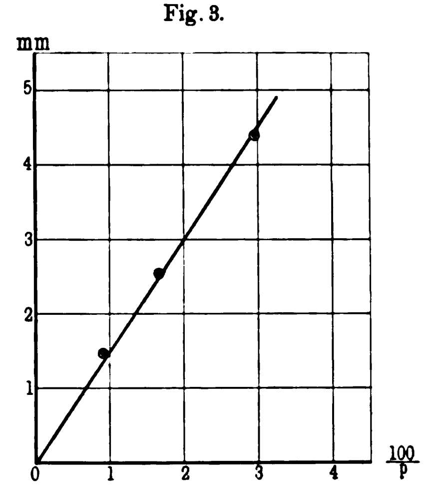
	Auflade-geschwindigkeit	λ in mm
a	22	
$a + 0{,}8$ mm . . .	16,3	2,4
a	22,9	
$a + 1{,}6$ mm . . .	12,0	2,5
a	21,9	
$a + 2{,}4$ mm . . .	9,4	2,7
a	23,4	
$a + 2{,}4$ mm . . .	9,1	2,5
a	23,8	

Mittel $\lambda = 2{,}56$

geschwindigkeit des Elektrometers wurde der Reihe nach bestimmt für die Werte $x = a$, $x = a + b$, $x = a$, $x = a + 2b$, $x = a$, $x = a + 3b$, $x = a$.

Für die Berechnung von λ wurden nur solche Messungen verwertet, bei denen für $x = a$ vorher und nachher gleiche Werte

Fig. 3.



erhalten wurden. Als Beispiel geben wir vorstehende zwei Meßreihen an.

Die Messungen bei verschiedenen Drucken zeigten, daß die mittlere freie Weglänge, wie es die kinetische Gastheorie erwarten läßt, umgekehrt proportional dem Drucke ist. Für $V = 40$ Volt[1]) zeigt dies Tab. 3 und Fig. 3, welche λ als Funktion von $1/p$ darstellt.

Tabelle 3. $V = 40$ Volt.

p in $\frac{\text{mm Hg}}{1000}$	λ mm
34	4,36
61	2,56
114	1,49

Tabelle 4 gibt die aus den gemessenen Werten berechnete freie Weglänge bei $p = 1$ mm Hg.

---

[1]) Bei den Messungen mit 40-Volt-Strahlen war darauf zu achten, ob schon Stoßionisation einsetzte, die natürlich, soweit sie im Auffangekondensator eingetreten wäre, Störungen bedingt hätte. Kontrollmessungen ergaben jedoch, daß noch keine negativen Ionen im Kondensator gebildet wurden.

Tabelle 4.

V Volt	λ cm	V Volt	λ cm
4	0,0140	20	0,0154
8	0,0149	40	0,0157

Der schwache Gang, den diese Werte zeigen, scheint uns nicht durch Beobachtungsfehler vorgetäuscht zu sein. Jedoch ist es wohl zu weitgehend, aus der Größe des Ganges quantitative Schlüsse zu ziehen. Die Theorie von WELLISCH würde eine Differenz von etwa 5 Proz. zwischen den 4- und 40-Volt-Strahlen ergeben. Zur Berechnung des Moleküldurchmessers werden wir daher den mit 40-Volt-Strahlen gefundenen Wert benutzen. Rein kinetisch ist die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit nicht zu erklären, da im Sinne der kinetischen Gastheorie schon die 4-Volt-Strahlen eine Geschwindigkeit besitzen, die groß ist gegen die Geschwindigkeit der Moleküle des Gases, durch das sie sich bewegen.

Die mittlere freie Weglänge von solchen schnellen Molekülen ist $\lambda = 1/\pi n \sigma^2$, wobei n die Zahl der Moleküle in der Volumeinheit und σ die Summe der Radien der schnellen Moleküle und der Moleküle des durchflogenen Gases ist. Setzt man unseren Wert $\lambda = 0{,}157$ mm ein und für die Anzahl der Moleküle im Zentimeter bei 0° und Atmosphärendruck $n_0 = 2{,}80 . 10^{19}$, so ergibt sich:

$$\sigma = 2{,}41 . 10^{-8} \text{ cm}.$$

Unter der, wie oben ausgeführt, sehr wahrscheinlichen Annahme, daß der Draht geladene Wasserstoffmoleküle emittiert, ist dies also der Durchmesser eines Wasserstoffmoleküls, werden jedoch Wasserstoffatome emittiert, so berechnet sich der Molekularradius zu

$$\sigma = 2{,}89 . 10^{-8} \text{ cm}.$$

Dieser Wert ist in befriedigender Übereinstimmung mit den aus der kinetischen Gastheorie sich ergebenden, z. B. berechnet SUTHERLAND [1]) den Wert

$$\sigma = 2{,}17 . 10^{-8} \text{ cm}.$$

[1]) W. SUTHERLAND, Phil. Mag. 19, 25, 1910.

Wir glauben somit gezeigt zu haben, daß diese Methode geeignet ist, freie Weglängen von Molekülen direkt zu bestimmen. Weitere Messungen im Wasserstoff und in einatomigen Gasen, bei denen wir hauptsächlich versuchen wollen, andere Ionisierungsquellen zu benutzen, sollen folgen. Ferner wollen wir den Energieverlust bei einem Zusammenstoß zu ermitteln suchen, was für die Theorie der Stoßionisation von Wichtigkeit erscheint, und schließlich wollen wir auch Messungen für die negativen Ladungsträger anstellen.

Ein Teil der benutzten Apparate ist aus Mitteln, die uns die Jagorstiftung zur Verfügung gestellt hat, angeschafft, wofür wir unseren besten Dank aussprechen.

Berlin, Physikal. Institut der Universität, Ende Mai 1912.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. | 30. Juni 1912. | Nr. 12.

Sitzung vom 14. Juni 1912.

Vorsitzender: Hr. H. Rubens.

Hr. **M. Laue** spricht

über Interferenzerscheinungen an Röntgenstrahlen, nach Versuchen der Hrn. **W. Friedrich** und **P. Knipping.**

Hr. **K. Herrmann** berichtet sodann

über zeitliche Änderungen der lichtelektrischen Elektronenemission.
(Vgl. S. 557—575.)

Weiter behandelt Hr. **R. A. Millikan** den

Einfluß des Charakters der Lichtquelle auf den lichtelektrischen Effekt.

Endlich legt Hr. **H. Rubens** eine Mitteilung von Hrn. **W. Voigt** vor:

Über eine optische Anomalie, die gewisse flüssige Kristalle im konvergenten polarisierten Licht zeigen.



Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **Hans Witte:** Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Feldvektoren. Vgl. S. 581—591.

Von Hrn. **J. Franck** und **G. Hertz:** Über eine Methode zur direkten Messung der mittleren freien Weglänge von Gasmolekülen. I. Vgl. S. 596—604.

Von Hrn. **F. Kurlbaum:** Über die Konstante des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes. Vgl. S. 576—580.

Von Hrn. **R. Lindemann:** Über die Verwendung der harmonischen Oberschwingungen des POULSEN-Kreises bei Messungen der Wellenlänge.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. W. FRIEDRICH, München, Triftstr. 13, und
Hr. P. KNIPPING, München, Gewürzmühlenstr. 5.
(Beide vorgeschlagen durch Hrn. M. LAUE.)

Untersuchungen über Trägheit und Empfindlichkeit lichtempfindlicher Zellen I;

von Br. Glatzel.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 22. März 1912.)
(Eingegangen am 29. Mai 1912.)
(Vgl. oben S. 371.)

Einleitung.

Vor einiger Zeit[1]) habe ich eine Methode angegeben, welche gestattet, zahlenmäßig in exakter Weise die Trägheit lichtempfindlicher Zellen zu bestimmen. Diese Methode beruhte auf der Anwendung einer intermittierenden Belichtung und ergab für die Belichtungsträgheit α und die Verdunkelungsträgheit β folgende Ausdrücke:

$$\alpha = \frac{1}{t_1} \ln \frac{J_{max} - J'_\infty}{J_{max} - J_\infty},$$

$$\beta = \frac{1}{t_2} \ln \frac{J_\infty}{J'_\infty}.$$

Dabei bedeutet J_{max} die Stromstärke bei Dauerbelichtung, J_∞ und J'_∞ die beiden Grenzwerte, innerhalb deren der Strom bei intermittierender Belichtung schwankt, und zwar ist J_∞ der obere, J'_∞ der untere Wert. t_1 ist die Zeitdauer der Belichtung, t_2 diejenige der Verdunkelung. J_∞ und J'_∞ wurden mit Hilfe eines empfindlichen Oszillographen ($1\,\mathrm{mm} = 5 \cdot 10^{-5}$ Amp.) bestimmt.

Nach dieser Methode ist in der vorliegenden Arbeit die Trägheit von Selenzellen und Antimonitzellen unter den verschiedensten Versuchsbedingungen ermittelt worden.

Versuchsanordnung.

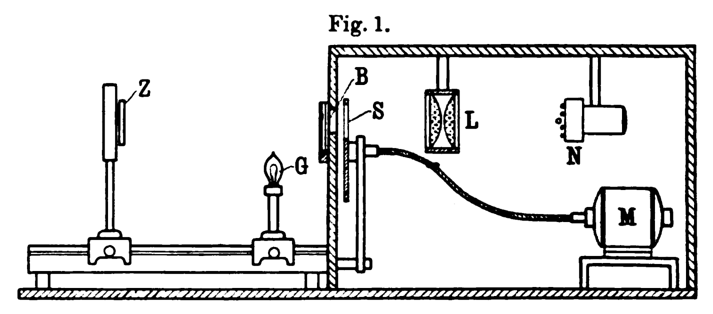
Bevor ich auf die Versuche selbst eingehe, mögen noch einige Bemerkungen über die Versuchsanordnung, welche durch Fig. 1 dargestellt ist, vorausgeschickt werden.

[1]) Br. Glatzel, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 778, 1911; Phys. ZS. **12**, **1169**, 1911.



N ist eine Nernstlampe, von deren Faden mittels der Linse L auf der Blende B ein verkleinertes Bild entworfen wird. Vor dieser Blende B rotiert, von dem Motor M durch eine biegsame Welle angetrieben, ein Sektor S, dessen Größe ähnlich wie bei den Schwächungsvorrichtungen für Photometer veränderlich ist und eine Einstellung auf das jeweils gewünschte Verhältnis zwischen Belichtungszeit t_1 und Verdunkelungszeit t_2 gestattet. Um schnell von der intermittierenden auf die konstante Belichtung übergehen zu können, ist der rotierende Sektor S an einem Hebel angebracht, der es ermöglicht, den Sektor fortzuklappen, so daß die Blende B für das Licht freigegeben wird. Diese Einrichtung ist, insbesondere bei Selenzellen, erforderlich, um das zu den intermittierenden

Fig. 1.



Werten J_∞ und J'_∞ gehörige J_{max} sofort nach Aufhören der intermittierenden Beleuchtung einstellen zu können. Läßt man nämlich längere Zeit zwischen beiden Ablesungen vergehen, so erhält man stark abweichende Werte für J_{max}, während anderenfalls die Resultate recht gut miteinander übereinstimmen. Diese Erscheinung hat ihre Ursache in dem bei Selenzellen stets vorhandenen und je nach den Lichtverhältnissen in seiner Stärke veränderlichen „Schatteneffekt“ [1]). Dieser stellt sich, wenn die Selenzelle längere Zeit intermittierend belichtet worden ist, auf einen bestimmten Wert ein. Will man nun das zu den Schwankungswerten J_∞ und J'_∞ gehörige J_{max} unter den gleichen Bedingungen messen wie J_∞ und J'_∞, so ist dies nur möglich, wenn man auf die intermittierende sofort die konstante Belichtung folgen läßt und hierbei den ersten sich einstellenden Wert von

[1]) Siemens, Pogg. Ann. **159**, 137, 1876; Sperling, Beiträge zur Kenntnis der Selenzellen, Diss., Göttingen 1908; vgl. auch Korn-Glatzel, Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie, S. 266. Leipzig, O. Nemnich, 1911.

J_{max} abliest. Wartet man mit der Ablesung längere Zeit, so nimmt infolge des bei der stärkeren Belichtung auch verstärkten Schatteneffektes J_{max} wieder ab und kann unter Umständen fast den Wert von J_∞ erreichen. Hierdurch wird dann die Bestimmung von α sehr fehlerhaft, da in dem Ausdruck für α die Differenz $J_{max} - J_\infty$ im Nenner vorkommt.

Die gesamte oben beschriebene mechanische Anordnung zur Erzeugung der verschiedenen Belichtungsarten ist in einem lichtdichten Kasten eingeschlossen; das Licht tritt lediglich bei der Blende B aus, und zwar als divergentes Bündel. Bringt man nun die lichtempfindliche Zelle Z in verschiedenen Abständen von der Blende B an, so erhält man auf der Zelle verschiedene Beleuchtungsstärken. Diese wurden mit einem Universalphotometer von SCHMIDT u. HAENSCH bestimmt. Um auch den Einfluß verschiedener Farben auf die Zellen zu untersuchen, konnten vor die Blende B Farbfilterplatten von WRATTEN gebracht werden, welche eine für den vorliegenden Zweck vollkommen genügende Farbenhomogenität besaßen. Endlich wäre noch eine Bemerkung in bezug auf die Wahl des Verhältnisses von Belichtungszeit t_1 zur Verdunkelungszeit t_2 zu machen. Nimmt man $t_1 = t_2$, so erreicht bei Zellen mit geringer Trägheit J_∞ nahezu den Wert von J_{max}, so daß die zur Bestimmung von α erforderliche Differenz $J_{max} - J_\infty$ sehr klein wird und infolgedessen die unvermeidlichen Ablesefehler von großem Einfluß auf das Resultat sind. Es empfiehlt sich, in diesem Falle für das Verhältnis $t_1 : t_2$ entweder $1/3$ oder $1/7$ zu wählen. Geht man noch weiter herunter, so liegen wiederum die Werte von J_∞ und J'_∞ zu nahe bei einander, so daß die Fehler in der Bestimmung von β zu groß werden. Bei den hier untersuchten Zellen wurde meist das Verhältnis 1 : 3 benutzt. Die Trägheitskonstanten, welche bei verschiedenen Verhältnissen $t_1 : t_2$ ermittelt wurden, zeigten, wie noch erwähnt werden mag, untereinander etwas größere Abweichungen, als es diejenigen der Werte einer Beobachtungsreihe mit demselben Verhältnis waren. Wahrscheinlich sind auch diese Abweichungen auf den oben erwähnten Schatteneffekt, welcher bei verschiedenem t_1 / t_2 verschieden groß ist, zurückzuführen. Ich habe jedoch diesen Einfluß bisher noch nicht näher untersucht, da es mir zunächst nur darauf ankam, die Änderung der Trägheitskonstanten unter den verschiedenen Verhältnissen zahlenmäßig kennen zu lernen. Die elektrische

Anordnung war derart, daß die Zellen unter Benutzung einer Potentiometerschaltung zur Änderung der Spannung mit dem Oszillographen hintereinandergeschaltet waren, wobei als Nullwert die Einstellung bei vollkommen verdunkelter Zelle verwendet wurde.

A. Versuchsergebnisse an Selenzellen.

I. Abhängigkeit der Trägheit von der Spannung.

Um zunächst ein Maß für die relative Genauigkeit der Meßmethode zu erhalten, wurde eine Selenzelle mit Platinelektroden und eine solche mit Kupferelektroden bei verschiedenen Spannungen E untersucht.

Nimmt man mit MARC[1]) und SPERLING[2]) zur Erklärung der Wirkungsweise von Selenzellen das Vorhandensein von zwei Modifikationen A und B, einer nichtleitenden und einer leitenden, an, welche miteinander in einem bestimmten Gleichgewichtszustand sind, so war zu erwarten, daß die Trägheitskonstanten α und β keine Änderung mit der Spannung zeigen würden. Immerhin war es aber erforderlich, diese Tatsache festzustellen, da hierbei die gefundene Beobachtungsreihe gleichzeitig den gewünschten Rückschluß auf die Genauigkeit der Methode zuließ. Tabelle 1 gibt die für die beiden untersuchten Zellen gefundenen Werte von α und β wieder.

Tabelle 1.

ε	Cu-Zelle		Pt-Zelle	
	α	β	α	β
10	138,8	27,1	100,2	25,1
12	138,8	28,0	101,2	25,1
14	132,6	27,3	99,2	24,9
16	137,5	27,3	108,6	26,9
18	138,8	28,6	104,8	26,6
20	131,8	27,0	105,8	26,9
Mittel:	136,4	27,6	103,3	25,9

1) MARC, ZS. f. anorg. Chem. **48**, 393, 1906; **50**, 446, 1906; **53**, 298, 1907. MARC, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften des metallischen Selens. Hamburg, Verlag Leopold Voss, 1907.

2) SPERLING, l. c.; vgl. auch KORN-GLATZEL, l. c.

Da die Werte keinen Gang in einem bestimmten Sinne erkennen lassen, so ist wohl mit Sicherheit anzunehmen, daß α und β von der Spannung unabhängig sind. Bildet man nun den Mittelwert der sämtlichen Beobachtungen, so zeigt sich, daß die maximale Abweichung nur etwa 5 Proz. beträgt. Dieser Fehler ist mit Rücksicht auf die Natur der untersuchten Objekte als recht gering zu bezeichnen, wie auch die im folgenden mitgeteilten Kurven eine gute Anpassung der einzelnen Punkte zeigen, so daß man wohl berechtigt ist, die angewendete Methode hinsichtlich ihrer Genauigkeit für die vorliegenden Untersuchungen als durchaus genügend zu betrachten, insbesondere wenn man noch berücksichtigt, daß es bisher überhaupt nicht möglich war, zahlenmäßige Angaben für die Trägheit zu machen.

II. Abhängigkeit der Trägheit von der Beleuchtungsstärke.

Es war nun wichtig, im Anschluß an frühere qualitative Beobachtungen[1]), welche ich bei oszillographischen Aufnahmen von Trägheitskurven für Selenzellen gemacht hatte, festzustellen, in welcher Weise sich die Trägheit mit der Beleuchtungsstärke ändert. Die Resultate dieser Messungen sind in Fig. 2 eingetragen. Die Kurven zeigen eine sehr starke Abhängigkeit für α und β von der Beleuchtungsstärke B, und zwar nehmen beide mit wachsendem B zu, d. h. also die entsprechenden Trägheiten ab. Für die Kupfer-Selenzelle ist die Trägheitsänderung innerhalb der angewendeten Grenzen der Beleuchtungsstärke etwa 1 : 3, eine Tatsache, welche für die praktische Verwertung von Selenzellen von nicht unerheblicher Bedeutung ist, sofern man es bei den in Frage kommenden Anwendungen in der Hand hat, die Beleuchtungsstärke entsprechend hoch zu wählen.

III. Abhängigkeit der Trägheit von der Vorbelichtung.

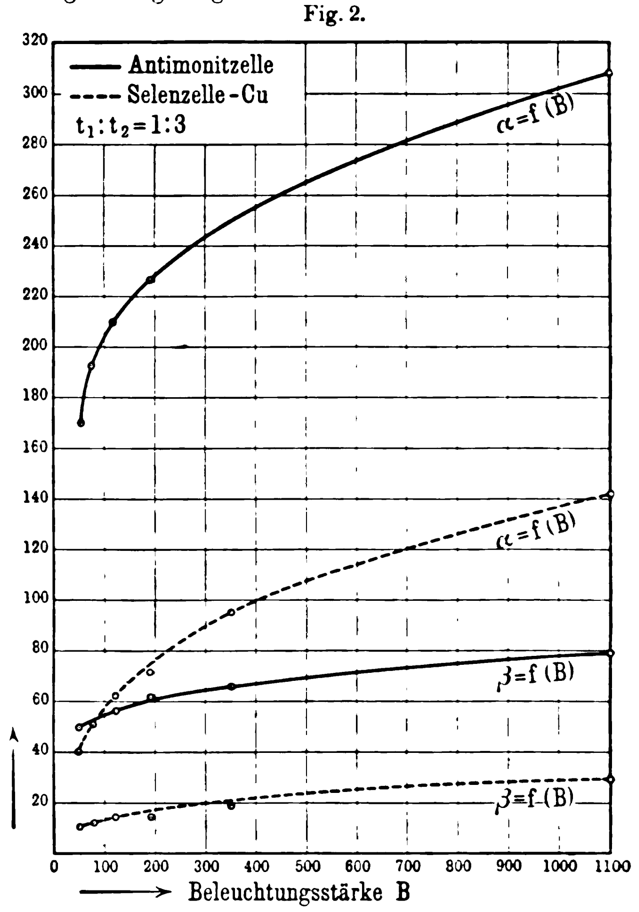
Ich hatte ferner, ebenfalls durch oszillographische Aufnahmen[2]), qualitativ die bereits bei fernphotographischen Übertragungen benutzte Tatsache bestätigt, daß eine Vorbelichtung V der Selenzellen zur Herabminderung der Trägheit benutzt werden kann. Um nun diesen Einfluß genauer festzustellen, wurde die zu

---

[1]) Br. Glatzel, Elektrot. ZS. **31**, 1062, 1910.
[2]) Br. Glatzel, l. c.

untersuchende Zelle mittels einer kleinen Glühlampe G (Fig. 1) dauernd belichtet, und zwar je nach dem Abstand der Lampe von der Zelle mit verschiedenen Beleuchtungsstärken von 1 bis 9 Lux. Die Ergebnisse dieser Messungen für eine Kupferzelle sind in Fig. 3 eingetragen.

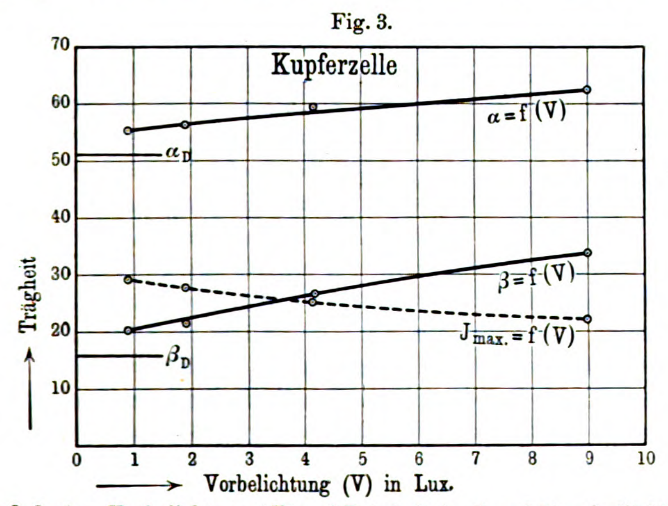
Fig. 2.



Am linken Rande dieser Figur sind die Trägheitskonstanten α_D und β_D für die gleiche Zelle ohne Vorbelichtung angegeben. Aus den Kurven folgt als wichtigstes Resultat, daß der Einfluß der Vorbelichtung auf β wesentlich größer als auf α ist. Für die praktische Verwendung von Selenzellen ist diese Tatsache von besonderer Bedeutung, da im allgemeinen gerade das starke

Nachkriechen der Zellen nach erfolgter Verdunkelung die Benutzung der Zellen außerordentlich erschwert. Die durch Vorbelichtung erreichte Herabsetzung der Trägheit ist aber gleichzeitig mit einem Verlust an Empfindlichkeit verbunden, wie aus der ebenfalls in Fig. 3 eingetragenen Kurve $J_{\max} = f(V)$ ersichtlich ist. Immerhin erzielt man aber bei einer Änderung der Vorbelichtung von 1 auf 9 Lux noch einen Vorteil insofern, als die Verdunkelungsträgheit im Verhältnis 20:34 vermindert, gleichzeitig aber die Empfindlichkeit nur im Verhältnis 30:22 herabgesetzt wird. Stehen sehr empfindliche Zellen zur Verfügung, so kann man unter Umständen mit der Herabsetzung der

Fig. 3.



Einfluß einer Vorbelichtung (V) auf Trägheit (α, β) und Empfindlichkeit $J_{\max}$.

Trägheit auf Kosten der Empfindlichkeit noch weiter gehen und so Zellenanordnungen herstellen, welche für schnellere Registrierungen recht gut geeignet sind. Außer dieser Vorbelichtung kann gleichzeitig noch das KORNsche Kompensationsverfahren [1]), welches allerdings einen weiteren Verlust an Empfindlichkeit mit sich bringt, angewendet werden. Man erhält dann in bezug auf Trägheit noch günstigere Anordnungen, wie durch die zahlreichen fernphotographischen Übertragungen von Bildern bewiesen ist [2]).

[1]) A. KORN, C. R. **143**, 892, 1906; Phys. ZS. **8**, 19, 1907; **10**, 793, 1909.
[2]) KORN-GLATZEL, Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie.

Der Einfluß einer Vorbelichtung auf die Trägheit und die Empfindlichkeit von Selenzellen steht nun durchaus im Einklang mit der MARC-SPERLINGschen Hypothese über die Vorgänge in Selenzellen. Durch die Vorbelichtung wird nämlich ein Teil der nichtleitenden Modifikation A in die leitende B übergeführt, so daß der Gehalt an lichtempfindlichem Selen A in der wirksamen, vom Licht bestrahlten Schicht klein wird. Das auffallende Licht kann daher die Umwandlung dieser geringeren Menge A in Selen B schneller ausführen, was einer Herabsetzung der Belichtungsträgheit entspricht. Gleichzeitig wird aber auch, da das Selen B für Licht fast vollkommen undurchlässig ist, die Eindringungstiefe für das auffallende Licht stark herabgesetzt, und dies kommt dann bei Verdunkelung der Zelle in einer wesentlichen Herabminderung der Verdunkelungsträgheit zum Ausdruck. Im einzelnen kann man sich vielleicht in folgender Weise ein Bild der für α und β maßgebenden Faktoren zu machen versuchen.

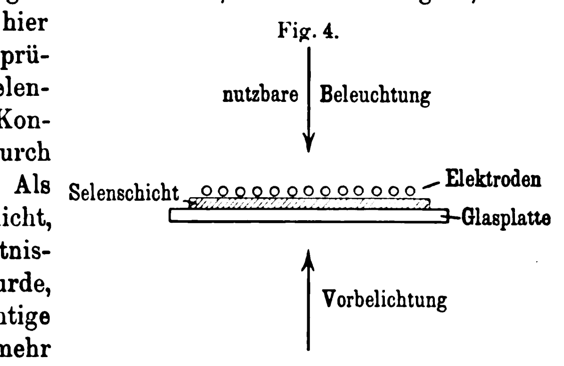
Die Belichtungsträgheit α ist durch die Zeit bestimmt, welche das Licht braucht, um in der wirksamen Schicht das Selen A in Selen B überzuführen. Sie ist also im wesentlichen abhängig von dem Gehalt an Selen A, welcher gleichzeitig auch für die Empfindlichkeit der Zelle maßgebend ist. Wird nun durch die Vorbelichtung eine Verringerung des Gehaltes an Selen A herbeigeführt, so hat dies eine Herabsetzung der Belichtungsträgheit zur Folge. Gleichzeitig muß aber auch die Empfindlichkeit abnehmen. Die Herabsetzung der Eindringungstiefe infolge der Bildung von lichtundurchlässigem Selen B kann dagegen auf α keinen großen Einfluß ausüben, weil die tiefer liegenden Schichten einen viel geringeren Beitrag zur Leitfähigkeit liefern als die oberste direkt bestrahlte Schicht[1]). Der prozentuale Einfluß der inneren Schichten wird dagegen groß, sobald man die Zelle verdunkelt, also die große Leitfähigkeit der oberen Schicht beseitigt. Je größer aber die Eindringungstiefe des Lichtes war, um so mehr Zeit wird das Selen brauchen, um auf seinen Dunkelwiderstand zurückzukehren, d. h. die Verdunkelungsträgheit wird im wesentlichen durch die vom Licht beeinflußte Schichtdicke der Selenzelle bestimmt sein. Diese wird nun durch die Vorbelichtung wesentlich herabgesetzt, indem die unteren Schichten durch

---

[1]) Vgl. auch MARC, l. c.

das an der Oberfläche gebildete lichtundurchlässige Selen *B* gegen das Licht abgeschirmt werden, und zwar wird die Verringerung der Eindringungstiefe und damit auch die Herabsetzung der Verdunkelungsträgheit ganz erheblich sein, da die Bildung von Selen *B* in der obersten Schicht erfolgt. Allerdings wird mit wachsender Vorbelichtung β nicht mehr in gleichem Maße wachsen, sondern es wird sich einem Grenzwerte nähern. Für die praktische Verwertung der Vorbelichtung zur Herabsetzung der Trägheit einer Selenzelle ist aber bei der bisher benutzten Anordnung stets eine sehr störende Beigabe die gleichzeitige Verminderung der Empfindlichkeit. Um diesen Mangel zu vermeiden, bzw. zu verringern, und um gleichzeitig die hier entwickelte Anschauung zu prüfen, habe ich nun eine Selenzelle verwendet, deren Konstruktion schematisch durch Fig. 4 dargestellt ist. Als Träger für die Selenschicht, welche absichtlich verhältnismäßig stark gewählt wurde, benutzte ich eine durchsichtige Glasplatte, so daß nunmehr die Vorbelichtung auch von rückwärts wirken konnte. Auf diese Weise sollte es ermöglicht werden, durch starke Vorbelichtung die Schichtdicke von rückwärts zu verringern, ohne gleichzeitig den Gehalt der bestrahlten wirksamen Oberflächenschicht an Selen *A* im gleichen Maße herabzusetzen, d. h. die Trägheit der Zelle zu vermindern ohne gleichzeitige Beeinflussung der Empfindlichkeit. Tatsächlich ergaben aber die Versuche, welche in Tabelle 2[1]) zusammengestellt sind, daß auch eine Vorbelichtung von der Rückseite mit einem Verlust an Empfindlichkeit verbunden ist, der allerdings kleiner ist als bei einer Vorbelichtung von der Vorderseite.

Fig. 4.



Zum Teil mag dies darauf zurückzuführen sein, daß sich die Zelle keineswegs mit einer so homogenen Selenschicht herstellen läßt, wie es in Fig. 4 angegeben. Infolgedessen ist es wahrscheinlich,

[1]) Die Beleuchtungsstärken der Vorbelichtung sind dabei in Vielfachem der schwächsten eingetragen; die größte Beleuchtungsstärke 6 entsprach etwa 3000 Lux. Die Empfindlichkeit ist wie früher durch J_{max} gemessen.



daß durch die beim Kristallisieren entstehenden Lücken auch etwas Licht nach der wirksamen Vorderschicht durchdringt, wenn ich auch glaube, daß dieser Prozentsatz nicht so hoch ist, um die starke Empfindlichkeitsabnahme, welche die Versuche ergaben, zu erklären. Eher scheint es mir, als ob eine starke Diffusion an Selen *B* von den hinteren belichteten Stellen nach vorn vor sich geht, die dann allerdings wesentlich größer angenommen werden müßte, als sie sich aus den Marcschen Untersuchungen ergeben hatte. Marc hatte nämlich aus seinen Messungen einen Wirkungsbereich der Diffusion nur für eine Schichtdicke von 5.10^{-5} mm errechnet.

Tabelle 2.

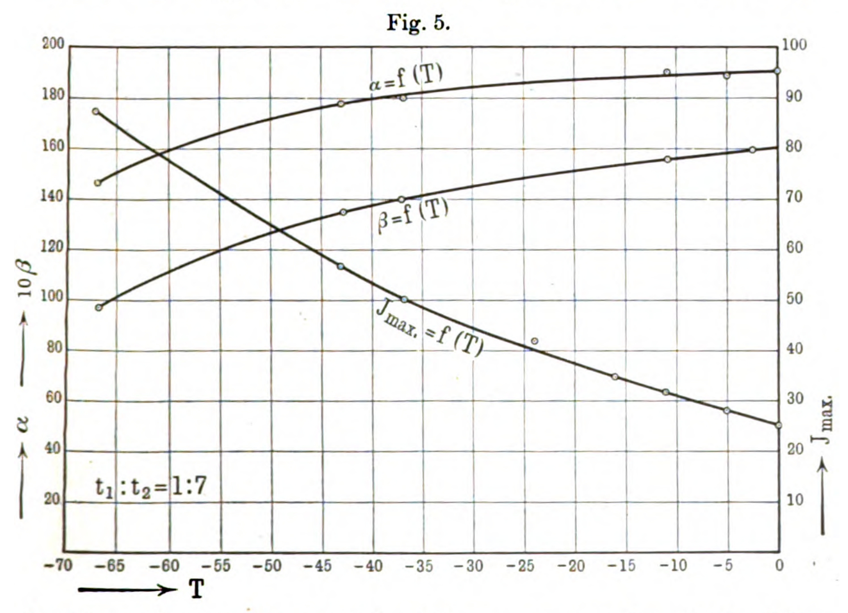
V.-B.	Vorbelichtung von vorn			Vorbelichtung von rückwärts		
	J_{max}	α	β	J_{max}	α	β
0	74	53	18	74	53	18
1	29	75	51	41	71	36
2	22	80	65	35	80	44
4	16	112	97	29	108	55
6	12	121	109	26	111	59

Aus der Tabelle 2 folgt ferner, daß der Wert von α durch die Vorbelichtung von der Vorder- und von der Rückseite nahezu in gleichem Maße beeinflußt wird, eine Tatsache, welche ebenfalls auf eine ziemlich erhebliche Diffusion schließen lassen würde. Auffallend ist dagegen, daß die Änderung von β fast genau umgekehrt proportional derjenigen der Empfindlichkeit verläuft, während dies bei α nicht der Fall ist. Nach der oben entwickelten Anschauung hätte man eher das Umgekehrte erwarten müssen. Ob nun diese Versuchsergebnisse wirklich den Tatsachen entsprechen oder auf sekundäre Ursachen in der verwendeten Zelle zurückzuführen sind, kann ich zurzeit nicht entscheiden, da das bisher mir vorliegende Material noch nicht genügend umfangreich ist. Gleichwohl aber habe ich schon jetzt auf diese Beobachtungen hinweisen wollen, weil ich glaube, daß gerade eine genauere Untersuchung der Wirkungsweise einer Vorbelichtung auf Selenzellen geeignet ist, weitere Aufschlüsse über die sich in der Zelle abspielenden Vorgänge zu liefern, die dann vielleicht zu einer Abänderung der Marc-Sperlingschen Theorie führen können.

IV. Abhängigkeit der Trägheit von der Temperatur.

Eine weitere Methode zur Herabminderung der Trägheit besteht, wie bereits von SPERLING[1]) nachgewiesen wurde, darin, daß man die Temperatur der Selenzelle erhöht. Hierbei sinkt der Gehalt an Selen *A*, indem das Gleichgewicht zugunsten von Selen *B* verschoben wird. Dies hat eine Herabsetzung der Trägheit, gleichzeitig aber auch einen entsprechend großen Verlust an Empfindlichkeit zur Folge, so daß man für praktische Zwecke dieses

Fig. 5.



Verfahren kaum wird verwenden können, um so mehr, als die Zelle bei höheren Temperaturen inkonstanter wird und leichter zur Selenidbildung neigt. Dagegen war die Feststellung dieses Temperatureinflusses insofern von Bedeutung, als dadurch bewiesen wurde, daß es sich bei der Lichtempfindlichkeit von Selenzellen tatsächlich um die Einstellung eines chemischen Gleichgewichtes zwischen zwei Modifikationen *A* und *B* handelt. Ich habe analoge Messungen von Trägheitskonstanten für Temperaturen unter Null vorgenommen, weil hierbei geringere Störungen durch Selenidbildungen zu erwarten waren.

---

[1]) SPERLING, l. c.

Die Abkühlung wurde in der Weise ausgeführt, daß die Zellen in einem abgeschlossenen Metallkasten angebracht wurden, welcher seinerseits wieder von einem Kühlkasten umgeben war, in welchen flüssige Luft hineingegossen werden konnte. Zur Messung der Temperatur T war ein Pentanthermometer eingebaut. Die Messungen an den Zellen erfolgten derart, daß zunächst eine möglichst tiefe Temperatur hergestellt und dann so lange gewartet wurde, bis das Thermometer wieder anfing, langsam zu steigen, wobei möglichst schnell die Ablesungen für die verschiedenen Temperaturen vorgenommen wurden. Die Resultate dieser Messungen an einer Zelle mit Kupferelektroden sind in Fig. 5 eingetragen, und zwar die Trägheitskonstanten α und β, sowie die Empfindlichkeit J_{max} in Abhängigkeit von der Temperatur T.

Man sieht, daß eine Erniedrigung der Temperatur einen starken Anstieg der Empfindlichkeit, gleichzeitig aber auch eine beträchtliche Zunahme der Trägheit zur Folge hat, eine Tatsache, welche ebenfalls die Verschiebung des chemischen Gleichgewichtes zugunsten der lichtempfindlichen Modifikation A beweist.

V. Abhängigkeit der Trägheit von der Farbe.

Endlich wurde noch die Abhängigkeit der Trägheitskonstanten α und β von der Farbe unter Benutzung der oben erwähnten Wrattenfilter untersucht. Die Resultate dieser Messungen sind in Tabelle 3 eingetragen. Da die Durchlässigkeit der Filter für die

Tabelle 3.

λ	J_{max}	α	β	α'	β'
640 $\mu\mu$	68	111	28	116	29
600 „	32	50	15	93	27
570 „	37	59	17	98	28
530 „	28	42	14	90	29
490 „	28,5	48	15	99	31
450 „	40	63	17	99	27

einzelnen Farben verschieden, es aber andererseits von Wichtigkeit war, die Trägheit für gleiche Lichtmengen festzustellen, so wurden unter Zugrundelegung der unter I. ermittelten Abhängigkeit der Trägheit von der Beleuchtungsstärke die Werte

von α und β für gleiche Lichtwirkungen, d. h. für gleiche Werte von J_{max} umgerechnet (in der Tabelle bezeichnet mit α' und β'). Es ergab sich dabei das Resultat, daß für gleiche in der Zelle wirksame Energiemengen entsprechend gleichen Werten von J_{max} die Trägheit unabhängig von der Wellenlänge eine Konstante ist. Jedenfalls liegen etwa vorhandene Abweichungen innerhalb der Fehlergrenzen der Methode.

Hierbei mag noch auf einen Punkt hingewiesen werden, welcher bei Benutzung von Selenzellen im allgemeinen nicht genügend beachtet wird und welcher einen wesentlichen Unterschied dieser gegenüber lichtelektrischen Zellen, z. B. Rubidiumzellen, darstellt. Benutzt man nämlich diese letzteren, so wird die auffallende Lichtenergie sofort wieder in die ausstrahlende Energie der Elektronenemission umgewandelt. Eine Rubidiumzelle bewirkt also lediglich eine Überführung der Energie von einer Form in die andere. Bei Selenzellen dagegen bleibt die Energie in der Zelle und wird erst allmählich dazu verwendet, das chemische Gleichgewicht zu verändern. Der hierbei die Zelle durchfließende und nutzbar zu machende Strom ist aber durch die Größe der auffallenden Energie keineswegs begrenzt, da die Selenzelle nur relaisartig wirkt und die eigentliche Energie von der Hilfsstromquelle geliefert wird. Da nun der Verbrauch der Lichtenergie in der Zelle erfolgt, jedoch mit einer gewissen Trägheit, so erhält man bei konstanter Dauerbelichtung gleichsam ein Aufspeichern der Energie in der Zelle, was in einer dauernden Widerstandsänderung zum Ausdruck kommt. Diese Änderungen sind, wie vielfache Messungen gezeigt haben, auch nach stundenlanger Belichtung der Zelle noch so groß, daß man nicht von einer Konstanz der Zellen sprechen kann. Aus diesem Grunde dürfte es jedenfalls ausgeschlossen sein, Selenzellen der bisherigen Konstruktion für genauere Meßzwecke zu benutzen. Dies wird bei Verwendung von Selen überhaupt nur möglich sein, wenn man zu Selenelementen[1]) übergeht, deren Wirkungsweise ähnlich derjenigen der lichtelektrischen Zellen ist.

---

[1]) Br. Glatzel, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 778, 1911.

B. Versuchsergebnisse an Antimonitzellen.

Die Lichtempfindlichkeit des Antimonglanzes ist im Jahre 1907 von F. M. JAEGER[1]) aufgefunden und auch bereits näher untersucht worden. JAEGER stellte dabei fest, daß der Antimonglanz nur in der kristallinischen Form lichtempfindlich ist, während diese Eigenschaft an dem pulverisierten Material nicht nachzuweisen war. Ebenso verschwand die Lichtempfindlichkeit beim Schmelzen des Antimonits und kehrte auch nicht zurück, wenn man die Schmelze wieder auskristallisieren ließ. Aus diesen Versuchen schloß JAEGER, daß die Lichtempfindlichkeit nur bei dem natürlichen Antimonglanz vorhanden und vielleicht auf dessen sehr charakteristische makrokristallinische Struktur zurückzuführen ist. Vor einiger Zeit haben allerdings OLIE und KRUYT[2]) Versuche veröffentlicht, bei denen sie auch an dem künstlich kristallisierten Antimonglanz Lichtempfindlichkeit, wenn auch in sehr geringem Maße, nachgewiesen haben wollen. Die JAEGERschen Untersuchungen waren nun ebenso wie auch spätere von MARTIN[3]) an Stäben bzw. Stücken vorgenommen worden. Diese Anordnungen ergaben jedoch große Versuchsschwierigkeiten, weil der Antimonglanz nur eine sehr geringe Leitfähigkeit besitzt und infolgedessen äußerst empfindliche Galvanometer benutzt werden mußten. Wesentlich erleichtert wurden diese Untersuchungen dann durch eine Anordnung, welche von GRIPENBERG[4]) herrührt. Dieser konstruierte Antimonitzellen in ähnlicher Weise, wie er bereits früher Selenzellen hergestellt hatte. Es wurde nämlich ein außerordentlich feines Metallgitter aus Gold oder Platin, welches auf Glas eingebrannt war, gegen die Oberfläche eines natürlichen Antimonitkristalls gepreßt. Die Gitter waren so geteilt, daß man zwei Liniensysteme erhielt, welche die beiden Elektroden bildeten. Auf diese Weise konnte ebenso wie bei Selenzellen der Widerstand einer solchen Antimonitzelle beträchtlich erniedrigt werden,

---

[1]) F. M. JAEGER, Versl. Amsterdam 1907, S. 810; ZS. f. Krist. u. Min. **44**, 45, 1907; Beibl. **32**, 640, 1908.

[2]) OLIE u. KRUYT, Versl. Amsterdam 1912, S. 740.

[3]) H. v. MARTIN, Phys. ZS. **12**, 41, 1911.

[4]) W. S. GRIPENBERG, Journ. Amer. Chem. Soc. **33**, 1761, 1911.

und zwar auf Werte von 300000 bis 600000 Ohm[1]). Einen Mangel hat die GRIPENBERGsche Anordnung allerdings insofern, als das Gitter nicht auf der ganzen Oberfläche mit dem Antimonitkristall Verbindung hat, weil die Spaltungsflächen fast nie vollkommen eben sind. Auch genügt ein einfaches Auflegen des Gitters keineswegs, sondern letzteres muß stets kräftig gegen den Kristall gepreßt werden, ein Punkt, auf welchen GRIPENBERG bei seinen Zellen stets besonderen Wert legt.

Diese Antimonitzellen boten nun die Möglichkeit, in gleicher Weise wie bei den Selenzellen nach der oben angegebenen Methode die Trägheitskonstanten und die Empfindlichkeit zu untersuchen. Der Verlauf der Trägheitskurven für eine Antimonitzelle ist dabei ähnlich wie der für eine Selenzelle. Auch hier ist die Verdunkelungsträgheit wesentlich größer als die Belichtungsträgheit. Es wurde nun zunächst wiederum die Abhängigkeit von α und β bei Änderung der Beleuchtungsstärke untersucht, und zwar für die gleichen Werte wie bei den Selenzellen. Die Resultate sind in Fig. 2 dargestellt und zeigen als bemerkenswertes Resultat, daß die Antimonglanzzellen sich hinsichtlich der Trägheit wesentlich günstiger verhalten als eine Selenzelle. Sowohl die Belichtungs- wie die Verdunkelungsträgheit sind bei der untersuchten Antimonitzelle ungefähr halb so groß wie bei dem Selen, während der Verlauf der Trägheit in Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke etwa der gleiche ist. Auch hier nimmt mit wachsender Beleuchtungsstärke die Trägheit ab. Um nun feststellen zu können, ob die Vorgänge, welche sich beim Auffallen des Lichtes in einer Antimonitzelle abspielen, ähnlich denen in einer Selenzelle sind, habe ich auch die Abhängigkeit der Zelleneigenschaften von der Temperatur untersucht. Hierbei ergab sich, daß sowohl die Trägheit wie auch die Empfindlichkeit einer Antimonitzelle, wenigstens innerhalb der Fehlergrenzen, von Temperaturänderungen nicht beeinflußt werden. Man muß also wohl annehmen, daß es sich bei diesen Zellen nicht wie bei dem Selen um einen durch das Licht beeinflußten chemischen Vorgang handelt. Welches nun aber die wahre Ursache der Leitfähigkeitsänderung ist, habe ich bisher noch nicht

[1]) Die Widerstandsänderung betrug z. B. bei heller Beleuchtung für eine GRIPENBERGsche Antimonitzelle 660000 bis 11000.



mit Sicherheit feststellen können und möchte daher auf diesen Punkt vorläufig nicht näher eingehen. Dagegen war es wichtig, die Empfindlichkeit der Antimonitzellen mit derjenigen der Selenzellen zu vergleichen. Um einen richtigen Maßstab zu erhalten, muß man bei gleicher Beleuchtungsstärke die Empfindlichkeit pro Quadratmillimeter ermitteln[1]). Dies ergab für 1100 Lux in willkürlichen Einheiten die in Tabelle 4 zusammengestellten Werte.

Tabelle 4.

B.	Ant-Zelle	Pt-Zelle	Cu-Zelle
1100	1,23	0,0521	0,0615
1100	23,6	1	1,18

Setzt man dann den Wert für die Selenzelle mit Platinelektroden gleich 1, so findet man, daß die Antimonitzelle etwa 24mal empfindlicher ist als die Selenzelle, ein Resultat, welches bei gleichzeitiger Berücksichtigung der geringeren Trägheit der Antimonitzelle für eine praktische Verwertung von nicht unerheblicher Bedeutung sein kann. Diese Werte verschieben sich sogar noch etwas mehr zugunsten der Antimonitzelle, wenn man höhere Spannungen anwendet. Allerdings ist es nicht zweckmäßig, über 30 Volt hinauszugehen, da dann die Haltbarkeit der Antimonitzellen leidet[2]). Überhaupt zeigt eine solche Zelle bei Änderung der Spannung und insbesondere dann, wenn man die Polarität wechselt, ganz eigentümliche Erscheinungen, welche noch einer weiteren Klärung bedürfen. Hierauf ist bereits von Ries[3]) und von Martin[4]) hingewiesen worden, welche auch einige diesbezügliche Messungen mitgeteilt haben. Auf diese Fragen im einzelnen einzugehen, möchte ich jedoch einer späteren Veröffentlichung vorbehalten.

Jedenfalls zeigen bereits die bisher vorliegenden Messungen, daß Antimonitzellen gegenüber Selenzellen ganz wesentliche Vorteile besitzen. Hinsichtlich ihrer Konstanz zeigen sie allerdings ähnliche Erscheinungen, wie sie bereits oben bei den Selenzellen

---

1) Die nutzbaren Flächen waren: für die Ant-Zelle 28 mm^2, für die Pt-Zelle 1400 mm^2 und für die Cu-Zelle 1080 mm^2.

2) W. S. Gripenberg, l. c.

3) Ries, Ann. d. Phys. (4) 36, 1055, 1911.

4) H. v. Martin, l. c.

erwähnt worden sind, jedoch ist die Haltbarkeit der Zellen eine größere, weil bei ihnen keine Vorgänge ähnlich den schädlichen Selenidbildungen auftreten.

Die vorstehenden Untersuchungen wurden zum größten Teil mit Mitteln ausgeführt, welche mir von der Jagorstiftung zu Berlin zur Verfügung gestellt waren, und ich möchte nicht verfehlen, auch an dieser Stelle dem Kuratorium der Stiftung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Charlottenburg, Technische Hochschule, Mai 1912.

Über die Verwendung der harmonischen Oberschwingungen des Poulsenkreises bei Messungen der Wellenlänge;

von R. Lindemann.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Eingegangen am 5. Juni 1912.)

Die Tatsache, daß die mit dem Lichtbogen erzeugten Hochfrequenzströme im allgemeinen stark hervortretende Oberschwingungen aufweisen, macht bei Benutzung dieser Ströme stets eine gewisse Vorsicht nötig. Es scheint daher vielfach ein großes Vorurteil zu bestehen, jene Ströme insbesondere auch für Meßzwecke zu benutzen, ein Vorurteil, welches durch die weitere Tatsache der Inkonstanz der Frequenz noch verstärkt wird. Daß gleichwohl auch genauere Messungen mit dem Lichtbogen als Schwingungserreger ausgeführt werden können, dürfte durch verschiedene Untersuchungen bewiesen sein [1]). Andererseits bietet sich gerade in den harmonischen Oberschwingungen für manche Zwecke ein wichtiges experimentelles Hilfsmittel dar. Ihre bisher wichtigste Anwendung bei Messungen der Wellenlänge, welche sich in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt bereits seit längerer Zeit mit bestem Erfolg eingeführt hat, und worauf auch von anderer Seite [2]) hingewiesen ist, soll im folgenden näher erörtert werden. Die beschriebenen Versuche zeigen, daß es möglich ist, bei solchen Messungen eine verhältnismäßig große Genauigkeit zu erzielen, die naturgemäß durch jede Verbesserung des Poulsengenerators zu steigern sein dürfte.

Bei einer Verwendung der harmonischen Oberschwingungen des Poulsenkreises interessiert zunächst die Frage nach ihrer Entstehung und nach den Mitteln, ihre Intensität zu vergrößern.

---

[1]) C. Fischer, Ann. d. Phys. (4) **28**, 57, 1909. R. Lindemann, Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 682, 1909; **12**, 572, 1910.

[2]) Zum Beispiel H. Barkhausen, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **1**, 243, 1907. Siehe auch E. Leon Chaffee, Proc. Amer. Acad. **47**, 267, 1911.

Antwort hierauf gibt die von SIMON und BARKHAUSEN[1]) entwickelte Theorie der Lichtbogenschwingungen, welche durch die Erfahrung weitgehend bestätigt wird. Nach dieser Theorie erlischt der Bogen bei den Schwingungen zweiter Art, mit denen wir es im vorliegenden Falle allein zu tun haben, während jeder Periode der Schwingungen und zwar dann, wenn der Entladungsstrom des Kondensators entgegengesetzte Richtung hat wie der den Lichtbogen speisende Gleichstrom und zugleich stärker als dieser ist. Die so bedingte Abweichung der Stromkurven des Hochfrequenzstromes von dem rein sinusförmigen Verlauf wird um so stärker sein, oder, was dasselbe besagt, die Oberschwingungen treten um so stärker hervor, je längere Zeit im Verhältnis zur Schwingungsdauer der Lichtbogen erloschen bleibt. Da in der Zeit vom Erlöschen bis zum Neuzünden des Bogens die Kapazität des Poulsenkreises durch die Gleichstromquelle aufgeladen wird, so muß bei konstanter Zündspannung durch Vergrößerung der Kapazität auf Kosten der Selbstinduktion oder durch Schwächung des Speisestromes jene Zeit verlängert werden können. In der Tat hat das Experiment jene beiden Mittel als die wichtigsten zur Verstärkung der Oberschwingungen bei einer bestimmten Anordnung des Bogens erkennen lassen. Die Theorie führt ferner zu dem Schluß, daß die Forderung starker Oberschwingungen der Forderung großer Konstanz der Frequenz und Intensität der Grundschwingung direkt entgegensteht. Je länger nämlich der Lichtbogen erloschen bleibt, um so stärker können sich im allgemeinen die Entladungsbedingungen in der Lichtbogenbahn ändern und so vor allem die Zündspannung beeinflussen. Jede Änderung der Zündspannung hat aber auch eine Änderung nicht nur der Intensität der Schwingungen, sondern auch jener Zeit zwischen dem Erlöschen und Zünden und damit der Frequenz der Schwingungen zur Folge. Gleichwohl genügt insbesondere bei langen Wellen die Intensität der Oberwellen für viele Zwecke auch bei einer Anordnung des Schwingungskreises, bei welcher die Grundschwingung noch hinreichend konstant ist.

Nur wenn es erforderlich wird, Oberschwingungen höherer Ordnung zu benutzen, ist eine künstliche Verstärkung derselben

---

[1]) H. BARKHAUSEN, Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig, Hirzel, 1907.

notwendig. Eine dazu geeignete Schaltung ist von SCHAPIRA[1]) angegeben. Bei derselben wird dem Lichtbogen außer dem Hauptkreis von hinreichend großer Wellenlänge ein zweiter Kreis mit Kapazität und Selbstinduktion parallel geschaltet, der auf die gewünschte kurze Wellenlänge abgestimmt ist. Sofern die Wellenlänge des Hauptkreises ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge des zweiten Kreises ist, wird dieser zu intensiven Schwingungen angeregt. DIESSELHORST und SCHMIDT[2]), welche zu derselben Schaltung bei ihren Versuchen gelangten, konnten mittels der BRAUNschen Röhre durch Erzeugung LISSAJOUSscher Figuren zeigen, daß die entstehenden Schwingungen harmonische der Grundschwingung des Hauptkreises sind, und sie fanden damit zugleich ein bequemes Mittel zum Studium der Phasenverschiebung der verschiedenen Schwingungen gegeneinander.

Nicht immer sind die Schwingungen bei dieser Schaltung stabil, selbst dann nicht, wenn der Hauptkreis allein in normaler Weise vom Lichtbogen angeregt wird. Insbesondere kommt es bei größerer Kapazität im sekundären Kreise vor, daß die Schwingungen im Hauptkreise erlöschen, zumal wenn in diesem die Kapazität mit Rücksicht auf die Konstanz der Grundschwingung möglichst klein im Verhältnis zur Selbstinduktion gewählt ist. Es empfiehlt sich daher stets, eine recht kleine Kapazität im zweiten Kreise zu benutzen. Häufig hat das Erlöschen der Schwingungen in einem der Kreise seinen Grund darin, daß demselben etwa durch Berührung und Funkenbildung eine größere Energiemenge entzogen wird. Ist der zweite Kreis nicht scharf auf eine Oberwelle des Hauptkreises abgestimmt, so entstehen in ihm außer der seiner Eigenwelle nächstliegenden Oberwelle auch die benachbarten Oberschwingungen des Hauptkreises. Naturgemäß ist auch bei dieser Schaltung die Intensität der verstärkten Oberschwingungen um so größer, je stärker die entsprechenden Schwingungen in dem Hauptkreise selbst auftreten. Stets jedoch ließ sich eine beträchtliche Verstärkung erzielen, wenn auch im Hauptkreis die Oberschwingungen zur Erreichung größerer Konstanz möglichst

---

[1]) SCHAPIRA, Diss. Charlottenburg 1908, u. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 2, 54, 1908.

[2]) H. DIESSELHORST und R. SCHMIDT, Verh. d. D. Phys. Ges. 11, 205, 1909; ZS. f. Instrkde. 29, 153, 1909.

geschwächt waren. Eine starke induktive Koppelung beider Kreise erwies sich als nützlich.

Die Konstanz der so verstärkten Oberschwingungen bezüglich ihrer Frequenz und Intensität ist zweifellos besser als bei direkter Verstärkung durch Vergrößerung der Kapazität auf Kosten der Selbstinduktion im einfachen Poulsenkreise. Es ist mir jedoch nicht gelungen, die verstärkten kurzen Wellen ebenso konstant zu erhalten wie eine Grundwelle in dem einfachen, passend gewählten Poulsenkreise. Für genauere Dämpfungsmessungen dürfte diese Konstanz kaum genügen, während sie, wie die Messungen zeigen, ausreichte, um die schwach gedämpften Resonatorkreise scharf auf Resonanz einzustellen.

Bei den nunmehr zu beschreibenden Versuchen diente zur Erzeugung der Schwingungen die schon früher von mir benutzte Lampe mit einem senkrecht stehenden Kohlezylinder als Kathode der mittels je dreier Schrauben an seinem oberen und unteren Ende in einem koaxialen zylindrischen Kupferrohre als Anode genau zu zentrieren war. Der Lichtbogen brannte im Wasserstoff und wurde durch ein axiales Magnetfeld langsam um den Kohlezylinder herumgeführt. Fließendes Wasser kühlte die häufig zu reinigende Kupferanode. Zur Messung der Wellenlängen wurden auf Grund der Untersuchungen von DIESSELHORST [1]) Normalkreise von berechenbarer Eigenfrequenz verwendet. Sie bestanden aus einem Drehkondensator in Luft und einer im Verhältnis zum Radius niedrigen einlagigen Spule. Die Zeigereinstellung des Drehkondensators ließ sich mittels Nonius und Lupe bis auf etwa 0,02° genau ablesen. Seine Kapazität war unter Berücksichtigung der Erdkapazitäten der beiden Plattensysteme nach der Methode von MAXWELL-THOMSON für verschiedene Einstellungen bestimmt. Bei den Messungen kamen im wesentlichen drei verschiedene Spulen zur Verwendung. Die beiden kleineren waren aus Litze gewickelt, die größeren aus Massivdraht von 0,4 mm Dicke bei einem Spulendurchmesser von 31 cm. Ihre Selbstinduktion hatte Herr Dr. GIEBE mit langsamen Wechselströmen in der Brücke bestimmt. Aus den so ermittelten Werten der Kapazität C und

[1]) H. DIESSELHORST, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1, 262, 1908.



Selbstinduktion L ist, wie DIESSELHORST (l. c.) gezeigt hat, unter Berücksichtigung der Selbstinduktion l des Kondensators und der Kapazität c der Spulen, die Eigenwellenlänge λ des Kreises mit großer Genauigkeit nach der Formel $\lambda = 2\pi v \sqrt{(L+l)(C+c)}$ zu berechnen. Die hierzu nötigen Daten sind für die benutzten drei Spulen in der Tabelle 1 zusammengestellt[1]). Da die Messung der Selbstinduktion der Spulen bereits längere Zeit zurücklag und zumal bei der kleinsten Spule wegen der nicht völlig sicheren Zuleitungen eine geringe Änderung nicht ausgeschlossen erschien, wurde zur Kontrolle ein Vergleich der Spulen untereinander und mit den von GIEBE[2]) untersuchten Selbstinduktionsnormalen vorgenommen. Dabei ergaben sich gewisse Abweichungen. In der letzten Spalte der Tabelle 1 sind die entsprechenden Korrektionen angegeben, welche an den nach der Formel für λ berechneten Werten anzubringen sind.

Tabelle 1.

Bezeichnung	L (Henry)	c (Farad)	$\Delta\lambda$ Promille
N_5	$366{,}07 \cdot 10^{-6}$	$24{,}2 \cdot 10^{-12}$	$+1$
N_6	$1202{,}3 \cdot 10^{-6}$	$17{,}4 \cdot 10^{-12}$	± 0
N_7	$6361{,}7 \cdot 10^{-6}$	$17{,}2 \cdot 10^{-12}$	$-1{,}4$

Um zu zeigen, wie genau eine solche Vergleichung bei einer nicht zu kurzen Wellenlänge mit dem Poulsengenerator möglich ist, seien hier die Beobachtungen eines Versuches ausführlich mitgeteilt. Diese Zahlen geben zugleich eine Antwort auf die für das Folgende wichtige Frage nach der erreichten Genauigkeit bei Resonanzeinstellungen bzw. nach der Konstanz der Frequenz der benutzten ungedämpften Schwingungen. Die beiden zu vergleichenden Spulen wurden nacheinander mit dem Drehkondensator zu Schwingungskreisen vereinigt und diese wiederholt auf einen passend gewählten primären Poulsenkreis abgestimmt. Zur Angabe der Resonanz diente dabei wie auch bei allen folgenden Wellenlängenmessungen ein mit dem Resonator äußerst lose gekoppelter aperiodischer Kreis mit Blockkondensator und einem empfindlichen Tellur-Bleiglanz-Detektor, dem ein Galvanometer

[1]) Die Selbstinduktion l des Kondensators betrug $0{,}25 \cdot 10^{-6}$ Henry.

[2]) GIEBE, ZS. f. Instrkde. **31**, 6 u. 33, 1911.

parallel lag. Wegen der geringen Dämpfung der benutzten Resonatorkreise konnte die Resonanzeinstellung des Drehkondensators stets aus zwei möglichst nahe liegenden, gleichen Ausschlägen des Galvanometers entsprechenden Einstellungen ermittelt werden. Es ergaben sich z. B. bei dem Vergleich der Spule (N_6) mit dem Normal (10^6) die folgenden Einstellungen des Drehkondensators:

Spule 10^6: . .	169,50	168,70	169,30	
	168,64	169,34	168,80	
Mittel:	169,07	169,02	169,05	169,05
Spule N_6: . .	141,30	142,10	141,50	
	142,18	141,50	141,94	
Mittel:	141,74	141,80	141,72	141,75
Spule 10^6: . .	168,70	169,50	168,70	
	169,30	168,60	169,42	
Mittel:	169,00	169,05	169,06	169,04
Spule N_6: . .	141,40	142,30	141,60	
	142,20	141,40	142,06	
Mittel:	141,80	141,85	141,83	141,83
Spule 10^6: . .	168,64	169,40	168,70	
	169,54	168,72	169,30	
Mittel:	169,09	169,06	169,00	169,05

Darauf wurde nach der Formel für die Wellenlänge λ berechnet: für Spule N_6, $p = 141{,}7_9{}^0 : \lambda = 3493{,}_2$ m, für Spule 10^6, $p = 169{,}0_5{}^0 : \lambda = 3493{,}_1$ m.

Wesentlich in zweifacher Weise sind die harmonischen Oberschwingungen des Poulsenkreises bei Wellenlängenmessungen zu verwenden; sie können entweder dazu dienen, eine Wellenlängenskala, die beispielsweise durch einen Wellenmesser festgelegt ist, in sich zu kontrollieren, oder dieselbe nach langen und kurzen Wellen hin zu erweitern. Beide Anwendungen dürften für den praktischen Gebrauch im Laboratorium häufig von Nutzen sein.

Zunächst soll ein Beispiel für die Kontrolle eines Wellenmessers gegeben werden. Da die Angaben des hier benutzten, aus den Normalkreisen bestehenden Wellenmessers als richtig angesehen werden können, so wird mit diesem Versuch zugleich der experimentelle Beweis erbracht, der von theoretischem Standpunkt aus überflüssig erscheinen mag, daß die Oberschwingungen

des Poulsenkreises tatsächlich harmonisch sind. Der Versuch kann ferner dazu dienen, ein Urteil über die erreichbare Meßgenauigkeit zu gewinnen. Zur Erzeugung der Schwingungen diente der einfache Poulsenkreis. Die verschiedenen Normalkreise wurden nacheinander auf die Grundschwingung und mehrere Oberschwingungen unter allmählicher Steigerung der Koppelung mit dem Primärkreise abgestimmt. Mehrfache Wiederholung der Messung der Grundwelle gestattete eine Kontrolle ihrer Konstanz im Laufe des Versuches.

Tabelle 2.

Spule	Einstellung des Drehkond.	λ_n	n	$n \cdot \lambda_n$
N_7	135,31	6416	1	6416 m
N_6	75,35	2137	3	6411 „
N_5	147,65	1604,2	4	6417 „
N_5	90,55	1283,6	5	6418 „
N_5	59,67	1069,7	6	6418 „
			Mittel:	6416 m

Die durch langsame Schwankungen der Wellenlänge bedingten Korrektionen, welche selten 1 Promille überschritten, sind bereits an den Zahlen der Tabellen angebracht. Tabelle 2 enthält in den beiden ersten Spalten die Daten der benutzten Normalkreise, in Spalte 3 die daraus berechneten Werte λ der Wellenlänge, in Spalte 4 die Ordnungszahl n der Oberschwingungen und in Spalte 5 die aus den Wellenlängen der Oberschwingungen durch Multiplikation mit der Ordnungszahl berechneten Werte der Grundschwingung. Bis auf etwa 1 Promille stimmen diese Zahlen miteinander und mit der direkt gemessenen Wellenlänge der Grundschwingung überein. Eine entsprechend größere Genauigkeit ist dem Mittelwert aus diesen Zahlen zuzusprechen. Andere Versuche dieser Art, bei denen zum Teil unter Benutzung der Schaltung Schapiras noch mehr Oberschwingungen beobachtet wurden, führten zu demselben Resultat. Insbesondere zeigten die aus Messungen mit derselben Normalspule für die Grundschwingung erhaltenen Wellenlängenwerte nur selten größere Abweichungen als etwa 1 Promille und zwar ohne einen systematischen Gang, sofern die kleineren Einstellungen des Drehkondensators vermieden werden. Eben

bemerkbar machten sich dagegen Unterschiede zwischen Messungen mit verschiedenen Normalspulen (Tabelle 3 und 4), die darauf deuten, daß die Daten dieser Spulen noch nicht hinreichend genau festgelegt sind. Gleichwohl dürfte schon bei den vorliegenden Messungen bei Benutzung der Mittelwerte aus den Einzelbeobachtungen eine Genauigkeit von 1 Promille sicher erreicht sein.

Nach diesen Versuchen ist es offenbar möglich, die unbekannte Wellenlänge einer Grundschwingung aus der gemessenen Wellenlänge einer Oberschwingung bekannter Ordnung zu berechnen, und umgekehrt. Diese Anwendung der Oberschwingungen für lange und kurze Wellen soll durch die folgenden Messungen kurz erörtert werden. Die Tabellen 3 und 4 enthalten die Ergebnisse zweier Versuche mit langen Wellen, bei denen ein zweiter Kreis zur Verstärkung verwendet wurde, um auch höhere Oberwellen

Tabelle 3.

Spule	Einstellung des Drehkond.	λ_n	n	$n \cdot \lambda_n$
N_7	149,95	8244	2	16488 m
N_7	64,85	5494	3	16482 „
N_7	35,77	4122	4	16488 „
N_6	126,10	3299	5	16495 „
N_6	86,24	2749	6	16494 „
N_6	62,78	2355,4	7	16488 „
N_5	127,76	1832,3	9	16491 „
N_5	102,63	1650,3	10	16501 „
N_5	70,36	1375,6	12	16507 „
			Mittel:	16492 m

Tabelle 4.

Spule	Einstellung des Drehkond.	λ_n	n	$n \cdot \lambda_n = \lambda_1$
N_7	156,24	8435	4	33740 m
N_7	98,56	6750	5	33750 „
N_6	163,43	3747,5	9	33730 „
N_6	131,78	3372	10	33720 „
N_5	170,05	2107,4	16	33720 „
N_5	119,58	1873,6	18	33720 „
			Mittel:	33730 m

messen zu können. Es bedarf kaum des Hinweises, daß bei der erreichbaren großen Genauigkeit die Messung von zwei oder drei Oberwellen zur Festlegung der Grundschwingung in vielen Fällen genügt.

Zwei Beispiele für die Messung kurzer Wellen mittelst harmonischer Oberschwingungen sind in Tabelle 5 und 6 zusammengestellt. In beiden Fällen wurde wieder die Schaltung mit einem zweiten Kreis am Lichtbogen benutzt. Da es auch bei günstigster Anordnung des einfachen Poulsenkreises kaum gelingt, Schwingungen, deren Wellenlänge kleiner als 500 m ist, für genauere Messungen hinreichend konstant zu erhalten, so ist eine Verstärkung der Oberwellen stets nötig, falls ihre Wellenlänge kleiner als etwa 150 m sein soll. Bei den Messungen blieb der zweite Lichtbogenkreis ungeändert, während der Hauptkreis nacheinander so abgestimmt wurde, daß die Eigenwelle des zweiten Kreises bzw. des mit ihm lose gekoppelten, zur Festlegung der kurzen Welle bestimmten Resonatorkreises verschiedenen Oberschwingungen des

Tabelle 5.

Spule	Einstellung des Drehkond.	λ_1 (m)	n	λ_1/n
N_7	78,44	6046	43	140,61 m
N_7	54,54	5059	36	140.54 "
N_6	167,89	3798	27	140,68 "
N_6	110,29	3097	22	140,79 "
N_5	148,00	1968,4	14	140,60 "
N_5	73,66	1407,3	10	140,73 "
			Mittel:	140,66 m

Tabelle 6.

Spule	Einstellung des Drehkond.	λ_1	n	λ_1/n
N_6	75,78	2581	32	80,67 m
N_6	66,36	2419	30	80,64 "
N_6	57,60	2256,5	28	80,59 "
N_6	41,74	1936,6	24	80,65 "
N_5	61,09	1208.7	15	80,58 "
			Mittel:	80,63 m

Hauptkreises entsprach. Jeder dieser Abstimmungen folgte eine Messung der Länge der Grundwelle mit einem Normalkreise. Bei Benutzung nur weniger Oberwellen hoher Ordnung empfiehlt es sich, um die Festlegung der Ordnungszahl zu erleichtern, nicht unmittelbar aufeinander folgende Oberschwingungen zu wählen. Die in der letzten Spalte der Tabelle zusammengestellten, durch Division der Wellenlänge der Grundschwingung mit der Ordnungszahl erhaltenen Zahlen lassen erkennen, daß auch hier die Meßgenauigkeit von 1 Promille zu erreichen ist. Die Methode kann zur Messung noch kürzerer Wellen benutzt werden als bei den Messungen der Tabellen. Allerdings wächst dabei die Schwierigkeit, hinreichende Konstanz der Schwingungen zu erhalten.

Besonders das Ergebnis der Versuche mit kurzen Wellen ist von allgemeinerer Bedeutung, weil hier die gebräuchlichen Methoden der absoluten Wellenlängenmessung bisher versagen bzw. bei einer Steigerung ihrer Genauigkeit erhebliche Schwierigkeiten bieten. Diesselhorst benutzte bei seinen schon erwähnten Versuchen[1]) über die absolute Messung der Wellenlänge außer der oben beschriebenen Methode der Berechnung aus Kapazität und Selbstinduktion des abgestimmten Normalkreises vor allem noch die Methode der Ausmessung des mit dem rotierenden Spiegel nach Feddersen photographierten Funkenbildes sowie die Methode des Lecherschen Drahtsystems. Während die mit dem Drahtsystem ermittelten Werte einen mit wachsender Wellenlänge zunehmenden Fehler zeigten, ergaben sich nach den beiden anderen Methoden für lange Wellen ($\lambda > 1000$ m) bis auf etwa 1 Promille übereinstimmende Werte. Für kürzere Wellen sank dagegen bei diesen beiden Methoden aus naheliegenden Gründen die Meßgenauigkeit (bis auf etwa 1 Proz.). Hier bildet ohne Zweifel die oben beschriebene Methode der harmonischen Oberschwingungen eine willkommene und experimentell äußerst einfache Ergänzung.

---

[1]) Ähnliche Versuche mit demselben Ergebnis wurden auch von Albert Campbell, Phil. Mag. (6) 18, 794, 1909, ausgeführt.



Über die Lichtelektrizität; von Wilhelm Hallwachs.

(Eingegangen am 20. Juni 1912.)

§ 1. Über den Einfluß des Gases auf die Lichtelektrizität.

Herr E. Ullmann hat gelegentlich seiner im hiesigen Institut ausgeführten Untersuchungen über die lichtelektrische Ermüdung [1]) festgestellt, daß die Lichtelektrizität, entgegen manchen früheren Beobachtungen, stark vom Gas abhängt [2]). Es gelang, dies zum Hervortreten zu bringen, wenn man erstens vor Einführung eines neuen Gases Evakuation vornahm, so daß auch die an der Platte direkt anliegenden Gasschichten (größtenteils) entfernt wurden, und wenn man zweitens, um die Wirkung vor Eintritt einer merklichen Ermüdung abzufassen, vermittelst großer Hilfsreservoire die Dauer des Umfüllprozesses möglichst (auf 3 Minuten) herabsetzte. Das Ergebnis war, daß sich die Lichtelektrizitäten in ozonisierter Luft, Wasserstoff, Luft, Kohlensäure wie 0,5:1:2,9:7,3 verhielten, alle Gase in getrocknetem Zustand untersucht. Ferner fand er, daß Wasserdampf die Lichtelektrizität sehr stark begünstigt: Wasserstoff und Luft lieferten unter seinen speziellen Versuchsbedingungen im feuchten Zustand (die relative Feuchtigkeit betrug z. B. etwa 80 Proz.) etwa zwei- bis dreimal so große Wirkung wie im trocknen.

Diese Entdeckung über den fördernden Einfluß des Wasserdampfes hat von anderer Seite Bestätigung gefunden [3]). Im hiesigen Institut hatte inzwischen Herr Paech jene Versuche fortgeführt und zwar mit Platin, um ähnlich wie in einem früheren Fall [4]) die Resultate durch Anwendung zweier so verschiedener Metalle wie Platin und Zink (Ullmann) auf breite Basis zu stellen [4]). Herr Paech fand mit einer analogen Versuchsanordnung wie die

---

[1]) W. Hallwachs, Ber. d. Isis (Dresden), Juli 1909, S. 67—70; E. Ullmann, Ann. d. Phys. 32, 1—48, 1910.

[2]) l. c., S. 21—41.

[3]) Auf etwas anderem Gebiet durch die Versuche des Herrn W. Wilson, Phil. Mag. (6) 21, 637, 1911 (vielleicht finden hier aber besondere Prozesse statt); auf gleichem Gebiet durch die Versuche des Herrn A. Becker, Ber. d. Heidelb. Akad. 1912, Abh. 4, 1912; s. weiter unten § 3.

[4]) W. Hallwachs, l. c., S. 67—68; E. Ullmann, l. c., S. 2.

des Herrn ULLMANN bei Platin qualitativ ganz analoge Ergebnisse, wie sie sich beim Zink ergeben hatten. Insbesondere trat der lichtelektrisch wesentlich fördernde Einfluß des Wasserdampfs auch hier hervor [1]).

Diese Versuche fordern, daß das Gas bei der Lichtelektrizität eine hervorragende Rolle spielt [2]). Ein solcher Schluß drängte sich auch durch eine andere Erscheinung immer mehr auf, nämlich das Ansteigen der Wirkung in den ersten Stunden nach dem Einsetzen einer frisch gereinigten Platte in ein Gefäß, dem erst später infolge der sich überlagernden Ermüdung ein Herabgehen folgt [3]). Nachdem es früher geschienen hatte, es möchten dabei Anstiege des Kontaktpotentials mitwirken, ließ sich später (s. § 2) diese Anschauung nicht mehr halten, man wurde vielmehr dazu gedrängt, für das Entstehen des Maximums die Deutung zu versuchen, daß nach dem Auffrischen der Platte (durch Ausglühen, Schaben usw.) z. B. Gas bei seinem auf einen längeren Zeitraum verbreiteten Eindringen zunächst die Empfindlichkeit vermehrt. Eine solche Vermehrung würde dann im Gefäß, weil dort die Ermüdung gering ist, zur Erscheinung gelangen, außerhalb aber durch die sich überlagernde starke Ermüdung überkompensiert sein, so daß dort gleich von vornherein lediglich Sinken der Wirkung erfolgte. Diese Auffassung möchte, soviel ich sehe, jenes Maximum und die Regelmäßigkeit seines Auftretens erklären, insbesondere auch den Umstand, daß, wenn man umgehend, etwa eine Minute nach dem Auffrischen der Platte, evakuiert und dann Gas einläßt, jener Anstieg sich in trockenen Gasen (Luft, H) sehr schön ausbildet. Ihn unter solchen Verhältnissen als hervorgebracht durch das Weggehen eines, vor dem Einsetzen in die Zelle, zur Platte hin diffundierten Ermüdungsagens aufzufassen, worauf ich in einer früheren Arbeit gelegentlich als Möglichkeit hingewiesen hatte, scheint nicht weiter zulässig zu sein.

Das Erwähnte im Verein mit Hinweisen aus anderen Gebieten der Lichtelektrizität drängten mich zu der Ansicht, daß es aussichtsreich sei, das Gas in anderer Richtung zu variieren, zu prüfen, ob nicht etwa die Dielektrizitätskonstante der Gassubstanz

---

[1]) Die Arbeit wird im Laufe des Jahres veröffentlicht werden.

[2]) W. HALLWACHS, l. c., S. 70.

[3]) W. HALLWACHS, z. B. Ann. d. Phys. **23**, 483, 1907; E. ULLMANN, ebenda **32**, 32, **34**, 36, 1910.

bei der Lichtelektrizität mitwirke und zu diesem Zwecke zunächst Dämpfe geeigneter Substanzen zuzuführen.

Herr Paech hat solche Versuche mit der oben erwähnten, derjenigen des Herrn Ullmann im wesentlichen nachgebildeten Versuchsanordnung ausgeführt. Als Metall diente Platin, als Lichtquelle die Quecksilberlampe. Das Zuführen der Dämpfe geschah in der Weise, daß die nach dem Evakuieren eintretende, vorher durch Schwefelsäure getrocknete Luft durch die betreffende Flüssigkeit perlte. Als solche diente Methylalkohol, Wasser und Benzol. Daß Wasserdampf die Empfindlichkeit erhöht, ist schon oben erwähnt; Methylalkohol ergab das bemerkenswerte Resultat, daß er die Wirkung noch mehr steigerte wie Wasser, dies geschah auch unmittelbar nach vorheriger Wirkung von Wasser; die Reihenfolge der Gase ist umkehrbar. Dagegen vermehrte Zufügung von Benzoldampf die Lichtelektrizität nicht, sondern verminderte sie eher. Ebenso verhielt sich Chloroform. Aceton gibt vermutlich eine beträchtliche Steigerung, jedoch sind die Versuche damit noch nicht abgeschlossen; es findet starker Anstieg der Empfindlichkeit mit der Zeit statt. Auch früher, bei einer anderen Arbeit[1]) fanden wir mit Aceton Schwierigkeiten, chemischer Natur.

Wenn aus diesen Versuchen auch noch kein abschließendes Urteil gewonnen werden konnte, so zeigten sie doch, daß jene Vermutung, es möchte durch Beimischung von Körpern mit verschiedener Dielektrizitätskonstante ein starker Einfluß auf die Lichtelektrizität zu gewinnen sein, sich verlohnt hatte.

Für den Einfluß schien nun die Dielektrizitätskonstante D des dampfgeschwängerten Gases in Betracht zu kommen und zwar deren Überschuß über eins. Ein Vergleich der Werte $D - 1$ für H, Luft, CO^2, nämlich 2,6; 5,9; $9{,}8 \times 10^{-4}$, mit den S. 634 angegebenen Werten für die lichtelektrische Empfindlichkeit des Zinkes darin bestärkte diese Vermutung. Die Konsequenz war, daß ein Gas von besonders hohem Wert für $D - 1$ eine hervorragende Lichtelektrizität geben mußte. Ein solches, was auch sonst für die Versuche bequem und einwandfrei war, gab es: das Ammoniak, für welches $D - 1$ den großen Wert 72×10^{-4} besitzt. Die Lichtelektrizität in ihm sollte daher abnorm hoch

[1]) F. Röhrs, Ann. d. Phys. **37**, 294—295, 1912.

werden. Herr PAECH führte mehrere Versuche (à la ULLMANN) mit reinem, trockenem (gebrannter Kalk, Natronkalk) Ammoniak aus und fand tatsächlich fünfmal so große Empfindlichkeit wie in trockener Luft, während beim Platin alle übrigen, obenerwähnten Beeinflussungen nur im Höchstfall bis zu einer Verdoppelung geführt hatten.

Hieraus tritt der Einfluß der Dielektrizitätskonstante deutlich hervor und die Wahrscheinlichkeit der oben entwickelten Erwägungen, welche zur Ausführung dieser Versuche die Anregung gegeben hatten, wird bedeutend vergrößert. Die äußerst mögliche Konsequenz einer Beziehung zu $D - 1$ wäre, daß für $D = 1$ die Lichtelektrizität Null wird. Hierfür scheint einiges zu sprechen.

Es ist auf eine schon vor etwa zehn Jahren von Herrn LENARD mitgeteilte, wichtige Beobachtung hinzuweisen, daß nämlich die Lichtelektrizität berußter Metallplatten, welche lange im Vakuum verweilt hatten, nach vorübergehendem Einlassen von Gas angestiegen war. Eine gleiche Beobachtung machte Herr KLAGES [1]) welcher bei frischen Amalgamflächen auf analogem Weg 100 Proz. Vermehrung der Wirkung erhielt. Ferner wären zu nennen Versuche von Herrn STUHLMANN [2]) und Herrn DIKE [3]), die kathodisch niedergeschlagene Kohle bzw. Platin lichtelektrisch nicht erregbar, bzw. mehrere Minuten lang nach der Herstellung nicht erregbar fanden u. dgl. m. (bei letzteren Versuchen blieben freilich noch etwaige elektrische Fehlerquellen zu untersuchen, auch könnten noch Molekularkräfte eine Rolle spielen). Solche Versuche, in erster Linie die beiden zuerst erwähnten, würden sich auf Grund der hier vorgetragenen Eventualität erklären. Auch würde die Weite des Intervalls, über welches sich die bisher beobachteten maximalen Anfangsgeschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen erstrecken, unter Umständen damit zusammenhängen.

Der im vorstehenden gegebene Hinweis auf die primäre Mitwirkung des Gases bei der Lichtelektrizität, welche noch in allen Richtungen geprüft und in seine Konsequenzen verfolgt werden muß, eröffnet eine Menge neuer Fragen. Was tritt hierbei ein? Werden die Elektronen des Metalls gelockert, treten diejenigen

[1]) KLAGES, Ann. d. Phys. 31, 344, 1910.
[2]) STUHLMANN, Phil. Mag. 22, 854, 1911.
[3]) P. H. DIKE, Phys. Rev. 32, 631, 1911.

*

des absorbierten Gases in die Erscheinung, machen sich dessen Reste bei den Anfangsenergien geltend, werden die Schwingungen der Elektronen beeinflußt[1]), wirken halbchemische Prozesse mit usw.

§ 2. Über die Unabhängigkeit der lichtelektrischen Ermüdung von Doppelschichten; zu einer Arbeit des Herrn K. T. Compton.

Hinsichtlich der Erklärung der lichtelektrischen Ermüdung waren anfangs eine große Zahl von Hypothesen aufgetreten, von denen allen sich aber nach langwierigen Untersuchungen die Unhaltbarkeit herausstellte[2]). Zuletzt geschah dies mit der Hypothese der Wirkung elektrischer Doppelschichten. Ursprünglich dachte man sich diese „durch Licht“ hervorgerufen. Nachdem die primäre Mitwirkung des Lichtes bei der Ermüdung widerlegt war, fiel diese Annahme zwar weg, aber man dachte sich die Variationen des Kontaktpotentials u. dgl. als mitspielend bei der Ermüdung. Daß indes auch dies nicht richtig war, ließ sich durch allmähliche Eingrenzung des Betrages der Möglichkeit ihrer Mitwirkung, welche schließlich innerhalb des Intervalls der Fehlergrenzen blieb, zeigen[3]).

Für dieses Resultat läßt sich aus einer vor kurzem erschienenen Arbeit des Herrn K. T. Compton[4]) eine schöne Bestätigung herleiten. Er hat gleichzeitige Messungen der Verteilungskurve der Anfangsenergien der Elektronen, der lichtelektrischen Ermüdung und der Kontaktpotentialänderungen ausgeführt. Wenn Al auf $^1/_3$ seines Anfangswertes ermüdete, wobei das Kontakt-

---

[1]) W. Hallwachs, z. B. Verh. d. D. Phys. Ges. **8**, 456—457, 1906; Ann. d. Phys. **23**, 512, Zeile 6, 1907.

[2]) W. Hallwachs, Phys. ZS. **5**, 489, 1904; Ber. d. kgl. sächs. Ges. d. W., math.-nat. Kl. **58**, 341, 1906; Ann. d. Phys. **23**, 459, 1907; H. Dember, Phys. ZS. **9**, 188, 1908; W. Hallwachs, Ber. d. Isis (Dresden), VII, 1909, S. 65; E. Ullmann, Ann. d. Phys. **32**, 1, 1910; H. St. Allen, Phil. Mag. (6) **20**, 564, 1910; Ann. d. Phys. **32**, 111, 1910; W. Hallwachs, C. R. du Congrès intern. d. Radiologie et d'El. Brüssel 1910, S. 642; H. Dember, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 313, 1911.

[3]) W. Hallwachs, z. B. Ann. d. Phys. **23**, 481, 1907; E. Ullmann, Ann. d. Phys. **32**, 46, 1910, u. a. a. O.

[4]) K. T. Compton, Phil. Mag. (6) **23**, 579—593, 1912, insbesondere Taf. IX, Fig. 9.

potential um 0,22 Volt fiel, blieb jene Verteilungskurve ungeändert (bei Reduktion auf gleiche fortgehende Elektronenmenge), wenn man nur die im Versuch zu ermittelnden Kompensationspotentiale richtig, d. h. unter Superponierung der Kontaktdifferenz zwischen Platte und Netz berechnet, d. h. die Anfangsgeschwindigkeiten sind bezüglich ihrer Verteilung unabhängig von der Ermüdung und unabhängig von den Variationen des Kontaktpotentials. Diesen Schluß hat Herr COMPTON in seiner Arbeit nicht selbst gezogen, da er aber eine so gute Bestätigung unserer (HALLWACHS, ULLMANN) früheren Resultate über das Kontaktpotential liefert, für deren ausdrückliche Anerkennung mir, mit Ausnahme vielleicht von Herrn ALLEN (l. c.), keine Stelle in der Literatur begegnet ist, so glaubte ich ihm darin vorgreifen zu dürfen.

Herr COMPTON zeigt nämlich zunächst ausführlich experimentell, daß zur richtigen Ausrechnung der Potentialdifferenz bei der Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeiten nach der Kompensationsmethode die Zufügung der durch das Kontaktpotential bewirkten Differenz gehört. Es ist dies ja eigentlich selbstverständlich[1]), trotzdem sind solche Messungen der Kontaktdifferenz bei den Untersuchungen über Anfangsenergien der Elektronen meist nicht ausgeführt worden, und es sind sogar Schlüsse aus den Kompensationspotentialen gezogen worden, die ohne Kenntnis der jeweiligen Kontaktpotentiale gar nicht ziehbar sind[2]). Vielleicht erklärt sich das aus dem Umstand, daß man angenommen hat, im Vakuum seien keine Kontaktdifferenzen vorhanden. Dies trifft aber im allgemeinen nicht zu, wie schon aus PELLATS Versuchen hervorgeht. Nur in ganz ausnahmsweisen Versuchsbedingungen konnte man das Kontaktpotential temporär nahezu zum Verschwinden bringen, und diese Versuche sind, soweit ich sie kenne, nicht einwandfrei. Überdies ergibt sich aus Versuchen, die Herr BAUERMANN im hiesigen Institut ausführte, daß auch tagelanges Evakuieren nur geringen Einfluß auf die Kontaktpotentialdifferenz hat. Danach ist zu schließen, daß unter den Versuchsbedingungen, welche bisher, soviel ich sie kenne, bei den Bestimmungen der Anfangsenergieverteilung vorlagen, die

[1]) Siehe z. B. HALLWACHS, Wied. Ann. 29, 9, 1886; 32, 70, 1887; P. LENARD, Ann. d. Phys. 8, 178, Anm. 2, S. 182, Art. 34 u. Anm. 1, u. a. a. O.
[2]) E. LADENBURG, Phys. ZS. 8, 3, 1907.



Kontaktdifferenzen meist stark von Null verschiedene Werte gehabt haben. Für diejenigen Versuche, welche unter Berußung aller Metallteile, die in Betracht kommen, stattfanden, gilt diese Bemerkung nicht oder nur in beschränktem Umfang. Unter den erwähnten Umständen ist es sehr wertvoll, daß Herr COMPTON die Notwendigkeit, die Kontaktdifferenzen bei der Auswertung der Kompensationspotentiale einzurechnen, experimentell besonders nachgewiesen hat. Der Umstand, daß er zur Messung der Kontaktdifferenzen die Platten aus dem Vakuum nahm, hat, nach den erwähnten Versuchen von Herrn BAUERMANN zu urteilen, keine erheblichen Fehler eingeführt, wenn natürlich auch bei einer Wiederholung die Messung der Kontaktpotentiale im Vakuum selbst vorgenommen werden möchte. Mit einer solchen Arbeit ist Herr H. VAN DER BYL im hiesigen Institut beschäftigt.

Herr COMPTON hat in Fig. 9, Tafel IX, l. c., die Verteilungskurven, die lichtelektrische, sowie die kontaktelektrische Ermüdungskurve, welche auf Beobachtungen nach 1, 7, 21, 31 Stunden beruhen, übersichtlich dargestellt. Wenn man nun die vier Verteilungskurven gemäß den von Herrn COMPTON gemessenen Kontaktdifferenzen (s. seine Kurve *e*, Fig. 9) nach der von ihm gegebenen Vorschrift auf richtige Werte der Kompensationspotentiale korrigiert, d. h. um den betreffenden Betrag horizontal verschiebt (auf gleiche Elektronenmenge sind sie bereits reduziert), so fallen sie alle vier aufeinander, d. h. man erhält für die angegebenen Zeiten dieselbe Kurve der Anfangsenergien. Nun enthält aber Fig. 9 auch die Ermüdungskurve *f*. Danach ist das Aluminium im Verlauf der Versuche auf den dritten Teil seines Anfangswertes ermüdet, es besitzt also schließlich eine als recht stark zu benennende Ermüdung. Trotzdem bleibt die Verteilung der Anfangsenergien dieselbe, oder: die Ermüdung vermindert die Elektronenzahl aller vorhandenen Anfangsenergien in demselben Maß, oder: die Anfangsenergien sind unabhängig von der Ermüdung, selbst wenn diese wie hier bis herunter auf $^1/_3$ der anfänglichen Wirkung führt.

Dasjenige, was nun eine Doppelschicht bewirken könnte, wenn sie eine Ursache der Ermüdung bildete, wäre, daß sie langsamere Elektronen vermittelst elektrischer Kräfte bremste und am Austritt verhinderte. Es müßten dann die Anfangsenergien bei ermüdeter Platte kleiner sein wie bei nicht ermüdeter. Da dies

nicht der Fall ist, kann auch die Variation der Doppelschicht nicht zur Erklärung der übrigens, wie erwähnt, in die Klasse der starken gehörigen Ermüdung herangezogen werden. Damit ergibt sich der experimentelle Beweis für die schwerste Konsequenz, welche unserem (HALLWACHS, ULLMANN) früheren Nachweis auferlegt werden konnte, der darin bestand, daß auch die Hypothese, lichtelektrische Ermüdung durch Doppelschichten zu erklären, mit dem Versuche im Widerspruch steht.

Es ist begreiflich, daß der Nachweis der Unrichtigkeit auch dieser Hypothese die längste Zeit gekostet hat. Denn man sträubt sich unwillkürlich dagegen, daß die Doppelschichten nicht auf die Elektronen wirken, oder schärfer, daß solche Wirkung bei der Ermüdung nicht in Erscheinung treten soll. Die Frage muß daher, wie schon früher erwähnt[1]), umgestellt werden und zwar dahin, welchen Hinweis die tatsächliche Unabhängigkeit der Ermüdung von Doppelschichtenvariation für den Mechanismus der Lichtelektrizität liefern mag.

Dieselbe Frage tritt auch auf infolge des durch Herrn COMPTONS Versuche jetzt ziemlich sichergestellten Resultates, daß (wenigstens unter den einfachen Bedingungen seiner Versuche) die auf gleiche Maximalordinate reduzierten Verteilungen der Anfangsenergien der Elektronen für Al, Zn, Messing, Cu und Pt gleich sind. Dieser Schluß wird dahin zu ergänzen sein, daß solche Gleichheit nur schärfer zutrifft, wenn man monochromatisches Licht verwendet, sonst möchte er zu Einwänden führen. Vermutlich ist das Licht von Herrn COMPTON für seine Versuche quasihomogen gewesen, um so mehr, als er extreme Metalle, wie z. B. Kalium, nicht in die Untersuchung eingeschlossen hat. Vielleicht kann folgende Annahme versucht werden. Unter den Versuchsbedingungen des Herrn COMPTON errege dieselbe Wellenlänge in allen Metallen primär untereinander synchrone Elektronen. Die Kontaktdoppelschicht erstrecke sich auf eine größere Tiefe[2]) in die Platte und der ganze „Potentialsprung“ sei erheblich größer als die innere Anfangsenergie der lichtelektrischen Elektronen. An Stelle des Sprungs trete eine kontinuierliche

[1]) Siehe z. B. E. ULLMANN, l. c., S. 46, Absatz 2.

[2]) Ähnliche Vorstellungen habe ich früher erwähnt; s. z. B. Ann. d. Phys. **23**, 477, 1907.

Potentialänderung. Dann können Elektronen nur in dem Fall austreten, daß sie äußerstenfalls eine Strecke δ der Doppelschicht zurückgelegt haben, deren Endpotentialdifferenz der inneren Anfangsenergie der Elektronen entspricht. Aus allen Tiefen unterhalb δ werden Elektronen zum Austritt kommen, die dann kleinere Bruchteile des „Sprungs" der Doppelschicht zu durchlaufen haben und so mit um so größerer Geschwindigkeit austreten, je näher an der Oberfläche sie entsprungen sind. So würde sich aus einer bestimmten inneren Anfangsenergie eine Verteilung der äußeren, der Beobachtung entsprechend, ausbilden können. An der Oberfläche käme dann als additives Glied noch die zur Überwindung der Bildkraft erforderliche Energie und dergleichen hinzu.

Variiert die Größe des „Sprungs", sei es durch Anwendung eines anderen Metalls, sei es mit der Zeit, so würde sich, bei konstant bleibender innerer Anfangsenergie, zwar δ ändern, aber nicht wesentlich die äußere Verteilung, die Elektronen wären anderen Stellen entsprungen, die zu durchlaufenden Potentialbeträge blieben aber wesentlich dieselben.

Eine solche Vorstellung könnte sowohl der Unabhängigkeit der äußeren Verteilung vom Metall, wie sie Herr COMPTON gefunden hat, als auch der Unabhängigkeit der Ermüdung von Variationen der Doppelschicht zugleich Genüge leisten [1]) und hat sich bisher vielfach als zweckmäßig bewährt.

§ 3. Bemerkungen zu einer Arbeit des Herrn A. BECKER über lichtelektrische Ermüdung.

Mit den § 1 erwähnten Ergebnissen der Arbeit von Herrn E. ULLMANN über die Lichtelektrizität in verschiedenen Gasen [2]) hat sich eine jüngst erschienene Arbeit von Herrn A. BECKER [3]) nicht auseinandergesetzt, und doch hat erstens Herr ULLMANN den stark fördernden Einfluß des Wasserdampfes bei der Licht-

---

[1]) Fälle anderer, z. B. sehr großer Maximalenergien (MILLIKAN usw.) würden dann z. B. auf andere innere Anfangsenergie, zusammen mit anderen Lösbarkeitsverhältnissen, zurückgeführt werden können, was obige Anschauung nicht stört.

[2]) Siehe Zitat [1]), S. 634. Der hier gemeinte Abschnitt befindet sich auf S. 21 bis 41 bei ULLMANN, S. 69, Art. 5 und Schluß des § 2 bei HALLWACHS.

[3]) A. BECKER, Über die lichtelektrische Ermüdung. Akad. Heidelberg, A. 1912, Abhandl. 4. 31 Seiten.

elektrizität, auf den Herr BECKER gelegentlich seiner Arbeit gestoßen ist und dem er eine für seine Darlegungen grundlegende Wichtigkeit beimißt, womit ich übereinstimme, schon etwa drei Jahre früher entdeckt. Zweitens ergibt sich aber aus Herrn ULLMANNS Resultaten, zusammen mit früheren von mir, die Deutung der Versuche des Herrn BECKER, für welche dieser eine besondere Auffassung gibt, einfach und in anderer Weise. Er betrachtet nämlich den Einfluß des Wasserdampfes nicht, wie § 1 dieser Abhandlung dargelegt, unter dem Gesichtspunkte, daß ein Metall in verschiedenen Gasen verschiedene lichtelektrische Empfindlichkeit besitzt, wie es ja z. B. der Fall ist, wenn man H und Luft (beides natürlich getrocknet) miteinander vergleicht, sondern er nimmt an, daß der Wasserdampf ein vorher aufgenommenes Ermüdungsagens während seiner Anwesenheit außer Wirkung setze. Diese Vorstellung hat natürlich den Vorteil, daß man sich die betreffenden Vorgänge einmal von einem anderen Standpunkt aus betrachtet, was zu weiterer Klärung jedenfalls dienlich ist. Eine ihrer Konsequenzen würde aber z. B. sein, daß dem Methylalkohol dieses Außer-Wirkung-Setzen noch in stärkerem Maße gelingen müsse, dem Benzol aber umgekehrt eine das Ermüdungsagens etwas verstärkende Wirkung zuzuschreiben wäre.

Für den Verfasser bot sich, wie erwähnt, auf Grund der erwähnten Ergebnisse des Herrn ULLMANN eine andere Deutung, die auch nach längerem Versuch, sich in den Gesichtspunkt des Herrn A. BECKER einzuleben, standhielt. Des letzteren Versuche beruhen alle auf einem Anfangsexperiment (l. c., S. 10), wo er eine im Laufe einer Stunde konstante lichtelektrische Empfindlichkeit erhält. Er nimmt an, das sei die Folge des anwesenden Wasserdampfes, welcher Eintreten einer Ermüdung nicht gestatte. Dies ist ein direkter Widerspruch mit den Versuchen von Herrn ULLMANN und den § 1 erwähnten des Herrn PAECH am Platin, die einwandsfrei zeigen, daß, wenn auch die Empfindlichkeit durch Wasserdampf stark vermehrt, so doch durch diesen auch gleichzeitig die Ermüdung ebenfalls gesteigert wird. Daraus, daß dies Herrn BECKER entgangen ist, ergibt sich der Fingerzeig für die Auffassung seines Versuches. Bei diesem lagern sich nämlich eine ganze Anzahl (4 bis 6) verschiedenartiger, teils steigernd, teils abmindernd wirkender Prozesse übereinander, deren Gegeneinanderschaltung zur offenbar zufälligen Konstanz führt, die Herr PAECH



von diesem Gesichtspunkte aus auch sofort nachahmen konnte (s. w. u.).

Ganz Ähnliches lag seinerzeit für die Versuche des Herrn AIGNER [1]) vor, und es gelang Herrn ULLMANN (S. 10 bis 20, l. c.), diese in die Einzelprozesse zu zerlegen und so mit meinen früheren Resultaten in Übereinstimmung zu bringen, was in der Literatur [2]) auch anerkannt worden ist. Zwei von den Hauptvorgängen bei Herrn BECKER sind die Vermehrung der Lichtelektrizität durch den zugeführten Wasserdampf und die Verminderung durch das gleichzeitig zugeführte Ozon; er stellt nämlich die Lampe nur in 6 bis 8 cm Entfernung von der Zelle auf, ein Umstand, der auch schon bei Herrn AIGNER Komplikation bei der Deutung seiner Versuchsergebnisse veranlaßt hatte. An weiteren Prozessen kommen hinzu: der bei Nichtvorhandensein von Wasserdampf und Ozon eintretende Anstieg (s. § 1; dort als fördernde Wirkung der allmählichen Gasaufnahme gedeutet), ferner die durch Wasserwirkung gesteigerte Ermüdung; schließlich spielt noch mit, daß Herr BECKER das Gas im Strömen erhält. Durch letzteren Umstand werden die durch die anderen Prozesse gebildeten Agenzien, nämlich das Ozon und das Wasserstoffsuperoxyd, zu einem nicht abschätzbaren Bruchteil wieder weg- und außerdem wird vermutlich durch das immerwährend zuströmende Gas auch etwas Ermüdungsagens zugeführt.

Daß sich durch das Gegeneinanderwirken so vieler Prozesse bei geeigneter Einrichtung der Versuche, auch mit anderen Versuchsanordnungen, Konstanz der lichtelektrischen Empfindlichkeit auf die Dauer einer Stunde, wie bei dem erwähnten Versuche des Herrn BECKER, einrichten lassen würde, war nicht zu bezweifeln. Es gelang auch Herrn PAECH auf den ersten Ansatz auf zwei Arten, indem er erstens bei einer Anordnung, bei welcher die Empfindlichkeit aufstieg (getrocknete Luft), falls die Lampe, wie regelmäßig bei seinen sonstigen Versuchen, genügend fern stand [3]), diese so nahe rückte, bis gerade die Ozonproduktion ausreichte, den Anstieg aufzuheben. Dies trat bei einem ähnlich nahen Abstand der Lampe ein, wie ihn Herr BECKER benutzt hatte.

---

[1]) AIGNER, Wiener Ber. **115** [2a], 1488, 1906.

[2]) H. S. ALLEN, Phil. Mag. (6) **20**, 564 u. 572, 1910 u. a. a. O. A. BECKER auch selbst, S. 1 und 2 der Arbeit.

[3]) E. ULLMANN, l. c. S. 16—17.

Eine zweite Art benutzte den Übergang von trockener zu feuchter Luft, welche bei fernstehender Lampe (d. h. ohne Ozonzuführung) einen plötzlichen Aufsprung der Empfindlichkeit gibt, an welchen sich eine Ermüdungskurve anschließt; hier ergab sich, wie vorausgesagt, bei Nahestellung der Lampe (d. h. unter Ozonzuführung) Wegfall des Aufsprungs mit anschließender konstanter Empfindlichkeit.

Hinsichtlich des Ozons möchte ich noch darauf hinweisen, daß es nach unseren Versuchen zweierlei Wirkungen hat. Erstens ist in ihm die Empfindlichkeit geringer, zweitens bildet sich unter seinem Einfluß ein allmählich mit der Zeit an Menge zunehmendes, dauerndes Ermüdungsagens aus. Ersteres folgt daraus, daß die Wirkung des Ozons bei plötzlichem Zuführen desselben oder Einführen in dasselbe die Empfindlichkeit plötzlich herabsetzt, je nach Konzentration des Ozons, z. B. auf $^1/_8$ bis $^1/_6$ des Anfangswertes in unseren Versuchen. Entfernt man das Ozon bald wieder, so wird wieder große Empfindlichkeit gewonnen[1]; man hat es also mit einer direkten Wirkung zu tun. Das zweite ist ebenfalls früher erörtert und zunächst auf die Bildung von H_2O_2 durch das Ozon zurückgeführt worden[2]. Daß solches entsteht, darüber siehe die an den zitierten Stellen angegebene Literatur. Lagert es sich auf die Platte, so kann es mannigfach wirken: z. B. ähnlich wie Benzol und Chloroform direkt (s. § 1), zweitens weil Flüssigkeiten lichtelektrisch träge ev. unwirksam sind, weiter durch starke Elektronenabsorption, schließlich weil die Schicht ultraviolettes Licht sehr stark absorbiert[3].

Ganz analog wie dem Ozon kommen auch dem Wasserdampf zwei getrennte Wirkungen zu: erstens die direkte, plötzliche, zweitens eine allmählich werdende, wobei H_2O_2 mitwirken wird.

Es wird natürlich erforderlich sein, bei einer späteren Gelegenheit auf die, übrigens durch ihren anderen Standpunkt interessante und manche Erweiterung früherer Versuche anregende Arbeit des Herrn A. Becker zurückzukommen. Die erwähnten Stichproben

[1]) W. Hallwachs z. B. Ann. d. Phys. **23**, 502—503, 1907 u. a.

[2]) W. Hallwachs, Ber. d. Isis (Dresden) VII, 1910, S. 67, 68, 69, 70. H. Beil, Ann. d. Phys. **31**, 869—870, 1910; E. Ullmann, l. c. S. 35—36. W. Hallwachs, C. R. d. Congrès int. d. Radiologie et d'El. Brüssel 1910, S. 647.

[3]) Siehe S. 647—648 der in vorstehender Anmerkung zuletzt erwähnten Arbeit.

lassen aber erkennen, daß die Erscheinungen der Lichtelektrizität und insbesondere der Ermüdung jetzt genügend bekannt sind, um wohl die Auflösung der Versuche des Herrn BECKER in ihre einzelnen Summanden leisten und auf Bekanntes zurückführen zu können.

Anmerkung bei der Korrektur: Für die Deutung der jüngst veröffentlichten (Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 546, 1912), schönen Versuche des Herrn POHL möchten, ebenso wie für die gegen Schluß des § 1 aufgeführten Beobachtungen, die Resultate des § **1** vielleicht einen Beitrag liefern.

Dresden, Physikal. Inst. d. techn. Hochschule, Juni 1912.

Zur physikalischen Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde;

von R. Becker.

(Eingegangen am 17. Juni 1912.)

---

§ 1. Herr GEHRCKE [1]) und nach ihm Herr LICHTENECKER [2]) haben vor kurzem in diesen Verhandlungen eine Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetische Grunderscheinung gemacht, nämlich auf das elektromagnetische Feld einer in geradliniger Bahn sich bewegenden, elektrisch geladenen Kugel. Beiden Autoren erscheint die Tatsache, daß bei diesem Vorgang ein magnetisches Feld von bestimmter Richtung senkrecht zur Bahnrichtung auftritt, durch die zurzeit geltenden Theorien nicht „zureichend begründet". Die Ampèresche Schwimmregel ist in der Tat logisch unbefriedigend mit ihrem die Symmetrie des Vorganges störenden „links". Es erscheint als logische Härte, daß die Aussage über einen physikalischen Vorgang in ihrer Richtigkeit davon abhängen soll, ob man diesen Vorgang durch

---

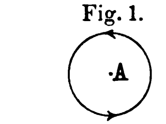
[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 379, 1912.

[2]) Ebenda **14**, 541, 1912.

einen Spiegel betrachtet oder nicht. Im folgenden soll gezeigt werden, daß ein solcher Widerspruch mit dem Satze vom zureichenden Grunde tatsächlich nicht besteht, sondern nur scheinbar auftritt infolge einer inkorrekten Darstellung der physikalischen Größen.

§ 2. In der Theorie der Elektrizität[1]) wird gezeigt, daß die elektrische Feldstärke ein polarer, die magnetische dagegen ein axialer Vektor ist. Dieser Unterschied wird überall da von Bedeutung, wo es sich — wie im vorliegenden Falle — um allgemeine Symmetrieverhältnisse handelt. Wir haben also, wenn wir uns einer geometrischen Darstellung bedienen wollen, die elektrische Feldstärke abzubilden durch einen Pfeil, dessen Richtung und Länge die Richtung und Größe der elektrischen Kraft angibt. Dagegen ist die magnetische Feldstärke darzustellen durch einen zu ihrer Richtung senkrechten „Ebenenteil“, etwa eine Kreisscheibe mit Umlaufssinn, wobei die Fläche der Scheibe die Größe der Kraft und der Umlaufssinn ihre Richtung kennzeichnet. Der Scheibe noch einen bestimmten Pfeil zuzuordnen — etwa nach der Rechtsschraubenregel — ist überflüssig und da, wo man auf Symmetrieverhältnisse Wert legt, geradezu falsch. Demnach haben wir das magnetische Feld einer geradlinig bewegten positiven Punktladung in folgender Weise zu charakterisieren.

Fig. 1.



I. „In einem Punkte A tritt eine magnetische Kraft auf, die dargestellt werden kann durch eine Kreisscheibe, die A zum Mittelpunkt hat und in der Ebene liegt, welche A und die Bahn des Punktes enthält. Ihr Umlaufssinn ist festgelegt dadurch, daß sie an der der Bahn zugewandten Seite in der gleichen Richtung durchlaufen wird wie diese selbst.“

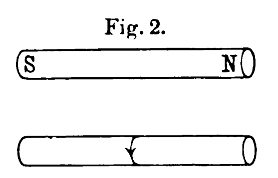
Man sieht, daß die Symmetrie des Vorgangs völlig befriedigend ist.

§ 3. Man könnte versucht sein zu glauben, es sei durch die Darstellung des § 2 nichts gewonnen; denn durch sie könne doch

[1]) Vgl. z. B. Abraham, Theorie der Elektrizität I, 4. Aufl., S. 224, 1912.

die Tatsache nicht aus der Welt geschafft werden, daß ein magnetischer Nordpol im Sinne der Schwimmregel nach „links“, also unsymmetrisch zur ganzen Anordnung bewegt wird. Jedoch auch diese Unsymmetrie verschwindet, sobald man die Magnetnadel in einer den allgemein angenommenen Grundlagen der MAXWELLschen Theorie gerecht werdenden Art darstellt. Aus der Tatsache, daß die magnetische Feldstärke ein axialer Vektor ist, folgt notwendig, daß die magnetische Polstärke (oder auch der wahre Magnetismus) ein Pseudoskalar ist[1]). Als solche hat sie die Eigenschaft, bei der Spiegelung des ganzen Systems ihr Vorzeichen zu wechseln. Ich weiß nicht, ob ein anschauliches geometrisches Bild eines einzelnen Pseudoskalars gefunden ist. Da jedoch auch in der Natur isolierte Polstärken nicht gefunden sind, so genügt es für unsere Zwecke, eine Magnetnadel, also eine Verbindung von zwei mit entgegengesetztem Vorzeichen versehenen Pseudoskalaren, geometrisch darzustellen. Das kann so geschehen: Wir verbinden die gewöhnlich mit N und S bezeichneten Punkte der Nadel durch eine Gerade, zeichnen, etwa in der Mitte dieser Geraden, die zu ihr senkrechte Ebene. Der Kurve, die beim Schnitt dieser Ebene mit der Oberfläche der Nadel entsteht, ordnen wir einen solchen Umlaufssinn zu, daß die Nadel, in dieser Richtung als Rechtsschraube gedreht, sich mit dem Punkte N voran bewegen würde. Dann vernichten wir die Zeichen N und S. Das von jener Kurve begrenzte Ebenenstück nennen wir kurz den Ebenenteil der Magnetnadel. Er reicht mit seinem Umlaufssinn völlig aus zur Kennzeichnung der Magnetisierungsrichtung der Nadel. Es steht uns frei, auch fernerhin das durch die Rechtsschraubenregel festgelegte Ende unserer Nadel ihren Nordpol zu nennen. Man sieht, aber daß dieser Nordpol zum Südpol wird, wenn wir die Nadel durch einen Spiegel betrachten. Die Polstärke eines Poles unserer Nadel ist also in der Tat ein Pseudoskalar.

Fig. 2.



Nunmehr lautet die Ampèresche Schwimmregel:

II. „Ein Magnet sucht sich in der Nähe einer geradlinig bewegten Punktladung so zu drehen, daß sein Ebenenteil möglichst

[1]) ABRAHAM, l. c., S. 226.

nahe zusammenfällt mit der am gleichen Punkte befindlichen Kreisscheibe, durch die wir in I. die magnetische Kraft kennzeichneten, und im gleichen Sinne durchlaufen wird wie diese."

In unseren Sätzen I. und II. ist von einer logischen Härte nichts mehr zu spüren. Sie gelten, ob man den Vorgang durch einen Spiegel betrachtet oder nicht. Ihre Fassung ergibt sich zwanglos, sobald man die geometrischen Bilder der physikalischen Größen in einer der MAXWELLschen Theorie gemäßen Weise wählt.

Hannover, 13. Juni 1912.

Über eine optische Anomalie, die gewisse flüssige Kristalle im konvergenten polarisierten Licht zeigen;

von W. Voigt.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 14. Juni 1912.)

(Vgl. oben S. 605.)

Die flüssigen Kristalle haben für die allgemeine theoretische Optik deshalb eine so große Bedeutung, weil sie manche Eigenschaften in sehr ausgeprägter Weise besitzen, die bei den festen Kristallen in viel geringerer Ausbildung auftreten. Eine Reihe neuerer Beobachtungen, an denen sich auch das hiesige Institut beteiligt hat, beleuchtet diese Tatsache. Für die Theorie entstanden interessante Aufgaben, weil die Annäherungen, mit denen man zur Erklärung der Erscheinungen an festen Kristallen auskam, bei den flüssigen nicht genügten. Manche merkwürdigen Wahrnehmungen haben sich auf diese Weise wenigstens qualitativ erklären lassen, wenn auch die quantitative Vergleichung — vielleicht wegen einer lamellaren Inhomogenität der zwischen zwei Glasplatten gehaltenen Schichten — noch nicht befriedigen konnte

Auch einer qualitativen Erklärung schien bisher eine zuerst von Herrn O. LEHMANN beobachtete und sehr leicht immer wieder erhältliche Erscheinung zu widerstehen, dahin gehend, daß dünne Schichten aus gewissen Substanzen, die sich nahe wie Platten aus einem einachsigen aktiven Kristall mit zur Plattenebene normaler optischer Achse verhalten, zwischen gekreuzten Nicols im konvergenten Lichte außer einem mehr oder weniger markierten dunkeln Kreuz eine verschiedene Färbung der verschiedenen Quadranten zeigen, derart, daß die Interferenzerscheinung eine zweizählige Symmetrie (statt der normalen vierzähligen) in bezug auf den Mittelpunkt bei zwei (statt vier) Symmetrielinien besitzt.

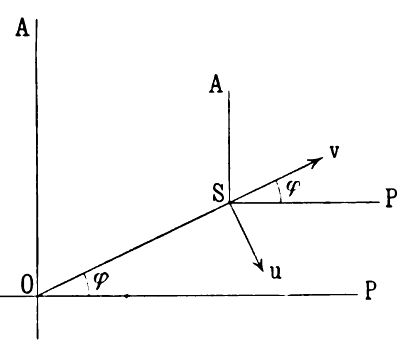
Die Verschiedenwertigkeit der verschiedenen Quadranten erinnert durchaus an die bekannten Erscheinungen, die einachsige Kristalle im Polarisationsmikroskop bei Einschaltung einer $^1/_4\ \lambda$-Platte zeigen, und ich hatte bisher die Vorstellung, daß sie sich nur mit Hilfe der Annahme eines Aufbaues der Kristallschicht aus mehreren verschiedenartigen Lamellen erklären ließe, eine Vorstellung, die deswegen wenig befriedigt, weil sie eine ganze Anzahl verfügbarer Parameter einführt und somit einer quantitativen Prüfung widersteht. Zufällig bemerkte ich nun, daß die Quadrantenfärbung sich viel einfacher erklären läßt, nämlich bereits in meinem allgemeinen theoretischen Ansatz[1]) für aktive und zugleich absorbierende Kristalle ausgesprochen ist, und zwar bei Anwendung auf eine homogene Schicht. Ob zu quantitativer Erklärung noch die Annahme einer lamellaren Inhomogenität heranzuziehen ist, wird eine ausführliche und nicht eben einfache Verbindung von Messung und Theorie entscheiden müssen. Hier will ich nur den überaus einfachen Nachweis führen, daß die genannte Theorie die Quadrantenfärbung, d. h. also die oben signalisierte Abweichung der Symmetrie von der normalen, erklärt.

Die Folgerung der Theorie, um die es sich dabei handelt, ist die, daß bei vorhandener Absorption die beiden Schwingungsellipsen für die beiden in beliebiger Neigung gegen die optische Achse fortgepflanzten Wellen mit ihren Achsen nicht mehr parallel und normal zum Hauptschnitt liegen, sondern in entgegen-

[1]) W. VOIGT, Gött. Nachr., Math.-phys. Kl., 1904, S. 155; Ann. d. Phys. (4) 18, 645, 1905.



gesetzten Richtungen um gleiche Beträge aus dieser Position herausgedreht sind[1]). In den gewöhnlichen Formeln, welche die Schwingungen auf Achsen parallel und normal zum Hauptschnitt beziehen, drückt sich das einfach dadurch aus, daß die Eliptizitätskoeffizienten komplex statt reell sind. Wir denken uns nun in gewohnter Weise, für die qualitativen und auch für die meisten quantitativen Folgerungen ausreichend genau, die im konvergenten Lichte untersuchte Kristallplatte durch eine Kugelschale ersetzt, welche die Strahlen normal durchsetzen. P gebe die Polarisationsebene des Polarisators, A diejenige des Analysators, O die Spur der optischen Achse, S die Spur des betrachteten Strahles bzw. die betrachtete Stelle der Kugelschale, v und u seien die Richtungen parallel und normal zum Hauptschnitt (siehe Figur).



Bezeichnet dann auch P den einfallenden Schwingungsvektor in komplexer Darstellung, so sind seine Komponenten

$$u = P\cos\varphi,\ v = P\sin\varphi.$$

Dieselben zerlegen sich in zwei entgegengesetzt rotierende ähnliche Ellipsen mit dem komplexen Elliptizitätskoeffizienten $k = k_1 + ik_2$ nach dem Schema

$$u = (a + ibk)\,P,\ v = (iak + b)\,P,$$

wobei

$$a\,(1 + k^2) = \cos\varphi - ik\sin\varphi = C,$$
$$b\,(1 + k^2) = \sin\varphi - ik\cos\varphi = S,$$

und C, S Abkürzungen sind. Die in a und in b multiplizierten Glieder stellen die beiden entgegengesetzt rotierenden Wellen dar. Diese Wellen erleiden in der Schicht verschiedene Absorptionen und Verzögerungen, die wir durch die komplexen Faktoren α und β ausdrücken.

---

[1]) Siehe hierzu K. Försterling, Gött. Nachr., Math.-phys. Kl., 1912, S. 217; F. Stumpf, Gött. Diss., 1911; Ann. d. Phys. (4) **37**, S. 351, 1912.

Es treten somit aus der Platte aus die Schwingungen

$$u_1 = (a\alpha + ib\beta k)\,P,\quad v_1 = (ia\alpha k + b\beta)\,P,$$

von denen nun der Analysator die Komponente

$$A = v_1 \cos\varphi - u_1 \sin\varphi$$

nimmt. Die vorigen Formeln geben sogleich

$$A = \frac{\beta - \alpha}{1 + k^2}\; CSP.$$

Die beobachtete Intensität J wird durch das Quadrat des Moduls $|A|^2$ von A gemessen, d. h. es gilt, wenn $|P| = 1$,

$$I = \left|\frac{\beta - \alpha}{1 + k^2}\right|^2 \cdot |CS|^2,$$

wobei der erste Faktor den Winkel φ nicht enthält. Die einfache Ausrechnung liefert, falls kurz $\cos\varphi = c$, $\sin\varphi = s$ gesetzt wird,

$$I = \left|\frac{\beta - \alpha}{1 + k^2}\right|^2 [(c^2 + |k|^2 s^2)(s^2 + |k|^2 c^2) + 4 k_2^2 c^2 s^2 + 2 k_2 cs\,(1 + |k|^2)].$$

Das letzte Glied in der Klammer, das mit k_2, d. h. mit der Drehung der Schwingungsellipsen verschwindet, bedingt nun in der Tat die bei den flüssigen Kristallen beobachtete Dissymmetrie bzw. Quadrantenfärbung. Dabei ist zu beachten, daß k_2 in erster Linie vom Pleochroismus des Kristalles, nicht von seinem Drehungsvermögen abhängt. Es können somit auch Substanzen mit kleiner Drehung (die sich vielleicht bei den benutzten, überaus dünnen Schichten gar nicht bemerklich macht) bei hinreichendem Pleochroismus Quadrantenfärbung zeigen.

Göttingen, Anfang Juni 1912.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. **15. Juli 1912.** **Nr. 13.**

Sitzung vom 28. Juni 1912.

Vorsitzender: Hr. H. Rubens.

Hr. **R. A. Millikan** berichtet über

das Fallgesetz eines Flüssigkeitstropfens in Gasen und eine Neubestimmung des elektrischen Elementarquantums.

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **P. Gruner:** Über die Verwendung thermodynamischer Potentiale in der physikalischen Chemie.

Von Hrn. **W. Hammer:** Über eine neue Form des Fontaktoskops.

Von Hrn. **R. Becker:** Zur physikalischen Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde.

Von Hrn. **Moritz Vos:** Über Spulen mit geringer Dämpfung.

Von Hrn. **M. v. Pirani** und **Alfred R. Meyer:** Berichtigung zu unserer Arbeit: „Über den Zusammenhang zwischen der Temperatur des Fadens und dem Wirtschaftlichkeitsfaktor der Glühlampen“.

Von Hrn. **H. Baerwald:** Über die Geschwindigkeit der von Kanalstrahlen ausgelösten Sekundärstrahlen.

Als Mitglied wurde in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. cand. phil. Wilhelm Burmeister, Berlin NW. 52, Calvinstraße 27.

(Vorgeschlagen durch Hrn. E. Regener.)

Über die Verwendung thermodynamischer Potentiale in der physikalischen Chemie;

von P. Gruner.

Erste Mitteilung.

(Eingegangen am 15. Juni 1912.)

Das NERNSTsche Wärmetheorem hat sich zur Behandlung thermochemischer Probleme so fruchtbar erwiesen, daß seine Anwendung immer allgemeiner wird. Für den Chemiker liegt seine große Bedeutung darin, daß es gestattet, für eine Reihe von Prozessen mehr oder weniger angenähert gültige Formeln zu entwickeln, die zur Darstellung der empirischen Resultate und zur Herleitung wichtiger Schlußfolgerungen sehr geeignet sind. Bei diesen Entwickelungen liegt nun die Gefahr nahe, nicht nur in den Rechnungen, sondern auch im Aufstellen der Begriffe gewisse Annäherungen mitlaufen zu lassen, die zwar für die Brauchbarkeit der gewonnenen Formeln belanglos sind, die aber doch für die exakte Behandlung der Probleme bedenklich werden können.

Es sei deshalb im folgenden versucht, die hier in Betracht fallenden thermodynamischen Begriffe auf elementare Weise möglichst scharf festzustellen.

Wir betrachten ein System von beliebiger chemischer und physikalischer Zusammensetzung, das jedoch stets in seinem ganzen Volumen gleichmäßige Temperatur und gleichmäßigen Druck aufweist. Mit GIBBS[1]) sehen wir vom Einfluß der Gravitation, kapillarer Spannungen, elektrischer Kräfte usw. ab; das System sei in eine unnachgiebige Hülle eingeschlossen, abgesehen etwa von einem beweglichen Kolben, der die gewünschten Druck- und Volumenänderungen gestaltet. Die „äußere Arbeit", die von dem System geleistet wird, bestehe demnach nur in einer Vergrößerung seines Volumens entgegen dem überall gleichmäßigen, äußeren Druck.

---

[1]) Enzyklop. der mathemat. Wissenschaften V, 3, BRYAN, Art. 26, S. 140.

Das System bestehe aus β-Phasen (unterschieden durch Akzente $'$, $''$, $'''$ ... β). Die in jeder Phase vorhandenen chemischen Substanzen seien durch ihre Massen m_1, m_2 ..., bzw. durch die Produkte ihrer Grammolekülzahlen n_1, n_2 ... in ihre Molekulargewichte μ_1, μ_2, ... gegeben. Natürlich genügt es, die Massen m der „unabhängigen Bestandteile“ anzugeben, da die übrigen Stoffmengen durch dieselben eindeutig bestimmt sind. Die Zahl dieser unabhängigen Bestandteile, die im allgemeinen in jeder Phase vorhanden sein werden, sei α.

Nach PLANCK[1]) läßt sich dann das System in folgender Weise charakterisieren:

$$\begin{aligned} m_1' &= n_1'\mu_1', \; m_2' = n_2'\mu_2' \;\ldots\; m_\alpha' = n_\alpha'\mu_\alpha' \\ m_1'' &= n_1''\mu_1'', \; m_2'' = n_2''\mu_2'' \;\ldots\; m_\alpha'' = n_\alpha''\mu_\alpha'' \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_1^\beta &= n_1^\beta\mu_1^\beta, \; m_2^\beta = n_2^\beta\mu_2^\beta \;\ldots\; m_\alpha^\beta = n_\alpha^\beta\mu_\alpha^\beta. \end{aligned}$$

Jede Phase für sich bildet einen physikalisch homogenen Körper; abgesehen von seinen α unabhängigen Massen ist sein Zustand noch durch zwei unabhängige Variable bestimmt. Was für die einzelne Phase gilt, gilt auch für den ganzen Phasenkomplex, dessen Zustand demnach durch $\alpha\beta+2$ unabhängige Variable bestimmt ist. Die $\alpha\beta$-Variablen sind die Massen $m_1' \ldots m_\alpha^\beta$; die beiden anderen Variablen können willkürlich gewählt werden; es wird am nächstliegenden sein, hierfür zunächst den Druck p und die absolute Temperatur T zu wählen.

Jede Größe, die durch den Zustand des Systems bestimmt ist, wird sich also als Funktion der $\alpha\beta+2$ unabhängigen Variablen: T, p, $m_1' \ldots m_\alpha^\beta$ darstellen lassen; dies gilt speziell für die drei wichtigen Größen: V = Volumen, U = innere Energie, S = Entropie.

Durch passende Elimination wird sich natürlich jede der fünf Variablen p, T, V, U, S durch je zwei andere derselben (nebst den $\alpha\beta$-Massen) darstellen lassen.

Da die äußere Arbeit des Systems durch den Ausdruck $p\,dV$ ausgedrückt wird, so ergibt die Kombination der beiden thermodynamischen Hauptsätze:

$$dU \leqq T\,dS - p\,dV \qquad 1)$$

[1]) PLANCK, Vorlesungen über Thermodynamik. 3. Aufl. 1911, S. 233.

Das Gleichheitszeichen gilt für umkehrbare Prozesse, d. h. für solche Vorgänge, die aus lauter Gleichgewichtszuständen bestehen. Besteht aber das Gleichgewicht, so folgt als Bedingung desselben für virtuelle (also nur gedachte) Änderungen, die mit δ bezeichnet sein sollen:

$$\delta U = T\delta S - p\delta V \tag{2}$$

Es ergibt sich leicht, daß die Kenntnis einer passenden Funktion der $\alpha\beta + 2$-Variablen genügt, um die übrigen Variablen des Systems vollständig zu bestimmen. Derartige Funktionen nennt man charakteristische Funktionen oder thermodynamische Potentiale.

Der bekannte Nachweis dieser Behauptung soll nur am Beispiel der inneren Energie U hier durchgeführt werden.

Wenn U als Funktion von $S, V, m'_1 \ldots m^\beta_\alpha$ dargestellt ist, gilt:

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial S}\delta S + \frac{\partial U}{\partial V}\delta V + \sum\left\{\frac{\partial U}{\partial m}\delta m_1 + \frac{\partial U}{\partial m}\delta m_2 + \cdots + \frac{\partial U}{\partial m_\alpha}\delta m_\alpha\right\}$$

Hier ist Σ über die β-Phasen zu nehmen, während die Summation über die unabhängigen Bestandteile jeder Phase durch die Reihe angedeutet ist.

Durch Vergleich mit 2) folgt:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial U}{\partial S} = T, \quad \frac{\partial U}{\partial V} = -p, \\ &\sum\left\{\frac{\partial U}{\partial m_1}\delta m_1 + \frac{\partial U}{\partial m_2}\delta m_2 + \cdots + \frac{\partial U}{\partial m_\alpha}\delta m_\alpha\right\} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Letztere Beziehung gibt die Bedingung des Gleichgewichtes bei konstanter Entropie und bei konstantem Volumen ($\delta S = \delta V = 0$). Die zwei ersteren Gleichungen gelten dann für ganz beliebige Variationen der m, sofern diese die Gleichgewichtsbedingung erfüllen.

Es ist wichtig, hier auf die Unterscheidung der totalen und der verschiedenartigen, partiellen Differentiale ausdrücklich aufmerksam zu machen (die totalen mögen mit d, die partiellen mit ∂ bezeichnet werden). Bei den partiellen Differentialquotienten muß immer bekannt sein, welche Variable bei der betreffenden Differentiation als konstant zu betrachten ist. Diese konstant zu haltende Variable soll jeweilen als Index an das Differentialzeichen angesetzt werden; z. B. bedeutet $\frac{\partial_v U}{\partial S}$ den partiellen

Differentialquotienten von U nach S bei konstantem V, während die anderen Variablen veränderlich bleiben.

Es gilt also:

$$T = \frac{\partial_v U}{\partial S}, \quad p = -\frac{\partial_s U}{\partial V}.$$

In ähnlicher Weise durch passende Umformung der thermodynamischen Grundgleichung 2) vermittelst Änderung der unabhängigen Variabeln, lassen sich folgende thermodynamische Potentiale herleiten:

$$\left.\begin{array}{lll}
H = U - TS = f(V, T, m'_1 \dots m^\beta_\alpha) & & \\
F = U + pV - TS = f(T, p, m'_1 \dots m^\beta_\alpha) & & \\
W = U + pV = f(p, S, m'_1 \dots m^\beta_\alpha) & & \\
\Phi = S - \frac{U + pV}{T} = -\frac{F}{T} = f(T, p, m'_1 \dots m^\beta_\alpha) & & \\
p = -\frac{\partial_v H}{\partial V} & S = -\frac{\partial_v H}{\partial T} & U = H - T\frac{\partial_v H}{\partial T} \\
S = -\frac{\partial_p F}{\partial T} & V = \frac{\partial_T F}{\partial p} & U = F - p\frac{\partial_T F}{\partial p} - T\frac{\partial_p F}{\partial T} \\
V = \frac{\partial_s W}{\partial p} & T = \frac{\partial_p W}{\partial S} & U = W - p\frac{\partial_s W}{\partial p} \\
V = -T\frac{\partial_T \Phi}{\partial p} & S = \Phi + T \cdot \frac{\partial_p \Phi}{\partial T} & U = T^2 \cdot \frac{\partial_p \Phi}{\partial T} + p \cdot T \cdot \frac{\partial_T \Phi}{\partial p}
\end{array}\right\} \quad 4)$$

Über die Bezeichnungsweise und die Benennung dieser Funktionen sei folgendes bemerkt. — Es ist geradezu unmöglich, eine einheitliche Bezeichnungsweise dieser Funktionen zu geben, da jeder Physiker seine eigene Weise festhält. Bryan sucht in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften [1]) die Potentiale mit dem einheitlichen Buchstaben $\mathfrak{F}$, mit passenden Indices versehen, zu bezeichnen. Aber abgesehen davon, daß es nicht ratsam scheint, eine skalare Größe mit deutschem Buchstaben zu bezeichnen, ist es auch fast nicht zulässig, die altgewohnten Bezeichnungen U und H für die innere und für die freie Energie fahren zu lassen. Wir benutzen deshalb den Buchstaben F (in lateinischer Schrift) nur für das eine Potential, $U + pV - TS$, und bezeichnen endlich in Übereinstimmung mit Planck die beiden letzten

---

[1]) Bryan, l. c., S. 106.

Potentiale mit W und Φ; die erstere Bezeichnung hat ihre Berechtigung in der Auffassung von W als einer „Wärmetönung", die letztere ist so enge mit den zahlreichen Untersuchungen PLANCKS verknüpft, daß eine Abweichung davon ungerechtfertigt wäre.

Da allgemein $dQ = dU + p\,dV$, so gibt die Zunahme von U ein Maß der beim betreffenden Prozeß ohne äußere Arbeitsleistung ($p\,dV = 0$), also bei konstantem Volumen, zugeführten Wärmemenge, während $W = U + pV$ analog die bei konstantem Druck zugeführte Wärmemenge zu messen gestattet. Die weggeführten, d. h. die beim Prozeß frei werdenden Wärmemengen, werden als Wärmetönungen bezeichnet, entsprechen also einer Abnahme von U bzw. W.

Bei isothermen Prozessen wird die allgemeine Grundgleichung 1):

$$d(U - TS) \leqq -p\,dV,$$

also

$$p\,dV \leqq -dH,$$

d. h. die vom System geleistete äußere Arbeit ist kleiner, höchstens gleich der Abnahme der freien Energie. Es kann also die freie Energie H als ein Maß für das Maximum der bei einem isothermen Prozeß zu gewinnenden äußeren Arbeit angesehen werden.

Bei gleichzeitig isothermen und isobaren Prozessen (T und p konstant) wird $d(U - TS + pV) \leqq 0$, also $dF \leqq 0$, d. h. die Konstanz dieser Funktion F charakterisiert das Gleichgewicht bei konstanter Temperatur und konstantem Druck. Die PLANCKsche Funktion Φ ist nur eine andere Darstellungsform der Funktion F.

Folgende Benennungen sind demnach berechtigt:

U = innere Energie = Maß der Wärmetönung bei konstantem Volumen;

H = freie Energie = Maß der maximalen Arbeitsleistung des Systems bei konstanter Temperatur;

W = Maß der Wärmetönung bei konstantem Druck;

F = thermodynamisches Potential bei konstantem Druck und konstanter Temperatur;

$\Phi = -\frac{F}{T}$ = PLANCKsches thermodynamisches Potential bei konstantem Druck und konstanter Temperatur.

In der physikalischen Chemie werden meistens die Beziehungen zwischen U und einem dieser Potentiale, wie sie in den äußersten Formeln rechts unserer Zusammenstellung 4 (S. 658) enthalten sind, verwendet.

Insbesondere wird nach dem Vorgange NERNSTS hauptsächlich die Gleichung

$$U = H - T \cdot \frac{\partial_v H}{\partial T} \tag{5}$$

als Ausgangspunkt der thermochemischen Gesetzmäßigkeiten benutzt. NERNST bezeichnet mit $A = -H$ die maximale Arbeitsleistung des Systems, mit $-U$ die auftretende Wärmetönung, und schreibt in allgemeiner Form:

$$A - U = T \cdot \frac{dA}{dT}.$$

Es muß aber immer beachtet werden, daß eine derartige Differentialgleichung nur unter bestimmten Bedingungen für den partiellen Differentialquotienten gültig ist, und daß es nicht ohne weiteres zulässig ist, sie auf andere Differentiationen auszudehnen. Auch die übrigen Größen A und U haben nur unter bestimmten Bedingungen die ihnen zugeschriebene physikalische Bedeutung. Um Zweideutigkeiten zu vermeiden, müßte demnach geschrieben werden:

$$A - U = T \cdot \frac{\partial_v A}{\partial T}.$$

Diese Gleichung ist für jeden beliebigen Prozeß zulässig. Jedoch gibt die Zunahme von A nur dann die vom System geleistete maximale (nur bei reversiblem Prozeß erhältliche) Arbeit, wenn der Prozeß isotherm geführt wird, und die Zunahme von U gibt nur dann die Wärmetönung des Systems, wenn der Prozeß isochor, d. h. bei konstantem Volumen, sich abspielt. — NERNST[1]) schreibt, um dies anzudeuten, die obige Gleichung in der Form:

$$A_v - U_v = T \cdot \frac{dA_v}{dT}.$$

Will man aber eine Gleichung finden, die zur Berechnung isobarer Prozesse, d. h. solcher bei konstantem Druck, brauchbar ist, so ist es zweckmäßig, den partiellen Differentialquotienten bei

[1]) NERNSTS Vorwort in F. POLLITZER, Die Berechnung chemischer Affinitäten nach dem NERNSTschen Wärmetheorem. Stuttgart 1912.

konstantem Druck und außerdem die Wärmetönung W bei konstantem Druck einzuführen. Für die freie Energie H^* ist es gleichgültig, ob dieselbe bei konstantem Druck oder bei konstantem Volumen betrachtet wird: sobald der Prozeß isotherm geführt wird, stellt ihre Zunahme die maximale Arbeitsleistung dar. Es kommt also nicht darauf an, ob wir A, oder A_v, oder A_p schreiben. Dagegegen darf nicht ohne weiteres geschrieben werden:

$$A_p - U_p = T \cdot \frac{d A_p}{d T}.$$

Die richtige Beziehung für isobare Prozesse ergibt sich folgendermaßen:

$$F = U + p V - TS = W - TS = H + \dot{p} V$$

nach 4). Da $S = -\frac{\partial_p F}{\partial T}$, so folgt:

$$F = W + T \cdot \frac{\partial_p F}{\partial T}, \tag{6}$$

$$F = W + T \cdot \left(\frac{\partial_p H}{\partial T} + p \frac{\partial_p V}{\partial T} \right).$$

Also

$$H + p V = W + T \cdot \frac{\partial_p H}{\partial T} + p \cdot T \cdot \frac{\partial_p V}{\partial T}.$$

$$H = W + T \cdot \frac{\partial_p H}{\partial T} + p \left(T \cdot \frac{\partial_p V}{\partial T} - V \right) \tag{7}$$

Diese Gleichung, in welcher $H = - A_p$, $W = - U_p$ zu schreiben ist, gibt also den wirklichen Zusammenhang für isobare Prozesse an. Sie geht nur dann in die Form $A_p - U_p = T \cdot \frac{d A_p}{d T}$ über, wenn der Klammerausdruck rechts Null wird, also wenn $\frac{\partial_p V}{\partial T} = \frac{V}{T}$, d. h. wenn der kubische Ausdehnungskoeffizient (bei konstantem Druck) des betreffenden Körpers unabhängig ist von der Temperatur. Dies trifft bei idealen Gasen zu, bei anderen Körpern nur in angenäherter Weise.

Für die Bedürfnisse der physikalischen Chemie kann allerdings ohne Bedenken diese angenäherte Betrachtungsweise angewendet und mit der nicht näher präzisierten Formel

$$A - U = T \cdot \frac{d A}{d T}$$

*

gerechnet werden. Vom Standpunkte einer exakten Behandlung müssen aber die beiden Fälle vollständig auseinandergehalten werden.

Für isochore Prozesse wird man mit der freien Energie rechnen, gemäß der Gleichung:

$$H = U + T \cdot \frac{\partial_v H}{\partial T}. \tag{5}$$

Für isobare Prozesse wird man das thermodynamische Potential bei konstantem Druck und konstanter Temperatur zugrunde legen, gemäß der Gleichung:

$$F = W + T \cdot \frac{\partial_p F}{\partial T}. \tag{6}$$

Statt F kann natürlich das gleichwertige Potential Φ verwendet werden, wie dies von PLANCK [1]) durchgeführt worden ist.

Über das NERNSTsche Wärmetheorem sei folgendes bemerkt: Seine allgemeine Formulierung nach NERNST lautet:

$$\lim_{T=0} \frac{dA}{dT} = \lim_{T=0} \frac{dU}{dT} = 0.$$

Da dasselbe aus der für die freie Energie gültigen Beziehung

$$H = U + T \cdot \frac{\partial_v H}{\partial T}$$

hergeleitet ist, so sind zunächst die darin auftretenden Differentialquotienten nur bei konstantem Volumen zu betrachten. Außerdem ist aber noch der Sinn, in welchem A bzw. H und U zu verstehen sind, genauer zu präzisieren.

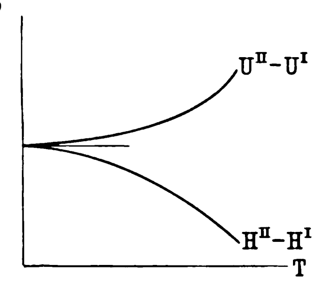
Das Wärmetheorem bezieht sich auf ein System kondensierter (d. h. fester oder flüssiger), chemisch homogener Körper. Auf Dämpfe und Gase, die bei dem absoluten Nullpunkt der Temperatur wohl nicht mehr existenzfähig sind, sowie auf Lösungen, Legierungen usw. ist es nicht ohne weiteres anwendbar. Es soll eine Beziehung ausdrücken für eine bei konstanter Temperatur zwischen den betreffenden Körpern sich vollziehende Reaktion (Schmelzen, chemische Umsetzung, Überführung in allotrope Modifikation usw.), wenn diese Temperatur bis zum absoluten Nullpunkt abnimmt. Dabei treten nur die Differenzen der Größen U und H nach und vor der isothermen Reaktion auf.

[1]) PLANCK, l. c, S. 179 ff.

Wir führen deshalb folgende Bezeichnungen ein. Es sei der Zustand des Systems kondensierter, chemisch homogener Körper bei gegebener Temperatur T vor der Reaktion durch den Akzent II bezeichnet, also die Variablen durch S', U', V', p'. Nach der Reaktion, bei derselben Temperatur, sei der Endzustand durch die Variablen S'', U'', V'', p'' charakterisiert. Für den Grenzwert der Temperatur, $T = 0$, gilt dann:

$$\lim_{T=0} \frac{\partial_v (H'' - H')}{\partial T} = \lim_{T=0} \frac{\partial_v (U'' - U')}{\partial T} = 0. \qquad 8)$$

Die Bedeutung dieses Theorems ist bekanntlich in der graphischen Darstellung leicht ersichtlich. Man lasse die betreffende, isotherme Reaktion auch isochor verlaufen, ermittle dann für verschiedene Temperaturen die Arbeitsleistungen $H'' - H'$ und die Wärmetönungen $U'' - U'$ und trage sie graphisch auf. Das Theorem lehrt dann, daß die beiden Kurven sich nicht nur in einem Punkt der Ordinatenachse $T = 0$ schneiden, sondern daß sie dort eine gemeinsame Tangente, parallel zur T-Achse besitzen.



Das Theorem braucht aber nicht auf isochore Prozesse beschränkt zu bleiben, sondern kann, nach PLANCK, sofort auf die Entropie übertragen werden.

Da $\frac{\partial_v H}{\partial T} = -S$, so folgt:

$$\lim_{T=0} (S'' - S') = 0, \qquad 9)$$

oder auch $S_0'' = S_0'$, wenn S_0 kurzweg den Wert der Entropie bei $T = 0$ bezeichnet.

Daraus ergibt sich eine allgemeine Formulierung des NERNSTschen Wärmetheorems:

Tritt in einem System kondensierter, chemisch homogener Körper eine Reaktion beim absoluten Nullpunkt der Temperatur ein, so ändert sich die Entropie des Systems dabei nicht.

Hier ist nun keine Beschränkung mehr auf isochore oder isobare Prozesse vorhanden. — Auf die weitere Spezialisierung, die PLANCK[1]) eingeführt hat, soll vorläufig noch nicht eingegangen werden.

Wir fragen uns noch, wie das Theorem für isobare, isotherme ($T = 0$) Prozesse lauten wird.

Es war

$$H = W + T \cdot \frac{\partial_p H}{\partial T} + p\left(T \cdot \frac{\partial_p V}{\partial T} - V\right), \qquad 7)$$

wo

$$W = U + pV, \qquad 4)$$

also

$$H = U + T \cdot \left(\frac{\partial_p H}{\partial T} + p\,\frac{\partial_p V}{\partial T}\right).$$

Verglichen mit

$$H = U + T \cdot \frac{\partial_v H}{\partial T} \qquad 5)$$

folgt

$$\frac{\partial_v H}{\partial T} = \frac{\partial_p H}{\partial T} + p \cdot \frac{\partial_p V}{\partial T}. \qquad 10)$$

Das Wärmetheorem ergibt demnach:

$$\lim_{T=0} \frac{\partial_v (H'' - H')}{\partial T} = \lim_{T=0} \left\{ \frac{\partial_p (H'' - H')}{\partial T} + p \cdot \frac{\partial_p (V'' - V')}{\partial T} \right\} = 0. \qquad 11)$$

Es behält nur dann seine Form bei, unabhängig ob bei konstantem Volumen oder bei konstantem Druck differenziert wurde, wenn

$$\lim_{T=0} p \cdot \frac{\partial_p (V'' - V')}{\partial T} = 0,$$

also wenn

$$\left|\frac{\partial_p V''}{\partial T}\right|_0 = \left|\frac{\partial_p V'}{\partial T}\right|_0,$$

d. h. wenn der kubische Ausdehnungskoeffizient (bei konstantem Druck) bei dem absoluten Nullpunkt der Temperatur unabhängig von der Modifikation des Systems ist.

[1]) PLANCK, l. c., S. 263.

Oder, da

$$V = \frac{\partial_p F}{\partial p},\; S = -\frac{\partial_p F}{\partial T},$$

also

$$\frac{\partial_v V}{\partial T} = -\frac{\partial_p S}{\partial p},$$

wenn

$$\lim_{T=0} \frac{\partial_T (S'' - S')}{\partial p} = 0$$

wird, d. h. wenn die Variation der Entropie mit dem Druck beim absoluten Nullpunkte der Temperatur unabhängig ist von der Modifikation des Systems.

Wie weit diese Unabhängigkeit tatsächlich erfüllt ist, soll hier nicht beurteilt werden.

Bern, Juni 1912.

Nochmals der Satz vom zureichenden Grunde in Anwendung auf die elektromagnetischen Grunderscheinungen;

von Heinrich Barkhausen.

(Eingegangen am 30. Juni 1912.)

Herr GEHRCKE[1]) stellte kürzlich den Satz auf, „daß den elektrischen oder den magnetischen Kraftlinien oder beiden gewisse Eigenheiten in ihrer natürlichen Struktur beigemessen werden müssen, die zu den bereits heute allgemein vorausgesetzten Eigenschaften dieser Gebilde hinzukommen“. Herr LICHTENECKER[2]) führt darauf diesen Gedanken weiter aus, und auch Herr WITTE[3]) stimmt in einem längeren Aufsatze dem GEHRCKEschen Satze im wesentlichen zu. Ich möchte im folgenden den entgegengesetzten Standpunkt vertreten.

Es handelt sich im wesentlichen darum, daß ein geradliniger elektrischer Strom nach dem Satze vom zureichenden Grunde d. h. aus Symmetrierücksichten kein kreisförmiges magnetisches Feld von bestimmter Richtung um sich erzeugen dürfte. Mit der AMPÈREschen Regel würden „wir ein rechtshändiges bzw. linkshändiges Koordinatensystem einführen, also den Raum mit willkürlichen Festsetzungen belegen, denen nach unseren heutigen Kenntnissen und nach dem Satze vom zureichenden Grunde physikalisch nichts entspricht“ (GEHRCKE, S. 380).

Ich möchte hier scharf trennen zwischen physikalischen Hilfsvorstellungen und exakter Theorie. Was die letztere anbetrifft, so sei ein gleicher Fall aus der Mechanik angeführt: die bekannte Darstellung des Drehmomentes durch einen Vektor. Auch hier muß man nach Belieben ein Rechts- oder ein Linkskoordinatensystem einführen, müßte also auch hier konsequenterweise behaupten, daß dadurch der Raum mit willkürlichen Festsetzungen belegt würde. Daß hier keine willkürliche objektive Festsetzung

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 379, 1912. — [2]) Ebenda **14**, 551, 1912. — [3]) Ebenda **14**, 581, 1912.

getroffen werden muß, geht schon daraus hervor, daß man stets zu demselben Resultate gelangt, ganz gleichgültig, welches Koordinatensystem man wählt. Die Entscheidung ist nur für die Rechnung eine willkürliche Festsetzung, die nötig ist, da in ein und derselben Rechnung das Koordinatensystem nicht wechseln darf, sonst würde bei der Rückdeutung des Vektors als Drehmoment eine Drehung in der falschen Richtung herauskommen. Kann man dieselbe Überlegung nur mit Kraftvektoren ohne Drehmomentvektoren durchführen, so ist die Festsetzung eines bestimmten Koordinatensystems überflüssig.

Genau so ist es in der Elektrodynamik. Auch hier muß man nur dann ein bestimmtes Koordinatensystem für die Rechnung festsetzen, wenn man die Überlegung sowohl mit den elektrischen als auch mit den magnetischen Vektoren durchführen will, da diese zueinander in demselben Verhältnis wie Kraft und Drehmoment, wie polarer und axialer Vektor stehen. Diese allbekannte und wohl in jedem theoretischen Lehrbuch hervorgehobene Beziehung dürfte Herr GEHRCKE wohl nicht als eine Eigenheit bezeichnen, die zu den heute allgemein vorausgesetzten Eigenschaften hinzukommen müßte. Man kann aber auch hier die Festsetzung eines bestimmten Koordinatensystems überhaupt vermeiden, wenn man sich, was prinzipiell immer möglich, auf nur eine Art von Größen beschränkt. Ersetzt man z. B. alle permanenten Magnete durch Molekularströme, so lassen sich alle ponderomotorischen Kräfte auf das Gesetz zurückführen: Gleich gerichtete Ströme ziehen sich an, ungleich gerichtete stoßen sich ab, ein Gesetz, das mit dem Satze vom zureichenden Grunde ebensowenig im Widerspruche steht, wie das, daß gleichnamige Pole sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen.

Die Theorie kann die magnetischen Größen einfach als Rechengrößen betrachten, die den Gang der Rechnung vereinfachen, ähnlich wie man vielfach Rechnungen unter Vermittelung imaginärer Größen ausführt. Die Einführung einer neuen Größe $\mathfrak{H}$, die mit einer bekannten Größe $\mathfrak{E}$ durch die Gleichung

$$\frac{d\,\mathfrak{E}}{dt} = - c\, rot\, \mathfrak{H}$$

verknüpft ist, hat mit dem Satze vom zureichenden Grunde nichts zu tun.



Verlassen wir nun das Gebiet der strengen Theorie und wenden uns den anschaulichen Vorstellungen zu, die wir uns von den Kraftfeldern machen. Hierzu ist zunächst zu bemerken, daß eine Vorstellung nur anschaulich ist, wenn sie an uns geläufige andere Vorstellungen anknüpft, wenn wir also eine Analogie zwischen dem neuen und einem bekannten Gebiete aufstellen. Da nun jede Analogie an bestimmten Grenzen versagt, so kann man entweder zur Erklärung der Abweichungen neue Analogien heranziehen, wodurch die Einheit des Bildes und damit seine Anschaulichkeit meist leidet, oder man läßt die alten Anschauungen mit den nötigen Einschränkungen weiter bestehen. Exaktheit und Allgemeinheit stehen mit Anschaulichkeit im Widerspruche und es ist Geschmackssache des einzelnen, ob er mehr nach der einen oder der anderen Seite neigt.

So können wir uns durch bekannte Strömungsbilder das elektrostatische Kraftfeld und durch dieselben Bilder auch das magnetische Kraftfeld veranschaulichen, und da die Analogie sehr weitgehend ist, ist diese Veranschaulichung sehr nützlich. In diesen beiden Analogien werden beide Feldvektoren gleichartig als polare Vektoren, Kraft- oder Strömungskomponenten behandelt, obwohl die einen Polarvektoren, die anderen Axialvektoren sind. Da die Beziehungen zwischen axialen Vektoren unter sich dieselben sind, wie zwischen polaren unter sich, so tritt kein Widerspruch auf, solange nur mit einer Art operiert wird. Wenn wir aber elektromagnetische Vorgänge betrachten wollen, wo elektrische und magnetische Vektoren in Beziehung treten, so versagen unsere einfachen Vorstellungen, da zwei polare Vektoren sich anders verhalten als ein polarer und ein axialer. Man kann hier nun, wie oben erwähnt, zwei Wege einschlagen. Entweder man erweitert das alte Bild, indem man sich statt des polaren einen axialen Vektor vorzustellen sucht, dessen Eigenschaften uns aber durchaus nicht so geläufig und anschaulich sind wie die eines polaren Vektors — Herr LICHTENECKER stellt sich eine Art Schraube an Stelle des üblichen Pfeiles vor — oder man behält die alten, anschaulichen Vorstellungen bei und verzichtet darauf, die Beziehungen zwischen elektrischen und magnetischen Größen rein aus der Anschauung abzuleiten.

Verstehe ich Herrn GEHRCKE recht, so stellt er sich auf den ersteren Standpunkt, indem er die primitiven, anschaulichen Vor-

stellungen von den Kraftlinien durch Beimessung gewisser Eigenheiten ihrer Struktur erweitern will, damit in dem Bilde auch die Beziehungen von axialem zu polarem Vektor enthalten sind. Mir dagegen will vorläufig der letztere Standpunkt zweckmäßiger erscheinen, weil die bisher noch nicht näher beschriebenen Struktureigenheiten voraussichtlich das ganze Bild viel zu kompliziert machen würden im Vergleich zu dem geringen Gewinn, den sie bringen. Doch ist dies wie gesagt Ansichtssache.

Durchaus hinfällig scheinen mir dagegen die alle Grundlagen umwälzenden Folgerungen zu sein, die Herr GEHRCKE weiter aufstellt: „Man wird auf Grund der obigen Betrachtungen im Zweifel sein können, ob die allseitig symmetrische Verteilung des elektrischen Kraftfeldes um eine ruhende Elementarladung, z. B. um ein Elektron, der Natur entspricht“ (S. 382 und 383). Es wurde oben gezeigt, daß die strenge Theorie vollständig im Einklang mit dem Satze vom ausreichenden Grunde bleibt. Wenn aber gewisse, der Einfachheit halber aufgestellte Anschauungen die Theorie nicht in allen Stücken wiedergeben oder in ihren weiteren Folgerungen gegen den Satz vom zureichenden Grunde verstoßen, so wird man deswegen nicht die Theorie anzweifeln!

Über eine neue Form des Fontaktoskops;
von W. Hammer.

(Eingegangen am 15. Juni 1912.)

Engler und Sieveking[1]) haben das Verdienst, die Schüttelmethode zur Ermittelung des Emanationsgehaltes von Quellwässern eingeführt und einen sehr einfachen Apparat angegeben zu haben, der wegen seiner Vorteile für Untersuchungen im Gelände viel verwandt wird: In eine große Blechflasche, die mit einem Gummistopfen verschlossen ist, wird ein gewisses Quantum des zu untersuchenden Wassers eingeführt und geschüttelt, dann wird der Stopfen entfernt und das Elektroskop aufgesetzt, dessen Zerstreuungskörper in das Schüttelgefäß taucht.

Diese Anordnung ist, wie ich glaube, noch in zwei Richtungen verbesserungsfähig: Bei der geschilderten Anordnung bedarf man eines Spezialelektroskops mit nach unten hängendem Zerstreuungskörper, ferner geht beim Eintauchen des Zerstreuungskörpers ein unberechenbarer Teil der emanationshaltigen Luft verloren. Letzteren Fehler beseitigten Mache und Meyer[2]) mit ihrem Fontaktomaten dadurch, daß sie den Zerstreuungskörper dauernd im Schüttelgefäß beließen und seinen Schaft als konische Dichtung ausbildeten.

Nach dem Schütteln wurde dieser Schaft am Blättchenträger des Elektroskops befestigt und mit demselben zusammen gehoben. Diese Anordnung bedingt aber eine weitere Komplikation und Verteuerung des Spezialelektroskops.

Ich habe das Schüttelgefäß so umgestaltet, daß man bei völliger Abdichtung ohne Emanationsverlust bei bequemer Handhabung ein beliebiges Elektroskop zur Messung verwenden kann.

Das Gefäß hat die in Fig. 1 angegebene Form. Unten in dem etwa 10 Liter haltenden Blechzylinder ist ein Kegelstumpf eingelötet. Der ringförmige Raum zwischen dem Zylindermantel und diesem Kegelstumpf faßt etwa 1 Liter. In die obere Öffnung des Kegelstumpfes ist ein kurzes Messingrohrstück mit Innen-

---

[1]) C. Engler und H. Sieveking, Phys. ZS. 6, 700—703, 1905.
[2]) H. Mache und St. Meyer, ibid. 29, 15, 1909.

gewinde eingelötet, das unten einen kleinen Flansch trägt. In das Gewinde wird ein Messingrohr r_1 geschraubt, das dicht unter dem Gewinde einen Flansch besitzt; oben ist es von einem genau gearbeiteten Konus K_1 verschlossen, dessen obere Öffnung etwa 2 cm Durchmesser hat.

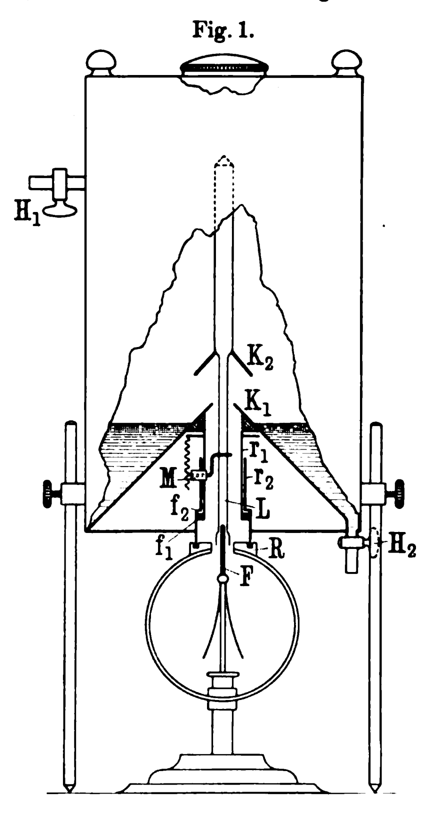


Fig. 1.

Die Gestalt des Rohres ist im übrigen aus Fig. 1 und 3 ersichtlich.

Am Schafte L des Zerstreuungskörpers ist der Konus K_2 angebracht, der genau auf K_1 paßt. Dicht über seinem unteren Ende besitzt der Schaft eine Querbohrung, durch die der Stift S gesteckt ist. Da der untere Rand des Rohres r_1 schraubenartig ausgebildet ist, so zwingt eine Vierteldrehung des Schaftes L die beiden Konus K_1 und K_2 fest aufeinander, so daß das Gefäß wasserdicht verschlossen ist. Man füllt ein abgemessenes Quantum des zu untersuchenden Wassers durch den Hahn H_2 ein, wobei H_1 zum Entlüften geöffnet wird. Dann werden die Hähne geschlossen und das Gefäß energisch einige Minuten geschüttelt; das Wasser sammelt sich nachher in dem unteren ringförmigen Raum des Blechgefäßes. Besonders bei kohlensäurehaltigen Quellen tritt nach dem Schütteln ein Überdruck ein, man gleicht denselben durch Öffnen von H_2 und Abfließenlassen von Wasser aus. Man entfernt jetzt den Stift S und setzt das Gefäß so über das Elektroskop, daß der im Blättchenträger befestigte Stift F in die untere Längsbohrung des Schaftes L dringt. Dadurch hebt sich der Zerstreuungskörper von dem Konus K_1 ab und steht frei isoliert auf dem Blättchenträger. Auf den Hals des Elektroskops wird ein Ring R geschoben, in den eine Rinne gedreht ist. Zieht man nun das Rohrstück r_2, das sich teleskop-

artig auf r_1 verschiebt, so weit herunter, daß sein unterer Rand auf dem Boden der Rinne aufsitzt, so wird erstens die relative Lage von Elektroskop und Zerstreuungsgefäß fixiert, damit der Schaft des Zerstreuungskörpers keinen Kurzschluß machen kann

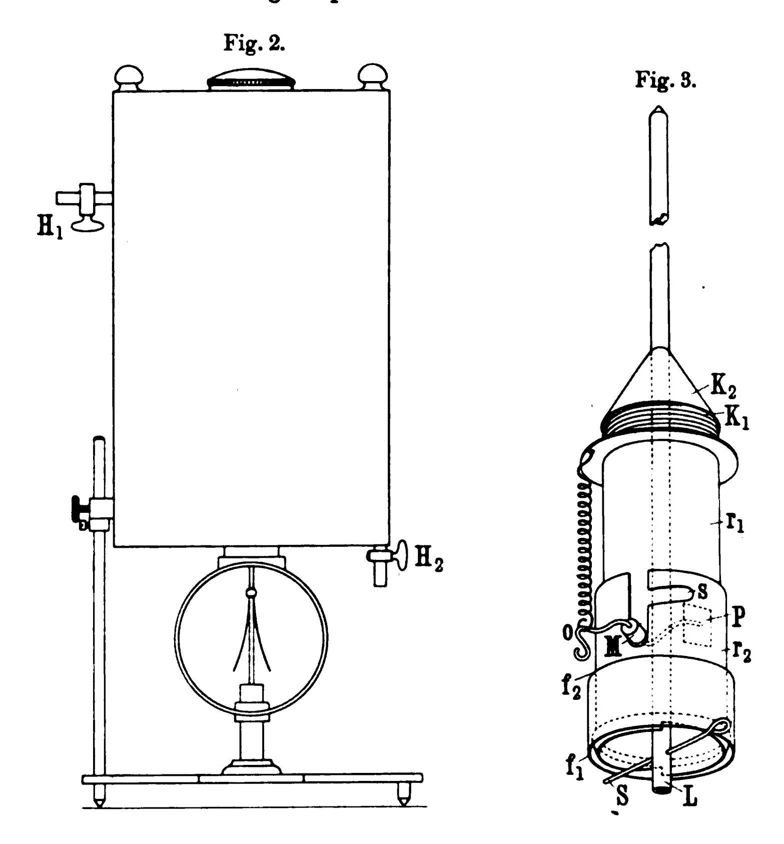


Fig. 2. Fig. 3.

und zweitens ein Entweichen der emanationshaltigen Luft weitgehend verhindert.

Im Rohre r_1 befindet sich ein Glasstück, in dem ein doppelter Kniehebel drehbar sitzt, der zur Ladung des Elektroskops dient. Zieht man die Öse *o* herunter, so berührt er den Schaft des Zerstreuungskörpers, beim Loslassen drückt ihn eine Spiralfeder gegen ein innen an das Rohr r_1 geklebtes Stück Papier *p*. Durch dieses kann sich der isolierte Hebel hinreichend schnell entladen, so daß eine störende Influenzwirkung einer Restladung vermieden

ist. Andererseits verhindert das schlecht leitende Papier einen vollständigen Kurzschluß der Ladequelle.

Wie erwähnt, ist ein Herausdiffundieren der emanationshaltigen Luft sehr erschwert. Man kann aber die Abdichtung noch dadurch erhöhen, daß man in die Rinne etwas Quecksilber gießt. Aus demselben Grunde ist auch unten an r_1 ein Flansch f_1 mit Dichtungsring angebracht. Das verschiebbare Rohr r_2 wird dann so gedreht, daß die Metallhülse M, in der sich die Isolation des Ladungshebels befindet, in den schrägen Schlitz s (Fig. 3) tritt. Durch diese bajonettverschlußartige Anordnung wird der Flansch f_2 des Rohres r_2 auf den Dichtungsring von f_1 gepreßt, so daß die beiden Rohre luftdicht miteinander verbunden sind. Diese vollständige Abdichtung, welche für einfache Bestimmungen des Emanationsgehaltes überflüssig ist, ermöglicht mit dem Apparat auch Messungen der Zerfallskonstante vorzunehmen und somit die Art der Emanation festzustellen. In letzterem Falle muß man allerdings noch dafür sorgen, daß das verwendete Elektroskop selbst dicht ist.

Auf dem Deckel des Schüttelgefäßes sitzt eine abschraubbare Verschlußkappe, welche gewölbt ist, um Tropfenbildung über dem Zerstreuungskörper zu vermeiden. Diese Öffnung am Deckel dient zum gründlichen Reinigen des Gefäßes, z. B. nach Verwendung schlammhaltiger Wässer, und außerdem zur Einführung aktivierter Drähte oder anderer fester Substanzen (Quellsinter). An der Verschlußkappe ist eine Befestigungsvorrichtung für die Halter derartiger Gegenstände vorgesehen.

Der wesentliche Vorzug dieser Form des Schüttelgefäßes ist, daß jedes Elektroskop der gangbaren Typen mit ihm verwendet werden kann. Es ist lediglich ein Verpassen des Stiftes F in den Blättchenträger und des Ringes mit der Rinne auf den Hals des Elektroskops notwendig. Bei den in den meisten physikalischen Sammlungen vorhandenen Elektroskopen von Günther und Tegetmayer befindet sich vielfach an dem Fußgestell ein Stab zur Befestigung des Schutzzylinders, bzw. läßt sich ein solcher Halter leicht anbringen. In diesem Falle kann das Schüttelgefäß ohne weiteres aufgesetzt werden (Fig. 2), sonst erhält dasselbe drei verstellbare Beine (Fig. 1). Das Instrument ist, abgesehen von der guten Abdichtung, auch deshalb zu genauen Messungen verwendbar, weil bei seiner Konstruktion Substanzen, die die

Emanation absorbieren, wie Gummistopfen oder Schläuche, Fettdichtungen u. dgl., vermieden sind.

Auf die Wichtigkeit dieser Vorsichtsmaßregel ist neuerdings[1]) verschiedentlich hingewiesen worden.

Dieses gesetzlich geschützte Schüttelgefäß ist vom Mechaniker J. Weiss, Freiburg i. B., Salzstraße auch in geeichtem Zustande zu beziehen.

---

[1]) C. Engler und H. Sieveking, Radium in Biologie und Heilkunde **1**, Heft 10/11, 1912.

Über die Geschwindigkeit der von Kanalstrahlen ausgelösten Sekundärstrahlen;

von H. Baerwald.

(Eingegangen am 28. Juni 1912.)

---

1. Daß Kanalstrahlen beim Auftreffen auf feste Körper Sekundärstrahlen erzeugen, hat CHR. FÜCHTBAUER [1]) im Jahre 1906 nachgewiesen. Die Geschwindigkeit dieser Sekundärstrahlung bestimmte Herr FÜCHTBAUER später [2]) zu etwa 30 Volt, während Herr P. LENARD [3]) für die Geschwindigkeit der von Kathodenstrahlen an festen Körpern erzeugten Sekundärstrahlen 10,8 Volt gefunden hatte. Waren nun auch die auslösenden Strahlen in beiden Fällen von verschiedener Natur, so durfte man doch voraussetzen, daß in ihnen der gleiche physikalische Vorgang wirksam war, und in den genannten Resultaten einen Widerspruch erblicken, welcher der Nachprüfung bedurfte. Möglicherweise war hierfür die von Herrn FÜCHTBAUER angewandte Methode verantwortlich zu machen; denn sie lieferte für die von Kathodenstrahlen erregten Sekundärstrahlen ebenfalls eine Geschwindigkeit von etwa 30 Volt [4]).

2. Bei Untersuchungen, welche die Sekundärstrahlung in verschiedenen Bereichen eines zerlegten Kanalstrahlenbündels zum Gegenstand hatten, bot sich die Gelegenheit, zu dieser Frage einen Beitrag zu liefern, über den ich hier kurz berichten möchte. Die Messungen sind durch folgende Versuchsanordnung gekennzeichnet. In dem hinter der Kathode eines Entladungsrohres angeschlossenen Beobachtungsraum befindet sich das in Fig. 1 dargestellte Auffängersystem. *F* ist ein 15 mm langer Faradaykäfig von 10 mm Durchmesser und einer Deckelöffnung von 3 mm Durch-

---

[1]) CHR. FÜCHTBAUER, Phys. ZS. 7, 153—157, 1906.

[2]) CHR. FÜCHTBAUER, ebenda 7, 748—750, 1906.

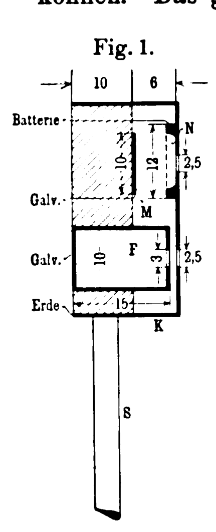
[3]) P. LENARD, Ann. d. Phys. (4) 15, 485—508, 1904. Speziell S. 502.

[4]) Es ließe sich auch annehmen, daß in Herrn FÜCHTBAUERS Versuchen so langsame Primärstrahlen vorkamen, daß sie — was bei schnellen nicht geschieht — eine nennenswerte Reflexion erlitten, und daß nun diese reflektierten Strahlen mit in die Messung eingingen.



messer, *M* eine kreisförmige Aluminiumplatte. Beide Stücke sind auf Ebonit in einem Achsenabstand von 16 mm montiert. Abgeschützt sind sie durch eine Messingkapsel *K* (und zwar allseitig, in der Figur nur vorn, oben und unten gezeichnet); die beiden Löcher von 2,5 mm Durchmesser gewähren den Strahlen Zutritt zum Käfig *F* bzw. dem Blech *M*. Isoliert von *K* ist gegenüber von *M* in 5 mm Abstand ein Netz *N* angebracht; von *N*, *M*, *F* und *K* führen isolierte Drähte durch den Deckel des Rohres nach außen, um *F* und *M* mit dem Galvanometer, *N* mit einer Akkumulatorenbatterie verbinden, *K* auf Erdpotential bringen zu können. Das ganze System ist an einer Schraube *S* angebracht und mittels Schliff senkrecht zur Strahlrichtung verstellbar, um bald *F*, bald *M* in die Achse des Kanalstrahles einstellen zu können, ganz so, wie es in den an Kanalstrahlen angestellten Energiemessungen W. Wiens[1]) mit der Thermosäule geschah. Der Beobachtungsraum ist durch eine 1 mm weite und 5 cm lange Kapillare vom Entladungsraum getrennt, am ersteren wirkt die Pumpe unter Zwischenschaltung einer Kohlensäure-Ätherkühlung, so daß die Drucke in beiden Räumen sich auf 0,003 bzw. 0,03 mm Hg einstellen. Zur Durchströmung wurde Wasserstoff benützt[2]). Die Entladung lieferte ein mit Hammerunterbrecher betriebenes Induktorium bei 22 000 Volt Spannung, und zwar, wie hervorgehoben sein mag, so regelmäßig, daß die Ströme sich eine halbe Stunde nach Beginn stets in konstanter Höhe einstellten.

Fig. 1.



3. Die Bestimmung der Sekundärstrahlengeschwindigkeit kann nun auf zweierlei Weise geschehen. Erstens kann man die positiven Ströme messen, die vom Faradaykäfig *F* bzw. vom freien Blech *M* bei Einwirkung des Kanalstrahles abfließen, und nun den wegen der negativen Sekundärstrahlung größeren Betrag des letzteren durch Anlegung einer negativen Gegenspannung an das Netz *N* auf den Betrag des von *F* abfließenden Stromes herab-

[1]) W. Wien, Ann. d. Phys. (4) **33**, 871—927, 1910.

[2]) Eine ausführliche Darstellung einer analogen Versuchsanordnung findet sich in einer demnächst in den „Annalen der Physik" erscheinenden Mitteilung über die Erregung von Erdalkaliphosphoren durch Kanalstrahlen.

drücken, wobei die durch das Netz bedingte Schwächung des Kanalstrahles zu berücksichtigen bleibt, die nach rückwärts gerichteten, am Netz vom Kanalstrahlenstrom ausgelösten Sekundärstrahlenteilchen dagegen außer acht gelassen werden können. Diejenige Spannung, welche den Strom M dem Strome F gleich macht, ist die für die maximale Sekundärstrahlengeschwindigkeit charakteristische. Da diese Spannung eine sehr geringe ist, so wird ein schädlicher Einfluß ihrerseits auf den Kanalstrahlenstrom nicht zu befürchten sein. Es handelt sich also hier um dieselbe Methode, die Herr LENARD in der zitierten Arbeit zur Bestimmung

Fig. 2.

der von Kathodenstrahlen hervorgerufenen Sekundärstrahlung verwandte, während Herr FÜCHTBAUER seinen Messungen die Ablenkung der Sekundärstrahlteilchen mittels des Feldes einer Spule zugrunde legte.

4. Zweitens läßt sich die gesuchte Geschwindigkeit auch ohne den Strom F und ohne Kenntnis der Strahlvorwegnahme durch das Netz N einfach dadurch ermitteln, daß man bei zunehmender negativer Spannung an N die Ströme bestimmt, welche vom Metallblech M durch das Galvanometer zur Erde abfließen, und in graphischer Darstellung den Punkt ermittelt, von welchem an das Feld bei weiterer Steigerung seinen Einfluß auf die Stromstärke verliert.

5. Als Beispiel der mit der zweiten Methode durchgeführten Geschwindigkeitsbestimmungen geben wir die Kurve in Fig. 2. Die Abszissen bedeuten die am Netz N liegenden negativen Spannungen in Volt, die Ordinaten die Galvanometerausschläge in Zentimetern bei einer Empfindlichkeit von etwa $5 \cdot 10^{-1}$ Amp./mm und 2 m Skalenabstand. Man sieht, wie die positiven Ströme bis 10 Volt abnehmen, von dort an aber keine Schwächung mehr erfahren. Der Kurvenverlauf ist im ersten Teile wesentlich linear, der Übergang zum zweiten geschieht in einem ziemlich scharfen Knick. Beides deutet

auf einheitliche Größe und auf im großen und ganzen einheitliche Geschwindigkeit der die Sekundärstrahlung zusammensetzenden Teilchen. Es handelt sich in ihr offenbar um freie Elektronen, d. h. solche, die sich noch nicht an Moleküle oder Atome angelagert haben. Zugleich ist damit gesagt, daß die vom Kanalstrahl im Beobachtungsraume erzeugte Leitfähigkeit die Messung nicht gestört hat.

6. Um zu sehen, wie weit eine solche Trübung der Resultate durch etwaige Leitfähigkeit des Raumes zwischen *M* und *N* zustande kommen könnte, wurde die Kapselverkleidung von dem in Fig. 1 gezeichneten System abgenommen und nur die Vorderwand mit ihren beiden Öffnungen zum Schutz gegen diffuse Kanalstrahlen bestehen gelassen. Die vom Kanalstrahl im Beobachtungsraume gebildeten Träger konnten also seitlich sowohl den Faradaykäfig, wie das Blech *M* erreichen. Die von *F* abfließenden positiven Ströme waren schwächer als die in den früheren Versuchen. Negative Elektrizität, insbesondere freie Elementarquanten diffundieren rascher an die Außenwand des Käfigs als die schweren positiven Ionen.

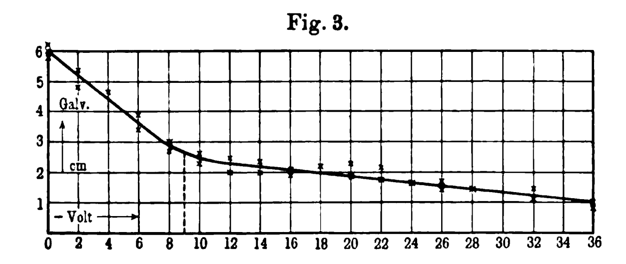
Ähnliches sagt auch die Fig. 3 aus. Wieder sind hier für die bei verschiedenen negativen, an das Netz *N* angeschalteten Spannungen die Galvanometerausschläge als Ordinaten aufgetragen. Ein steilerer linearer Abstieg wandelt sich bei etwa 10 Volt in einen flacheren um. Der Knick ist weniger scharf als in Fig. 2. Parallelität mit der Abszissenachse ist selbst bei — 52 Volt noch nicht erreicht. Der Raum zwischen *M* und *N* wird also dauernd mit einem Überschuß an freier negativer Elektrizität gefüllt, die den positiven, vom Kanalstrahl herrührenden Strom überlagert, aber das Resultat der Geschwindigkeitsmessung keineswegs variiert.

7. Mit diesen Resultaten vergleichen wir die Ergebnisse der in Nr. 3 skizzierten ersten Methode. Das Netz *N* bewirkt eine Reduktion der freien Fläche der Eintrittsöffnung für den Kanalstrahl um 56 Proz. Um also den von *F* abfließenden Strom mit dem von *M* abfließenden vergleichbar zu machen, muß Strom *F* mit 0,44 multipliziert werden. Wir gewinnen die maximale Sekundärstrahlengeschwindigkeit, wenn wir diejenige negative Spannung am Netz *N* bestimmen, die den Strom *M* auf den Betrag des so reduzierten Stromes *F* herabdrückt. Dies muß zugleich die Spannung sein, an der die Kurven in Fig. 2 und 3 den Knick zeigen.

Tatsächlich betrug der Ausschlag des Galvanometers für den vom Faradaykäfig abfließenden Strom im Mittel 6,0 cm. Mithin müssen für die vom Metallblech M abfließenden Ströme die Galvanometerausschläge bei eintretender Unabhängigkeit von der Spannung am Netz N in einer Höhe von etwa 2,7 cm stehen bleiben. In Fig. 2 beträgt die Ordinate des Knickpunktes 2,8 cm, in Fig. 3 nur 2,6 cm, entsprechend einer Geschwindigkeit von 10 Volt in Fig. 2 und 9 Volt in Fig. 3.

8. Wir finden also die Geschwindigkeit der von Kanalstrahlen an festen Körpern ausgelösten Sekundärstrahlen von derselben Größenordnung, wie sie bei den von Kathodenstrahlen ausgelösten festgestellt wurde. Dies deutet auf einen in beiden Fällen gleichen Mechanismus des Vorganges. Stets sind es störende Kraftfelder,

Fig. 3.



welche das Elektron aus der Verbindung mit dem Metallatom lösen und ihm eine Geschwindigkeit erteilen, die unserer Anschauung nach der Energie des getroffenen Atoms entstammt. Für diese Geschwindigkeit kann es daher nicht von Belang sein, ob die störenden Kraftfelder einem Atom oder einem Elektron angehörten. Die Art der Auslösung des Vorganges bei der Sekundärstrahlung kommt für diese selbst nicht in Betracht, wenigstens nicht hinsichtlich der Größenordnung der sie charakterisierenden Geschwindigkeit. Es muß dahingestellt bleiben, ob kleinere Variationen der Geschwindigkeit sich nicht bei variierender Primärstrahlengeschwindigkeit und verschiedenen Metallen auffinden ließen.

9. Eine andere Frage ist die, ob die Auslösungsart einen wesentlichen Einfluß auf die Menge der Sekundärstrahlung ausüben kann. Hier ist ohne weiteres plausibel, daß ein geladenes Kanalstrahlteilchen mit seinen ausgebauchteren Kraftfeldern wirksamer den Auslösungsprozeß veranlassen kann als ein ungeladenes

mit seinen geschlossenen Kraftfeldern. Wir kennen in der Lichtemission von Erdalkaliphosphoren einen der Sekundärstrahlung analogen Vorgang, und für diesen hat sich in der Tat eine größere Wirksamkeit der Erregung durch die geladenen gegenüber den ungeladenen Teilchen nachweisen lassen[1]). Wir vermuten daher eine solche auch bei der Sekundärstrahlung. Es sind Untersuchungen im Gange, welche die hier erörterten Fragen einer Lösung näher bringen sollen.

---

[1]) Hierüber Näheres in der bereits erwähnten Mitteilung (Nr. 2).

Darmstadt, 27. Juni 1912.

Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

Berichtigung zu unserer Arbeit: Über den Zusammenhang zwischen der Temperatur des Fadens und dem Wirtschaftsfaktor der Glühlampen[1]*;*

von M. v. Pirani und Alfred R. Meyer.

(Eingegangen am 21. Juni 1912.)

Bei der Fortsetzung unserer Arbeiten über die Temperaturen von Glühfäden haben wir gefunden, daß sich bei der Auswertung unserer Beobachtungen ein Vorzeichenfehler in die Korrektionsrechnungen eingeschlichen hat, welcher bewirkt, daß die in den Tabellen A., B. und C. S. 216 und 217 angegebenen Temperaturwerte zu hoch sind.

Wir geben im folgenden die richtiggestellten Tabellen:

A. Wolframlampen.

Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}51$)	Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}51$)
12,5	1353	1439	1,0	1947	2105
12,0	1362	1447	0,95	1963	2124
11,0	1374	1463	0,90	1980	2144
10,0	1394	1482	0,85	1999	2165
9,0	1414	1503	0,80	2019	2189
8,0	1435	1528	0,75	2042	2214
7,0	1458	1556	0,70	2067	2242
6,0	1490	1590	0,65	2092	2273
5,0	1528	1631	0,60	2121	2306
4,0	1576	1685	0,55	2152	2342
3,0	1643	1759	0,50	2189	2385
2,0	1746	1876	0,45	2232	2436
1,5	1826	1967	0,40	2282	2493
1,4	1846	1989	0,35	2340	2562
1,3	1867	2013	0,30	2408	2642
1,2	1891	2040	0,25	2500	2750
1,1	1917	2072			

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 213—222, 1912.

B. Tantallampen.

Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}56$)	Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}56$)
10,0	1396	1472	1,0	1953	2089
9,0	1415	1492	0,95	1968	2107
8,0	1437	1516	0,90	1987	2127
7,0	1463	1545	0,85	2006	2149
6,0	1494	1579	0,80	2026	2172
5,0	1533	1623	0,75	2049	2197
4,0	1581	1675	0,70	2072	2224
3,0	1649	1749	0,65	2099	2254
2,0	1752	1864	0,60	2127	2286
1,5	1834	1954	0,55	2159	2322
1,4	1852	1977	0,50	2196	2364
1,3	1873	2000	0,45	2237	2412
1,2	1897	2027	0,40	2285	2468
1,1	1923	2057			

C. Kohlefadenlampen.

Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}7$)	Watt/HK	Schwarze Fadentemperatur in °C	Wahre Temperatur des Fadens in °C ($A_\lambda = 0{,}7$)
10,0	1560	1616	1,2	2105	2199
9,0	1580	1637	1,1	2133	2230
8,0	1604	1662	1,0	2166	2265
7,0	1632	1692	0,95	2182	2283
6,0	1666	1728	0,90	2202	2304
5,0	1707	1772	0,85	2222	2326
4,0	1761	1829	0,80	2244	2350
3,0	1838	1912	0,75	2268	2377
2,0	1947	2028	0,70	2295	2404
1,5	2034	2122	0,65	2323	2435
1,4	2054	2144	0,60	2357	2472
1,3	2077	2170			

Auch die Zahlen der Tabelle S. 221 und die Fig. 2 auf S. 220 sind, soweit sie sich auf die Glühlampenfäden beziehen, infolge des erwähnten Fehlers unrichtig; doch lassen sich hier die Korrektionen nicht ohne weiteres anbringen.

Wir werden auf diesen Punkt späterhin zurückkommen.

Charlottenburg, den 20. Juni 1912.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. Juli 1912.** **Nr. 14.**

Über Spulen mit geringer Dämpfung;
von M. Vos.

(Eingegangen am 20. Juni 1912.)

Bei der Bedeutung, welche die Dämpfung der Schwingungen in der Hochfrequenztechnik hat, schien es mir nicht uninteressant zu sein, eine theoretische Untersuchung über die günstigste Dimensionierung von Selbstinduktionsspulen in bezug auf Dämpfung anzustellen. Soweit ich in der Literatur finden konnte, liegt bisher nur eine experimentelle Arbeit von MEISSNER[1]) über diesen Gegenstand vor.

In der Praxis wird sich die Aufgabe meistens folgendermaßen stellen: Es soll bei vorgegebener Frequenz und Selbstinduktion eine Spule mit möglichst kleinem Dekrement konstruiert werden. Im folgenden ist diese Aufgabe für einlagige Zylinderspulen mit Massivdrähten untersucht worden. Daß nur einlagige Zylinderspulen untersucht wurden, hat seinen Grund darin, daß nach den Untersuchungen von A. MEISSNER[2]), ESAU[3]) u. a. mehrlagige Spulen stets eine größere Dämpfung ergeben. Da für Flachspulen

---

[1]) A. MEISSNER, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **3**, 57, 1909. Erst nach Abschluß meiner Untersuchung ist mir die Arbeit ESAUS, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **5**, 378, 1912, bekannt geworden.

[2]) A. MEISSNER, l. c.

[3]) ESAU, Ann. d. Phys. (4) **34**, 1, 1911 und Jahrb. d. drahtl. Telegr. **4**, 490, 1911.



bis jetzt keine Formeln für den effektiven Widerstand bei schnellen Schwingungen vorliegen und nach ESAU[1]) und FLEMING[2]) einlagige Zylinderspulen bei derselben Drahtlänge, Ganghöhe, Windungszahl und dem gleichen mittleren Radius eine größere Selbstinduktion als Flachspulen besitzen, wurden die Betrachtungen auf letztere nicht ausgedehnt.

Im folgenden bedeuten:

- ϱ Drahtradius bei kreisförmigem Querschnitt.
- c Radiale Seitenlänge des Drahtes bei rechteckigem und quadratischem Querschnitt.
- d Dekrement der Spule.
- δ Dämpfungskonstante der Spule.
- T Periode der Schwingungen.
- ω Frequenz in 2π Sekunden.
- w Effektiver Widerstand der Spule.
- w_0 Gleichstromwiderstand der Spule.
- L Selbstinduktionskoeffizient.
- a Spulenradius.
- b Spulenbreite.
- σ Spezifische Leitfähigkeit; σ-Kupfer $= 5{,}9 \,.\, 10^{-4}$.
- n Anzahl der Windungen.
- $\chi = \frac{2a}{b}$.
- h Ganghöhe.

Das Dekrement ist, wie bekannt, gegeben durch:

$$d = \delta T = \frac{w}{2L} T = \frac{\pi}{\omega} \cdot \frac{w}{L}. \qquad 1)$$

Wie aus dieser Formel zu entnehmen ist, hängt das Dekrement bei vorgegebenem ω und L nur vom Verhältnis $\frac{w}{L}$ ab; es soll die Konstruktion der Spule deshalb derart getroffen werden, daß dieses Verhältnis ein Minimum wird.

Formeln für den effektiven Widerstand von einlagigen Spulen bei Wechselstrom sind von M. WIEN[3]), SOMMERFELD[4]), BATELLI[5]),

---

[1]) ESAU, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 5, 212, 1911.
[2]) FLEMING, ebenda 3, 356, 1910.
[3]) M. WIEN, Ann. d. Phys. (4) 14, 1, 1904.
[4]) SOMMERFELD, ebenda (4) 15, 673, 1904; 24, 609, 1907.
[5]) BATELLI, Phys. ZS. 8, 296, 530, 809, 1907.

PICCIATI[1]), COHEN[2]) und NICHOLSON[3]) angegeben worden[4]). Die meisten dieser Formeln geben nur das Verhältnis $\frac{w}{w_0}$ von effektivem Widerstand bei Wechselstrom zu Gleichstromwiderstand.

Letzterer ist gleich:

$$w_0 = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi a n}{s}, \tag{2}$$

wo s den Drahtquerschnitt bedeutet; der effektive Widerstand ergibt sich dann zu:

$$w = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi a n}{s} \cdot \left(\frac{w}{w_0}\right). \tag{3}$$

Die Selbstinduktion eines Solenoids mit einer Drahtlage läßt sich bequem mit der genauen, zuerst von LORENZ[5]) angegebenen Formel ermitteln. Sie lautet:

$$L = a n^2 \left[\frac{8\pi}{3}\left\{\sqrt{1 + \frac{b^2}{4a^2}}\left(\frac{4a^2}{b^2} - 1\right) E + \sqrt{1 + \frac{b^2}{4a^2}} F - \frac{4a^2}{b^2}\right\}\right], \tag{4}$$

wo F und E die vollständigen elliptischen Integrale mit dem Modul $\frac{4a^2}{4a^2 + b^2}$ sind, oder:

$$L = a n^2 Q, \tag{4'}$$

wo $Q = f\left(\frac{2a}{b}\right)$ den Ausdruck in den eckigen Klammern bedeutet. Es ist von ROSA und COHEN eine Tabelle für diese Funktion berechnet worden; dieselbe ist in Tabelle 1 auf folgender Seite wiedergegeben.

Diese Formel würde nun allerdings noch einer Korrektion wegen der Zwischenräume zwischen den einzelnen Windungen bedürfen, aber die Korrektion ist bei Spulen mit nicht zu großer Ganghöhe ziemlich geringfügig, so daß wir sie für unsere hier mehr orientierende Untersuchung vernachlässigen können. Es sei hier auch gleich bemerkt, daß wir die Abhängigkeit des Selbst-

---

[1]) PICCIATI, Cim (5) 11, 351, 1906.
[2]) COHEN, Bull. Bur. of Stand. 4, 160, 1908.
[3]) NICHOLSON, Phil. Mag. (6) 19, 77, 1910.
[4]) Vgl. auch die zusammenfassende Arbeit von ESAU, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 4, 490, 1911.
[5]) L. LORENZ, Wied. Ann. 7, 161, 1879.

Tabelle 1.

$\chi = \frac{2a}{b}$	$Q = f(\chi)$	$\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$	$\chi = \frac{2a}{b}$	$Q = f(\chi)$	$\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$
0,20	3,63	0,2474	1,80	19,58	0,1675
0,30	5,23	0,2222	2,00	20,75	0,1669
0,40	6,71	0,2071	2,20	21,82	0,1666
0,50	8,07	0,1973	2,40	22,81	0,1665
0,60	9,33	0,1903	2,60	23,74	0,1665
0,70	10,51	0,1852	2,80	24,60	0,1667
0,80	11,61	0,1811	3,00	25,42	0,1668
0,90	12,63	0,1780	3,20	26,18	0,1671
1,00	13,59	0,1760	3,40	26,90	0,1675
1,20	13,34	0,1722	3,60	27,59	0,1679
1,40	16,90	0,1699	3,80	28,23	0,1683
1,60	18,30	0,1684	4,00	28,85	0,1688

induktionskoeffizienten von der Schwingungszahl wegen ihrer geringen Bedeutung nicht berücksichtigen werden. Setzen wir nun $\chi = \frac{2a}{b}$ und berücksichtigen wir, daß $n = \frac{b}{h} = \frac{2a}{\chi h}$ ist, so wird:

$$L = \frac{4a^3}{\chi^2 h^2} \cdot f(\chi) \tag{5}$$

und

$$w = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{4\pi a^2}{s\chi h} \cdot \left(\frac{w}{w_0}\right). \tag{6}$$

Berechnen wir jetzt aus 5) den Wert von a und setzen denselben in 6) ein, so ergibt sich:

$$w = \frac{4\pi}{\sigma s} \cdot \sqrt[3]{\frac{\chi h L^2}{16 f^2(\chi)}} \cdot \left(\frac{w}{w_0}\right) \tag{7}$$

und das Verhältnis $\frac{w}{L}$ wird:

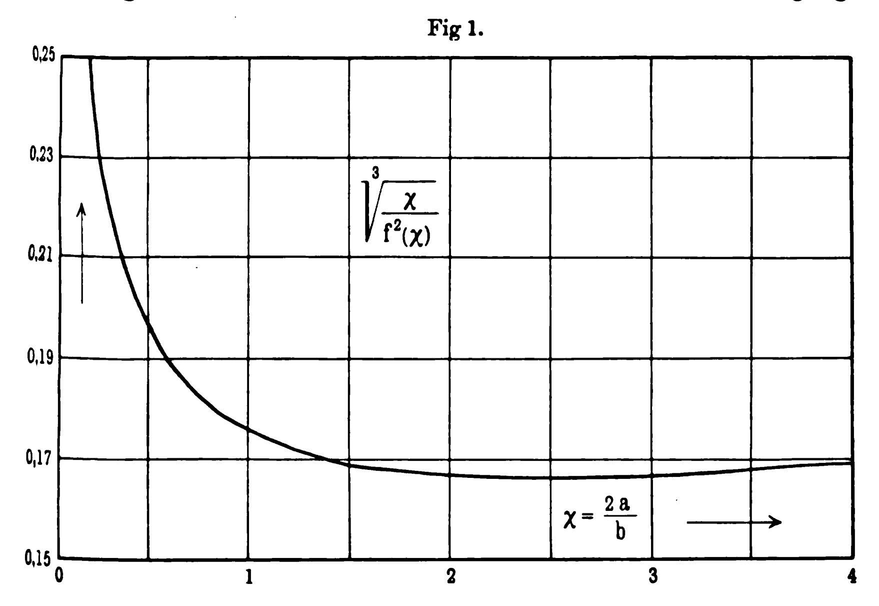
$$\frac{w}{L} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{4\pi}{s} \sqrt[3]{\frac{h}{16L} \cdot \frac{\chi}{f^2(\chi)}} \cdot \left(\frac{w}{w_0}\right). \tag{8}$$

Indem wir noch mit $\frac{\pi}{\omega}$ multiplizieren, bekommen wir das Dekrement zu:

$$d = \frac{4\pi^2}{\sigma\omega s} \cdot \sqrt[3]{\frac{h}{16L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \left(\frac{w}{w_0}\right). \tag{9}$$

Aus der Betrachtung dieser Formel läßt sich gleich entnehmen, daß, falls das Verhältnis $\left(\frac{w}{w_0}\right)$ eine von χ unabhängige Größe ist, es ein günstigstes Verhältnis $\chi = \frac{2a}{b}$ von Durchmesser zu Höhe der Spule geben muß. Das ist nun in der Tat innerhalb sehr weiter Grenzen der Fall[1]). Nur für Spulen, deren Länge sehr groß ist im Verhältnis zum Durchmesser, ist diese Bedingung

Fig 1.



nicht ganz erfüllt, aber wie wir noch sehen werden, ist dieser Fall für unsere Untersuchung ohne wesentliche Bedeutung.

Das Dekrement wird infolgedessen ein Minimum werden, wenn der Ausdruck $\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$ seinen kleinsten Wert erreicht. In der Spalte 3 von Tabelle 1 ist der für $\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$ in Funktion von χ ausgerechnete Wert eingetragen.

Wie wir sehen, liegt das gesuchte Minimum bei dem Werte $\chi = 2{,}5$, d. h., um eine Spule mit geringstem Dekrement zu konstruieren, muß man das Verhältnis von Durchmesser zu Höhe wie

[1]) Vgl. Sommerfeld, l. c.

2,5 : 1 wählen. Wie aus dem Verlauf des Wertes von $\sqrt{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$ in Fig. 1 zu sehen ist, ist das Minimum ziemlich flach, so daß geringe Abweichungen von diesem günstigsten χ-Wert keine nennenswerte Dekrementszunahme hervorrufen.

Vergleichen wir das hier theoretisch gefundene Resultat mit dem experimentellen Ergebnis MEISSNERs, so finden wir eine sehr gute Übereinstimmung, da MEISSNER für das reziproke Verhältnis den Wert 0,4 angibt[1]). Da wir bisher gar keine Annahme über die sonstige Beschaffenheit der Spule oder Form des Drahtquerschnittes gemacht haben, gilt dieses Resultat, wenn man von den von uns gemachten Vernachlässigungen absieht, ganz allgemein, und es wird infolgedessen sowohl für Massivdrähte und Litzendrähte, sowie jede andere Querschnittsform gelten.

Dies können wir als das erste Ergebnis unserer Untersuchung betrachten und dieses Resultat in den Satz zusammenfassen: Es besteht bei einlagigen Zylinderspulen, unabhängig von der sonstigen Beschaffenheit der Spule, ein günstigstes Verhältnis von Durchmesser zu Höhe, das kleinstes Dekrement ergibt; dieses Verhältnis hat den Wert $\chi = \frac{2a}{b} = 2{,}5$. Der dazu gehörige Wert von $\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}}$ ergibt sich zu $\sqrt[3]{\frac{\chi}{f^2(\chi)}} = 0{,}1665$ und das günstigste Dekrement wird dann:

$$d = \frac{4\pi^2}{\sigma\,\omega\,s}\sqrt[3]{\frac{h}{16L}}\cdot\left(\frac{w}{w_0}\right)\cdot 0{,}1665. \tag{10}$$

Für sehr langsamen Wechselstrom, wo $\frac{w}{w_0} = 1$, sind die Bedingungen, um ein kleines Dekrement zu erreichen: kleine Ganghöhen bei möglichst großem Drahtquerschnitt und großer Leitfähigkeit. Dieses Resultat liegt ja auf der Hand.

Im folgenden sollen speziellere Annahmen über den Drahtquerschnitt gemacht werden.

---

[1]) A. MEISSNER, l. c.

A. Runder Drahtquerschnitt.

a) Langsamer Wechselstrom.

Von SOMMERFELD [1]) ist für langsamen Wechselstrom und runden Drahtquerschnitt folgende Formel für die Widerstandserhöhung angegeben worden:

$$\left.\begin{aligned}\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{4}\pi^2\omega^2\sigma^2\varrho^4\Big\{\frac{1}{3} + \left(\frac{2\pi\varrho}{h}\right)^2 + \frac{1}{216}\left(\frac{2\pi\varrho}{h}\right)^4 \\ + \frac{1}{5\,184\,000}\left(\frac{2\pi\varrho}{h}\right)^8 + \cdots\Big\},\end{aligned}\right\} \qquad 11)$$

was sich auch in der Form schreiben läßt:

$$\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{4}\pi^2\omega^2\sigma^2\varrho^4 \cdot \psi\left(\frac{2\varrho}{h}\right). \qquad 11')$$

Tabelle 2.

$\frac{2\varrho}{h}$	ψ	φ	$\frac{2\varrho}{h}$	ψ	φ
1,0	10,65	53,75	0,4	1,92	7,78
0,9	8,62	42,66	0,3	1,22	4,50
0,8	6,83	33,19	0,2	0,728	1,72
0,7	5,27	25,00	0,1	0,432	0,164
0,6	3,96	18,08	0,0	0,333	— 0,333
0,5	2,82	12,31			

In der Tabelle 2, Spalte 2 sind die Werte von ψ in Funktion des Arguments $\frac{2\varrho}{h}$ ausgerechnet.

Diese Formel von SOMMERFELD hat eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment ergeben, solange der Ausdruck

$$4\varrho\sqrt{2\pi\sigma\omega} < 1{,}8 \qquad 11\,a)$$

ist. In Fig. 2 ist der Verlauf der Funktion ψ noch graphisch wiedergegeben.

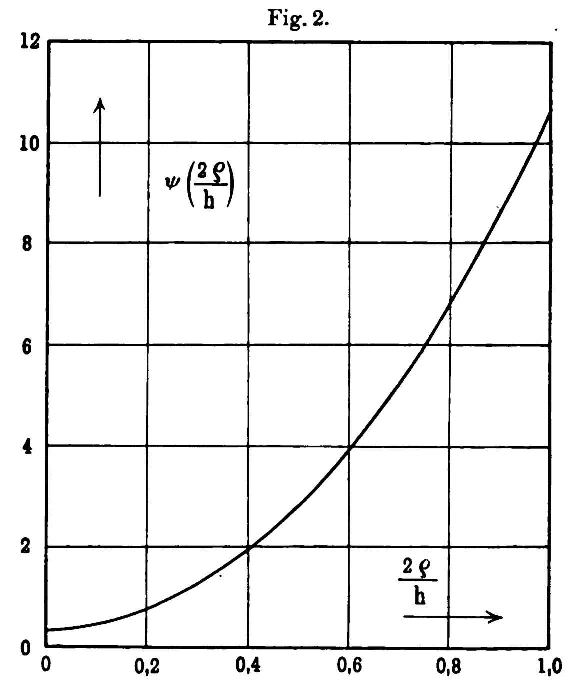
Setzen wir diesen Wert von $\frac{w}{w_0}$ in Formel 9) ein, so wird dann, indem wir berücksichtigen, daß hier bei rundem Drahtquerschnitt $s = \pi\varrho^2$ ist:

[1]) SOMMERFELD, l. c.

$$d = \pi \sqrt[3]{\frac{1}{8L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \left[\frac{4}{\sigma\,\omega\,\varrho^{5/3}\sqrt[3]{\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}} + \pi^2\sigma\,\omega\,\varrho^{7/3}\frac{\psi\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}{\sqrt[3]{\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}}\right]. \qquad 12)$$

Setzt man in diese Formel das Verhältnis $\frac{2\varrho}{h}$ von Drahtdurchmesser zu Ganghöhe gleich einer Konstanten, so läßt sich, wie nach kurzer Betrachtung des Ausdruckes 12) gleich zu sehen

Fig. 2.



ist, ein Minimumwert von d als Funktion von ϱ berechnen, und zwar ergibt sich für ϱ^4 der Wert:

$$\varrho^4 = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{\pi^2\sigma^2\omega^2\,\psi\left(\frac{2\varrho}{h}\right)},$$

was mit der Bedingung übereinstimmt:

$$4\varrho\sqrt{2\pi\sigma\omega} = 8\sqrt[4]{\frac{5}{7\,\psi\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist aber immer größer als 1,8, und der für ϱ gefundene Wert fällt daher nach 11a) außerhalb des Gültigkeitsbereiches der Formel 11).

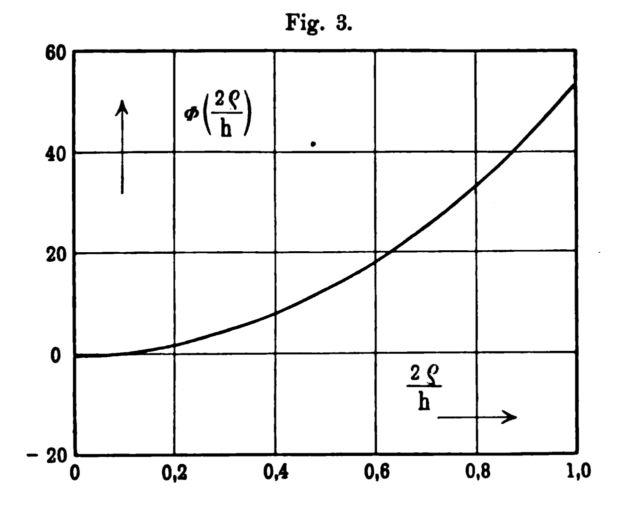
Analog findet man einen Minimumwert von d als Funktion der spezifischen Leitfähigkeit, indem man Formel 12) nach σ differenziert und den Differentialquotienten gleich Null setzt. Hier ergibt sich die Bedingung:

$$4\,\varrho\sqrt{2\,\pi\,\sigma\,\omega} = \frac{8}{\sqrt[4]{\psi}}.$$

Die rechte Seite ist immer größer als 1,8.

Aus diesen Resultaten läßt sich dennoch der Schluß ziehen,

Fig. 3.



daß innerhalb des Gültigkeitsbereiches des SOMMERFELDschen Ausdruckes das Dekrement mit zunehmender Leitfähigkeit und wachsendem Drahtradius abnimmt.

Es bleibt uns jetzt nun noch zu untersuchen, ob es auch ein günstigstes Verhältnis $\frac{2\,\varrho}{h}$ von Drahtdurchmesser zu Ganghöhe gibt.

Indem man Ausdruck 12) nach $\left(\frac{2\,\varrho}{h}\right)$ differenziert und den so gewonnenen Differentialquotienten gleich Null setzt, findet man leicht die Bedingung:

$$-\frac{1}{3} + 5\,\pi^2 k^2 + \frac{11}{216}\,\pi^4 k^4 + \frac{23}{5\,184\,000}\,\pi^8 k^8 + \cdots = \frac{4}{\pi^2\sigma^2\omega^2\varrho^4} \qquad 13)$$

mit $k = \frac{2\varrho}{h}$, was sich auch schreiben läßt in der Form:

$$\Phi(k) = \frac{4}{\pi^2 \sigma^2 \omega^2 \varrho^4}.$$

In Spalte 3 der Tabelle 2 sind die Werte von $\Phi(k)$ für Werte von k zwischen 0 und 1 ausgerechnet, und in Fig. 3 graphisch wiedergegeben.

Aus Beziehung 11a) läßt sich aber berechnen, daß

$$\frac{4}{\pi^2 \sigma^2 \omega^2 \varrho^4} \geqq 390 \text{ etwa},$$

also auch $\Phi(k) \geqq 390$ sein muß, d. h. die hier gefundene Minimumbedingung kann nie erfüllt werden, da der größte Wert von $\Phi(k)$ für $k = \frac{2\varrho}{h} = 1{,}0$, $\Phi = 53{,}75$ ist.

Auch hier läßt sich der Schluß ziehen, daß innerhalb des Gültigkeitsbereiches unserer Formel die Ganghöhe möglichst klein gewählt werden soll, wenn ein geringes Spulendekrement erwünscht ist.

Die Ergebnisse sind auch einleuchtend, wenn man bedenkt, daß wir es hier mit langsamem Wechselstrom zu tun haben, wo die Verhältnisse sich nicht allzusehr von denjenigen bei Gleichstrom unterscheiden, wo größte Kraftlinienverkettung, also größte Selbstinduktion bei gegebener Drahtlänge und Stärke, die günstigste Konstruktion ist.

b) Schneller Wechselstrom.

Bei schnellen Schwingungen, wo der Ausdruck

$$k = \frac{\varrho}{2}\sqrt{2\pi\sigma\omega} > 6$$

ist, gilt ebenfalls, nach SOMMERFELD,

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\varrho}{2}\sqrt{2\pi\sigma\omega}\,.\,\varphi\left(\frac{2\pi\varrho}{h}\right). \tag{14}$$

Aus Meßresultaten von BLACK sind folgende Werte der Funktion φ berechnet worden (Tabelle 3, Spalte 2):

Tabelle 3.

$\frac{2\varrho}{h}$	φ	$\frac{\varphi^3}{\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}$	$\frac{\varphi}{\sqrt[3]{\frac{2\varrho}{h}}}$
0,0	1,0	∞	∞
0,1	1,0	10,0	2,15
0,2	1,1	6,66	1,88
0,3	1,27	6,84	1,90
0,4	1,45	7,62	1,97
0,5	1,67	9,33	2,11
0,6	1,92	11,00	2,22
0,7	2,2	15,20	2,48
0,8	2,6	22,00	2,80
0,9	3,1	33,20	3,22
1,0	3,73	52,00	3,73

Durch Einführung dieser Beziehung in Formel 9) wird:

$$d = \frac{2\pi}{\varrho}\sqrt{\frac{2\pi}{\sigma\omega}}\sqrt[3]{\frac{h}{16L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]}\cdot\varphi\left(\frac{2\varrho}{h}\right) \tag{15}$$

oder

$$d = \frac{2\pi}{\varrho^{2/3}}\sqrt{\frac{2\pi}{\sigma\omega}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{8L}\left|\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right|}\cdot\frac{\varphi\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}{\sqrt[3]{\frac{2\varrho}{h}}} \tag{15'}$$

Das Dekrement ist also umgekehrt proportional $\sqrt{\sigma}$ und der Potenz $^2/_3$ des Drahtradius, es ist dagegen dem Ausdrucke $\frac{\varphi\left(\frac{2\varrho}{h}\right)}{\sqrt[3]{\frac{2\varrho}{h}}}$ direkt proportional.

In Tabelle 3, Spalte 4 ist der Wert dieser Größe in Funktion des Arguments $\frac{2\varrho}{h}$ gegeben; er ist außerdem noch graphisch in Fig. 4 dargestellt.

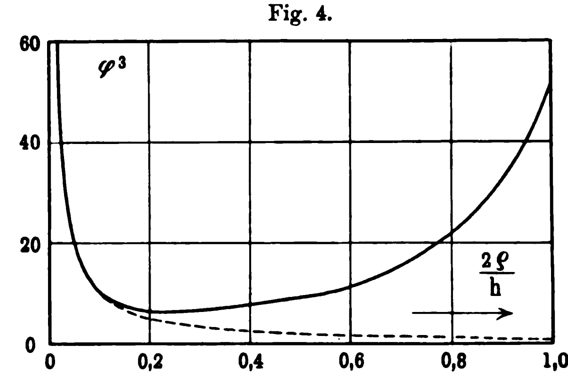
Wie die ausgezogene Kurve zeigt, nimmt diese Größe bei zunehmendem Verhältnis $\frac{2\varrho}{h}$ zuerst schnell ab, erreicht ein Minimum bei $\frac{2\varrho}{h}$ etwa $= 0{,}23$, um dann allmählich wieder anzusteigen

und bei eng aneinander liegenden Windungen den Wert 3,73 zu erreichen. Die gestrichelte Kurve gibt den Verlauf derselben Größe, wenn keine Verdrängung der Stromlinien, also kein Skineffekt vorhanden wäre, wie z. B. bei äußerst langsamem Wechselstrom oder ideal verdrillten Litzen.

Aus diesen Betrachtungen folgt also, daß es ein günstigstes Verhältnis $\frac{2\varrho}{h}$ von Drahtdurchmesser zu Ganghöhe gibt, und zwar soll die Ganghöhe der Windungen bei schnellen Schwingungen und rundem Drahtquerschnitt etwa 4,35 mal so groß gemacht werden wie der Drahtdurchmesser.

„Schnelle Schwingungen" ist hier allerdings kein eindeutig definierter Begriff, denn, wie wir früher gesehen haben, hängt der

Fig. 4.



Gültigkeitsbereich der Formel auch mit Drahtradius und Leitfähigkeit des Materials, durch die Beziehung

$$k = \frac{\varrho}{2}\sqrt{2\pi\sigma\omega} > 6,$$

zusammen.

In der folgenden kleinen Tabelle sind für Kupfer die zu einigen Wellenlängen gehörigen Drahtradien angegeben.

λ^{m}	$\varrho^{cm} >$	
300	0,137	
600	0,193	
1000	0,250	$\varrho > 0{,}79\sqrt{\lambda^{m}} \cdot 10^{-2}$ cm
2000	0,352	
3000	0,432	

B. Rechteckiger und quadratischer Drahtquerschnitt.

Der effektive Widerstand und die Selbstinduktion von Spulen mit rechteckigem bzw. quadratischem Drahtquerschnitt, bei eng-aneinander liegenden Windungen, ist eingehend von SOMMERFELD[1]) untersucht worden. Er findet für den effektiven Widerstand den Ausdruck:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \frac{\alpha^4}{5!} + \frac{\alpha^8}{9!} + \frac{\alpha^{12}}{13!} + \cdots}{1 + 2\,\frac{\alpha^4}{6!} + 2\,\frac{\alpha^8}{10!} + 2\,\frac{\alpha^{12}}{14!} + \cdots} = \varphi(\alpha), \qquad 16)$$

wo $\alpha = 2\,c\sqrt{2\,\pi\,\sigma\,\omega}$ gesetzt ist.

Für sehr große Werte von α, $\alpha > 6$, wird:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2\,\pi\,\sigma\,\omega}\,.\,c. \qquad 16')$$

Für $\alpha < 6$ sind von ESAU eine Anzahl Werte der Funktion φ berechnet worden, sie sind in Tabelle 4, Spalte 2 hier wiedergegeben.

Tabelle 4.

α	$\varphi(\alpha)$	$\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha}$	$\frac{\varphi(\alpha)}{\sqrt[3]{\alpha}}$	$\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{5/3}}$
0,0	1,000 0	∞	∞	∞
0,5	1,000 35	2,00	1,26	3,195
1,0	1,005 53	1,01	1,00	1,006
1,5	1,027 8	0,683	0,900	0,522
2,0	1,085 6	0,543	0,864	0,341
2,5	1,198 7	0,479	0,885	0,261
3,0	1,378 1	0,458	0,957	0,221
3,5	1,618 3	0,462	1,07	0,201
4,0	1,897 8	0,474	1,20	0,188
4,5	2,190 3	0,487	1,33	0,181
5,0	2,476 9	0,490	1,45	0,171
5,5	2,749 3	0,500	1,56	0,160
6,0	3,000 0	0,500	1,65	0,152

a) Rechteckiger Querschnitt c, h.

Hier wird $s = c\,h$, und das Dekrement nimmt die Form an

$$d = \frac{4\,\pi^2}{\sigma\,\omega} \cdot \frac{1}{c\,h^{2/3}} \sqrt[3]{\frac{1}{16\,L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \varphi(\alpha). \qquad 17)$$

[1]) SOMMERFELD, Ann. d. Phys. (4) **15**, 673, 1904.

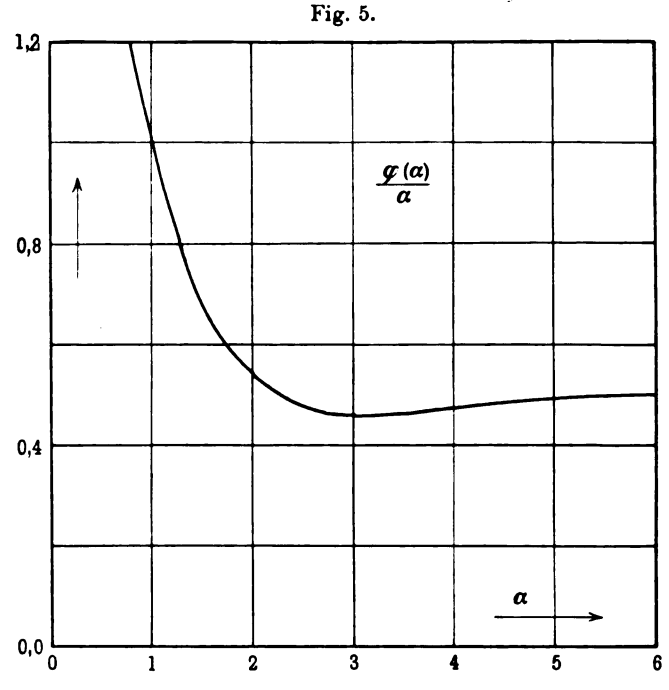
Berücksichtigen wir aber, daß $c = \frac{\alpha}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}}$ ist, so wird:

$$d = \frac{8.\pi^2}{h^{2/3}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{\sigma\omega}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{16L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha}. \qquad 17')$$

Die Werte von $\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha}$ sind aus der Spalte 3 der Tabelle 4 und Fig. 5 zu entnehmen.

Mit zunehmendem α nimmt diese Größe zuerst sehr schnell ab, erreicht für $\alpha = 3$ ein Minimum, um dann bei $\alpha = 6$ in den Grenzwert 0,5 überzugehen.

Fig. 5.



Bei rechteckigem Drahtquerschnitt würde es sich infolgedessen empfehlen, die axiale Seitenlänge der Windungen möglichst groß zu wählen und die radiale Seitenlänge c so zu bestimmen, daß

$$\alpha = 2c\sqrt{2\pi\sigma\omega} = 3 \qquad 18)$$

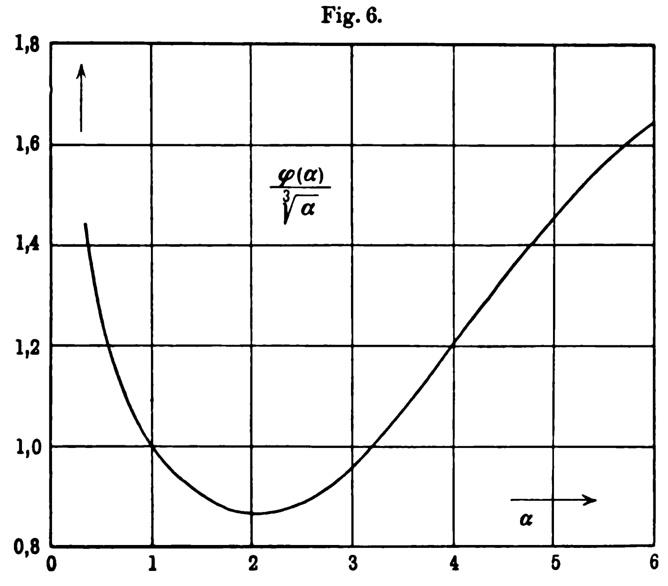
ist; also

$$c = \frac{3}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}} \quad \text{mit} \quad \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha} = 0{,}458. \qquad 18')$$

Es ist interessant, zu konstatieren, daß bei größer und größer werdender Seitenlänge c das Dekrement schließlich einen konstanten Grenzwert annimmt.

Das läßt sich leicht erklären, wenn man berücksichtigt, daß, nach dem Satze vom Minimum der Selbstinduktion[1]), der Strom hauptsächlich auf der Innenseite der Windungen fließt, eine Vergrößerung des Querschnittes durch Vergrößerung der radialen Dimensionen der Windungen infolgedessen bald nichts zur Verminderung des effektiven Widerstandes beitragen kann.

Fig. 6.



Ein praktisch wichtiger Fall bei rechteckigem Drahtquerschnitt ist der, daß der Querschnitt konstant gehalten wird, während die Seitenlängen c und h variieren. Das ergibt dann die Bedingung $s = c\,h$ oder $h = \frac{s}{c}$; führen wir dieselbe in 9) ein, so ist:

$$d = \frac{4\,\pi^2}{\sigma\,\omega} \cdot \frac{1}{s^{1/3}} \sqrt[3]{\frac{1}{16\,L}\left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\sqrt[3]{c}}, \tag{19}$$

oder, indem wir wieder für c schreiben $c = \frac{\alpha}{2\sqrt{2\,\pi\,\sigma\,\omega}}$,

[1]) Vgl. RAYLEIGH, Phil. Mag. (4) 38, 1, 1869; J. STEFAN, Wien. Ber. 99 [2a], 319, 1890; Wied. Ann. 41, 400, 1890.

$$d = \frac{4\pi^2 (2\pi\sigma\omega)^{1/6}}{\sigma\omega} \cdot \frac{1}{s^{1/3}} \sqrt[3]{\frac{1}{8L} \left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{1/3}} \qquad 19')$$

Tabelle 4, Spalte 4 enthält die für $\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{1/3}}$ gefundenen Werte in Funktion von α. Vgl. auch Fig. 6.

Der kleinste Wert von $\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{1/3}}$ liegt bei $\alpha = 2{,}1$ etwa und der günstigste Wert von c berechnet sich daher zu:

$$c = \frac{2{,}1}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}} \quad \text{mit} \quad \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{1/3}} = 0{,}86. \qquad 20)$$

Die dazu gehörige axiale Dimension der Windungen h ergibt sich infolgedessen zu:

$$h = \frac{2s\sqrt{2\pi\sigma\omega}}{2{,}1} \qquad 21)$$

und das Verhältnis der radialen zu der axialen Dimension der Windungen ist dann:

$$\frac{c}{h} = \frac{2{,}1^2}{8\pi\sigma\omega s}, \qquad 22)$$

d. h. physikalisch: dieses günstigste Verhältnis ist abhängig von der Frequenz in der Weise, daß bei langsamem Wechselstrom die radiale Ausdehnung der Windungen überwiegen soll, während bei schnellen Schwingungen das Umgekehrte erwünscht ist.

Praktisch würde sich ein ähnlicher Fall dadurch realisieren lassen, daß man die Spulen mit zwei oder mehreren parallel geschalteten kreisrunden Drähten gleichzeitig bewickelt in der Weise, daß die einzelnen Drähte nebeneinander auf dem Spulenkörper zu liegen kommen.

b) Quadratischer Drahtquerschnitt.

Bei quadratischem Drahtquerschnitt und eng aneinander liegenden Windungen ist $s = c^2 = h^2$ und das Dekrement:

$$d = \frac{4\pi^2 (2\pi\sigma\omega)^{5/6}}{\sigma\omega} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{L} \left[\frac{\chi}{f^2(\chi)}\right]} \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{5/3}}, \qquad 23)$$

indem man auch hier $c = \frac{\alpha}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}}$ setzt.

Aus Tabelle 4, Spalte 5 und Fig. 7 ist zu entnehmen, daß $\frac{\varphi(\alpha)}{\alpha^{5/3}}$ mit wachsendem Argument α beständig abnimmt, d. h. das

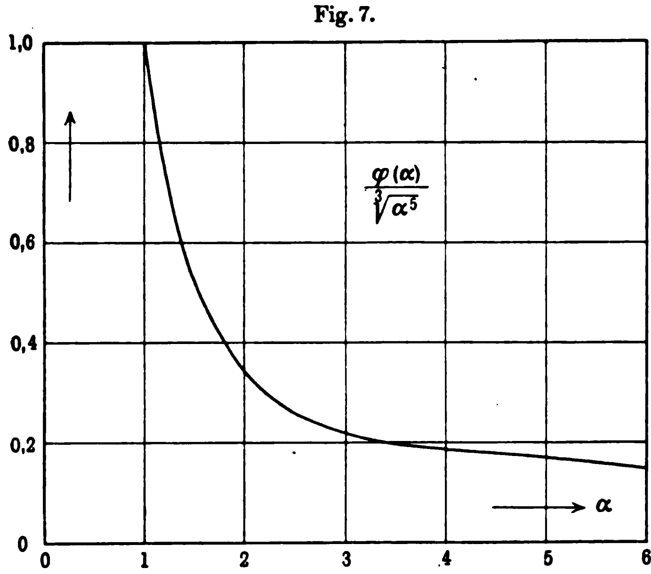
Dekrement ist desto geringer, je größer die Seitenlänge c des Drahtquerschnittes gemacht wird.

Bei Verwendung der Formel von SOMMERFELD-ESAU [1]), die den Einfluß der Ganghöhe berücksichtigt, indem

$$\alpha = 2c\sqrt{\frac{b}{h}}\sqrt{2\pi\sigma\omega}$$

gesetzt ist, sind die Resultate dieselben, nur zeigt sich innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches eine Abhängigkeit von der Ganghöhe

Fig. 7.



in der Weise, daß in Formel 17′) das Dekrement mit $\left(\frac{b}{h}\right)^{1/6}$ zunimmt und in Formel 19′) mit $\left(\frac{b}{h}\right)^{1/6}$ abnimmt.

C. Litzendrähte.

Zur Vermeidung der ungleichförmigen Stromverteilung bei Wechselstrom hat DOLEZALEK [2]) zuerst vorgeschlagen, den Drahtquerschnitt durch Verdrillung oder Verflechtung dünner Einzeldrähte fein zu unterteilen. Die Widerstandszunahme von solchen

[1]) ESAU, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **4**, 490, 1911; Ann. d. Phys. (4) **34**, 1, 1911.

[2]) DOLEZALEK, Ann. d. Phys. (4) **12**, 1142, 1903; **22**, 559 1907.

Drahtlitzen bei schnellen Schwingungen ist eingehend von MEISSNER[1]) und LINDEMANN[2]) untersucht worden. Es wird hier daher auf diese Arbeiten verwiesen.

Ergebnisse.

Die wichtigsten Ergebnisse vorliegender Untersuchung sind also folgende:

1. Es gibt bei einlagigen Zylinderspulen, unabhängig von den sonstigen Bedingungen wie Frequenz, Beschaffenheit der Spule und des Drahtquerschnittes, ein günstigstes Verhältnis von Durchmesser zur Höhe der Spule; dieses Verhältnis hat etwa den Wert 2,5.

2. Bei rundem Drahtquerschnitt und langsamem Wechselstrom sind große spezifische Leitfähigkeit des Materials und großer Drahtradius bei möglichst kleiner Ganghöhe günstige Momente zur Erzielung geringer Spulendekremente.

3. Bei schnellen Schwingungen und rundem Drahtquerschnitt wird das Dekrement ein Minimum, wenn das Verhältnis von Drahtdurchmesser zu Ganghöhe gleich 0,23 ist,

4. Bei rechteckigem Drahtquerschnitt und eng aneinander liegenden Windungen empfiehlt es sich, die Ganghöhe möglichst groß zu wählen und die radiale Seitenlänge so zu bestimmen, daß $c = \frac{3}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}}$ ist.

Ist der Drahtquerschnitt vorgeschrieben und konstant, so soll $c = \frac{2{,}1}{2\sqrt{2\pi\sigma\omega}}$ gemacht werden; es zeigt sich außerdem in diesem Falle, daß es ein günstigstes Verhältnis von radialen zu axialen Dimensionen der Windungen gibt, das von der Frequenz in der Weise abhängt, daß bei langsamem Wechselstrom die radiale Ausdehnung, bei schnellen Schwingungen dagegen die axiale Ausdehnung überwiegen soll.

5. Bei quadratischem Querschnitt und eng aneinander liegenden Windungen nimmt das Dekrement mit zunehmender Seitenlänge ab.

---

[1]) MEISSNER, l. c.

[2]) LINDEMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 682, 1909; **12**, 572, 1910.

Graz-Marburg i. H., Physik. Institut d. Universität, April 1912.

Verfahren zur Demonstration von Schwingungsvorgängen durch die Resonanzkurve;
von F. Kock.

(Eingegangen am 2. Juli 1912.)

In einer früheren Arbeit[1]) wurde ein Apparat angegeben, welcher gestattete, die Darstellung von Schwingungsvorgängen durch die Resonanzkurve mittels eines umlaufenden Glimmlichtrohres in Verbindung mit einem variablen Kondensator oder einer veränderlichen Selbstinduktion vorzunehmen.

Die Fläche der Resonanzkurve zeigte sich bei Verwendung von ungedämpften Schwingungen als leuchtende Fläche, bei gedämpften Schwingungen war dieselbe dagegen aus einzelnen leuchtenden Ordinaten zusammengesetzt.

Bei der immerhin begrenzten Größe des Glimmlichtrohres waren die Bilder nicht besonders groß, so daß zur Erzielung größerer Bilder die Lösung der Aufgabe in anderer Weise versucht wurde. Es wurde zu diesem Zwecke ein früher benutztes Verfahren[2]) so ausgestaltet, daß es sich zu Demonstrationszwecken verwenden ließ.

Die zu dem Verfahren benutzte Apparatur besteht in ihren Grundzügen in einer Barretterschaltung in Verbindung mit einem geeigneten Drehspulengalvanometer kleiner Schwingungsdauer und einem optischen System, wie es bei Oszillographen gebräuchlich ist.

Die benutzte Barretterschaltung ist die von K. Smhmidt[3]) angegebene und von ihm als „Einbarretterschaltung" bezeichnete Brückenschaltung.

Da es bei der Darstellung von Kurven mittels eines Oszillographen, falls die Kurve gleichzeitig in ihrer ganzen Ausdehnung erscheinen soll, damit der Eindruck des dauernden Bestehens erweckt wird, erforderlich ist, daß dieselbe in kurzen Zeiten vom Lichtpunkt dauernd durchlaufen wird, so muß in unserem Falle der Resonanzkreis die Resonanzlage ebenso häufig durchlaufen.

---

[1]) F. Kock, Phys. ZS. **12**, 379, 1911.
[2]) F. Kock, Diss. Techn. Hochschule Berlin 1911.
[3]) K. Schmidt, Phys. ZS. 8, 601, 1907.

Hierdurch ergibt sich die Schwierigkeit, daß einerseits durch Nachhinken des Barretters, bei Verwendung dickdrähtiger Barretter, die Resonanzkurve deformiert wird, andererseits aber bei Verwendung sehr dünner Barretterdrähte die im Brückenzweige, d. h. im Drehspulengalvanometer zur Verfügung stehende Energie zu klein ist, um bei der erforderlichen kleinen Eigenschwingungsdauer des Systems im Galvanometer gute Ausschläge zu bewirken.

Um eine verhältnismäßig große Energie im Brückenzweige zur Verfügung zu haben, wurden zunächst als Barretter die stark belastbaren Nernstlampenvorschaltwiderstände benutzt, deren Fe-Draht einen Durchmesser von etwa 0,02 mm besitzt und in einer Wasserstoffatmosphäre ausgespannt ist. An die Barretterbrücke konnte dann unter Vorschaltung eines Widerstandes direkt eine Spannung von 80 Volt angelegt werden. Als Aufnahmeinstrument wurde ein Vorlesungsoszillograph benutzt, dessen unempfindliches Bifilarsystem durch eine Schleife aus Pt—Ir-Draht von 0,02 mm Durchmesser und 4 cm Länge ersetzt wurde, wobei eine Empfindlichkeit von $1{,}2 . 10^{-6}$ Amp. auf 1 m Abstand bezogen bei 100 Ω Schleifenwiderstand erreicht werden konnte. Es zeigte sich jedoch, daß diese Anordnung und die Empfindlichkeit des Oszillographen nicht ausreichend waren, da die Resonanzkurven, welche man erhielt, deformiert waren, und zwar einerseits durch zu starke Koppelung des Resonanzkreises mit dem Schwingungskreis, andererseits dadurch, daß der Barretter sich zu stark erwärmte und, trotz Wasserstoffüllung, seine aufgenommene Wärme nicht schnell genug abgab, so daß besonders der absteigende Teil der Kurven völlig deformiert erschien. Es sprach ferner die Oszillographenschleife infolge geringer Dämpfung — es wurden Schleifen in Luft verwendet — und hoher Eigenschwingungszahl auf jeden einzelnen Funken des Schwingungskreises an, so daß auch bei sehr schneller Funkenfolge die Kurven keine glatten Linien bildeten, sondern vollständig aus Zacken bestanden. Erst nach dem Ersetzen der Oszillographenschleife durch ein System größerer Empfindlichkeit und durch Verwendung geeigneter selbst gefertigter Barretter wurden gute Resultate erzielt.

Es wurde das Bifilarsystem des Oszillographen durch ein äußerst leichtes selbst gefertigtes Drehspulensystem ersetzt. Das System war aus 0,05 mm-Emaildraht hergestellt und ohne Rahmen gewickelt. Durch Schellackieren und scharfes Trocknen ließen



sich völlig feste und haltbare Systeme herstellen. Die Windungszahl betrug 20, dazu der besseren Dämpfung wegen zwei Kurzschlußwindungen. Länge der Spule 45 mm, Breite 1,1 mm. Die Spule war beiderseitig an Pt—Ir-Drähten von 0,02 mm und 22 mm Länge bifilar aufgehängt. Gewicht von Spule und Aufhängung 52 mg. Widerstand von Spule und Aufhängung 32,4 Ω. Das System wurde zwischen den trapezförmigen Polen des Oszillographenmagneten aufgehängt. Bei den verwendeten starken Feldern war die erreichte Empfindlichkeit $8{,}5 \cdot 10^{-8}$ Amp., bezogen auf 1 m Abstand zwischen Projektionsfläche und Spiegel. Die Eigenschwingung wurde mittels Wechselstromes von veränderlicher Periodenzahl bestimmt und ergab sich zu $n = 62/\text{sec}$. Die Bifilaraufhängung wurde benutzt, um eine genügend hohe Eigenschwingungszahl zu erreichen.

Von den Nernstlampenvorschaltwiderständen wurde zu selbstgefertigten Barrettern aus 0,015 mm-Fe-Draht in verdünnter Wasserstoffatmosphäre übergegangen. Damit sowohl die im Barretter entwickelte Wärme, entsprechend dem schnellen Durchlaufen der Resonanzkurve, genügend schnell verschwindet, aber auch im ansteigenden Ast der Kurve, also bei zunehmendem Barretterwiderstand und zunehmender Erwärmung desselben, die Ableitung durch die Wasserstoffatmosphäre und durch die dicken Zuführungsdrähte, an denen der Barretterdraht befestigt ist, nicht zu groß wird, so daß der Barretterdraht eine geringere als der zugeführten Schwingungsenergie entsprechende Widerstandsvermehrung erreicht, muß der Barretterdraht eine gewisse Länge haben, die experimentell zu etwa 20 mm bei gerade ausgespanntem Draht bestimmt wurde. Diese selbstgefertigten Barretter folgten immerhin so gut, daß sie zu Demonstrationszwecken benutzt werden konnten. Der Barretter bzw. Brückenstrom wurde so eingestellt, daß sich der Barretterdraht im günstigsten Bereiche der Widerstandsänderung befand, wo der Widerstand so schnell anwächst, daß, wie bei den Nernstlampenvorschaltwiderständen, die angelegte Spannung sich um den dreifachen Wert ändern kann, der Strom aber infolge schneller Widerstandszunahme fast konstant bleibt. Der Barretter hatte kalt einen Widerstand von etwa 18 Ω.

Fig. 1 zeigt eine schematische Darstellung der ganzen Anordnung. I und II sind Schwingungskreise, welche sich zur Darstellung der Verhältnisse bei gekoppelten Kreisen verschieden koppeln lassen.

a, b, c sind die Koppelungsspulen für den Resonanzkreis III, welcher einen rotierenden Kondensator d oder eine rotierende Selbstinduktion enthält. Die konstante Rotation wird durch einen Elektromotor mittels eines Schnurlaufes r bewirkt. Die Drehspule g ist horizontal gelagert und erzeugt die Ordinaten der aufzunehmenden Kurve k, während die Abszissen durch einen vertikal aufgestellten Spiegel s, welcher durch einen aus Kurbel x und Schubstange y bestehenden Mechanismus von der Achse des rotierenden Kondensators angetrieben wird und um seine vertikale Achse schwingt, dargestellt werden. Um die bei jedem

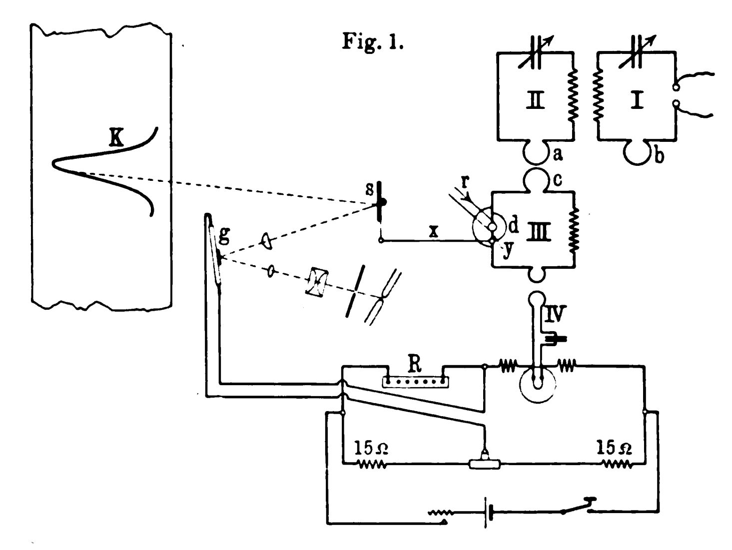


Fig. 1.

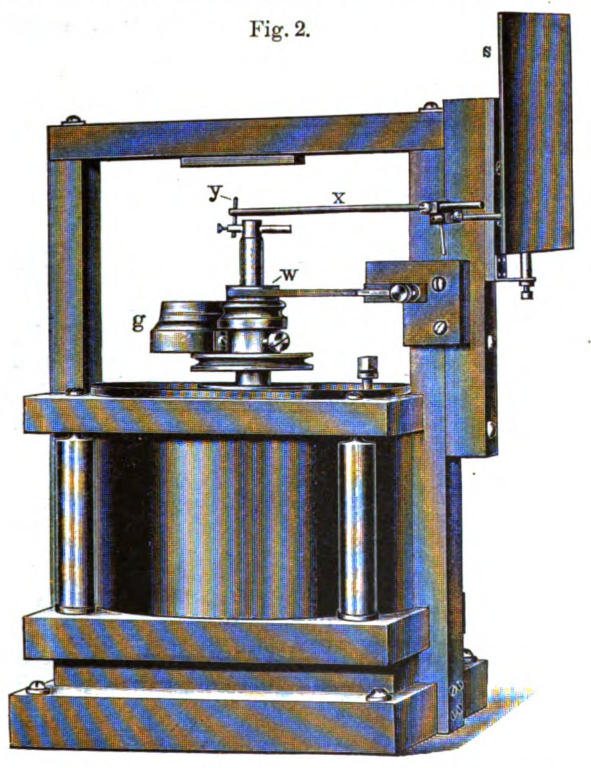
Kurbelmechanismus auftretenden Verzögerungen und Beschleunigungen vernachlässigbar zu machen, ist eine große Schubstangenlänge bei kleinem Kurbelradius zu wählen.

Da bei jeder Drehung des Kondensators die Resonanzlage zweimal durchlaufen wird, so wird die Resonanzkurve durch den Lichtpunkt auch zweimal durchlaufen, und zwar entsprechend dem Schwingen des Spiegels in verschiedenen Richtungen, wobei also der aufsteigende Ast der Resonanzkurve mit einem absteigend durchlaufenen zusammenfällt, so daß bei dem geringen Nachhinken des Barretters und bei nicht ganz symmetrischer Kurve zwei sich nicht deckende Bilder entstehen würden. Es ist daher durch einen Halbschleifring, Fig. 2 w, und Bürste dafür Sorge getragen.

daß nur immer in einer Resonanzlage der Kondensator mit dem Schwingungskreis gekoppelt ist und das eine Kurvenbild unterdrückt wird.

Als Drehkondensator [1]) wurde ein solcher gewöhnlichen Typs benutzt, der durch Anbringen eines Gegengewichtes zur Ausbalancierung zum dauernden Rotieren mittels Schnurlaufantriebes ge-

Fig. 2.



eignet gemacht wurde. Als Füllung wurde wegen des geringen Reibungswiderstandes statt der üblichen Ölfüllung eine solche von Petroleum benutzt.

Fig. 2 zeigt eine Ansicht des rotierenden Kondensators. *w* ist der Halbschleifring mit Bürste, *g* das Gegengewicht, *x* die Schubstange, *y* die Kurbel und *s* der schwingende Spiegel. Der Strahlengang geht aus Fig. 1 hervor.

---

[1]) Der Drehkondensator wurde mir in liebenswürdigster Weise von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie zur Verfügung gestellt.

Als Drehungszahl des Kondensators wurden 6 bis 8 Umdrehungen pro Sekunde gewählt, da dann das Kurvenbild noch einen gut stillstehenden Eindruck macht und bei größerer Umdrehungszahl der Barretter zu sehr nachhinkt, so daß sich stark abgeflachte Kurvenbilder ergeben.

Mit der vorstehend beschriebenen Apparatur lassen sich alle Vorgänge in Schwingungskreisen demonstrieren, soweit sie sich durch die Resonanzkurve darstellen lassen.

Wird mit Schwingungssystemen experimentiert, die durch eine Funkenstrecke erregt werden, so muß mit schneller Funkenfolge

Fig. 3.

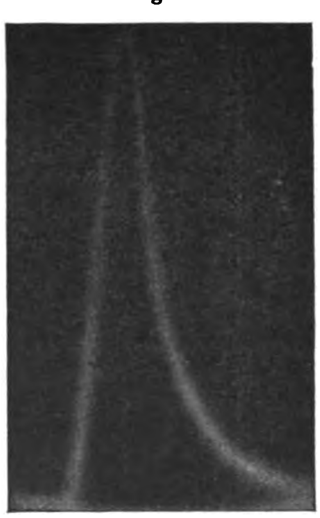
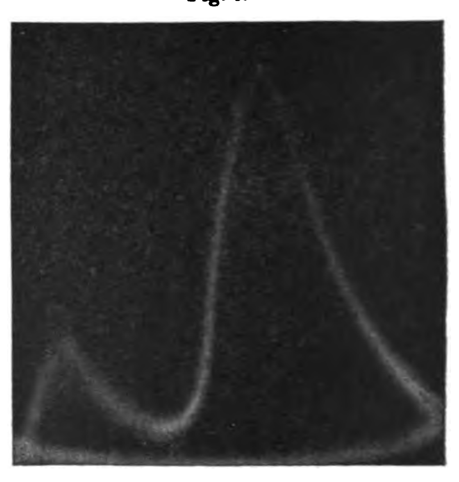


Fig. 4.



gearbeitet werden, am besten durch Erregung des Induktoriums mit Wechselstrom (50 Per.). Man muß aber dann, falls keine Mg-Elektroden benutzt werden, die Funkenstrecke mit komprimierter Luft anblasen, da der Funke leicht inaktiv wird. Schlechter eignete sich zu diesem Zwecke ein magnetisches Gebläse. Es wurden in der Funkenstrecke Stiftelektroden [1]) benutzt, da dann auch beim Anblasen der Funke nicht auf den Elektroden wandern kann und eine verhältnismäßig konstante Schwingungsenergie erzeugt wird, so daß sich photographische Aufnahmen der Kurven machen ließen. Einige derselben sind hier reproduziert.

---

[1]) Langwitz, Phys. ZS. 8, 379, 1907.

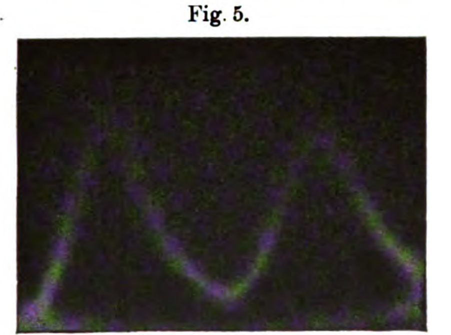
Die erhaltenen Kurven hatten infolge entsprechender Wahl des Spiegels und der Zylinderlinse maximale Ordinaten von etwa 3 m und zeichneten sich durch genügende Helligkeit aus.

Fig. 3 zeigt die charakteristische schmale Resonanzkurve bei Erregung des Kreises I mittels der von einem kleinen Lichtbogengenerator erzeugten ungedämpften Schwingungen.

Fig. 4 und 5 zeigen die bei fester Koppelung von I und II in I entstehenden Koppelungswellen, falls I mittels Funkenstrecke erregt wird. In Fig. 4 ist die genaue Abstimmung noch nicht erreicht, während dies in Fig. 5 der Fall ist [„empfindliche Figur" nach WIEN[1])].

Es wurden weiter dargestellt: Erhöhung der Dämpfung durch Widerstand, Veränderung der Wellenlänge eines Kreises durch Koppelung, Betrieb gekoppelter Kreise durch gewöhnliche und durch Stoßfunkenstrecke, Betrieb gekoppelter Kreise durch Lichtbogengenerator, Änderung der Resonanzlage bei H-Funkenstrecken usw.

Fig. 5.



Dieselben Versuche wurden unter Benutzung der BRAUNschen Röhre ausgeführt, indem die von der Bolometerbrücke kommenden Drähte an das eine Paar Ablenkungsspulen angelegt wurden, während durch einen auf einer Scheibe befestigten und mit dem Kondensator rotierenden Widerstandsdraht[2]) ein dem Drehungswinkel des Kondensators proportionaler Strom erzeugt werden konnte, der durch das andere Spulenpaar entsprechende Ablenkungen des Lichtfleckes bewirkte. Es werden bei diesem Verfahren aber die Kurven wesentlich kleiner, und bei nicht ganz sorgfältiger Ausführung des Schleifkontaktes des Widerstandsschleifdrahtes springt der Lichtfleck leicht, was sich in den Kurvenbildern auf dem Leuchtschirm störend bemerkbar macht.

In der angegebenen Anordnung läßt sich statt des Barretters, wodurch eine i^2, d. h. dem Stromeffekt proportionale Resonanz-

[1]) W. WIEN, Ann. d. Phys. (4) **35**, 26, 1908.
[2]) J. ZENNECK, Wied. Ann. **69**, 838, 1899.

kurve erzielt wird, wohl auch mit Erfolg ein Quecksilbergleichrichter verwenden. Infolge der geringen zur Verfügung stehenden Energie müßte dann zur Aufrechterhaltung des Betriebes ein Hilfsbogen [1]) angeordnet werden, während die Gleichrichtung des Schwingungsstromes zwischen besonderen Elektroden erfolgt. Schaltet man einen solchen Gleichrichter in der bei Wechselstrom gebräuchlichen Schaltung in einen Schwingungskreis ein, so läßt sich im Gleichstromkreise bei Verwendung großer Selbstinduktion ein von Pulsationen fast freier Gleichstrom erwarten, dessen Intensität nur vom Resonanzgrad abhängt und der in Verbindung mit dem Oszillographen oder der BRAUNschen Röhre die Resonanzkurve gleichfalls als Linie ergibt.

---

[1]) G. SCHULZE, Elektrot. ZS. **31**, 373, 1910.

Charlottenburg, 15. März 1912.

Phys. Institut der Techn. Hochschule.

Die Ionenbeweglichkeit in gesättigtem Wasserdampf;
von Karl Przibram.

(Eingegangen am 10. Juli 1912.)

An anderer Stelle [1]) wurden Messungen der Ionenbeweglichkeit in gesättigten Dämpfen mitgeteilt, die für Wasserdampf einen auffallend kleinen Wert (0,95) des Quotienten $\frac{\overset{-}{u}}{\overset{+}{u}}$ ergeben hatten. Im Hinblick auf die Untersuchungen von J. Franck [2]) über den Zusammenhang von Ionenbeweglichkeit und Elektronenaffinität gewinnt dieses Resultat vielleicht erhöhtes Interesse, und es sei daher gestattet, über neuere Messungen zu berichten, die, unter etwas günstigeren Bedingungen angestellt, im wesentlichen zu demselben Ergebnis geführt haben.

Ein Mangel der früheren Messungen bestand darin, daß die nach der Methode von H. Mache [3]) gemessenen Beweglichkeitswerte anscheinend mit wachsender Strömungsgeschwindigkeit des Gases zunahmen und, wie die Vergleichsmessungen in Luft ergaben, zu klein ausfielen, wenn nicht auf unendlich große Gasgeschwindigkeit extrapoliert wird. Da die damals benutzten Geschwindigkeiten verhältnismäßig klein waren (758 cm^3 sec), so konnte hierbei ein beträchtlicher Fehler unterlaufen. Es war also wünschenswert, die Messungen bei möglichst hohen Geschwindigkeiten zu wiederholen; auch sollten sie zur Erreichung sicherer Resultate über eine längere Zeit erstreckbar sein, als bei dem geringen Volumen des benutzten kleinen Dampfkessels möglich war.

Beide Vorteile konnten erzielt werden, als mir im Winter 1909/1910 mein Bruder Dr. Hans Przibram die Dampfheizungsanlage der Biologischen Versuchsanstalt in Wien zur Verfügung stellte. Die Versuchsanordnung war im wesentlichen der früher benutzten gleich. Das Meßrohr, in welches der Dampf direkt aus der Leitung der Dampfheizung eintrat, hatte einen Radius R von 1,95 cm; die Elektrode des Hilfskondensators einen

---

[1]) Wiener Ber. **117** [2a], 665, 1908; **118** [2a], 331, 1909.

[2]) Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 613, 1910. Vgl. auch den Bericht im Jahrbuch f. Rad. u. El. **9**, 235, 1912.

[3]) Phys. ZS. **4**, 717, 1903.

Radius r von 0,45 cm und eine Länge l von 30 cm. Die Spannung wurde einer Batterie von Leclanchéelementen entnommen. Als Ionisator diente wieder Polonium. Die Isolierung der Elektrode, an welcher die Zerstreuung gemessen wurde, erfolgte ebenso wie früher durch Luft, d. h. sie wurde nur von dem Bernstein des Elster-Geitel-Elektroskopes getragen, zu dem der Dampf keinen Zutritt hat, und trat ohne Berührung durch eine kleine seitliche Öffnung in das Dampfrohr ein. Die kleine Öffnung, sowie die Zerstreuung an den Leitungsteilen außerhalb des Dampfrohres bewirkten keine merkliche Störung. Zur Kontrolle der Geschwindigkeit des Dampfes wurde der Druck in einer offenen, gegen den Dampfstrom gerichteten Röhre mittels eines Mikromanometers gemessen, und es wurden die Zerstreuungswerte stets auf gleiche Geschwindigkeit umgerechnet, um die unvermeidlichen Schwankungen zu eliminieren. Zur Bestimmung des Absolutwertes der Dampfgeschwindigkeit wurden die Angaben der Druckröhre in einem Luftstrom mit einem KRELLschen Pneumometer verglichen, und außerdem die Dampfmenge durch Kondensation bestimmt.

Die Figur zeigt den Zusammenhang zwischen der Zerstreuung (in willkürlichen Einheiten) und der an den Hilfskondensator angelegten Spannung bei einer Dampfgeschwindigkeit V von 4080 cm³/sec.

Als Spannung Δv, die alle Ionen im Hilfskondensator abfinge, wenn nicht Störungen durch Diffusion, Turbulenz usw. aufträten, die bei höheren Spannungen eine Krümmung der Kurve von der Spannungsachse weg bewirken[1]), ergibt sich 32 Volt für die positiven Ionen, 40 Volt für die negativen. Die Formel

$$u = \frac{V \ln \frac{R}{r}}{2 \pi l \Delta v}$$

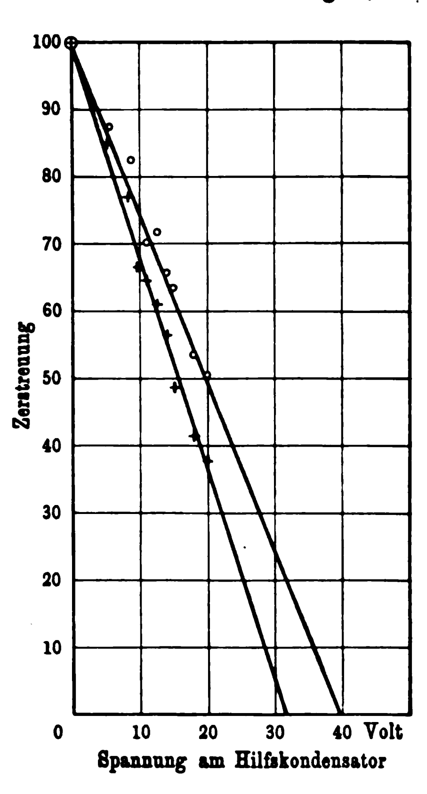
gibt $\overset{+}{u} = 0{,}99$, $\overline{u} = 0{,}79$. Bei einer kleineren Geschwindigkeit 2200 cm³/sec ist $\overset{+}{u} = 0{,}85$, $\overline{u} = 0{,}71$.

Kontrollversuche in Luft ergaben, daß bei der höheren Geschwindigkeit die gemessene Beweglichkeit noch mit 1,14 zu multiplizieren ist, um den bekannten Wert zu ergeben. Nimmt

[1]) Daß dies nicht durch das Vorhandensein langsamer Ionen zu erklären ist, wie früher vermutet wurde, geht daraus hervor, daß eine Beweglichkeitsmessung der dem ersten Hilfskondensator noch entkommenden Ionen mittels eines zweiten Hilfskondensators wieder normale Beweglichkeitswerte liefert.

man diese Korrektur an den Messungen in Wasserdampf vor, so erhält man $\overset{+}{u} = 1{,}13$, $\overline{u} = 0{,}90$. Die früheren Versuche hatten geliefert: $\overset{+}{u} = 1{,}0$, $\overline{u} = 0{,}95$; in Anbetracht der geringen Genauigkeit der Methode eine hinreichende Übereinstimmung. Da die verschiedenen Fehlerquellen die Werte eher erniedrigen, so dürfte es angezeigt sein, aus den beiden Messungsserien die größeren Werte zu wählen, so daß sich als Endresultat ergibt:

$$\overset{+}{u} = 1{,}1, \quad \overline{u} = 0{,}95.$$



Die Messungen an anderen gesättigten Dämpfen konnten bisher nicht in größerem Maßstabe wiederholt werden. Eine solche Wiederholung wäre um so erwünschter, als E. M. Wellisch [1]) bei seinen jedenfalls genaueren, nach einer Modifikation der Langevinschen Methode in ungesättigten Dämpfen angestellten Messungen Resultate erhielt, die zum Teil mit meinen in gesättigten Dämpfen gewonnenen schwer vereinbar sind. So sind nach meinen Messungen in gesättigtem Alkoholdampf die negativen Ionen die leichter beweglichen, nach Wellisch im ungesättigten die positiven. Erst die Klärung dieser Verhältnisse ließe aber den Zusammenhang zwischen Elektronenaffinität, Beeinflussung der Ionenbeweglichkeit in Luft durch Dämpfe, Verhältnis der Beweglichkeiten in reinen Dämpfen und der Kondensation auf Ionen bei Übersättigung, wie er in den bisher vorliegenden Resultaten angedeutet zu sein scheint, feststellen.

[1]) Phil. Trans. (A.) 209, 249, 1909.

Wien, Juli 1912.

Über hohe Anfangsgeschwindigkeiten durch ultraviolettes Licht ausgelöster Elektronen; von R. A. Millikan.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. Juni 1912.)
(Vgl. oben S. 605.)

Die folgenden Ergebnisse scheinen den Beweis zu liefern, daß unter geeigneten Bedingungen ultraviolettes Licht Elektronen aus Metallen auszulösen vermag, deren Geschwindigkeiten hundertmal größer sind als die gewöhnlich beobachteten, oder als die nach der PLANCKschen Formel ($\varepsilon = h\nu$ oder $PDe = h\nu$) berechneten. Dies Resultat ist so überraschend, daß ich, bevor ich irgend eine Erklärung versuche, eine kurze chronologische Übersicht über die rein experimentellen Anordnungen und Ergebnisse vorausschicken will.

I. Experimente.

Im Jahre 1905 haben Herr WINCHESTER[1]) und ich zu entscheiden versucht, was für eine Funktion der Temperaturen die photoelektrische Emission von verschiedenen Metallen eigentlich sei. Bei diesen Versuchen benutzten wir verschiedene Röhren, hauptsächlich aber eine der in Fig. 1 dargestellten Form. Da diese Röhre auch bei späteren Beobachtungen verwendet wurde, soll sie im folgenden kurz beschrieben werden.

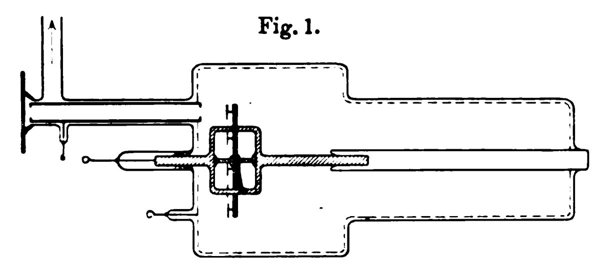
Elf Scheiben von verschiedenen Metallen wurden auf den Rand eines elektromagnetisch drehbaren Rades fest angeordnet, so daß jede in den Weg eines ultravioletten Lichtstrahls hineingedreht werden konnte. Der Lichtstrahl ging von einer vollkommen abgeschirmten Funkenquelle aus und passierte zwei Diaphragmen von 7 mm Durchmesser und ein Quarzfenster, bevor er senkrecht auf eine Scheibe fiel. Die Röhre stand dauernd mit einer Quecksilberpumpe in Verbindung, die nach den Ablesungen eines MC LEODschen Manometers ein Vakuum zwischen 0,000001 mm und 0,00001 mm aufrecht erhielt. Der Quecksilberdampf war aus dem Rohre nicht entfernt, dagegen waren alle Arten Fettdämpfe

---

[1]) Phil. Mag. (6) **14**, 188, 1907. (Vorgetragen am 29. September 1906.)

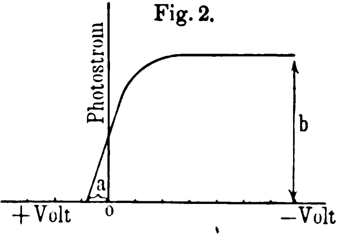
vollkommen eliminiert. Die Messungen wurden in der Weise vorgenommen, daß sie entweder den Verlust der elektrisch geladenen Scheibe, oder das Auftreten von Elektrizität in der den ganzen Raum umgebenden Drahthülle ermittelten. Wir beobachteten in einigen Fällen nach dem Vorgange von LENARD die ganze Photostrompotentialkurve und erhielten stets eine der

Fig. 1.



seinigen ähnliche Kurve (Fig. 2), obgleich wir nur die *a* und *b* entsprechenden Ablesungen veröffentlicht haben, welche beziehungsweise die Zahl der durch das Licht ausgelösten Elektronen und die maximale Geschwindigkeit messen. Wir fanden alle beobachteten Photoeffekte ganz unabhängig von der Temperatur, ein Ergebnis, zu dem gleichzeitig mit uns LIENHOFS[1]) gelangt war und welches seitdem oftmals bestätigt worden ist. Bei allen diesen Messungen lagen die Anfangsgeschwindigkeiten zwischen 0 und 2 Volt.

Fig. 2.



Wegen der vollkommenen Übereinstimmung in diesen Messungen hielt ich es für sehr wahrscheinlich, daß sich die Ermüdungserscheinungen im höchsten Vakuum nicht zeigen würden. Ich untersuchte deshalb noch im nächsten Jahre die Wirkung starker und dauernder Belichtung und fand auch hier in der Tat keine Ermüdungserscheinungen; im Gegenteil, Photoströme wuchsen in allen Fällen und erreichten ein konstantes Maximum[2]).

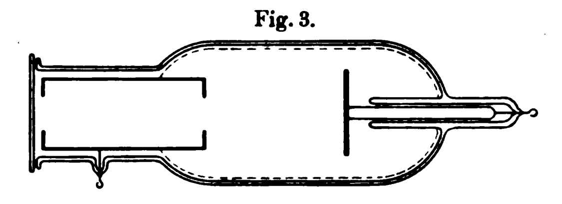
Zunächst stellte ich in derselben schon beschriebenen Röhre (Fig. 1) Versuche über die Wirkung von Dauerbelichtung auf das maximale positive Potential an und fand, daß es mit den Photo-

[1]) Ann. d. Phys. (4) **21**, 284, 1906.
[2]) Phys. Rev. **29**, 85, 1909.

strömen wuchs. Dies Resultat erschien besonders auffallend, weil die Potentiale die nach der PLANCKschen Formel zulässigen überschritten. Der höchste Wert, der in diesen Versuchen erreicht wurde, wurde im Kupfer gefunden und belief sich auf ungefähr 25 Volt. Diese Zunahme schrieb[1]) ich dem zerstörenden Einfluß des Lichtes auf eine verzögernde Gasschicht auf der Oberfläche zu, weil ich glaubte den Beweis erbracht zu haben, daß eine solche Gasschicht tatsächlich vom Licht entfernt worden war.

Im nächsten Jahre stellten Herr WRIGHT und ich eingehendere Versuche über die Wirkung von dauernder Belichtung an. Wir fertigten zwei neue Röhren, die eine der in Fig. 1 abgebildeten

Fig. 3.



ähnlich, doch trafen wir Vorsorge, die Metalle vor dem Einflusse des Quecksilberdampfes zu schützen. Die zweite, sehr einfache Röhre glich der in Fig. 3 gezeichneten. Die Ergebnisse[2]) bestätigten die Ansicht, die ich schon vorher ausgesprochen hatte. Der einzige Unterschied zwischen den mit beiden Röhren gewonnenen Resultaten bestand darin, daß die Röhre, aus welcher der Quecksilberdampf entfernt war, im Laufe der Zeit nach der Belichtung kleine Änderungen zeigte, die bei der ersten Röhre nicht beobachtet worden waren. Dieser Unterschied ist wahrscheinlich auf das verschiedene Verhalten einer amalgamierten und einer reinen Oberfläche zurückzuführen. Auch in der neuesten Zeit ist diese Ansicht über die Vergrößerung der photoelektrischen Effekte durch die Entfernung einer verzögernden Gasschicht in einer Arbeit von POHL und PRINGSHEIM[3]) bestätigt worden. Alle diese Versuche zeigen also, daß sowohl die Anfangsgeschwindigkeiten als auch die Photoströme durch die Entfernung einer verzögernden oberflächlichen Schicht, die sogar noch in dem allerbesten Vakuum existieren kann, gesteigert werden können; sie zeigen aber auch,

[1]) Phys. Rev. **30**, 287, 1910.
[2]) Ebenda **34**, 68, 1912.
[3]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 546, 1912.

daß diese Steigerung verhältnismäßig klein ist. **Es gibt nun noch eine andere und viel wirksamere Ursache hoher Anfangsgeschwindigkeiten, welche in einer besonderen Eigenschaft der Funkenquelle des ultravioletten Lichtes begründet ist.**

Es sei bemerkt, daß alle vorhergehenden Versuche mit einer Funkenquelle statt mit der Quarzquecksilberlampe durchgeführt wurden[1]). Vor nunmehr zwei Jahren, als ich die Wirkung von sehr starker Belichtung untersuchte, bemerkte ich, daß das maximale positive Potential im allgemeinen eine Funktion der elektrischen Konstanten der Funkenstrecke war, und daß irgend ein Einfluß, welcher die Entladungsbedingungen des Funkenkreises änderte, auch eine verhältnismäßig große Änderung des positiven Potentials verursachen konnte. Deshalb wurden die obigen Experimente über die Wirkung der Belichtung sowohl wie diejenigen über die Wirkung der Wellenlänge[2]) unter sorgfältiger Innehaltung der Konstanz der elektrischen Bedingungen des Funkenkreises durchgeführt. Doch wurden getrennte Untersuchungen über die Wirkungen von Änderungen der Selbstinduktion, Kapazität usw. auf Photopotentiale begonnen. Nachdem LENARD dies Potential ganz unabhängig von der Intensität gefunden hatte, schien es damals notwendig, anzunehmen, daß Änderungen der Selbstinduktionen usw. merkwürdige Änderungen in den Wellenlängen des ultravioletten Spektrums verursachten. Doch zeigten Photographien des ultravioletten Spektrums mit einem Konkavgitter keine wahrnehmbaren Änderungen weder in der Verteilung von Wellenlängen noch in der Intensität, obgleich die positiven Potentiale gleichzeitig große Änderungen ergeben. Auch wurden in diesen Versuchen die positiven Potentiale durch die Herabsetzung der Selbstinduktion zu sehr kleinen Werten so hoch gesteigert (bis zu etwa 100 Volt), daß jeder Versuch, diese Werte vom Standpunkte der Einführung neuer Linien in das ultraviolette Spektrum zu erklären, zwecklos war. Deshalb wurde

---

[1]) Diese Tatsache kann sich vielleicht auch als wichtig für die Steigerung der Anfangsgeschwindigkeiten durch Belichtung erweisen. Die neulich von v. BAEYER und TOOL (Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 569, 1911) bemerkte Beeinflussung der Anfangsgeschwindigkeiten durch Glimmentladung kommt hier nicht in Betracht, da keine Hochspannungsentladungen durch die benutzten Gefäße hindurchgegangen sind.

[2]) J. R. WRIGHT, Phys. Rev. **33**, 43, 1911.

eine sorgfältige Vergleichung der Wirkungen von dem ultravioletten Licht der Quarzquecksilberlampe mit demjenigen der Funkenquelle unternommen. Die Kurven, die in Fig. 4 dargestellt werden, sind typisch für alle diese Vergleichungen. Die zwei Kurven wurden mit unzerlegtem Lichte gewonnen, welches auf die Aluminiumscheibe der Röhre der Fig. 1 fiel. Genau ähnliche Kurven wurden aber mit Gold- und Silberscheiben gefunden. Die Ablesungen selbst sind in der Tabelle 1 mitgeteilt.

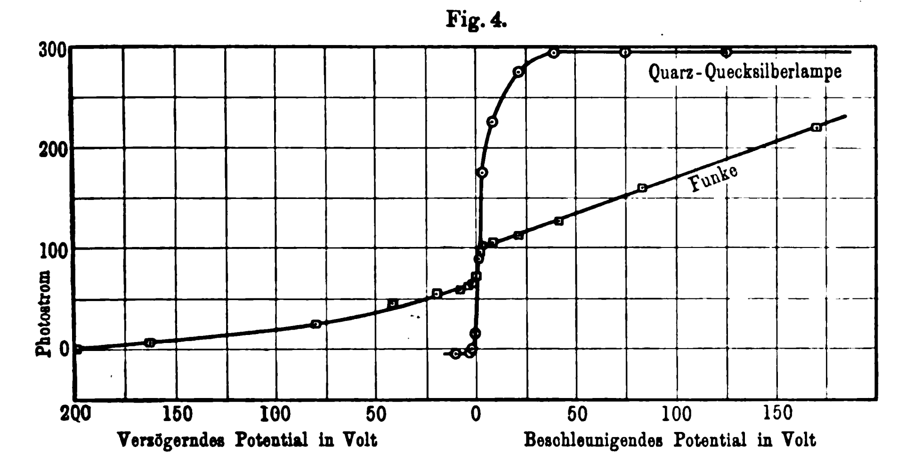
Tabelle 1.

Quecksilberlampe		Funkenquelle	
Volt auf der Scheibe	Ablesung (Teilstriche)	Volt auf der Scheibe	Ablesung (Teilstriche)
— 125	296	— 170	110,2
— 75	295	— 83	80
— 40	297,5	— 41	63,2
— 21	274	— 21	56
— 8	226,5	— 8	53
— 4,6	175,5	— 4	50,5
— 2	90	— 2	48,2
0	18,5	0	35,5
+ 2	0	+ 2	32,7
+ 4	— 3,0	+ 4	31,5
+ 10	— 4,0	+ 8	29,5
		+ 20	27,0
		+ 41	22,0
		+ 80	12,0
		+ 162	3,0
		+ 194	0,0

Bei diesen Messungen stand das Elektrometer, das eine Empfindlichkeit von etwa 120 Teilstrichen für 1 Volt hatte, in Verbindung mit der Drahthülle. Die Ablesungen wurden durch 7 Sekunden lange Öffnung eines in dem Wege des Lichtstrahles befindlichen Diaphragmas vorgenommen. Außer dem Wechsel der Lichtquelle waren die Bedingungen, unter welchen die beiden Kurven abgeleitet wurden, genau dieselben. Die durchschnittlichen Intensitäten der beiden Lichtquellen, die durch Sättigungsphotostrom gemessen wurden, waren nicht sehr verschieden (s. Tabelle). Der Funke wurde hervorgebracht durch 3 Leidener Flaschen, die durch ein großes Induktorium (Schlagweite 25 cm)

geladen wurden. Durch die Primärspule dieses Induktoriums ging ein Wechselstrom von etwa 7 Ampere. Die Funkenstrecke hatte eine Länge von etwa 3 mm; die Funkenelektroden waren aus Eisen und hatten einen Durchmesser von 2,5 mm. Das Vakuum war sehr hoch und in diesem Falle ist es auf 4 Jahre erhalten geblieben. Diese letzte Bedingung scheint aber gar nicht notwendig. Die gewöhnliche Versuchsanordnung ist in Fig. 5 skizziert. Die drei Leidener Flaschen C waren ursprünglich für Zwecke der drahtlosen Telegraphie konstruiert. Die Belegungen wurden durch einen elektrolytischen Niederschlag von Kupfer hergestellt. Jede Flasche hat eine äußere Oberfläche von etwa 700 qcm. Die

Fig. 4.



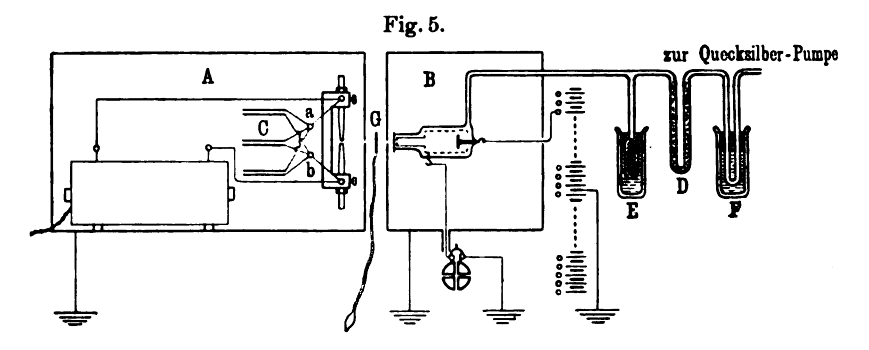
zwei Schirmkästen A und B bestehen aus Eisen. Die Röhre D ist mit Goldschaum gefüllt, die Gefäße E und F mit flüssiger Luft. a und b sind Quecksilberkontakte, G ein Diaphragma.

Aus Fig. 4 sieht man, daß die Quecksilberlampe eine Kurve ergibt, die den von anderen Beobachtern gefundenen ganz ähnlich ist. Die Kurve der Funkenquelle dagegen nimmt einen ganz anderen Verlauf und zwar stimmt dieser ganze Verlauf mit der Annahme überein, daß die Funkenquelle imstande ist, Elektronen mit viel größeren Geschwindigkeiten auszulösen, als die Quecksilberlampe. Auf diesen Punkt kommen wir später noch zurück.

Um sicher zu sein, daß diese auffallende Wirkung des Funkens nicht ihre Ursache in irgend einer Besonderheit der Anordnung hatte, stellte ich vier verschiedene Röhren her, mit denen allen ich gleiche Ergebnisse erhielt. Zwei von diesen

Röhren hatten die in Fig. 1 gegebene Gestalt, die dritte ist in Fig. 3 und die vierte in Fig. 6 abgebildet. Diese letzte Röhre war so eingerichtet, daß man ein elektrisches Feld zwischen dem Drahtnetze und dem umgebenden Messingzylinder hervorbringen

Fig. 5.

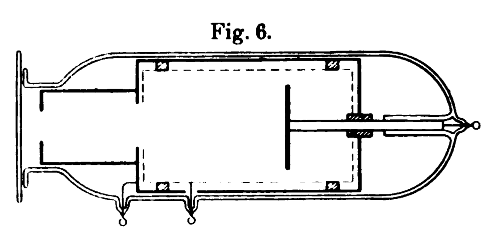


konnte. Doch hatte diese Einrichtung für die hier beschriebenen Messungen keinen Zweck.

In einem Falle habe ich ein elektrostatisches Voltmeter nach Kelvin und White direkt mit dem beleuchteten Elektroden verbunden und unter Beleuchtung von + 160 Volt eine Selbstaufladung direkt abgelesen.

Um mich zu überzeugen, daß die beobachtete Wirkung wirklich durch ultraviolettes Licht hervorgebracht wurde und nicht durch Röntgenstrahlen oder irgend andere denkbare Strahlungen des Funkens, habe ich die folgenden Messungen über das Absorptionsvermögen verschiedener Substanzen für die wirksamen Strahlen durchgeführt. Bei diesen Messungen wurde ein beschleunigendes Potential von etwa 30 Volt auf die belichtete Elektrode aufgebracht. Die ersten beiden Spalten der folgenden Tabelle geben die zwischengeschobene Substanz und ihre Dicke, die dritte und vierte Spalte geben die Anteile der durchgelassenen photoelektrischen Wirkung von der Quarz-Quecksilberlampe bzw. von der Funkenquelle an.

Fig. 6.



Diese Tabelle enthält den überzeugenden Beweis dafür, daß die wirksamen Strahlen aus gewöhnlichem ultravioletten Licht

Tabelle 2.

Substanz	Dicke mm	Proz. der durchgelassenen Wirkung	
		Hg-Lampe	Funkenquelle
Quarz	2,2	85	67
Flußspat	2,2	63,4	58
Kalkspat	2,10	12,9	10,7
Glimmer	2,032	0,0	0,0
Wasser	2,43	99	99
Alkohol	2,43	65	60
Glas	2,24	0,0	0,0
Benzol	2,43	0,0	0,0
Aluminium	2,0008	—	0
Silber	2,0009	—	3

aus den Wellenlängen zwischen 180 $\mu\mu$ und 300 $\mu\mu$ bestehen, da das Glas alle Wellenlängen größer als 300 $\mu\mu$ durchläßt, während Quarz alle Wellenlängen zwischen 180 und 100 $\mu\mu$ absorbiert. Dagegen zeigen Glimmer und Benzol starke Absorption in dem zwischenliegenden Gebiet genau wie hier; Wasser, Flußspat, Kalkspat und Quarz sind in diesem Gebiet durchlässig. Die verhältnismäßig kleinen Verschiedenheiten der Absorption des Lichtes der beiden Quellen sind durch die verschiedenen Verteilungen des Lichtes in den beiden ultravioletten Spektren leicht zu erklären. Wenn Strahlen von einer Wellenlänge kleiner als 100 $\mu\mu$ überhaupt vorhanden wären, dann würde die vollkommene Absorption sehr dünner Schichten von Glimmer, Benzol, Aluminium und Silber sehr schwer zu verstehen sein. Tatsächlich absorbiert Benzol so stark, daß die auf einer Quarzplatte haftende Benzolschicht vollkommen undurchlässig ist.

Um noch einen weiteren Beweis für die Richtigkeit des Schlusses, daß diese hohen Geschwindigkeiten eigentlich durch gewöhnliches ultraviolettes Licht hervorgebracht werden, zu erbringen, zerlegten wir die Strahlen der beiden Quellen mit einem Quarzspektroskop (Prismenwinkel 60°) und, mit monochromatischem Licht (Wellenlänge etwa 220 $\mu\mu$) arbeitend, erhielten wir zwei Kurven, die denen der Fig. 4 ganz ähnlich waren. Die höchsten bis jetzt mit unzerlegtem Licht erreichten Anfangsgeschwindigkeiten sind etwa 80 Volt, doch ist es wenig zweifelhaft, daß dieses Potential noch weiter gesteigert werden kann.

Um zunächst zu prüfen, ob die Erklärung aller dieser sonderbaren Ergebnisse mit Funkenquellen nicht in der Annahme gefunden werden kann, daß das Licht zwar notwendig war, die Elektronen frei zu machen, daß aber ihre Geschwindigkeiten auf die kräftigen elektromagnetischen Störungen zurückzuführen seien, die von der Funkenstrecke ausgehen, habe ich die Quecksilberlampe und den Funken so gestellt, daß beide ihr Licht zusammen auf die Metallscheibe senden konnten. Die Funkenelektroden befanden sich sehr nahe bei der Quecksilberlampe, zwischen ihr und der Scheibe. Sie waren aber so klein (2,5 mm Durchmesser), daß sie nur wenig Schattenwirkung auf das Licht der Quecksilberlampe ausübten. Dann, während der Funke dauernd in Betrieb gehalten wurde, habe ich sie wenige Millimeter seitlich verschoben, so daß ihr Licht nicht auf die Scheibe fallen konnte. Auf diese Weise konnte die Quecksilberlampe die Elektronen frei machen, und die von der Funkenquelle herrührenden elektromagnetischen Störungen hätten die hohen Geschwindigkeiten hervorbringen können, wenn dies überhaupt möglich gewesen wäre. Die so gewonnene Kurve war in jeder Hinsicht die der Quecksilberlampe (s. Fig. 4). Die Elektrometernadel blieb auf dem Nullpunkt stehen, als ein Potential von + 2 Volt angelegt und die Blende weggenommen wurde. Aber in dem Augenblick, in welchem die Funkenstrecke ein paar Millimeter vorwärts geschoben war, so daß ihr Licht auf die Elektrode zu fallen anfing, wurde die Elektrometernadel in schnelle Bewegung versetzt, und es mußte ein Potential von + 200 Volt angelegt werden, um ihre Bewegung zu verhindern. Die Bewegung hörte aber sofort in dem Augenblick auf, in welchem die Funkenstrecke noch wenige Millimeter weiter geschoben wurde, so daß ihr Licht nicht mehr auf die Scheibe fiel. Dieser Versuch wurde mit kleinen Änderungen viele Male wiederholt und es gab jedesmal dasselbe Resultat.

Auch habe ich den ganzen Funkenapparat in einen eisernen Kasten von 2 mm Wandstärke eingesetzt, ohne die Kurve der Funkenquelle zu ändern.

Diese Versuche scheinen also den überzeugenden Beweis zu erbringen, daß die hohen Geschwindigkeiten, die mit dem Funken hervorgebracht werden, tatsächlich ihre Ursache in der direkten Wirkung des ultravioletten Lichtes selbst haben und nicht in irgend welchen sekundären Wirkungen des Funkenkreises.

Um zunächst zu entscheiden, ob diese hohen Geschwindigkeiten ähnlich den kleinen von anderen Beobachtern erhaltenen Geschwindigkeiten unabhängig von der Intensität des Lichtes seien, habe ich den Abstand des Funkens um etwa das Dreifache vermehrt und so die Intensität bis etwa $^1/_8$ vermindert, ohne irgend eine Veränderung des maximalen positiven Potentials zu finden. Auch wurde die Intensität bis zu $^1/_8$ vermindert durch Einschiebung von absorbierenden und reflektierenden Substanzen (5 Quarzplatten usw.), ohne das maximale positive Potential zu ändern. Demgemäß können wir sicher sein, daß diese hohen Potentiale ebenso wie die kleinen unabhängig von der Intensität sind, **wenn man die Intensität auf diese Weise und zwischen diesen Grenzen ändert.**

Tabelle 3.

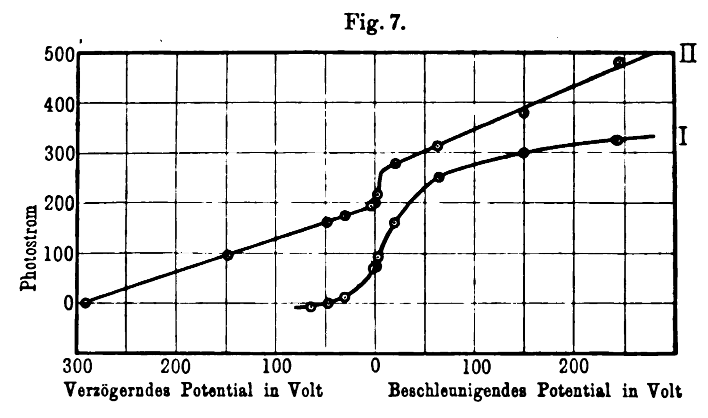
Funken-elektrode	Maxim. pos. Potential in Volt			Sättigungs-photostrom bei — 200 Volt
	Al	Au	Cu	
Fe.	120	174	68,7	300
Cd.	118	165	63,5	121
Ni.	111	156	59,7	227
Cu.	111	154	59,5	113
Zn.	110	146	50,2	338
Al.	104	137	43,5	268

Auch wenn man verschiedene Metalle für die Funkenelektrode braucht, sind die Maximumpotentiale nur wenig verschieden. Tabelle 3 enthält einige Beobachtungen über die Einwirkung des Wechsels der Funkenelektroden, wenn die belichtete Scheibe in einem Fall Aluminium, in einem anderen Fall Gold, und in einem dritten Fall Kupfer war. Die absoluten Werte der in den drei Spalten enthaltenen Zahlen sind nicht untereinander vergleichbar, da sie zu sehr verschiedenen Zeiten und unter sonst sehr verschiedenen Bedingungen gewonnen wurden. Dagegen entsprechen die Zahlen jeder einzigen Spalte genau denselben Bedingungen außer dem Wechsel der Funkenelektrode. In allen Fällen wurden die Gestalt und der Abstand dieser Elektroden genau gleich gemacht. Obwohl die Einstellung auf diese hohen Potentiale nicht sehr genau vorgenommen werden kann, scheinen diese Beobachtungen einen tatsächlichen, wenn auch nicht sehr bedeutenden Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten auf die Art der

Funkenelektroden zu zeigen. Wie man aus der letzten Spalte ersieht, war aber die photoelektrische Wirkung der verschiedenen Funken bei beschleunigenden Feldern sehr verschieden. Der kleine Einfluß des Wechsels der Funkenelektroden entspricht genau WRIGHTS[1]) Ergebnis, daß die Kurve, welche das Verhältnis zwischen positivem Potential und Wellenlänge ausdrückt, durch einen Wechsel der Funkenelektrode nur wenig verändert wird.

Diese hohen Anfangsgeschwindigkeiten sind beobachtet worden auf Aluminium-, Silber-, Gold-, Kupfer- und Messingscheiben, und die Natur der belichteten Substanz scheint dabei keine große Rolle zu spielen. Doch habe ich bis jetzt keine genauen dies-

Fig. 7.



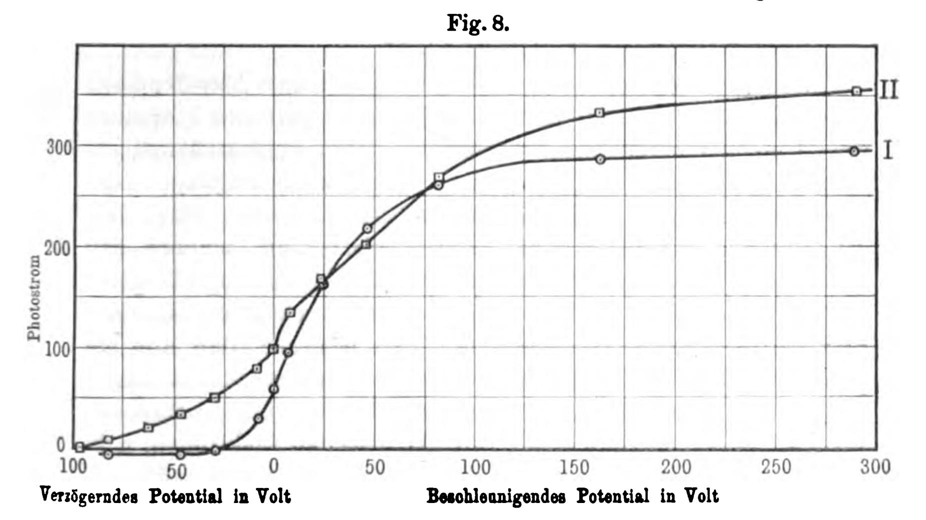
bezüglichen Messungen vorgenommen. Die elektrischen Bedingungen der Funkenquelle spielen sicher die Hauptrolle. So lange alle diese Bedingungen ganz konstant gehalten werden, kann eine bestimmte Kurve mit einem gewissen Grade von Genauigkeit reproduziert werden. Aber Änderungen in Kapazität, Selbstinduktion, Funkenlänge, Energieeinfluß in der Primärspule oder Blasen auf die Funkenstrecke können große Veränderungen in der Form der Funkenkurven verursachen. Ich habe Funkenkurven erhalten, welche denen der Quecksilberlampe ganz ähnlich sind und auch alle Arten von Kurven zwischen den beiden in Fig. 4 dargestellten Formen. Die Fig. 7 und 8 geben einige dieser Kurven wieder. Kurve I und II der Fig. 7 entsprechen genau denselben Bedingungen, abgesehen von einer Kapazitätsänderung von einer (I) zu drei Leidener Flaschen (II). Diese Änderung

[1]) Phys. Rev. 33, 43, 1911.



wurde einfach durch das Schließen des Quecksilberkontaktes (*a* u. *b* in Fig. 5) und ganz ohne Störungen von anderer Seite verursacht. Jede Ablesung mit drei Flaschen folgte direkt nach einer Ablesung bei demselben Potential mit einer Flasche. Ähnlicherweise entsprechen die Kurven I und II der Fig. 8 der Einschaltung von ein bzw. drei Leidener Flaschen, aber hier waren die anderen elektrischen Bedingungen nicht dieselben wie bei den Kurven der Fig. 7. Die Ordinaten der Fig. 7 u. 8 geben die Ablesungen selbst

Fig. 8.



in Teilstrichen. Obgleich in diesen beiden Fällen eine Vermehrung der Kapazität einer Vermehrung des positiven Potentials entspricht, ist das nicht immer der Fall. Zum Beispiel hat bei einem Versuch die nacheinander erfolgende Einschaltung von ein, zwei und drei Leidener Flaschen positive Potentiale von 170, 450 und 251 Volt hervorgebracht. Auch Vermehrung der Energie des Primärstromes vermehrt nicht immer das positive Potential. In einem Falle hat eine Vermehrung des Primärstromes von 5 auf 20 Amp. eine Verringerung des positiven Potentials von 70 auf 10 Volt herbeigeführt. Vermehrung der Funkenlänge von 2 bis 3 mm dagegen, wie auch das Blasen gegen die Funkenstrecke scheinen immer das positive Potential zu erhöhen. Oft verursachen sehr kleine Änderungen der Selbstinduktion verhältnismäßig große Änderungen des positiven Potentials. Die sehr hohen Werte der positiven Potentiale habe ich aber nur mit der kleinstmöglichen Selbstinduktion bekommen. Im allgemeinen scheint jeder Einfluß,

welcher die Plötzlichkeit einer gewissen Entladung vermehrt, das positive Potential zu erhöhen. Die herabdrückende Wirkung von zu großer Kapazität oder zu großem Primärstrom ist vielleicht mit einer zu großen Leitfähigkeit der Funkenstrecke zu verknüpfen. In diesem Falle nähern sich die Bedingungen der Funkenstrecke denjenigen eines Lichtbogens; man bemerke auch in dieser Beziehung die Reihenfolge der Metalle in Tabelle 3 wie auch den Einfluß der Vergrößerung der Funkenstrecke und des Blasens.

II. Diskussion.

Was nun die Bedeutung dieser Erscheinungen betrifft, kann man sicher schließen, daß die hohen Werte des positiven Potentials irgend einen inneren Zusammenhang mit den Eigenschwingungsbedingungen oder wenigstens den Entladungsbedingungen des Funkenkreises haben. Die allereinfachste Annahme wäre, daß diese Effekte gar nicht rein photoelektrisch sind, sondern daß die hohen Geschwindigkeiten durch die Einwirkung längerer elektromagnetischer Wellen auf die schon durch Licht befreiten Elektronen hervorgebracht werden. Man bemerke, daß alle die gegebenen Funkenkurven wie einfache Übereinanderlagerungen von gewöhnlichen Photokurven und irgend einer anderen Wirkung aussehen, welch letztere einen Teil der befreiten Elektronen, z. B. die in einer Richtung ausfliegenden, von der belichteten Metalloberfläche forttreibt und so die linke Seite der Hochgeschwindigkeitskurve hervorbringt und einen anderen Teil der Elektronen in die Oberfläche hineintreibt und so die hohen Werte der beschleunigenden Potentiale zur Überwindung dieses eintreibenden Einflusses nötig macht. Nun sprechen aber die vorher erwähnten Versuche sehr entscheidend gegen diese Annahme und zeigen, daß diese eintreibenden und austreibenden Kräfte in irgend einer Wirkung des ultravioletten Lichtes selbst gesucht werden müssen. Zur weiteren Widerlegung dieser Annahme könnte auch erwähnt werden, daß, wenn diese hohen Geschwindigkeiten nicht durch ultraviolettes Licht selbst verursacht werden, sie keine Abhängigkeit von der Wellenlänge zeigen sollten. Nach WRIGHTS Ergebnissen ist das aber gar nicht der Fall. Weitere Versuche in dieser Richtung sind jetzt im Gang. Aber ganz abgesehen von diesen Versuchen über den Einfluß der Wellenlänge scheinen die erwähnten Versuche über die Abblendung des Lichtes des Funkens streng zu beweisen, daß das Funkenlicht selbst imstande ist, einen ganz



anderen Einfluß auf die Metallelektronen auszuüben als das Licht der Quecksilberlampe. Alle Unterschiede zwischen den Kurven der beiden Quellen sind verständlich, wenn man annimmt, daß die Quecksilberlampe imstande ist, nur kleine Elektronengeschwindigkeiten hervorzubringen, der Funken aber beides, große und kleine Normalgeschwindigkeiten verursachen kann. Das plötzliche Abfallen der Funkenkurve (Fig. 4 und Fig. 7 II) beim Potential Null bedeutet einfach, daß eine Anzahl von Elektronen proportional den Änderungen der Ordinate das Metall mit einer Normalgeschwindigkeit von weniger als 4 Volt verläßt. Die Neigung der Kurve auf der rechten Seite der Y-Achse bedeutet entweder, daß schon befreite und ausgesandte Elektronen gegen das Metall mit großer Geschwindigkeit zurückgetrieben, oder daß einige Elektronen befreit und in einer Übergangsschicht zwischen dem Äußeren und Inneren des Metalls nach innen getrieben werden und große beschleunigende Feldstärken brauchen, um umgewendet und in der entgegengesetzten Richtung beschleunigt zu werden. In der Tat zeigen die Kurven 4, 7 und 8 sehr deutlich, daß je höher das maximale positive Potential, desto höher auch das beschleunigende (negative) Potential werden muß, um Sättigung zu erreichen. Die Tatsache, daß die Anzahl der Elektronen, welche durch das Feld herausgeholt werden — eine Anzahl, die proportional ist dem Unterschied zwischen der Sättigungsordinate und der Nullordinate — größer ist als die Anzahl der Elektronen, welche ohne Hilfe des Feldes davonfliegen, stimmt mit der Beobachtung überein, die von verschiedenen Forschern gemacht worden ist, daß ultraviolettes Licht mehr Elektronen in der Richtung des Lichtes auslöst als in der entgegengesetzten Richtung.

Nun kommt aber die Frage: Wie kann ultraviolettes Licht diese hohen Geschwindigkeiten hervorbringen? Ich suche die Antwort auf diese Frage in der ganz ungeheuren Größe der augenblicklichen Intensität eines Funkens. Allerdings ist bis jetzt allgemein, und zwar auf Grund der Beobachtungen von Lenard und anderen angenommen worden, daß die Anfangsgeschwindigkeit eine Funktion der Wellenlänge allein und unabhängig von der Intensität ist. Nun ist aber diese Unabhängigkeit nur bewiesen worden entweder durch Vergrößerung der Entfernung des Lichtes, oder durch die Einführung absorbierender oder reflektierender Substanzen. Es ist noch nicht gezeigt worden, daß mit Intensitäten von ganz verschiedenen Größenanordnungen und von



verschiedenen Quellen herrührend, wie den hier in Betracht kommenden, solche Unabhängigkeit wirklich existiert. Wenn die Anfangsgeschwindigkeiten sich sprungweise mit der Intensität ändern würden, so würden alle die obigen Beobachtungen verständlich werden. Die bisher vorgenommenen Versuche sind nicht geeignet, solche diskontinuierliche Abhängigkeit festzustellen. Weitere Beobachtungen sollen in dieser Richtung ausgeführt werden. Eine solche Abhängigkeit von der Intensität konnte das von Wright (l. c.) beobachtete Maximum der Anfangsgeschwindigkeit-Wellenlänge-Kurve bei etwa 210 $\mu\mu$ leicht erklären. Die vorliegenden Beobachtungen scheinen zu beweisen, entweder daß die besprochene Unabhängigkeit nicht existiert, oder daß das Licht irgend eine andere Eigenschaft außer der Wellenlänge und Intensität besitzt, auf welche diese Effekte bezogen werden können. Die oszillatorische Entladung eines Kondensators gibt aber reichlich Gelegenheit, sowohl große Verschiedenheiten der augenblicklichen Intensität wie auch verschiedene Phasenverhältnisse einzuführen, um die Verschiedenheit der gewonnenen Kurven zu erklären, ohne die zuletzt erwähnte und sehr radikale Annahme zu machen.

Auf den ersten Blick scheinen diese Ergebnisse im Widerspruch zur Planckschen Formel zu stehen. Doch liegt kein Grund vor anzunehmen, daß ein Elektron nicht mit irgend einer Anzahl Einheiten der Energie ausfliegen könne.

Zusammenfassung.

1. Das ultraviolette Licht eines Funkens ist imstande, an Elektronen Anfangsgeschwindigkeiten bis zu wenigstens 500 Volt hervorzubringen.

2. Die Anfangsgeschwindigkeit kann durch Änderung der Eigenschaften des Lichtes allein in weiten Grenzen variiert werden. Daraus folgt, daß die Energie der ausfliegenden Elektronen von der Absorption der Energie des Lichtes herrührt.

3. Die einfachste Erklärung dieser Tatsache liegt in der Annahme einer diskontinuierlichen Abhängigkeit der Anfangsgeschwindigkeit von der Intensität.

Bei einigen dieser Beobachtungen habe ich die Hilfe der Herren A. F. Milcher und L. G. Lassalle gehabt. Diesen Herren möchte ich meinen besten Dank ausdrücken.

# Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. — 15. August 1912. — Nr. 15.

Zum Vorsitzenden des Wissenschaftlichen Ausschusses der Deutschen Physikalischen Gesellschaft ist nach § 17 (drittletzter Absatz) der Satzungen vom Beirat in Gemeinschaft mit dem Vorstande Herr F. HIMSTEDT gewählt worden.

Über die Verwendung thermodynamischer Potentiale in der physikalischen Chemie;

von P. Gruner.

Zweite Mitteilung. (Eingegangen am 16. Juli 1912.)

Das NERNSTsche Wärmetheorem ermöglicht es, die Gleichgewichtsbedingungen irgend eines Körpersystems (das immerhin die Bedingungen S. 655 der ersten Mitteilung erfüllt) in ganz allgemeiner Weise aufzustellen.

Soll dieses Gleichgewicht bei gegebenem Druck und gegebener Temperatur ermittelt werden, so muß man (gemäß den Darlegungen S. 662 der ersten Mitteilung) nicht die Beziehung 5) $H = U + T \cdot \frac{\partial_v H}{\partial T}$, sondern 6) $F = W + T \cdot \frac{\partial_p F}{\partial T}$ als Ausgangspunkt wählen, bzw., wie dies von PLANCK[1]) durchgeführt wurde, mit der Funktion F oder $\Phi = -\frac{F}{T}$ operieren, anstatt mit H.

[1]) PLANCK, l. c., S. 178 ff.

Wir schließen uns im folgenden dieser PLANCKschen Darlegung an, sie in etwas anderer Weise zusammenstellend und nach gewissen Richtungen hin verallgemeinernd.

1. Vorerst soll die allgemeinere Fassung des NERNSTschen Wärmetheorems festgehalten werden, wonach nicht die Entropie eines Systems chemisch homogener, kondensierter Körper beim absoluten Nullpunkt der Temperatur verschwindet, sondern nur die Entropiedifferenz seiner verschiedenen Modifikationen.

Berücksichtigt man die Beziehungen:

$$S = -\frac{\partial_v H}{\partial T} = -\frac{\partial_p F}{\partial T}, \qquad C_v = \frac{\partial_v U}{\partial T}, \qquad C_p = T \cdot \frac{\partial_p S}{\partial T} = \frac{\partial_p W}{\partial T}$$

und unterscheidet man die Zustände des Systems vor und nach der isothermen Reaktion durch die Akzente I und II, so ergeben sich folgende gleichwertige Ausdrücke des NERNSTschen Theorems für kondensierte, chemisch homogene Körper:

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{T=0} \frac{\partial_v (H'' - H')}{\partial T} = \lim_{T=0} \frac{\partial_v (U'' - U')}{\partial T} \\ &= \lim_{T=0} \frac{\partial_p F'' - F')}{\partial T} = \lim_{T=0} \frac{\partial_p (W'' - W')}{\partial T} = 0 \\ \text{oder} \quad &S_0'' - S_0' = C_{v_0}'' - C_{v_0}' = C_{p_0}'' - C_{p_0}' = 0. \end{aligned}\right\} \quad 12)$$

Physikalisch drückt dies aus, daß die hier auftretenden Größen unabhängig sind von den Massen der einzelnen Bestandteile in den einzelnen Phasen.

In der engeren PLANCKschen Fassung sind statt der Differenzen die betreffenden Größen selber gleich Null zu setzen. So sehr nun auch die Beobachtungen es nahe legen, daß diese Fassung wahrscheinlich ist, und daß direkt $C_{p_0} = C_{v_0} = 0$ sei, so scheint es doch ratsam, diese Spezialisierung nicht von Anfang an in die weiteren Ableitungen einzuführen.

2. Für die weiteren Untersuchungen ist es zweckmäßig, die einzelnen Phasen, aus denen das System besteht, als „Lösungen“ beliebiger Konzentration (fest, flüssig und gasförmig) zu bezeichnen, wodurch sofort der Unterschied einer solchen allgemeineren Phase gegenüber den speziellen Phasen, die chemisch homogen sind,

deutlich sichtbar wird. Als „Lösungsmittel“ wird man die Substanz bezeichnen, die durch die größte Masse in der betreffenden Phase vertreten ist; prinzipiell zeichnet sich dieses Lösungsmittel von den anderen gelösten Substanzen nur bei den „verdünnten Lösungen“ aus. Physikalisch soll eine Lösung dann als verdünnt bezeichnet werden, wenn ihre Eigenschaften nicht mehr von der Wechselwirkung der einzelnen gelösten Substanzen untereinander abhängen.

Bei dieser Betrachtungsweise der Phasen als Lösungen ist es nicht mehr zweckmäßig, die Massen der „unabhängigen Bestandteile“ als Variable einzuführen, sondern die sämtlichen in der Phase auftretenden chemischen Substanzen durch Angabe ihrer Molzahlen (n'_1, n'_2, ..., n''_1, ...) als Variable zu benutzen, und demnach auch die Molkonzentrationen

$$\gamma'_1 = \frac{n'_1}{n'_1 + n'_2 + \cdots}; \quad \gamma'_2 = \frac{n'_2}{n'_1 + n'_2 + \cdots} \cdots \gamma''_1 = \frac{n''_1}{n''_1 + n''_2 + \cdots} \qquad 13)$$

zu verwenden.

3. Die Funktionen S, W, Φ lassen sich in ihrer Abhängigkeit von der spezifischen Wärme darstellen. Um Indiceshäufungen zu vermeiden, soll hinfort unter C stets die spezifische Wärme bei konstantem Druck verstanden sein; um ferner den Grenzübergang beim absoluten Nullpunkt der Temperatur zu erleichtern, schreiben wir allgemein:

$$C = C_0 + \Psi, \qquad 14)$$

wo Ψ eine Temperaturfunktion ist, die bei dem absoluten Nullpunkt verschwindet, also $\Psi_0 = 0$. Natürlich sind C, C_0 und Ψ Funktionen des Druckes p und der Molzahlen n'_1, n'_2, ...[1]). Besteht das System aus lauter chemisch homogenen, kondensierten Körpern, so ist, gemäß der physikalischen Deutung des Nernstschen Theorems, S. 728, C_0 unabhängig von den einzelnen Molzahlen n, folglich auch unabhängig von den Konzentrationen γ (dagegen kann sie immer noch von p selber abhängig sein).

[1]) Dabei kann durch passende Elimination C, C_0 und Ψ auch als vom Volumen V und den Molzahlen n'_1, n'_2, ... abhängig betrachtet werden. Ebenso versteht es sich von selbst, daß diese Größen der unveränderlichen Masse des ganzen Systems proportional und von dessen chemischer Konstitution abhängig sind. Diese Bemerkung gilt in ganz entsprechender Weise auch für die später zu verwendenden Variablen.



Da allgemein

$$C = T \cdot \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial W}{\partial T},$$

wobei in diesen partiellen Differentiationen T allein als variabel anzusehen ist, und sowohl p wie auch $n_1', n_2', \ldots$ als konstant zu betrachten sind, so folgt

$$\left.\begin{aligned} S &= \int_0^T \frac{C}{T} d\,T + S_0(p, n_1', \ldots) \\ W &= \int_0^T C\, d\,T + W_0(p, n_1', \ldots), \end{aligned}\right\} \qquad 15)$$

wobei die Integrationen bei konstantem p und bei konstanten n durchzuführen sind. Wiederum wird nur für Systeme chemisch homogener, kondensierter Körper S_0 von den n unabhängig sein, während W_0 auch dann noch von den Molzahlen der einzelnen, homogenen Phasen abhängen kann.

Durch Einführung von 14) und vermittelst der Substitution

$$\lim_{T=0} (S - C \,.\, \lg T - C) = K_0, \qquad 15a)$$

wo K_0 wieder eine Funktion von p und den n ist, die wieder nur bei chemisch homogenen, kondensierten Systemen von den n unabhängig wird, folgt

$$\left.\begin{aligned} S &= K_0 + C_0 + C_0 \,.\, \lg T + \int_0^T \frac{\Psi}{T} d\,T \\ W &= W_0 + C_0 \,.\, T + \int_0^T \Psi \,.\, d\,T \\ \Phi &= S - \frac{W}{T} = K_0 - \frac{W_0}{T} + C_0 \lg T + \int_0^T \frac{\Psi}{T} d\,T - \frac{1}{T} \int_0^T \Psi \,.\, d\,T, \end{aligned}\right\} \qquad 16)$$

worin sowohl $\Psi_0 = 0$, als auch die Integrale mit Ψ für $T = 0$ den Wert Null annehmen.

4. Sollen die Ausdrücke 16) zur Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen verwendet werden, so muß die unbekannte Funktion K_0 bzw. S_0 in ihrer Abhängigkeit von den Molzahlen

bekannt sein. Es lassen sich tatsächlich, wie dies von PLANCK[1]) durchgeführt wurde, darüber gewisse Annahmen, die ziemlich plausibel scheinen, aufstellen. Der Gedankengang, der zu denselben führt, ist kurz folgender: Das ganze System werde durch genügende Temperatursteigerung und entsprechende Druckabnahme vollständig in den Gaszustand gebracht, und zwar so weit, daß man das System als eine Phase, die ein Gemisch lauter idealer Gase darstellt, ansehen kann. Durch passende Anordnungen, die unter Umständen labile Zustände in sich schließen (was theoretisch zu keinen Bedenken Anlaß gibt), wird es möglich sein, die einzelnen Molzahlen unverändert beizubehalten. Das vergaste System steht dann unter anderem Druck und anderer Temperatur, aber mit gleichen Werten der n, als auch der Konzentrationen γ. Treten jetzt in der Gasphase Glieder im Ausdruck von S bzw. Φ auf, die nur von den n bzw. γ, nicht von p und T abhängen, so werden diese Glieder auch bei verändertem p und T bestehen bleiben, sie müssen also auch im Ausdruck 16) von S bzw. Φ des ursprünglichen Systems auftreten; hier können sie aber nur als Bestandteile der Funktion K_0 auftreten.

Wie aber K_0 von den n abhängt, darüber kann nur eine willkürliche Annahme entscheiden. Um uns den Betrachtungsweisen NERNSTs und PLANCKs möglichst anzunähern, ohne unseren allgemeinen Standpunkt aufzugeben, setzen wir

$$\lim_{T=0} S = k + F(n, \gamma),$$

wo k jedenfalls von den Molzahlen unabhängig sein soll (eventuell kann es noch von p abhängen), während $F(n, \gamma)$ nur eine Funktion der n bzw. der γ sein darf. Es wird dann:

$$K_0 = \lim_{T=0} [S - C(\lg T + 1)] = k - \lim_{T=0} C(\lg T + 1) + F(n, \gamma) = A_0 + F(n, \gamma), \tag{17}$$

wo A_0 in beliebiger Weise von den Molzahlen bzw. den Konzentrationen, eventuell auch von p abhängen kann. Wiederum für chemisch homogene Körper wird A_0 von den n unabhängig, also $A_0'' - A_0' = 0$. Dagegen gilt im allgemeinen Fall:

$$\left.\begin{aligned} k'' - k' &= 0 \\ A_0'' - A_0' &= -\lim_{T=0} (C_0'' - C_0')(\lg T + 1). \end{aligned}\right\} \tag{17a}$$

---

[1]) PLANCK, l. c., S. 278 ff.

Dieser Ausdruck wird auch noch dann von Null verschieden sein, wenn die Differenz $C''_0 - C'_0$ sehr klein wird.

5. Für eine Phase, die ein Gemisch idealer Gase darstellt, lassen sich S, W und Φ direkt berechnen. Für ein einziges ideales Gas mögen die auf 1 Mol bezogenen Größen mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden. Es gilt dann:

$$pv = RT; \quad du = (c - R)\,dT; \quad Tds = (c - R)\,dT + p\,dv;$$
$$w = u + pv = u + RT; \qquad \varphi = s - \frac{w}{T}.$$

Hier werde aber c (Molarwärme des Gases bei konstantem Druck) nicht als konstant aufgefaßt, wie dies in den PLANCKschen Ableitungen der Fall ist, sondern es werde als eine bloße Temperaturfunktion angesehen: $c = c_0 + \psi$, wo c_0 eine vollständige Konstante ist und ψ nur von der Temperatur abhängt, derart, daß $\psi_0 = 0$. Es ergibt sich in bekannter Weise:

$$\left.\begin{aligned} u &= u_0 + (c_0 - R)\,T + \int_0^T \psi \,.\, dT \\ w &= w_0 + c_0\,T + \int_0^T \psi \,.\, dT \\ s &= a_0 + c_0 + c_0 \lg T + \int_0^T \frac{\psi}{T}\,dT - R \,.\, \lg p, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

wobei $u_0 = w_0$, und $a_0 = \lim_{T=0} (s_{p=1} - c_0 \lg T - c_0)$ die sogenannte chemische Konstante des Gases ist. In der Tat sind a_0, c_0, s_0, $u_0 = w_0$ vollständige Konstante, die nur von der Natur der Substanz abhängen.

Für das Gemisch idealer Gase werden die Gesetze von DALTON und GIBBS[1]) eingeführt, wonach das Volumen, die Energie, die Entropie, der Druck des Gemisches sich durch Summation der Partialvolumina, -energien, -entropien, -drucke der einzelnen Gase ergeben. Unterscheiden wir die einzelnen Gase durch Indices, bezeichnen also mit p_1, p_2, p_3, ... die Partialdrucke, während p den Gesamtdruck der Gasphase angibt, so gilt $p_1 = p \cdot \gamma_1$, $p_2 = p \cdot \gamma_2$, ... Im Ausdruck 18) für die Entropie s_1

[1]) PLANCK, l. c., S. 10 u. 218.

des ersten Gases ist für p der Partialdruck p_1 zu setzen, so daß das letzte Glied von s_1 sich schreiben läßt:

$$-R \, . \lg p_1 = -R \, . \lg \gamma_1 - R \, . \lg p.$$

Durch Summation über die Einzelgase folgt:

$$\left.\begin{aligned}
S &= n_1\left(a_{0_1} + c_{0_1} + c_{0_1} \, . \lg T + \int_0^T \frac{\psi_1}{T} dT - R \, . \lg p - R \, . \lg \gamma_1\right) \\
&\quad + n_2(a_{0_2} + \cdots) + \cdots\cdots\cdots \\
W &= n_1\left(w_{0_1} + c_{0_1} \, . \, T + \int_0^T \psi_1 \, . \, dT\right) + n_2(w_{0_2} + \cdots) + \cdots\cdots \\
\Phi &= n_1 \, . \, \varphi_1 + n_2 \, . \, \varphi_2 + \cdots - R(n_1 \, . \lg \gamma_1 + n_2 \, . \lg \gamma_2 + \cdots\cdots), \\
&\text{wo} \\
\varphi_1 &= a_{0_1} - \frac{w_{0_1}}{T} + c_{0_1} \cdot \lg T + \int_0^T \frac{\psi_1}{T} \cdot dT - \frac{1}{T}\int_0^T \psi_1 \cdot dT - R \cdot \lg p.
\end{aligned}\right\} \quad 19)$$

6. Dieser Ausdruck für Φ läßt sich ohne weiteres auf „verdünnte“ Lösungen übertragen, wobei freilich die φ in anderer Weise von p und von T abhängen als bei den Gasen. Die analytische Bedingung dieser Lösungen verlangt nämlich, daß U und V (somit auch W) lineare, homogene Funktionen der Molzahlen seien:

$$U = \Sigma\{n_1 u_1 + n_2 u_2 + \cdots\}$$
$$V = \Sigma\{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \cdots\},$$

worin $u_1, \ldots, v_1, \ldots$ nur Funktionen von p und T sind.

Die Integration der Gleichung

$$dS = \frac{dU + p dV}{T},$$

die für konstante n aufgestellt ist, ergibt dann:

$$S = \Sigma\{n_1 s_1 + n_2 s_2 + \cdots\} + J,$$

wo die $s_1, \ldots$ auch nur von p und T abhängen, während J von T und p unabhängig ist und in irgend einer Weise von den n abhängt. Vergast man die ganze Lösung in der S. 731 beschriebenen Weise, so erkennt man, gemäß 19), daß dieses letzte Glied die Form haben muß:

$$J = -R \, . \, \Sigma\{n_1 \, . \lg \gamma_1 + n_2 \, . \lg \gamma_2 + \cdots\} \cdot$$

Somit nimmt auch für verdünnte Lösungen das PLANCKsche Potential die Form an:

$$\Phi = \Sigma\{n_1 . \varphi_1 + n_2 . \varphi_2 + \cdots\} - R . \Sigma\{n_1 . \lg \gamma_1 + n_2 . \lg \gamma_2 + \cdots\}, \quad 19a)$$

worin die φ in die Form gebracht werden können:

$$\varphi_1 = s_1 - \frac{u_1 + p v_1}{T} \quad 19b)$$

und hierin s_1, u_1, v_1 nur Funktionen von p und von T sind, die sich auf je ein Mol der betreffenden Substanz beziehen.

Dieses nur von den Molzahlen abhängige Glied J behält aber seine Bedeutung auch für **beliebig konzentrierte** Lösungen bei; u stellt eben die S. 731 erwähnte Funktion $F(n, \gamma)$ der n und der γ dar, die sich in K_0 abtrennen lassen muß.

Auf Grund unserer Voraussetzungen wird also nach 17) ganz allgemein:

$$K_0 = A_0 - R . \Sigma\{n_1 . \lg \gamma_1 + n_2 . \lg \gamma_2 + \cdots\}$$

und damit ergibt sich nach 16) als **allgemeinste Formulierung des PLANCKschen Potentials für ganz beliebige, kondensierte Phasen**:

$$\Phi = A_0 - \frac{W_0}{T} + C_0 . \lg T + \int_0^T \frac{\Psi}{T} . dT - \frac{1}{T} \int_0^T \Psi . dT - R . \Sigma\{n_1 \lg \gamma_1 + n_2 \lg \gamma_2 + \cdots\} . \quad 20)$$

Hierin sind die Integrale bei konstantem p und bei konstanten n auszurechnen. Kommt noch eine Gasphase vor, so ist einfach der Ausdruck 19) hinzuzufügen; kommen kondensierte verdünnte Lösungen im System vor, so kann nach Belieben 19a) oder 20) für dieselben benutzt werden.

7. **Für eine isotherm-isobar verlaufende Reaktion ist die Gleichgewichtsbedingung** [in ähnlicher Weise wie bei der isobar-isentropischen Gleichung 3) der ersten Mitteilung] $\delta \Phi = 0$, wobei $\delta p = \delta T = 0$, also

$$\sum \left\{\frac{\partial \Phi}{\partial n_1} \delta n_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial n_2} \delta n_2 + \cdots\right\} = 0. \quad 21)$$

Hierin werden die Ausdrücke für Φ aus 20) bzw. 19a) oder 19) eingesetzt. Berücksichtigt man, daß in jeder Phase

$$n_1 . \delta \lg \gamma_1 + n_2 . \delta \lg \gamma_2 + n_3 . \delta \lg \gamma_3 + \cdots = 0,$$

und ersetzt man die δn durch die ihnen proportionalen ganzen Zahlen ν, welche die Zahl der Mole der betreffenden Substanz, die bei der Reaktion in die betreffende Phase hineintreten, angeben, also:

$$\delta n_1' : \delta n_2' : \ldots \delta n_1'' : \delta n_2'' : \ldots = \nu_1' : \nu_2' : \ldots \nu_1'' : \nu_2'' : \ldots,$$

so folgt:

$$\begin{aligned}\sum\Big\{&\Big(\frac{\partial A_0}{\partial n_1} - \frac{1}{T}\cdot\frac{\partial W_0}{\partial n_1} + \frac{\partial C_0}{\partial n_1}\lg T + \int_0^T \frac{1}{T}\cdot\frac{\partial \Psi}{\partial n_1} dT - \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\partial \Psi}{\partial n_1} dT\Big)\nu_1 \\ &+ \Big(\frac{\partial A_0}{\partial n_2} - \frac{1}{T}\cdot\frac{\partial W_0}{\partial n_2} + \cdots\cdots\Big)\nu_2 \\ &+ \cdots\cdots\Big\} \\ &= R.\Sigma\{\nu_1.\lg\gamma_1 + \nu_2.\lg\gamma_2 + \cdots\}. \qquad 22)\end{aligned}$$

Entsprechend ergibt sich für die Gasphase, sowie auch für verdünnte Lösungen:

$$\Sigma\{\nu_1.\varphi_1 + \nu_2\varphi_2 + \cdots\} = R.\Sigma\{\nu_1.\lg\gamma_1 + \nu_2.\lg\gamma_2 + \cdots\}. \qquad 22a)$$

Allgemein wird $\Sigma\{\nu_1 \lg\gamma_1 + \nu_2 \lg\gamma_2 + \cdots\} = \lg K$ gesetzt, wobei K als Dissoziationsfunktion bezeichnet wird und im allgemeinsten Fall eine Funktion von p, T und der Molzahlen ist.

Die Form 22a) kann, wie aus 22) ersichtlich ist, als allgemeinste Form der isobar-isothermen Gleichgewichtsbedingung für kondensierte und für nichtkondensierte Körper gelten — allerdings unter der nur angenähert gültigen Annahme, daß die Dämpfe wie ideale Gase zu behandeln seien. In den Klammerausdrücken von 22) bezeichne man die partiellen Differentialquotienten der verschiedenen Größen nach den n mit dem entsprechenden kleinen Buchstaben und mit dem gleichen Index (bei diesen Differentiationen ist nur das betreffende n als variabel anzusehen; p, T und die übrigen n bleiben unverändert), also:

$$\frac{\partial A_0}{\partial n_1} = a_{0_1},\ \frac{\partial W_0}{\partial n_1} = w_{0_1},\ \frac{\partial C_0}{\partial n_1} = c_{0_1},\ \frac{\partial W}{\partial n_1} = w_1,\ \frac{\partial \Psi}{\partial n_1} = \psi_1 \ldots$$

und setze ferner

$$\int_0^T \frac{\psi_1}{T} dT - \frac{1}{T}\int_0^T \psi_1 . dT = \chi_1, \quad \text{wo } \chi_{0_1} = 0, \qquad 23)$$

so folgt:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 &= a_{0_1} - \frac{w_{0_1}}{T} + c_{0_1} . \lg T + \chi_1 \text{ für kondensierte Körper,}\\ \varphi_1 &= a_{0_1} - \frac{w_{0_1}}{T} + c_{0_1} . \lg T + \chi_1 - R . \lg p \text{ für die Gasphase,}\end{aligned}\right\} \quad 24)$$

gemäß 19).

Die φ für kondensierte Körper setzen sich hier aus Gliedern zusammen, die alle Funktionen der n, p und T sein können, während in den φ der Gasphase a_0, w_0, c_0 vollständige Konstante sind und χ nur eine Temperaturfunktion ist. Die Ausdrücke 24) beziehen sich naturgemäß auf je ein Mol der durch den Index bezeichneten Substanz.

8. Die Dissoziationsfunktion

$$K = \gamma_1'^{\nu_1'} . \gamma_2'^{\nu_2'} . \gamma_3'^{\nu_3'} \ldots \gamma_1''^{\nu_1''} . \gamma_2''^{\nu_2''} \ldots,$$

die nach 22a) immer in die Form

$$R . \lg K = \Sigma\{\nu_1 \varphi_1 + \nu_2 \varphi_2 + \nu_3 \varphi_3 + \cdots\} \quad 25)$$

gebracht werden kann, wobei die φ nach 24) zu ermitteln sind, kann mannigfach umgeformt werden.

Die über alle Molzahlen aller Phasen erstreckte Summe der Produkte aus den mit kleinen Buchstaben benannten Größen in die entsprechenden ν gibt immer die bei der isotherm-isobaren Reaktion eingetretene Änderung der mit dem gleichen großen Buchstaben bezeichneten Größe. Diese Summe werde deshalb immer als Differenz der Funktionswerte in den Zuständen II und I oder abgekürzt durch ein vorgesetztes Δ, eventuell auch mit einem besonderen Buchstaben bezeichnet. So setzen wir:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma\{\nu_1 + \nu_2 + \cdots\} &= N\\ \Sigma\{\nu_1 a_{0_1} + \nu_2 a_{0_2} + \cdots\} &= A_0'' - A_0' = \Delta A_0 = A\\ \Sigma\{\nu_1 c_{0_1} + \nu_2 c_{0_2} + \cdots\} &= C_0'' - C_0' = \Delta C_0\\ \Sigma\{\nu_1 \psi_1 + \nu_2 \psi_2 + \cdots\} &= \Psi'' - \Psi' = \Delta \Psi\\ \Sigma\{\nu_1 \chi_1 + \nu_2 \chi_2 + \cdots\} &= X'' - X' = \Delta X\\ \Sigma\{\nu_1 w_1 + \nu_2 w_2 + \cdots\} &= W'' - W' = \Delta W = \lambda.\end{aligned}\right\} \quad 26)$$

Diese letztere Größe λ ist von besonderer Wichtigkeit, sie gibt die negative Wärmetönung der durch die ν angegebenen isotherm-isobaren Reaktion des ganzen Systems an.

Speziell für **kondensierte Systeme** wird nach 25), 24) und 26)

$$R.\lg K = A - \frac{\lambda_0}{T} + \varDelta C_0 . \lg T + \varDelta X. \tag{27)}$$

Aus 16), 23) und 26) folgt:

$$\lambda = \lambda_0 + \varDelta C_0 . T + \int_0^T \varDelta \Psi . d T,$$

und hieraus:

$$\int_0^T \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial T} d T = \varDelta C_0 . \lg T - \varDelta C_0 . \lg 0 + \int_0^T \frac{\varDelta \Psi}{T} d T.$$

Durch Vergleich mit 27) und Benutzung der Definition 23) und 26) von $\varDelta \chi$ und unter Anwendung von 17a), wonach $A = -\varDelta C_0 (\lg 0 + 1)$, folgt:

$$R.\lg K = -\frac{\lambda}{T} + \int_0^T \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial T} d T \tag{27a)}$$

wobei die Integration bei konstantem p und konstanten n auszuführen ist.

Durch einfache Umformung des Integrals (wobei man zunächst eine von Null verschiedene untere Grenze wählen wird und dann erst zum Grenzwert übergeht) folgt:

$$R.\lg K = -\frac{\lambda_0}{T} + \int_0^T \frac{\lambda - \lambda_0}{T^2} d T. \tag{27b)}$$

Auch für die **Gasphase** folgt sofort aus 24), 25) und 26):

$$R.\lg K = A - \frac{\lambda_0}{T} + \varDelta C_0 . \lg T + \varDelta X - R.N.\lg p, \tag{27c)}$$

und dieser Ausdruck läßt sich leicht so ergänzen, daß er allgemein gültig wird.

Für Gase ist, nach 26) und 18):

$$\lambda = \nu_1 w_1 + \nu_2 w_2 \cdots = \nu_1 \left(w_{0_1} + c_{0_1} T + \int_0^T \psi_1 d T \right) + \nu_2 (\cdots) + \cdots$$

$$= \lambda_0 + \varDelta C_0 . T + \int_0^T \varDelta \psi . d T,$$

also wie oben für kondensierte Körper, folglich:

$$\int_0^T \frac{\lambda - \lambda_0 - \varDelta C_0 . T - \int_0^T \varDelta \psi . d T}{T^2} d T = 0.$$

Aber

$$\int_0^T \frac{1}{T^2}\left(\int_0^T \varDelta\psi . dT\right) dT = -\frac{1}{T}\int_0^T \varDelta\psi . dT + \int_0^T \frac{\varDelta\psi}{T} dT = +\varDelta X,$$

gemäß 26) und 23), demnach folgt durch Addition dieses Integrals (vom Werte Null) zu 27 c) als **allgemein gültiger Ausdruck**:

$$R . \lg K = A - \frac{\lambda_0}{T} + \int_0^T \frac{\lambda - \lambda_0 - T . \varDelta C_0}{T^2} dT$$
$$+ \varDelta C_0 \lg T - R . N . \lg p. \qquad 28)$$

Hierin beziehen sich A, $\varDelta C_0$ und N nur auf die Gasphase, für die kondensierten Phasen sind sie gleich Null zu setzen. Sie sind Größen, die nur von p und von T, nicht von den Molzahlen n abhängen.

Durch partielle Integration wird noch eine von PLANCK angegebene Modifikation erhalten:

$$R . \lg K = A - \frac{\lambda - T . \varDelta C_0}{T} + \int_0^T \frac{1}{T}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial T} - \varDelta C_0\right) dT$$
$$+ \varDelta C_0 . \lg T - R . N . \lg p. \qquad 28\,a)$$

Auch hierin sind die Integrationen bei konstantem p und konstanten n auszuführen.

Es ist wichtig festzustellen, daß in allen diesen Formen die Dissoziationsfunktion K, abgesehen von der Konstanten A, auf lauter thermisch genau definierte Größen (Wärmetönungen und spezifische Wärmen) zurückgeführt ist.

9. Von Wichtigkeit ist die Kenntnis der **Änderungen von** K mit T und mit p.

Aus 28) folgt, wenn nur T variabel ist,

$$\frac{\partial (R . \lg K)}{\partial T} = + \frac{\lambda_0}{T^2} + \frac{\lambda - \lambda_0 - T . \varDelta C_0}{T^2} + \frac{\varDelta C_0}{T},$$

also

$$\frac{\partial (\lg K)}{\partial T} = \frac{\lambda}{RT^2}. \qquad 29)$$

Ebenso aus 28a), wenn nur p variabel ist, für kondensierte Körper, wo $N = \varDelta C_0 = A = 0$:

$$\frac{\partial (R . \lg K)}{\partial p} = - \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \int_0^T \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial p}\right) \cdot dT;$$

hierin setzt man[1]):

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} = \Delta V - T \cdot \frac{\partial \Delta V}{\partial T}, \quad \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial \lambda}{\partial p}\right) = -T \cdot \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial T^2},$$

so folgt für kondensierte Körper:

$$\frac{\partial (\lg K)}{\partial p} = -\frac{\Delta V}{RT} + \frac{1}{R}\left|\frac{\partial \Delta V}{\partial T}\right|_0, \qquad \text{29 a)}$$

wo $\Delta V = V'' - V'$ die Volumvermehrung des kondensierten Körpers bei der isotherm-isobaren Reaktion angibt, und das letzte Glied bei der Temperatur $T = 0$ zu nehmen ist (bei der PLANCKschen Spezialisierung des NERNSTschen Wärmetheorems ist dieser Ausdruck Null).

Für eine Gasphase folgt aus 27c):

$$\frac{\partial (R \,.\, \lg K)}{\partial p} = -\frac{R \,.\, N}{p},$$

woraus mit Hilfe von $pV = (n_1 + n_2 + \cdots) RT$ sofort folgt:

$$\frac{\partial (\lg K)}{\partial p} = -\frac{\Delta V}{RT}. \qquad \text{29 b)}$$

10. Die Dissoziationsfunktion kann dazu verwendet werden, eine Formel für die Abhängigkeit des Dampfdruckes irgend einer chemisch-homogenen Substanz von der Temperatur abzuleiten.

Wenn eine solche gleichzeitig nur in einer kondensierten und in einer gasförmigen Phase auftritt, so werden die Konzentrationen $\gamma = 1$ und nach Definition (S. 735) $\lg K = 0$.

Hieraus folgt aus 25), wenn der Index weggelassen wird:

$$R \,.\, \lg K = \nu' \varphi' + \nu'' \varphi'' = 0.$$

Dabei gelte der erste Akzent für die kondensierte Phase, also nach 24)

$$\varphi' = a_0' - \frac{w_0'}{T} + c_0' \lg T + \chi',$$

der zweite Akzent für die Gasphase, somit

$$\varphi'' = a_0'' - \frac{w_0''}{T} + c_0'' \,.\, \lg T + \chi'' - R \,.\, \lg p.$$

Im allgemeinen wird das Molekulargewicht μ'' des Dampfes von demjenigen, μ', des kondensierten Körpers verschieden sein;

---

[1]) PLANCK, l. c., S. 123; Formel 79 g).



es folgt für das Verhältnis der bei der Dampfbildung sich umsetzenden Molzahlen:

$$\frac{\nu'}{\nu''} = -\frac{\mu'}{\mu''}.$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet demnach:

$$R.\lg K = a_0'' - \frac{\mu''}{\mu'} a_0' - \frac{1}{T}\left(w_0'' - \frac{\mu''}{\mu'} w_0'\right) + \left(c_0'' - \frac{\mu''}{\mu'} c_0'\right) \lg T$$
$$+ \left(\chi'' - \frac{\mu''}{\mu'} \chi'\right) R.\lg p = 0.$$

Allgemein nach 26) ist $\lambda = w'\nu' + w''\nu''$; bezeichnet man mit $r = \frac{\lambda}{\nu''}$ die auf ein Mol des Dampfes bezogene negative Wärmetönung, d. h. die molare Verdampfungswärme, also

$$r = w'' + \frac{\nu'}{\nu''} w' = w'' - \frac{\mu''}{\mu'} w',$$

so folgt:

$$\lg p = \frac{1}{R}\left(a_0'' - \frac{\mu''}{\mu'} a_0'\right) - \frac{r_0}{RT} + \frac{1}{R}\left(c_0'' - \frac{\mu''}{\mu'} c_0'\right) \lg T$$
$$+ \frac{\lambda}{R}\left(\chi'' - \frac{\mu''}{\mu'} \chi'\right). \qquad 30)$$

Dies ist der allgemeine Ausdruck für den Dampfdruck, wobei Akzent $''$ sich auf den Dampf, Akzent $'$ sich auf die kondensierte Substanz bezieht. Es sei in Erinnerung gebracht, daß nach 14) die Molekularwärme $c = c_0 + \psi$ ist, und nach 23)

$$\chi = \int_0^T \frac{\psi}{T} dT - \frac{1}{T}\int_0^T \psi dT,$$

wobei diese Integrationen bei konstantem Druck auszurechnen sind; eine Abhängigkeit der in Gleichung 30) auftretenden Größen von den Molzahlen, bzw. den Konzentrationen, besteht nicht mehr, da sich hier alle Größen auf ein Mol einer einzigen, chemisch homogenen Substanz beziehen.

11. Die Clapeyron-Clausiussche Gleichung muß sich ohne weiteres aus den obigen Betrachtungen ergeben. In der Tat ist die Dissoziationsfunktion $\lg K$, die zum Ausdruck 30) führt, in unserem Falle nur noch von Temperatur und Druck, nicht mehr von den Molzahlen abhängig. Für ihre totale Änderung gilt also:

$$d(\lg K) = \frac{\partial (\lg K)}{\partial T} dT + \frac{\partial (\lg K)}{\partial p} dp = 0,$$

somit

$$\frac{\lambda}{RT^2} dT - \frac{\varDelta V}{RT} dp + \frac{1}{R} \left| \frac{\partial \varDelta V}{\partial T} \right|_0 dp = 0$$

aus 29), 29a) und 29b), wobei im letzten Gliede der linken Seite $\varDelta V$ nur die Volumänderung der kondensierten Phase angibt, während das zweite Glied sich auf die Volumänderung beider Phasen bezieht.

Bezeichnen wir mit v'' das Volumen eines Moles Dampf, mit v' das Volumen desselben Moles in der kondensierten Phase, so wird demnach:

$$\lambda = T(v'' - v') \frac{dp}{dT} - T^2 \cdot \frac{dp}{dT} \left| \frac{\partial v'}{\partial T} \right|_0 .$$

Da die allgemein gültige CLAPEYRON-CLAUSIUSsche Gleichung das zweite Glied nicht enthält, so muß dasselbe den Wert Null haben. Dadurch erhalten wir neue Beziehungen, die bis zu einem gewissen Grade die PLANCKsche Spezialisierung des NERNSTschen Wärmetheorems rechtfertigen.

Es muß für jeden kondensierten, chemisch-homogenen Körper gelten:

$$\lim_{T=0} \frac{\partial_p V}{\partial T} = 0, \qquad 31)$$

d. h. es ist eine notwendige Konsequenz unserer Betrachtungen, daß der kubische Ausdehnungskoeffizient (bei konstantem Druck) einer derartigen Substanz beim absoluten Nullpunkt der Temperatur verschwindet.

Damit hängen weitere Beziehungen zusammen, die unsere Formelgruppe 12) noch ergänzen und die bei Herleitung des Ausdruckes 11) offen gelassene Frage beantworten.

Aus 4) ergibt sich: $\frac{\partial_T S}{\partial p} = \frac{\partial_p V}{\partial T}$. Hieraus, sowie aus der in 15) eingeführten Größe S_0 und aus der Beziehung $C_p = T \cdot \frac{\partial_p S}{\partial T}$, sowie aus der Definition 17) von A_0 folgt, daß S_0, C_0, A_0 für chemisch-homogene, kondensierte Substanzen vom Druck unabhängig sein müssen, also, da sie auch von den n unabhängig sind, überhaupt Konstante der betreffenden Substanz sind.



Aus 11) wird dann wegen 31):

$$\lim_{T=0} \frac{\partial_p (H'' - H')}{\partial T} = \lim_{T=0} \frac{\partial_v (H'' - H')}{\partial T} = 0. \qquad 12a)$$

12. Die bisher betrachteten Ausdrücke, speziell die Dampfdruckformel 30), können in eine für die physikalische Chemie brauchbare Form gebracht werden, wenn über das Verhalten der spezifischen Wärmen (bei konstantem Druck) in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur bestimmte Anhaltspunkte vorliegen. Zu diesem Zwecke ist es vorderhand nicht nötig, die Einstein-Nernst-Lindemannsche Formel zu verwenden, es genügt, wenn die spezifische Wärme in eine Reihe nach steigenden Potenzen von T entwickelt wird. Wir setzen allgemein:

$$c = c_0 + \psi = c_0 + \beta T + \gamma T^2 + \delta T^3 + \cdots$$

Es wird dann nach 23)

$$\chi = \int_0^T \frac{\psi}{T} d T - \frac{1}{T} \int_0^T \psi . d T = \frac{\beta}{2} T + \frac{\gamma}{6} T^2 + \frac{\delta}{12} T^3 + \cdots$$

Die Dampfdruckformel 30) wird demnach, wenn man die genannte (aber kaum zulässige) Annahme einführt, $\mu'' = \mu'$:

$$\lg p = \frac{a_0'' - a_0'}{R} - \frac{r_0}{RT} + \frac{c_0'' - c_0'}{R} \lg T + \frac{\beta'' - \beta'}{2R} T$$
$$+ \frac{\gamma'' - \gamma'}{6R} T^2 + \frac{\delta'' - \delta'}{12R} T^3 + \cdots \qquad 30a)$$

Es kann p berechnet werden, sobald die Verdampfungswärme beim absoluten Nullpunkt und die Abhängigkeit der spezifischen Wärmen von der Temperatur, sowie die beiden „chemischen Konstanten“ a_0' und a_0'' der kondensierten und der gasförmigen Phase bekannt sind. Nach der Planckschen Spezialisierung des Nernstschen Wärmetheorems müßte a_0' Null werden, nach unseren allgemeinen Darlegungen kann es einen von Null verschiedenen, aber von der Modifikation der kondensierten Phase unabhängigen Wert annehmen. Hier liegt vielleicht eine Möglichkeit vor, diese Frage experimentell zu entscheiden. In der allgemeinen Formel 30) tritt als Konstante $\dfrac{a_0'' - \dfrac{\mu''}{\mu'} a_0'}{R}$ auf. Beobachtet man den Dampfdruck einmal über der verflüssigten chemisch-homogenen Substanz,

das andere Mal über derselben erstarrten Substanz, so ist zu erwarten, daß das Verhältnis der Molekulargewichte vielleicht nicht dasselbe sei. Ist $a_0' = 0$, so übt dies keinen Einfluß auf unsere Konstante aus, ist aber a_0' von Null verschieden, so müßte in diesen beiden Fällen die empirisch zu ermittelnde Konstante verschiedene Zahlwerte ergeben. Leider liegt zur Stunde kein genügend zuverlässiges Beobachtungsmaterial vor, das eine Prüfung dieser Beziehung erlauben würde.

Nehmen wir $a_0' = 0$ an, setzen $\frac{a_0''}{R} = i$, $\frac{\beta'' - \beta'}{2} = \varepsilon$, vernachlässigen die Glieder mit γ, δ usw., setzen nach Nernst $c_0'' - c_0' = 3{,}5$ und führen statt der natürlichen Logarithmen Briggsche Logarithmen ein, so erhalten wir die bekannte Dampfdruckformel Nernsts in der von Pollitzer[1]) gegebenen Form:

$$\lg p = -\frac{r_0}{4{,}571\,T} + 1{,}75 \lg T - \frac{\varepsilon}{4{,}571} T + 0{,}4343\, i. \quad 30\text{b})$$

Wie Pollitzer bemerkt, ist hier das erste und dritte Glied auf der rechten Seite verschieden, je nachdem der Dampfdruck über der einen oder der anderen Modifikation der kondensierten Substanz gemessen wird (ε und r_0 haben verschiedene Werte). Das Verhalten des vierten Gliedes (mit der Konstanten i) hängt dagegen wesentlich davon ab, ob die Plancksche Spezialisierung des Nernstschen Theorems zulässig ist oder nicht.

Nicht nur die Dampfdruckformel, sondern auch der allgemeine Ausdruck 25) der Dissoziationsfunktion K läßt sich in die von Pollitzer[2]) gegebene Form bringen, wobei die Annäherungen, die diese Form voraussetzt, deutlich ersichtlich werden.

Nach 27) und 27c) läßt sich die Dissoziationsfunktion für ein aus kondensierten und gasförmigen Phasen zusammengesetztes System schreiben:

$$R . \lg K = A - \frac{\lambda_0}{T} + \varDelta C_0 . \lg T + \varDelta X - R . N . \lg p.$$

Hierin setze man $\lg K . p^N = \lg K_p$, führe ferner die spezifischen Wärmen pro ein Mol ein:

$$c = c_0 + bT + gT^2 + \cdots$$

---

[1]) Pollitzer, Die Berechnung chemischer Affinitäten nach dem Nernstschen Wärmetheorem. Stuttgart 1912, S. 48.

[2]) Pollitzer, l. c., S. 54, Formel 39.

für kondensierte Körper, wobei allgemein $c_0 = 0$ angenommen wird

$$c = c_0 + \beta T + \gamma T^2 + \cdots$$

für gasförmige Körper, wobei $c_0 = 3,5$ gesetzt werden soll.

Unterscheidet man die bei kondensierten Körpern eintretenden Molzahländerungen von den bei den gasförmigen sich vollziehenden, indem man für letztere die Buchstaben ν beibehält, für erstere dagegen hier die Buchstaben n einführt, so folgt nach obigem:

$$\varDelta C_0 = \Sigma(3,5 \,.\, \nu);$$

$$\varDelta X = \frac{1}{2}\left\{\Sigma(\nu \,.\, \beta) + \Sigma(nb)\right\} \cdot T + \frac{1}{6}\left\{\Sigma(\nu \,.\, \gamma) + \Sigma(ng)\right\} \cdot T^2 + \cdots$$

$$\frac{A}{R} = \Sigma(\nu \mathfrak{C}),$$

wobei die Σ über Phasen und Substanzen sich erstrecken, und wobei die „chemische Konstante“ der kondensierten Substanzen gleich Null gesetzt wird.

Es ergibt sich dann der allgemeine Ausdruck:

$$\lg K_p = -\frac{\lambda_0}{RT} + \frac{3,5}{R}\Sigma(\nu) \,.\, T + \frac{\Sigma(\nu \,.\, \beta) + \Sigma(nb)}{2R} \cdot T$$
$$+ \frac{\Sigma(\nu \,.\, \gamma) + \Sigma(ng)}{6R} T^2 + \cdots + \Sigma(\nu \,.\, \mathfrak{C}). \qquad 28\text{b})$$

13. Es sei noch zum Schluß auf die Gesetze der verdünnten Lösungen hingewiesen, die sich als Spezialfall der allgemeinen Ausdrücke ergeben.

In einer beliebigen Lösung sei hinfort das Lösungsmittel durch den Index 0 (μ_0, n_0), der somit nicht mehr die absolute Temperatur Null angeben soll, von den gelösten Substanzen mit den Indices 1, 2, 3,... unterschieden.

Die Zahl der gelösten Mole sei kurzweg bezeichnet mit

$$N = n_1 + n_2 + n_3 \ldots;$$

die Konzentrationen lauten dann:

$$\gamma_0 = \frac{n_0}{n_0 + N}, \quad \gamma_1 = \frac{n_1}{n_0 + N}, \quad \gamma_2 = \frac{n_2}{n_0 + N} \cdots$$

Es sollen nur zwei Phasen auftreten: die erste enthalte die Lösung selber, die andere das reine Lösungsmittel; diese letztere werde durch einen Akzent von der ersteren unterschieden. In

ihr befinden sich also n'_0 Mole des Lösungsmittels, es ist $N' = 0$ und $\gamma'_0 = 1$. Im allgemeinen Falle wird das Molekulargewicht des Lösungsmittels in dieser Phase von demjenigen in der ersten Phase verschieden sein, also $\mu'_0 \neq \mu_0$.

Wir betrachten eine isotherm-isobare Reaktion, bei welcher ein Mol Lösungsmittel aus der Lösung (der ersten Phase) in die zweite Phase übertritt.

Also $\nu_0 = -1$, $\nu_1 = \nu_2 = \cdots = 0$, und wegen

$$\nu_0 \mu_0 + \nu'_0 \mu'_0 = 0 \quad \text{folgt} \quad \nu'_0 = \frac{\mu_0}{\mu'_0}.$$

Aus Gleichung 25) folgt hierfür:

$$\lg K = \lg\left(\gamma_0^{\nu_0} \cdot \gamma_0'^{\nu'_0}\right) = \frac{1}{R}(\nu_0 \cdot \varphi_0 + \nu'_0 \varphi'_0),$$

also

$$\lg K = -\lg \gamma_0 = \lg\left(1 + \frac{N}{n_0}\right) = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0}{\mu'_0}\varphi'_0 - \varphi_0\right).$$

Für verdünnte Lösungen ist $\frac{N}{n_0}$ sehr klein, so daß man setzen darf:

$$\lg K = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0}{\mu'_0} \cdot \varphi'_0 - \varphi_0\right) = \frac{N}{n_0}. \tag{32}$$

In dieser Gleichgewichtsbedingung liegen die wichtigsten Gesetze verdünnter Lösungen.

Es mögen zunächst beide Phasen im gleichen, flüssigen Aggregatzustande nebeneinander sein (hierfür wird $\mu_0 = \mu'_0$). Dies ist freilich nur möglich, wenn die beiden durch eine halbdurchlässige Wand getrennt sind und demnach auch unter verschiedenem Druck stehen: p bzw. p'. Der Überdruck der Lösung über dem reinen Lösungsmittel ist der osmotische Druck, $P = p - p'$. Die bisherigen Betrachtungen lassen sich aber ohne weiteres auf diesen Fall anwenden, nur ist dann in den Funktionen φ jeweilen der zur betreffenden Phase gehörige Druck einzuführen.

Demnach lauten diese Ausdrücke für φ in der Form 19 b), wie sie für verdünnte Lösungen aufgestellt wurden:

$$\varphi_0 = s_0 - \frac{u_0 + p v_0}{T}, \quad \varphi'_0 = s'_0 - \frac{u'_0 + p' v'_0}{T}.$$

Betrachtet man das flüssige Lösungsmittel als inkompressibel, so ist $v_0 = v'_0$; denn die Werte $\varphi = \varphi'$ unterscheiden sich nur durch den verschiedenen Druck p bzw. p'.

Es darf aber diese Unabhängigkeit vom Druck für ein inkompressibles Medium auch auf s und u übertragen werden, so daß wir als zulässige Annahme einführen:

$$s_0' = s_0, \qquad u_0' = u_0.$$

Es folgt aus 32), worin $\mu_0 = \mu_0'$:

$$\frac{1}{R}\left(\frac{p v_0}{T} - \frac{p' v_0}{T}\right) = \frac{N}{n_0}.$$

Hier ist v_0 das Volumen eines Mols des Lösungsmittels, $n_0 . v_0$ somit das Gesamtvolumen desselben; für verdünnte Lösungen darf dasselbe mit dem Gesamtvolumen V der Lösung selber identifiziert werden, es ergibt sich also für $p - p' = P$ das Gesetz des osmotischen Druckes

$$P . V = N . R T. \tag{33)}$$

Betrachten wir nun die Phasen in verschiedenem Aggregatzustande, also wieder unter einheitlichem Druck p, so ergeben sich folgende, von Planck hergeleitete Resultate.

Ist die Verdünnung der Lösung unendlich, $N = 0$, also in beiden Phasen reines Lösungsmittel, so gibt 32): $\lg_0 K = 0$, welche Gleichung die bekannte Beziehung zwischen Druck und Temperatur einer homogenen Substanz in zwei Phasen angibt. Ist die Verdünnung nicht mehr unendlich, so tritt eine etwas veränderte Beziehung auf, die eben gegeben ist durch $\lg K = \frac{N}{n_0}$.

Vergleicht man diese beiden Fälle unter demselben Druck, wobei im ersten Falle eine Temperatur T_0 bestehen soll, im zweiten eine nur wenig davon verschiedene, T, so ist

$$\lg K - \lg_0 K = \frac{\partial_p (\lg K)}{\partial T} \cdot (T - T_0) = \frac{N}{n_0}.$$

Nach 29) folgt hieraus:

$$\frac{\lambda}{R T^2} \cdot (T - T_0) = \frac{N}{n_0}, \tag{33 a)}$$

d. h. das bekannte Gesetz für die Siedepunktserhöhung bzw. Gefrierpunktserniedrigung.

Ist aber das reine Lösungsmittel in der zweiten Phase gasförmig, und vergleicht man die beiden obigen Fälle bei gleicher Temperatur, wobei nun der Dampfdruck p_0 über dem reinen

Lösungsmittel etwas verschieden ist von dem Dampfdruck p über der Lösung, so wird ganz entsprechend:

$$\lg K - \lg_0 K = \frac{\partial_T(\lg K)}{\partial p} \cdot (T - T_0) = \frac{N}{n_0}.$$

Nach 29 a) ist $\frac{\partial_T \lg K}{\partial p} = -\frac{\Delta V}{RT}$ zu setzen. Es soll dabei die Volumveränderung der flüssigen Phase von vornherein gegenüber derjenigen der Dampfphase vernachlässigt werden; dann ist für ΔV einfach das Volumen zu setzen, das ein Mol flüssigen Lösungsmittels (aus der Lösung austretend) im Gaszustande einnimmt, also $\Delta V = v_0$.

Es folgt $p - p_0 = -\frac{N.R.T}{n_0 . v_0}$.

Dieses Volumen v_0 enthält aber $\frac{\mu_0}{\mu_0'}$ gasförmige Mole; wendet man auf dieselben die Gasgesetze an, so wird $p.v = \frac{\mu_0}{\mu_0'} \cdot RT$, folglich

$$\frac{p - p_0}{p} = -\frac{\mu_0'}{\mu_0} \cdot \frac{N}{n_0} \qquad 33\text{ b)}$$

das bekannte Gesetz der Dampfdruckerniedrigung.

Bern, Juli 1912.

Über Form und Helligkeitsverteilung des Schattens bei einer partiellen Sonnenfinsternis; mit photographischen Aufnahmen des Ballonschattens;

von Albert Wigand und Emil Everling.

(Eingegangen am 18. Juli 1912.)

Während der partiellen Sonnenfinsternis am 17. April 1912 wurden mehrere Ballonfahrer auf den charakteristischen Ballonschatten aufmerksam. Bei einer Alleinfahrt mit dem Ballon „Halle“ des Sächs.-Thür. Vereins für Luftschiffahrt, Sektion Halle a. S., hat der eine von uns (W.) solche Beobachtungen durch photographische Aufnahmen des Schattens und der dazu gehörigen Phasen der Sonnensichel festgehalten [1]).

Der Ballon stieg $10^h 18^m$ vormittags in Bitterfeld auf und wurde vom Ost-Süd-Ostwind günstig in der Richtung auf das Gebiet der größten Verfinsterung zugetrieben, mit einer Geschwindigkeit von etwa 40 km in der Stunde, erreichte jedoch leider nicht mehr rechtzeitig die Gegend mit ringförmiger Sonnenphase: $12^h 5^m$ 4 km westlich von Staßfurt, $1^h 57^m$ über Braunschweig, $3^h 1^m$ Kreuzung der Bahn Lehrte—Celle zwischen den Stationen Otze und Ehlershausen, $6^h 7^m$ Landung nordwestlich von Bremen, 2 km westlich von Brake an der Weser. Die Zeitangaben sind durch Berücksichtigung des Ganges der Taschenuhr auf Postzeit (MEZ) reduziert.

Da die Versuchsbedingungen hier besonders einfach liegen, mag eine elementare theoretische Behandlung der Schattenform und der Helligkeitsverteilung im Schatten für die besondere Gestalt der Lichtquelle bei einer partiellen Sonnenfinsternis angebracht sein. Ähnliche, wenn auch kompliziertere, eigenartige Schatten konnten von jedem, der darauf achtete, auch am Erdboden beobachtet werden.

---

[1]) Vgl. die vorläufige Mitteilung in der Deutsch. Luftf.-ZS. **16**, Nr. 12, S. 299, 1912, woselbst auch über die meteorologischen Beobachtungen bei der Fahrt berichtet ist.

Die Sonnenfinsternisschatten lassen sich im Laboratorium mit einfachen Hilfsmitteln reproduzieren: Die Lichtquelle ist ein mit Seidenpapier bedeckter, sichelförmiger Ausschnitt in einem undurchsichtigen Schirm, der von hinten mit einem Auerbrenner beleuchtet wird. Der Schatten eines beliebigen, in den Weg der Strahlen gestellten Körpers (z. B. einer an einem dünnen Faden aufgehängten Kugel oder eines Geldstückes, das man mit Klebwachs auf eine Glasscheibe befestigt) kann dann auf einem Projektionsschirm aufgefangen und photographiert werden. Durch Variierung der Größen und Abstände lassen sich leicht sämtliche typischen Fälle realisieren, wobei man besonders auf das Verhältnis der Winkelgrößen zu achten hat, unter denen der schattenwerfende Körper und die leuchtende Sichel vom Projektionsschirm aus erscheinen.

Ganz ähnliche Schatten können auch beim Sonnenaufgang oder -untergang einige Sekunden lang auf einem Blatt Papier beobachtet werden, wenn von der Sonne nur ein Segment über dem Horizont steht. Zur Realisierung verschiedener Fälle klebt man am besten gleich mehrere Geldstücke von verschiedener Größe auf eine Fensterscheibe und stellt diese senkrecht zu den Strahlen ein.

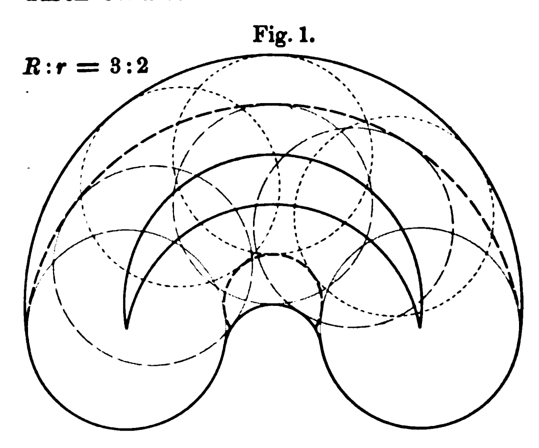
Zur theoretischen Behandlung sei das vereinfachte Problem gestellt, die Schattenform und die Verteilung der Helligkeit im Schatten einer Kugel vom Radius r zu ermitteln, wenn die Lichtquelle eine im Abstande ∞ befindliche Sichel ist, die umgrenzt wird von zwei Kreisen mit dem gleichen Radius R. Die Projektionsfläche werde senkrecht zur Symmetrieebene von Sichel und Kugel angenommen.

Den Schatten kann man sich auf zweierlei Weise entstanden denken: 1. Ein Lichtpunkt im Abstande ∞ erzeugt auf der Projektionsebene einen Schattenkreis mit dem Radius r der Kugel, die gesamte Lichtfläche (Sichel) also eine Schar solcher Kreise in der Anordnung eines geometrisch ähnlichen, umgekehrten Bildes der Sichel. 2. Ein schattenwerfender Punkt erzeugt auf der Projektionsebene ein geometrisch ähnliches, umgekehrtes Bild der Sichel, der gesamte schattenwerfende Körper (Kugel) also eine Schar solcher Sicheln in der Anordnung eines Kreises mit dem Radius r der Kugel.

Beide Auffassungen, die sich auf beliebige leuchtende und schattenwerfende Körper ausdehnen lassen, ergeben dasselbe Resultat. Zur geometrischen Konstruktion der Schattenfiguren verfährt man am einfachsten entsprechend der ersten Auffassung.

Man kann die schattenwerfende Kugel zusammen mit der Projektionsfläche als eine Art **Lochkamera** ansehen, in der an die Stelle des lichtdurchströmten Loches in der schattenwerfenden Vorderwand der Kamera die schattenwerfende Kugel im lichtdurchströmten Raum tritt, so daß auf der Projektionsfläche Licht durch Schatten und Schatten durch Licht ersetzt ist. Eine solche Abänderung der Lochkamera würde die geometrischen Bedingungen für das Zustandekommen des Bildes nicht ändern. Bei der **Beobachtung** eines Freiballonschattens während einer partiellen Sonnenfinsternis erklären sich daher die sichelartigen Schattenformen durch die Sichelgestalt der Sonne (vgl. die photographischen Aufnahmen Fig. 6 bis 8). Die Rechts-Linksumkehrung des Schattenbildes kommt bei der Art, wie Sonne und Schatten betrachtet und wiedergegeben werden, zum Wegfall, nicht jedoch die Umkehrung von Oben in Unten.

Fig. 1.



Die Figuren 1 bis 3 zeigen für die drei Fälle $R \gtreqless r$, daß die **Begrenzung des Halbschattens** gebildet wird von je einem Teil der beiden Kreise (Radius r) um die Sichelspitzen und von einem kreisbogenförmigen Stück der Enveloppe (Radius $R + r$) derjenigen Kreise, die mit dem Radius r um die Punkte der in der Schattenfigur oben befindlichen Sichelbegrenzung beschrieben werden; außerdem im Falle der Fig. 1 von einem Enveloppenstück (Radius $R - r$), das die Kreise (Radius r) um die Punkte der unteren Sichelbegrenzung einhüllt.

In diesem Falle (Fig. 1, $R > r$) ist ein **Kernschatten** nicht vorhanden, weil es keinen Punkt gibt, der von sämtlichen



Fig. 2.

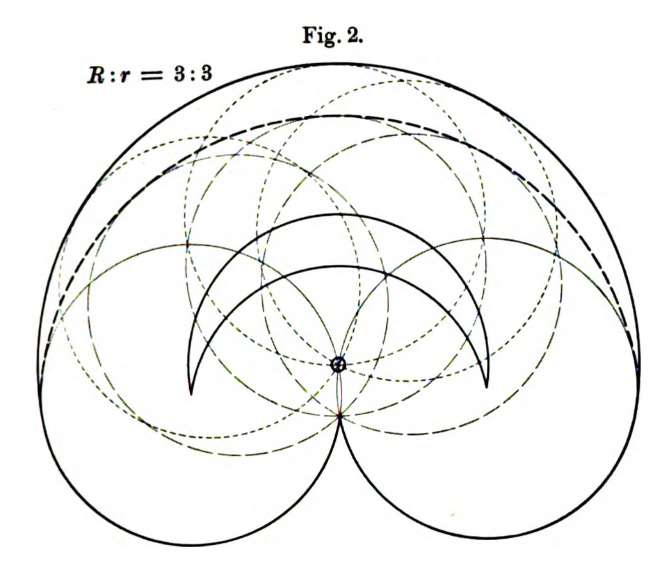
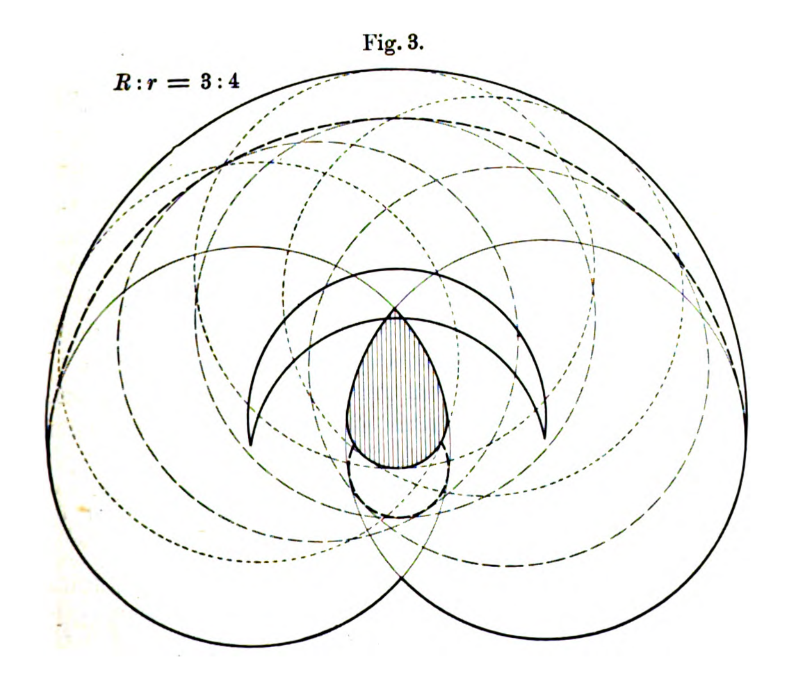


Fig. 3.



Schattenkreisen zugleich überdeckt wird. Im Falle der Fig. 3 ($R < r$) dagegen existiert ein Kernschatten, der umgrenzt wird von anderen Stücken der erwähnten Kreise um die Sichelspitzen und von einem Enveloppenstück (Radius $r - R$) der Kreise um die Punkte der oberen Sichelbegrenzung. Im Grenzfalle der Fig. 2 ($R = r$) degenerieren die zu den Kreisen um die Punkte der beiden Sichelbegrenzungskreise gehörigen beiden Enveloppen mit dem Radius $R - r$ zu Punkten; daher wird auch der Kernschatten punktförmig, da sämtliche Kreisflächen vom Radius r nur einen Punkt gemeinsam haben.

Die vier möglichen Enveloppen (je zwei mit den Radien $R + r$ und $R - r$ für die Kreise vom Radius r um die Punkte der oberen und der unteren Sichelbegrenzung) bezeichnen in jedem Falle eine größere Helligkeitsänderung, was ohne weiteres anschaulich wird, wenn man den Gradienten der Kurven gleicher Schattendichte (Fig. 5 für den Fall $R > r$ der Fig. 1) an den betreffenden Stellen beachtet.

Beim Anblick der Fig. 1 bis 3 wird es verständlich, wenn andere Beobachter des Ballonschattens diesen während der partiellen Sonnenfinsternis als „fast halbkreisförmig"[1]) bezeichnen oder von der „Form einer Ellipse"[2]) sprechen; für die Berechtigung dieser angenäherten Formbezeichnung sind das Verhältnis von r zu R und die Sichelbreite maßgebend.

Die Verteilung der Helligkeit ist wegen der Sichelgestalt der Lichtquelle sehr kompliziert. Und es ist zu erklären, daß auch in dem Falle $r < R$ ein scheinbarer Kernschatten vorhanden sein kann[3]).

Zur exakten Bestimmung der Helligkeitsverteilung braucht man ein Maß der Dichte der in jedem Punkte der Schattenfigur sich überdeckenden Schattenkreise. Ein solches besitzt man offenbar in der Fläche, die ein um den betreffenden Punkt mit dem Radius r beschriebener Kreis aus der Sichel herausschneidet.

---

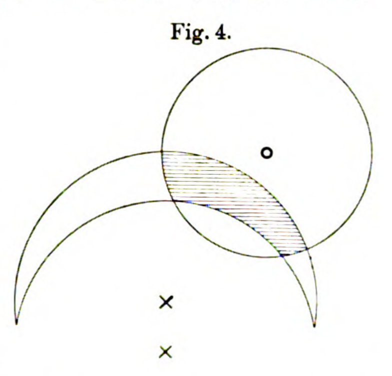
[1]) H. Rotzoll, Deutsche Luftf.-ZS. **16**, 254, 1912; M. Seddig, ebenda, S. 298, wo auch eine photographische Ballonschattenaufnahme und Photogramme des im Laboratorium reproduzierten Schattens zu finden sind.

[2]) Brückmann, ebenda, S. 302.

[3]) In der vorläufigen Mitteilung (l. c.) wurden die dunkelsten Teile der Ballonschattenbilder irrtümlich als „Kernschatten" angesprochen; die nachträgliche Vergleichung von r und R ergab jedoch, daß es sich um scheinbare Kernschatten, also Halbschatten mit nur geringer Aufhellung handelte.

Das Verhältnis dieser ausgeschnittenen Fläche zur Gesamtfläche der Sichel ist das Maß der Schattendichte (Fig. 4). Dieses Maß hat bereits PASCHEN[1]) in etwas anderer Weise verwendet.

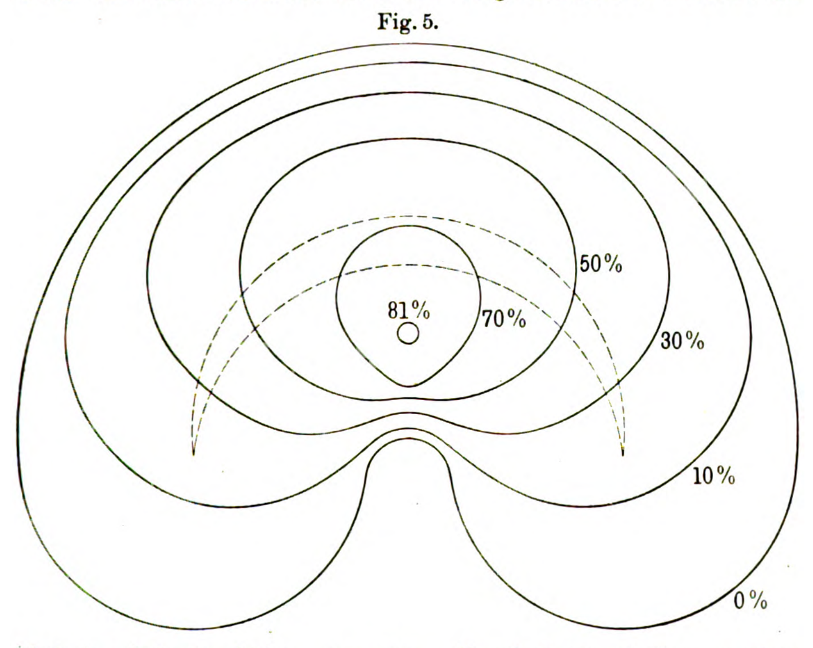
Fig. 4.



Die mathematische Berechnung der Flächengröße als Funktion der Koordinaten des untersuchten Punktes ist möglich, gestattet jedoch nicht eine einfache Konstruktion der Kurven gleicher Schattendichte.

Daher wurde eine graphische Methode vorgezogen: Um bestimmte Punkte innerhalb und außerhalb der Sichel wurden die Kreise geschlagen und mit einem AMSLERschen Planimeter die ausgeschnittenen Flächen als

Fig. 5.



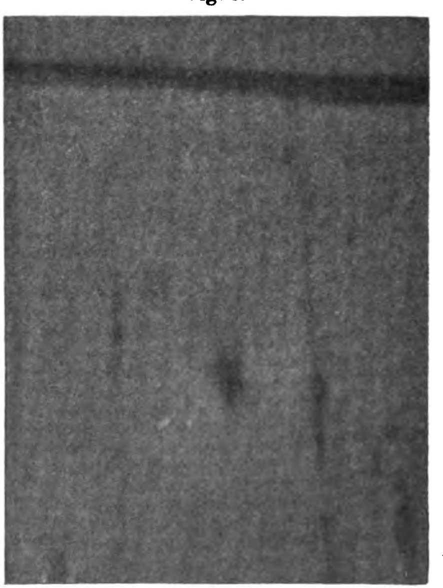
Maß der Schattendichte gemessen. Durch Interpolation ergaben sich die Kurven gleicher Schattendichte.

[1]) H. PASCHEN, Diss. Marburg 1907.

Das Ergebnis einer solchen Ausmessung zeigt Fig. 5. Zum Vergleich mit der photographischen Ballonschattenaufnahme um $1^h 34^m$ (Fig. 8) sind die Verhältnisse dieser Aufnahme zugrunde gelegt. Der Fußpunkt der Ballonbahn war zu dieser Zeit: 52° 11′ nördl. Breite, 10° 38′ östl. Länge.

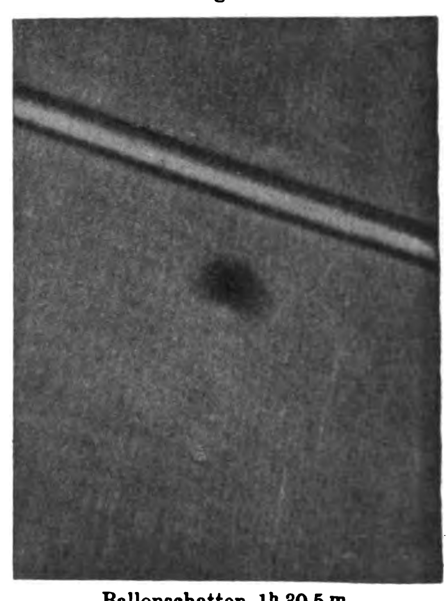
Der Radius der Sonne betrug nach dem Berliner Astronomischen Jahrbuch 956″, der des Mondes 943″. Mit hinreichender Genauigkeit werden beide gleich 950″ gesetzt ($R = 950''$).

Fig. 6.



Ballonschatten $1^h 20{,}5^m$.
Ballonhöhe über dem Boden 1420 m.

Fig. 7.



Ballonschatten $1^h 30{,}5^m$.
Ballonhöhe über dem Boden 1200 m.

Die größte Sichelbreite ergab sich durch Ausmessung gleichzeitig vom Ballon aus hergestellter Sonnenphotogramme zu: $b = 210''$. Zu diesen Aufnahmen wurde ein Teleobjektiv (Zeiss-Magnar, $F = 45$ cm) benutzt; der Sonnendurchmesser betrug auf der Platte 4,8 mm.

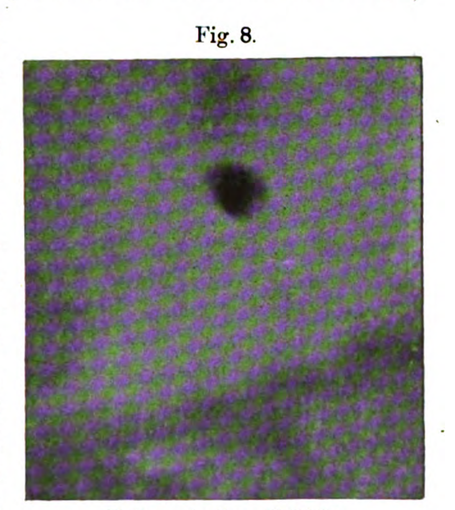
Die Winkelgröße des Ballonradius läßt sich aus dem Volumen der Ballonkugel (680 m³), ihrer Höhe über dem Gelände (1040 m) und der Sonnenhöhe (44° 41′) angenähert berechnen; wir setzen: $r = 770''$. Es war also: $r < R$ (Fall der Fig. 1).

Die Kurven gleicher Schattendichte (Fig. 5) zeigen eine Beschattung bis zu 82 Proz. und eine starke Zunahme der Helligkeit an der unteren Seite der Figur, in guter Übereinstimmung mit der photographischen Aufnahme (Fig. 8).

Zum vollständigen Vergleich muß noch der Schiefe der Projektionsebene (Erdboden) gegen die Sonnenstrahlen Rechnung getragen werden, indem man sich die Fig. 8 auf etwa 0,7 in einer Richtung reduziert denkt, und zwar, da um $1^h 34^m$ die Sonnensichel nahe horizontal stand, mit genügender Genauigkeit in der Richtung ihrer Symmetrielinie.

Auf der inneren Seite der Schattensichel (wenn es gestattet ist, den Schatten gleichfalls angenähert als Sichel zu bezeichnen) findet, wie schon erwähnt, nach dem Rande zu ein sehr schneller Übergang von der geringsten zur größten Helligkeit statt. Die Dunkelheit des mittleren Schattengebietes erscheint daher nahe dem inneren Rande subjektiv noch vergrößert im Kontrast zu dem dicht daneben liegenden unbeschatteten Gebiete, wie auch dieses Gebiet seinerseits einen helleren Eindruck macht als andere unbeschattete Stellen in seiner Nachbarschaft. Es läßt sich aber sowohl an den Photogrammen des Ballonschattens wie an analogen Schattenbildern auf einem Projektionsschirm im Laboratorium einwandfrei feststellen, daß, wenn eine Kontrastwirkung durch passendes Abdecken ausgeschlossen wird, weder in dem unbeschatteten Gebiete neben dem inneren Rand der Schattensichel, noch auch innerhalb eines wirklichen Kernschattens merkliche Helligkeitsunterschiede auftreten.

Fig. 8.



Ballonschatten $1^h 34,0^m$.
Ballonhöhe über dem Boden 1040 m.

Solche subjektiven Helligkeits- und Dunkelheitsmaxima auf den beiden Seiten einer Schattengrenze werden oft beobachtet

und sind zuerst von Mach[1]) untersucht worden („Mach sche Streifen"), der das physiologische Gesetz nachweisen konnte, daß eine Stelle heller oder dunkler als ihre Umgebung erscheint, wenn die Helligkeitskurve dort einen Knick oder eine knickähnliche scharfe Krümmung besitzt. Ist die Knickung gegen die Abszissenachse konkav (Übergang von der schattenfreien Fläche zum Halbschatten), so erscheint die Stelle heller; bei konvexer Knickung (Übergang vom Halbschatten zum Kernschatten) dunkler.

Zu den photographischen Schattenbildern (Fig. 6 bis 8) ist noch folgendes zu bemerken: Die Aufnahmen wurden mit einer gewöhnlichen Taschenkamera (9×12 cm) von 13,5 cm Brennweite gemacht. Auf der Platte ist, was sich aus Aufnahmen von Objekten mit bekannter Winkelgröße ergab, $1\,\text{mm} = 0{,}47^0 = 28'$. Als Hintergrund für den Schatten konnte stets ein frisch bestellter Acker mit heller, glatter und unbewachsener Oberfläche ausgesucht werden. Bei der Angabe der Ballonhöhe über dem Boden wurde als Seehöhe des Geländes 70 m angenommen. Die Photogramme des Ballonschattens zeigen zwar infolge der geringen Lichtstärke der schmalen Sonnensichel nicht alle subjektiv bemerkbaren Einzelheiten, stellen jedoch das Phänomen in der Hauptsache gut dar. Die hier wiedergegebenen Drucke sind 6,7 fach vergrößert ($1\,\text{mm} = 4{,}2'$).

Wegen der geringen Größe des Ballons ($680\,\text{m}^3$) und der Höhe von 1000 bis 1400 m über dem als Projektionsfläche dienenden Gelände hatte bei voller Sonne der Korb nur einen schwachen Halbschatten (annähernd eine Kreisfläche), während die Schattenkreisfläche der Ballonkugel einen dunkleren Kern in der Mitte besaß, der jedoch kein echter Kernschatten war. Als die Sonne nur noch wie eine schmale Sichel zu sehen war, hatte auch der Ballonschatten Sichelform, sowohl der Schatten des Korbes wie auch der Kugel; Korbschatten und Kugelschatten erschienen jeder für sich als ein umgekehrtes Bild der Sonnenphase. Der Korbschatten war eine schmale Sichel von der Intensität des vorher bei voller Sonne beobachteten Halbschattenkreises; der Kugelschatten hatte die Gestalt einer stark verbreiterten Sichel mit dunklem Kern in der Mitte. Die Schatten des Korbes und der Kugel durchschnitten sich bei vertikaler Stellung der Sonnen-

[1]) E. Mach, Wien. Ber. 52 [2], 303, 1866.

sichel (☾). Für horizontale Sichelstellung lag der Ballonkugelschatten oberhalb des Korbschattens, wie bei voller Sonne, ohne daß sich die Sicheln schnitten; auf den Figuren 7 und 8 ist diese Korbschattensichel wenigstens andeutungsweise zu sehen; auf Fig. 6 ist das Gebiet, wo sich die beiden Sicheln durchschneiden, durch größere Dunkelheit markiert.

Bei Fig. 6 stand die Sonnensichel fast vertikal; bei Fig. 7 und 8 war sie fast horizontal, rechts etwas nach oben gedreht. Das Maximum der Verfinsterung fand etwa 4 Minuten nach der Schattenaufnahme der Fig. 6 statt. Für Halle a. S. wurde die maximale Verfinsterung von Herrn W. KOLHÖRSTER durch Helligkeitsmessungen um $1^h 26^m$ festgestellt; vgl. die demnächst erscheinende Publikation der im Halleschen Physikalischen Institut während der Sonnenfinsternis ausgeführten erdmagnetischen, luftelektrischen und lichtelektrischen Beobachtungen.

Halle a. S., Physik. Inst. d. Univ., 18. Juli 1912.

Zur Theorie prismatischer Polarmaturen;
von H. du Bois.

(Eingegangen am 25. Juli 1912.)

Im Hinblick auf die zunehmende Verwendung von Prismenarmaturen oder „Rippenpolen“ bei der Steighöhenmethode, dem Saitengalvanometer, der Beobachtung transversaler magnetischer Doppelbrechung und dergleichen ist es erwünscht, die Gleichungen dafür aufzustellen und namentlich auch die Topographie des Feldes einer näheren Betrachtung zu unterziehen. Dabei ist insbesondere für manche Zwecke die Frage seiner mehr oder weniger gleichförmigen Verteilung wichtig, wie aus der nachstehenden Notiz der Herren de Haas und Drapier aufs neue hervorgeht. Ich gedenke auf die rechnerische Seite dieses Problems demnächst ausführlicher zurückzukommen und dabei auch die Theorie der Kegelarmaturen zu vervollständigen; diese ist übrigens zum großen Teile bekannt und formal durchaus analog derjenigen der Prismenarmaturen, deren wesentliche Punkte im folgenden kurz besprochen seien.

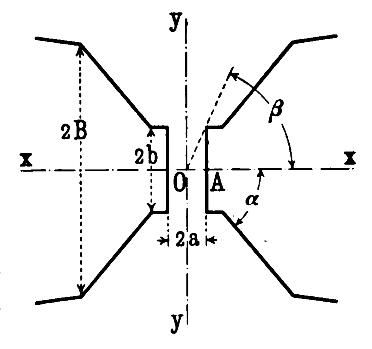
Ausgangspunkt ist auch hier die bekannte Annahme Stefans, wonach wenigstens in erster Annäherung die Armaturen gleichförmig nach der X-Achse magnetisiert sind, so daß Polelemente nur auf den Endflächen auftreten. Die Figur, aus der die Bezeichnungen ohne weiteres hervorgehen, stellt die Spur der Prismenarmaturen auf der Bildebene dar; ihre zu letzterer senkrechten erzeugenden Geraden sind parallel der Z-Achse gedacht; ihre Länge $2c$ sei der Einfachheit halber meistens so groß vorausgesetzt, daß eine weitere Verlängerung den Feldwert nicht merklich erhöhen würde. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für jenen Wert im Punkte O:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2 = 8\,\mathfrak{J}\beta + 8\,\mathfrak{J}\sin\alpha\cos\alpha\log\mathrm{nat}\frac{B}{b}\cdot$$

Für einen exzentrischen Achsenpunkt läßt sich das Feld mittels des Mc Laurinschen Satzes berechnen, wobei die drei ersten Derivierten aus Symmetriegründen schwinden, ebenso wie sämtliche Derivierten nach z. Es kommt daher in erster Linie

an auf $\partial^2\mathfrak{H}/\partial x^2$, was dann, infolge der LAPLACEschen Gleichung, mit $-\partial^2\mathfrak{H}/\partial y^2$ identisch ist. Ein positiver Wert des ersteren Differentialquotienten entspricht einem Längsminimum des Feldes in der x-Richtung, einem Quermaximum in der y-Richtung.

Das erste Glied $\mathfrak{H}_1$ in obiger Gleichung rührt von den rechteckigen Stirnflächen her. Es läßt sich auch leicht das Teilfeld für einen Achsenpunkt A in einer Stirnfläche berechnen, ebenso wie der Mittelwert $\overline{\mathfrak{H}}_1$ zwischen jenen Flächen. Die zweite Derivierte von $\mathfrak{H}_1$ nach x enthält im Nenner a^2 bzw. $b^2 = a^2 \operatorname{tg}^2 \beta$, im Zähler ein Produkt von Sinus- und Kosinuspotenzen, und ist stets positiv; sie schwindet für $\beta = 0$ und $\beta = \pi/2$ und ist am größten für $\beta = 30^0$. Es handelt sich hier also durchweg um ein Längsminimum, gleichbedeutend mit einem Quermaximum, derart, daß das Teilfeld $\mathfrak{H}_1$ seitlich stets schwächer ist als in der Achse. Für kürzere Armaturen, d. h. kleinere Werte von c, ergibt sich eine kompliziertere Formel, welche aber nicht allzusehr abweichende Werte liefert. Zugleich gestattet sie, mutatis mutandis den schwächenden Einfluß rechteckiger Bohrungen bzw. Spalte auf das Feld zu berechnen.



Das zweite Glied $\mathfrak{H}_2$ entspricht den abgeschrägten Flächen; sein Maximum liegt bei $\alpha = 45^0$ (bei Kegelflächen bekanntlich $54^0\,44'$). Der logarithmische Faktor bedingt auch hier einen überwiegenden Einfluß der den Stirnflächen nächstliegenden Flächenstreifen. Die zweite Derivierte von $\mathfrak{H}_2$ nach x enthält als Faktor eine kompliziertere Sinus- und Kosinusfunktion nebst dem Ausdruck $1/b^2 - 1/B^2$, bei dem der Subtrahend in vielen praktischen Fällen vernachlässigt werden kann. Sie schwindet hier für $\alpha = 30^0$ (bei Kegelflächen $39^0\,14'$), für kleinere (größere) Winkel wird sie positiv (negativ), entsprechend einem Längsminimum (Querminimum). Für größere Winkel ist also das Teilfeld $\mathfrak{H}_2$ seitlich stets stärker als in der Achse. Für kleinere c wird die Gleichung recht kompliziert, der Optimumwinkel wird dann $> 45^0$.

Betrachtet man schließlich das Gesamtfeld $\mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2$, so leuchtet ein, daß die Superposition eines Quermaximums und eines Quer-



minimums (für $\alpha > 30^0$) des Feldes dessen Gleichförmigkeit günstig zu beeinflussen gestattet. Mittels der Formeln gelangt man in gegebenen Sonderfällen zu einer möglichst vorteilhaften Normierung der Bestimmungsstücke.

Bei manchen Anwendungen benötigt man die Kenntnis des Querintegrals des Feldes

$$\int_{z_1}^{z_2} \mathfrak{H}_x \, dz.$$

Dieses läßt sich ebenfalls rechnerisch bzw. graphisch ermitteln.

Mit Prismenarmaturen lassen sich Feldwerte erhalten, die den durch Kegelpole erzeugten nicht allzusehr nachstehen. Es ergaben z. B. Rippenpole in Verbindung mit einem großen Modell eines Halbringelektromagnets [1]) neuester Konstruktion mit Sonderpolspulen folgende Werte:

Polabstand $2a$ . .	0,5	1,0	1,5	2,0 mm,
Feldwert	46,0	42,3	40,4	38,8 Kilogauß.

Dabei war $\alpha = 45^0$, weiterhin ansteigend bis 50^0; $2b = 3{,}6$ mm, $2c = 84$ mm; über die mittleren 50 mm etwa war das Feld merklich gleichförmig; es fiel dann beiderseitig ab und betrug an den Enden nahe die Hälfte. Die Werte stimmen ziemlich gut mit den theoretisch berechneten überein, wenn etwa $\mathfrak{J} = 1710$ CGS angenommen wird.

[1]) H. du Bois, Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 709, 1909; ZS. f. Instr. **31**, 362, 1911.

Zur Messung der absoluten Suszeptibilität von Flüssigkeiten;

von W. J. de Haas und P. Drapier.

(Eingegangen am 25. Juli 1912.)

Bei dem gegenwärtigen Stande der Magnetochemie ist die möglichst genaue Kenntnis der absoluten Suszeptibilität verschiedener Lösungsmittel, insbesondere derjenigen des Wassers von Bedeutung. Bekanntlich herrscht darüber im Gegensatz zu den Relativwerten noch große Unsicherheit und schwanken die Angaben zwischen 0,53 und 0,83 Millionteln; das gleiche gilt für den Temperaturkoeffizient, der nach CURIE unmerklich sein soll, während er nach anderen Autoren —1 bis —2,5 Prom. pro Grad beträgt. Daher sah sich Herr DU BOIS in 1900 genötigt, als provisorischen abgerundeten Mittelwert —0,75 Milliontel bei 18⁰ gegen Vakuum bzw. gegen ein indifferentes Gas vorzuschlagen, derart, daß die hierauf bezogenen Zahlen dann nachträglich korrektionsfähig bleiben sollten [1]). Es wäre zunächst schon recht erwünscht, wenigstens über die zweite Dezimale Sicherheit zu besitzen.

Wie von mehreren Autoren gezeigt worden ist, rühren die Verschiedenheiten nicht her von der Natur des Wassers, sofern keine paramagnetischen Eisensalze vorhanden sind, was sich mittels der Rhodanreaktion scharf feststellen läßt. Zur Erklärung jener großen Abweichungen ist einmal die Unbestimmtheit der Messung und der Topographie des Feldes in Betracht zu ziehen [2]), zweitens hat man bei der Steighöhenmethode die Form

---

[1]) G. QUINCKE, Wied. Ann. **24**, 404, 1885. TH. WÄHNER, Wien. Ber. **96** [2], 94, 1887. H. DU BOIS, Wied. Ann. **35**, 167, 1888; **65**, 38, 1898; Rapp. Congr. Int. Phys. **2**, 504, 1900. S. HENRICHSEN, Wied. Ann. **45**, 53, 1892. P. CURIE, Ann. chim. phys. (7) **5**, 289, 1895. J. S. TOWNSEND, Proc. Roy. Soc. **60**, 186, 1896. J. A. FLEMING u. J. DEWAR, Proc. Roy. Soc. **63**, 321, 1898. J. KOENIGSBERGER, Wied. Ann. **66**, 703, 1898; Ann. d. Phys. (4) **6**, 515, 1901. G. JÄGER u. ST. MEYER, Wied. Ann. **67**, 427, 707, 1899; Ann. d. Phys. (4) **6**, 870, 1901. G. PIAGGESI, Cim. (5) **4**, 247, 1902; Phys. ZS. **4**, 347, 1903; Beibl. **27**, 473, 1903. H. D. STEARNS, Phys. Rev. **16**, 10, 1903; Beibl. **27**, 673, 1903. P. SÈVE, Thèse (A), Nr. 703, Paris 1912.

[2]) Vgl. A. COTTON, Journ. de phys. (5) **2**, 97, 1912.

des Meniskus außerhalb wie innerhalb des Feldes zu beachten Zwar ändert sich die Kapillarkonstante an und für sich infolge der Magnetisierung wohl kaum [1]), jedoch kann die Kuppengestalt in einem nicht ganz gleichförmigen Felde eine Deformation erleiden. Diese kann, wenn man beachtet, daß die Kapillarsteighöhe verschiedene Male größer ist als die Depression infolge der Magnetisierung, schon zu beträchtlichen Fehlern Anlaß geben, wenn das Feld auch nur in geringem Maße ungleichförmig ist. Wir beschlossen daher, die an sich recht brauchbare QUET-QUINCKEsche Steighöhenmethode umzuwandeln in eine hydrostatische Nullmethode mit ebenem Meniskus.

Während unserer Vorversuche erschien kürzlich die oben zitierte ausführliche Arbeit des Herrn SÈVE, in welcher das vorliegende Material kritisch gesichtet wird und wertvolle meßtechnische Beiträge zur Lösung des vorliegenden Problems geliefert werden; er findet für Wasser als Mittelwert zweier Methoden $\varkappa = 0{,}723$ Milliontel bei 24^0 gegen Vakuum; dabei wurden Felder von etwa 17 Kilogauß benutzt, während die Depression vor der Ordnung 1 mm war.

Versuchsanordnung. Das Kapillarende eines QUINCKEschen U-Rohres war ganz eben abgeschliffen; das andere Ende war mittels Schläuchen verbunden mit einem Reservoir, in welchem man den Gasdruck mittels einer geeigneten Kolbenvorrichtung ein wenig ändern konnte. Dieses hatte etwa 1250 ccm Inhalt und war während der Versuche in schmelzendes Eis gebettet. Dieser Kunstgriff wurde von Herrn KAMERLINGH ONNES in die Gasthermometrie eingeführt und ermöglicht es, ein System zu schaffen, welches innerhalb der Fehlergrenzen unabhängig ist von Änderungen der Zimmertemperatur. Der schädliche Raum betrug etwa 10 ccm und die Zimmertemperatur war sehr konstant.

Ein mit dem Reservoir verbundenes Petroleummanometer ermöglichte es, jedesmal den Druck kathetometrisch abzulesen. Mittels Druckänderungen konnte man leicht die Flüssigkeit aus dem flachen Ende des U-Rohres heraustreten lassen. Man konnte in dieser Weise Kuppen von verschiedener Höhe bilden; ihre Regulierung war bei dem benutzten Apparat eine recht befriedigende.

---

[1]) G. QUINCKE, Pogg. Ann. **160**, 586, 1877; Wied. Ann. **24**, 375, 1885. O. LIEBKNECHT u. A. P. WILLS, Ann. d. Phys. (4) **1**, 183, 1900.

Fortwährend wurde nun abgelesen: einmal mit einem Kathetometer der Druck im Reservoir und zweitens mit einem eisenfreien ZEISSschen Meßmikroskop die Höhe der Kuppe; ihre Abweichung von der genau ebenen Gestalt wurde auch nach dem reflektierten Bilde eines Glühfadens beurteilt.

Versuchsergebnisse. Diese Messungen wurden jedesmal angestellt im remanenten Felde, sowie im voll erregten Felde eines Ringelektromagnets älterer Konstruktion, in dem eine prismatische Polarmatur eingesetzt war, wie sie in der vorstehenden Notiz des Herrn DU BOIS beschrieben ist. Eine Reihe von Bestimmungen verschiedener Meniskushöhen ergab mittels einer kleinen Extrapolation die magnetische Depression des zunächst benutzten destillierten Wassers bei einer Meniskushöhe Null. Es liegt auf der Hand, daß man nach dieser Methode recht enge Kapillaren — und infolgedessen ein gleichförmiges und intensives Feld — benutzen kann. Eine vorläufige Bestimmung ergab in einem Felde von etwa 31 Kilogauß $\varkappa = 0{,}73$ Milliontel bei 24° (gegen Vakuum). Bei unserer Methode läßt sich die Kuppe leicht in einer magnetisch indifferenten Atmosphäre beobachten, sowie in einem ausgedehnteren Temperaturbereich behufs Bestimmung des Temperaturkoeffizienten. Indessen soll die Topographie des Feldes noch genauer untersucht werden an Hand der vorstehenden Theorie. Die Versuche werden fortgesetzt und eine ausführlichere Beschreibung soll demnächst erscheinen.

Über eine physikalische Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde, II;

von E. Gehrcke.

(Eingegangen am 25. Juli 1912.)

---

§ 4. Wie Herr LICHTENECKER [1]) dargetan hat, sind die bisherigen Modelle des elektromagnetischen Feldes nicht geeignet, die Unsymmetrie der magnetischen Wirkung bewegter Elektrizität „zureichend zu begründen". Die Schwierigkeit, die aus dem Satze vom zureichenden Grunde (wegen des Auftretens eines Magnetfeldes von bestimmter Richtung um eine bewegte Ladung herum) erwächst, wird durch die bisher vorgeschlagenen Modelle „an eine andere Stelle verlegt, aber nicht beseitigt". Dieser Feststellung von Herrn LICHTENECKER wird man nur zustimmen können.

Jedoch möchte ich darauf hinweisen, daß, wenn man sich auf den Standpunkt von Herrn LICHTENECKER stellt, der von ihm angegebene Ausweg ebenfalls zu einer Verschiebung, nicht zu einer Beseitigung der Schwierigkeit führt. Herr LICHTENECKER will jeder Art Elektrizität bereits im Ruhezustand eine axiale Struktur zuweisen. Er wird dann etwa der negativen Elektrizität die eine, der positiven die andere der beiden sich darbietenden axialen Möglichkeiten anheften. Nun sollte aber von vornherein jeder Art Elektrizität jede der beiden axialen Möglichkeiten zukommen können, es wäre durch nichts begründet, wenn e i n e Art Elektrizität mit nur e i n e r Art axialer Struktur ausgestattet sein würde. Dies wäre logisch nur möglich, wenn in der Natur dieser Elektrizität eine räumliche Unsymmetrie begründet läge [2]). Die Schwierigkeit wird also hier, wie man sieht, ebensowenig aus der Welt geschafft, wie bei den anderen Modellen und wie im Grundphänomen der bewegten Elektrizität.

---

[1]) K. LICHTENECKER, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 541, 1912.

[2]) Im Anschluß an das von Herrn LICHTENECKER angeführte Beispiel der Hopfen- und Weinranke werden wir doch annehmen müssen, daß in der Natur dieser Gebilde ein ganz bestimmter, räumlicher Grund da ist, der den bestimmten Drehungssinn zur Folge hat.

Ich möchte noch hervorheben, daß die Zulässigkeit des von Herrn LICHTENECKER erfundenen, originellen Spindelmodells durch diese Betrachtungen nicht beschränkt wird.

Zu der von mir unter anderem erläuterten Möglichkeit, die gesuchte Unsymmetrie in das elektrische Feld hineinzuverlegen, möchte ich nachträglich hinzufügen, daß meine schematischen Figuren, die Herr LICHTENECKER wieder abgedruckt hat und in denen die einzelnen Ätherzellen sämtlich geordnet sind, auf den Zustand der Bewegung der elektrischen Kraftlinien senkrecht zur Ebene der Zeichnung Bezug haben sollten. Deshalb erscheinen mir die in Fig. 2 und 3 angeführten Konfigurationen von elektrisch polarisierten Ätherzellen vom Standpunkt der heutigen Erfahrung aus ebenso zulässig wie irgend ein anderes der bisherigen Modelle. — Wie mir Herr LICHTENECKER freundlichst mitgeteilt hat, ist die Struktur dieser Ätherzellen besser als schraubenförmig, nicht als „kristallinisch" zu bezeichnen.

§ 5. Man denke sich eine elektrisch geladene Kugel ruhend in einem homogenen Magnetfeld $\mathfrak{H}$. Die Intensität des Magnetfeldes soll dann mit der Zeit Änderungen erleiden, so daß pro Zeiteinheit die Änderung $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$ erfolgt. Sofern $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$ eine Funktion von r ist (hier soll r eine beliebige, vom Mittelpunkt der Kugel senkrecht zu $\mathfrak{H}$ gezogene Richtung bedeuten), ist alles um eine durch den Mittelpunkt der Kugel parallel zu $\mathfrak{H}$ gezogene Gerade symmetrisch. Nunmehr wollen wir den Satz vom zureichenden Grunde anwenden. Es sollte, falls $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_{pond}$ [1]) ist, überhaupt keine Rotation der Kugel eintreten können; falls $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_{feld}$ ist, so sollte, falls Rotation eintritt, der Umdrehungssinn unabhängig vom Vorzeichen der auf der Kugel befindlichen Ladung sein; denn ein Vorzeichenwechsel der Ladung, bzw. eine Umkehr der Richtung der elektrischen Kraftlinien, ändert nichts an den Symmetrieverhältnissen. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch mit der Erfahrung, denn auf Grund der uns bekannten Tatsachen müssen wir annehmen, daß elektromotorische Kräfte [2]) auftreten, welche die Kugel um

[1]) Ich benutze hier die von Herrn WITTE (Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 581, 1912) gegebene, begriffliche Zerlegung von $\mathfrak{H}$ in $\mathfrak{H}_{pond}$ und $\mathfrak{H}_{feld}$.

[2]) Wenn man will, kann man sich vorstellen, daß die in der Kugel enthaltenen Elektronen in Bewegung geraten und die Kugel mit sich mitnehmen.

eine durch ihren Mittelpunkt parallel $\mathfrak{H}$ gezogene Achse zu drehen streben, und zwar in bestimmtem, vom Vorzeichen der Ladung abhängigem Sinne.

Aus diesem Beispiel einer in einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld befindlichen Kugel möchte ich folgendes schließen:

a) Jeder Versuch, die Schwierigkeit hier auf dem von Herrn WITTE betretenen Wege zu beseitigen, scheidet von vornherein aus. Denn ein Magnetpol, auf den sich die Schwierigkeit abwälzen ließe, ist hier nicht vorhanden.

b) Die Schwierigkeit bleibt bestehen, mag man $\mathfrak{H}$ als $\mathfrak{H}_{pond}$ oder als $\mathfrak{H}_{feld}$ auffassen, sie verschwindet aber auch dann nicht, wenn man $\mathfrak{H}$ als zusammengesetzt aus $\mathfrak{H}_{pond}$ und $\mathfrak{H}_{feld}$ auffaßt (also $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_{pond\ u.\ feld}$), d. h. wenn man eine schraubenartige Struktur der magnetischen Kraft einführt. Denn auch in diesem Falle würde ein Vorzeichenwechsel der elektrischen Ladung auf der Kugel die Symmetrie nicht verändern und sonach keine Umkehrung des Rotationssinnes der Kugel zur Folge haben dürfen.

c) Die Schwierigkeit läßt sich, wie mir scheint, weiter zurückschieben, wenn man irgend eine Schraubenstruktur der elektrischen Kraftlinien oder der elektrischen Ladung annimmt, z. B. im Anschluß an das von Herrn LICHTENECKER angegebene Modell.

§ 6. Wenn in dem Beispiel des § 5 die Schwierigkeit dadurch nicht behoben werden kann, daß man $\mathfrak{H}$ als $\mathfrak{H}_{feld}$ auffaßt, so ist zu vermuten, daß auch bei dem in § 1 [1]) erörterten Beispiel einer gestoßenen, geladenen Kugel, die einen Magneten ablenkt, der Widerspruch mit dem Satze vom zureichenden Grunde durch die Annahme $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_{feld}$ oder $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_{feld\ u.\ pond}$ nicht zum Fortfall kommt. In Wirklichkeit wechselt der Sinn der Ablenkung der Magnetnadel (bzw. der Sinn der Ablenkung des die Nadel ersetzenden Kreisstromes) sein Vorzeichen, wenn die Ladung der gestoßenen Kugel ihr Vorzeichen wechselt; dieser Vorzeichenwechsel der elektrischen Ladung ändert aber an den Symmetrieverhältnissen nichts. Ich schließe daraus, daß die Auffassung der magnetischen Kraftlinien als $\mathfrak{H}_{feld}$ oder als $\mathfrak{H}_{pond\ u.\ feld}$ — wenn diese Auffassung auch das Auftreten einer Ablenkung der Magnetnadel von bestimmtem Richtungssinn zulassen mag — noch nicht hinreicht, um die Abhängigkeit dieses Ablenkungssinnes vom Vorzeichen

[1]) S. 379.



der Kugelladung logisch zu gestatten. Daher muß ich folgern, daß durch diese Auffassung der magnetischen Kraft die Schwierigkeit, die aus dem Satze vom zureichenden Grunde folgt, auch in den Fällen unbeseitigt bleibt, wo die Magnetnadel schräg[1]) zur Bewegungsrichtung der Kugel steht.

Man könnte versuchen, den magnetischen wie den elektrischen Kraftlinien je eine Art Schraubenstruktur beizulegen, indem man nicht nur die magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ in $\mathfrak{H}_{pond}$ und $\mathfrak{H}_{feld}$, sondern auch die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ entsprechend in $\mathfrak{E}_{pond}$ und $\mathfrak{E}_{feld}$ zerlegt. Statt der sechs Hauptgleichungen des elektromagnetischen Feldes hätte man dann zwölf Gleichungen, indem sechs Gleichungen die Verbindungen $\mathfrak{E}_{pond}$ und $\mathfrak{H}_{feld}$, und sechs andere die Verbindungen $\mathfrak{E}_{feld}$ und $\mathfrak{H}_{pond}$ enthielten. Doch bin ich noch nicht davon überzeugt, daß ein solcher Ansatz notwendig oder gar hinreichend wäre, und erachte es für nützlich, auch die von den Herren LICHTENECKER und WITTE eingeschlagenen Wege weiter zu verfolgen. Vor allem möchte ich in dem Vorhandensein der Schwierigkeit beim elektromagnetischen Grundphänomen eine Veranlassung zu Fragestellungen der verschiedensten Art erblicken und darum die Bemühungen nicht zu sehr auf eine formale Beseitigung der Schwierigkeit richten.

§ 7. Herr BECKER[2]) will, um die kurze Bezeichnungsweise von Herrn WITTE wieder anzuwenden, den polaren Vektor $\mathfrak{H}_{pond}$ völlig entfernen und nur den axialen Vektor $\mathfrak{H}_{feld}$ übrig lassen. Dies erscheint nicht nur willkürlich, sondern auch unzulässig. Denn $\mathfrak{H}_{pond}$ ist eine nach Größe und Richtung meßbare, mechanische Kraft, die zwar auf dem Papier, aber nicht aus unserer Erfahrungswelt gestrichen werden kann.

Gegen die Ausführungen von Herrn BARKHAUSEN[3]), der die magnetischen Kräfte einfach als Rechengrößen, vergleichbar den imaginären Größen, ansehen will, lassen sich mancherlei Einwände erheben; ich erwähne nur einen Satz auf S. 667, wo Herr BARKHAUSEN behauptet: „Ersetzt man alle permanenten Magnete durch Molekularströme, so lassen sich alle ponderomotorischen Kräfte auf das Gesetz zurückführen: Gleich gerichtete Ströme ziehen sich an, ungleich gerichtete stoßen sich ab". Daß dieses

---

[1]) Vgl. WITTE, l. c.

[2]) R. BECKER, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 646, 1912.

[3]) H. BARKHAUSEN, ebenda 14, 666, 1912.

Gesetz im allgemeinen nicht verwendbar ist, um die ponderomotorischen Kräfte zu berechnen, glaube ich nicht näher erläutern zu brauchen; ich erinnere nur an das AMPÈREsche Elementargesetz über die Wechselwirkung zwischen zwei Stromelementen.

Endlich möchte ich noch eine Auffassung erwähnen, die mir zuweilen begegnet ist, und die auch Herr BARKHAUSEN zu teilen scheint: meine l. c. genannten Ausführungen sollen „die Theorie anzweifeln“. Ich bin der Meinung, daß dies durchaus nicht der Fall ist. Denn die MAXWELLschen Gleichungen sind doch ein Ausdruck von Tatsachen, und über die Richtigkeit dieser Gleichungen kann heute kaum ein Zweifel bestehen. Eine andere Frage ist die, ob mit diesen Gleichungen das letzte Wort über das elektromagnetische Feld gesprochen ist, und bis zu welchem Grade der Annäherung diese Gleichungen in der Natur gelten. Die doktrinäre Behauptung, daß die Annäherung beliebig weit ginge, und daß mit diesen Gleichungen der tiefste, für die Forschung erreichbare Punkt zum Ausdruck käme, halte ich für unbewiesen; die Richtigkeit einer solchen Behauptung erscheint mir von vornherein unwahrscheinlich. In meinen Erörterungen glaube ich nur auf eine fühlbare Lücke in unserem Wissen vom elektromagnetischen Felde hingewiesen zu haben, welche zu den verschiedensten Fragestellungen anregt, ohne das Bestehende, soweit es Tatsachen zum Ausdruck bringt, in seiner Richtigkeit anzuzweifeln oder in seinem Wert irgendwie anzutasten.

Die kanonische Zustandsgleichung fester Körper nach der Quantentheorie;

von Kurt Eisenmann.

(Eingegangen am 26. Juli 1912.)

In neuerer Zeit ist vielfach der Versuch gemacht worden, eine Zustandsgleichung fester Körper abzuleiten; erwähnen will ich nur die Theorien von Mie[1]) und Grüneisen[2]). Einstein[3]) wandte zuerst das Plancksche Strahlungsgesetz und hiermit die Quantentheorie auf die Energie eines festen Körpers an, und die Versuche Nernsts[4]) und seiner Schüler haben die Einstein-Plancksche Hypothese glänzend bestätigt.

Nun hatte zwar Einstein die Energie des Planckschen Resonators mit dem Faktor 3 multipliziert, weil er 3 Schwingungsebenen annahm, jedoch sind die Betrachtungen, die man mit einem solchen Resonator anzustellen vermag, nicht imstande, diesen Faktor 3 exakt herzuleiten. Auch die von Ratnowsky[5]) gegebene Ableitung leidet daran, daß sie auf die Resonatorentropie zurückgreift.

In ganz anderer Weise suchte Nernst[6]) das Problem zu lösen, indem er analog der Theorie idealer Gase eine Verteilungsfunktion einführte. Jedoch hat Nernst die Verteilungsfunktion willkürlich angenommen und die Entropie nicht eingeführt, so daß auch diese Ableitung nicht voll zum Ziele führt.

Im folgenden werde ich nun nach der Quantentheorie nach Einführung einer Verteilungsfunktion aus der Entropie eine vollständige Ableitung der Energie und der Zustandsgleichung eines festen Körpers geben.

---

[1]) G. Mie, Ann. d. Phys. (4) **11**, 657, 1903.
[2]) Grüneisen, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 322, 1912 usw.
[3]) Einstein, Ann. d. Phys. (4) **22**, 186, 1907.
[4]) Nernst, Sitzber. d. Akad. d. Wiss. 1911, S. 306 usw.
[5]) Ratnowsky, Ann. d. Phys. (4) **8**, 637, 1912.
[6]) Nernst, ZS. f. Elektrochem. **17**, 265, 1911.

§ 1. Berechnung der Entropie.

Denken wir uns einen aus einer sehr großen Anzahl N von gleichartigen Atomen bestehenden festen Körper in einem gegebenen Zustande, so muß hierzu die Raum- und Energieverteilung der Atome bekannt sein. Führen wir nun die Quantentheorie ein, wonach die Energie nur nach ganzen Energieelementen ε verteilt werden kann, so daß ein Elementargebiet nur ganze Vielfache von ε, diese aber in beliebiger Zahl enthalten kann, so sei

$$\vartheta = {}^1/_2\, m\,\xi^2 + {}^1/_2\, m\,\eta^2 + {}^1/_2\, m\,\zeta^2 \qquad 1)$$

die Energie eines Atoms von der Masse m, und zwar betrage die Energie eines jeden der Summanden ${}^1/_2 m\xi^2$, ${}^1/_2 m\eta^2$, ${}^1/_2 m\zeta^2$ ein ganzes Vielfaches von ε, also $x.\varepsilon$, wo x sich von 0 bis ∞ erstrecken soll. Da nun aber jeder Summand unabhängig von dem anderen ist, so können wir setzen:

$$\vartheta = \varepsilon(x + y + z),$$

wo die Größen x, y, z jede beliebige Zahl von 0 bis ∞ annehmen können. Es beträgt dann

$$N = V.\Sigma_x \Sigma_y \Sigma_z f[\varepsilon(x + y + z)]. \qquad 2)$$

Ganz allgemein gilt nun für die Entropie der Ausdruck:

$$S = k \lg W + \text{const}, \qquad 3)$$

wobei k eine universelle Konstante, W die Wahrscheinlichkeit des Zustandes bedeutet. Wir setzen nun

$$W = w_1 . w_2. \qquad 4)$$

Hierbei ist w_1 die Anzahl Komplexionen, welche der gegebenen Energieverteilung entsprechen, und zwar ist

$$w_1 = \frac{N!}{\Pi(f.\tau)!}; \qquad 5)$$

ferner bedeutet w_2 die Wahrscheinlichkeit der Raumverteilung; befindet sich nun in einem Volumen v nur ein Atom von dem Volumen v_0, was man bei festen Körpern annehmen muß, so ist die Wahrscheinlichkeit hierfür:

$$w_2 = \left(1 - \frac{v_0}{v}\right). \qquad 6)$$

Mit Anwendung des STIRLINGschen Satzes $n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n$ findet man daher für die Entropie:

$$S = \text{const} - k \sum_{xyz} f \lg f + k \lg \left(1 - \frac{v_0}{v}\right). \qquad 7)$$

Bezüglich der Energie nehmen wir an, daß sie sich aus zwei Gliedern zusammensetze:

$$U = L + \Phi(v), \tag{8}$$

von denen das erste, die kinetische Energie, den Wert

$$L = \sum_{xyz} \varepsilon (x + y + z) . f \tag{9}$$

besitze, während wir das zweite Glied $\Phi(v)$ nur insofern bestimmen, als es eine reine Funktion des Volumens und von anderen Variablen nicht abhängig sein soll. Es ist dann

$$U - \Phi(v) = \varepsilon \sum_{xyz} (x + y + z) f. \tag{10}$$

Die Funktion f ergibt sich leicht aus den festen Bedingungen

$$\partial N = \partial U = \partial S = 0$$

zu

$$f = \alpha e^{\beta(x+y+z)}. \tag{11}$$

Dann erhält man sofort

$$N = V . \alpha . \sum_{xyz} e^{\beta(x+y+z)} \tag{12}$$

$$N = V \alpha (\sum_x e^{\beta x})^3, \tag{13}$$

und falls man setzt $Y = \sum_x e^{\beta x}$:

$$N = V \alpha Y^3. \tag{14}$$

Für U erhält man ganz analog, falls man $\sum_x x e^{\beta x} = Z$ setzt:

$$U - \Phi(v) = 3 \varepsilon V \alpha Z . Y^2. \tag{15}$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann:

$$\alpha = \frac{N}{V . Y^3} \tag{16}$$

$$U - \Phi(v) = 3 \varepsilon N \frac{Z}{Y}. \tag{17}$$

Nun ergibt sich leicht:

$$Y = \sum_x e^{x\beta} = \frac{e^\beta}{e^\beta - 1} \tag{18}$$

$$Z = \sum_x x e^{x\beta} = \frac{e^\beta}{(e^\beta - 1)^2}. \tag{19}$$

Durch Einsetzen dieser Werte erhält man:

$$U - \Phi(v) = \frac{3 \varepsilon N}{e^\beta - 1}, \tag{20}$$

oder wenn wir die durch N dividierten Größen durch kleine Buchstaben darstellen:

$$u - \varphi(v) = \frac{3\varepsilon}{e^{\beta} - 1}. \tag{21}$$

Man findet dann:

$$\beta = \lg\left(1 + \frac{3\varepsilon}{u - \varphi(v)}\right) \tag{22}$$

$$\alpha = \frac{1}{v} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{u - \varphi v}{3\varepsilon}\right)^3}. \tag{23}$$

Wir kehren jetzt zur Entropie zurück; nach Einsetzen der Funktion f erhält man:

$$s = \text{const} + k\lg\left(1 - \frac{v_0}{v}\right) - k\lg\alpha + k\,\frac{u - \varphi v}{\varepsilon}\,\beta. \tag{24}$$

Diese Gleichung für die Entropie fester Körper unterscheidet sich formell nur wenig von der entsprechenden idealer Gase. Nach Einsetzen der Werte von α und β erhält man dann als allgemeinsten Ausdruck für die Entropie des festen Körpers:

$$\left.\begin{aligned}\frac{s}{k} = \text{const} + \lg v + \lg\left(1 - \frac{v_0}{v}\right) + 3\lg\left(1 + \frac{u - \varphi v}{3\varepsilon}\right)\\ + \frac{(u - \varphi)}{\varepsilon}\lg\left(1 + \frac{3\varepsilon}{u - \varphi v}\right)\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

oder etwas umgeformt:

$$\left.\begin{aligned}\frac{s}{k} = \text{const} + \lg(v - v_0) + 3\left(1 + \frac{u - \varphi(v)}{3\varepsilon}\right)\\ \lg\left(1 + \frac{u - \varphi v}{3\varepsilon}\right) - \frac{3(u - \varphi v)}{3\varepsilon}\lg\frac{u - \varphi v}{3\varepsilon}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

§ 2. Berechnung der Energie und Ableitung der Zustandsgleichung aus der Entropie.

Aus der allgemeinen thermodynamischen Beziehung

$$ds = \frac{du + p\,dv}{T} \tag{1}$$

ergibt sich, da $\varphi(v)$ nur von v abhängen soll,

$$\frac{1}{k}\left(\frac{\partial s}{\partial u}\right)_v = \frac{1}{k}\left(\frac{\partial s}{\partial (u-\varphi)}\right)_v = \frac{1}{kT} = \frac{1}{\varepsilon}\lg\left(1+\frac{3\varepsilon}{u-\varphi}\right) \qquad 2)$$

$$u-\varphi(v) = \frac{3\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}-1}. \qquad 3)$$

Dies ist aber genau die EINSTEINsche Gleichung für die Energie eines festen Körpers, da $\varepsilon = h.\nu$ sein muß.

Um die Differentiation von s nach v auszuführen, schreiben wir:

$$\frac{s}{k} = \text{const} + \lg(v-v_0) + \frac{s'}{k}, \qquad 4)$$

worin

$$\frac{s'}{k} = 3\left(1+\frac{u-\varphi}{3\varepsilon}\right)\lg\left(1+\frac{u-\varphi}{3\varepsilon}\right) - \frac{u-\varphi}{\varepsilon}\lg\frac{u-\varphi}{3\varepsilon}. \qquad 5)$$

Dann wird

$$\frac{1}{k}\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_u = \frac{p}{kT} = \frac{1}{v-v_0} + \frac{1}{k}\left(\frac{\partial s'}{\partial v}\right)_u. \qquad 6)$$

Nun haben wir aber nach den Untersuchungen von LINDEMANN [1]) und vom Verf. [2]) noch eine feste Bedingung

$$\nu^2 . v^{2/3} = \text{const}, \qquad 7)$$

woraus folgt:

$$\frac{1}{\nu}\frac{\partial \nu}{\partial v} = -\frac{1}{3v}. \qquad 8)$$

Man erhält dann

$$\left(\frac{\partial s'}{\partial v}\right)_u = \frac{1}{T}\left(\frac{u-\varphi}{3v} - \varphi' v\right). \qquad 9)$$

Dies eingesetzt, erhält man:

$$\frac{p}{kT} = \frac{1}{v-v_0} + \frac{1}{kT}\left(\frac{1}{v}\,\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} - \varphi' v\right) \qquad 10)$$

und hieraus die endgültige Zustandsgleichung:

$$p + \varphi'(v) = \frac{kT}{v-v_0} + \frac{1}{v}\,\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}. \qquad 11)$$

Macht man die Annahme kugelförmiger Atome, so wird

$$\varphi' = \frac{a}{v^2},$$

---

[1]) LINDEMANN, Phys. ZS. **11**, 609, 1910.
[2]) K. EISENMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 315, 1912.

wo a eine Konstante bedeutet; es wird dann

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{kT}{v - v_0} + \frac{1}{v} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \qquad 12)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der VAN DER WAALSschen nur durch das letzte Glied; bemerkenswert ist, daß man diese Gleichung durch Temperaturerhöhung nicht in die VAN DER WAALS-sche Form überführen kann; doch dürfte dies in der Natur der Sache begründet sein, da der Übergang eines Körpers vom festen zum flüssigen Aggregatzustand auch kein stetiges Verhalten zeigt.

Die äufsere Reibung der Gase und ein neues Prinzip für Luftpumpen: die Molekularluftpumpe[1];

von W. Gaede.

(Eingegangen am 17. Juli 1912.)

KUNDT und WARBURG[2]) haben gezeigt, daß stark verdünnte Gase an der Wand gleiten, und daß die äußere Reibung der Gase an der Glaswand mit sinkendem Drucke abnimmt. KNUDSEN[3]) berechnete den absoluten Wert der äußeren Reibung aus gaskinetischen Überlegungen und fand eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten für die durch Glasröhren strömenden Gasmengen. Er nahm wie MAXWELL an, daß die Gasmoleküle von der Wand zurückgeworfen werden, unabhängig vom Einfallswinkel.

Ich habe die KNUDSENschen Beobachtungen nachgeprüft und fand, daß bei den Drucken größer als 0,001 mm Quecksilbersäule sich eine Gashaut auf dem Glas ausbildet, welche bewirkt, daß die Moleküle vorzugsweise nach der Einfallsrichtung zurückgeworfen werden. Die Versuche zeigten, daß man von der Wirkung der Gashaut sich folgende Vorstellung zu bilden hat: Auf der Glasoberfläche sind zweierlei Arten von Unebenheiten zu unterscheiden, mechanische Unebenheiten und molekulare Unebenheiten. Bei Drucken oberhalb 0,001 mm werden die molekularen Unebenheiten von einer Gashaut überdeckt, deren Dichtigkeit nach dem Gasraum zu abnimmt. Die von der Wand reflektierten Gasmoleküle müssen die Gashaut durchdringen, wodurch die Austrittsrichtung der Gasmoleküle beeinflußt wird. Der senkrechte Austritt aus der Gashaut ist der bevorzugte, weil bei schrägem Austritt die zu durchdringende Strecke in der Gashaut größer und der Austritt mehr gehindert ist als in senkrechter Richtung. Vergleicht man die mechanischen Unebenheiten mit den Ackerschollen und -furchen, so entsprechen

---

[1]) Nach einem auf der 83. Naturforscherversammlung in Karlsruhe gehaltenen Vortrag.

[2]) KUNDT und WARBURG, Pogg. Ann. **155**, 337, 525, 1875.

[3]) M. KNUDSEN, Ann. d. Phys. **28**, 75, 1909.

den molekularen Unebenheiten die Sandkörnchen und Steinchen, und der Gashaut entspricht eine dünne Reifschicht oder ein feiner Schneebelag auf den Schollen. Herrscht im hohen Vakuum zwischen den beiden Enden einer Röhre eine Druckdifferenz, d. h. sind in einer Röhre die Gasmoleküle an einem Ende dichter angehäuft als am anderen, so trifft der von dem einen Rohrende kommende Molekülschwarm von den mechanischen Unebenheiten der Röhrenwand diejenigen Flächenstücke, die ihm zugewandt sind. Von den getroffenen Flächenstücken werden die Moleküle durch die Wirkung der Gashaut vorzugsweise senkrecht reflektiert, so daß der ganze Molekülschwarm der Hauptsache nach in die Richtung, aus der er kam, zurückgeworfen wird. Nach dem anderen Rohrende zu tritt von den zurückgeworfenen Molekülen nur der kleinere Teil aus. Der Ausgleich der ungleichen Molekülanhäufungen — der Druckausgleich — ist somit langsamer als in dem anderen Falle, wenn ohne Gashaut die Moleküle absolut regellos, unabhängig vom Einfallswinkel von den molekularen Unebenheiten der Wand abgestoßen werden, so daß ebenso viele Moleküle nach dem einen Rohrende zurückgeworfen wie nach dem anderen Rohrende weiter ausgesandt werden. Diese letzte von Knudsen verwendete Voraussetzung trifft nur bei Drucken unterhalb 0,001 mm zu, indem bei diesen Drucken die Gashaut praktisch verschwindet. Durch das Auftreten der Gashaut wird die durch ein Rohr in der Zeiteinheit strömende Gasmenge kleiner, die hydrodynamische, äußere Reibung zwischen Gas und Wand größer.

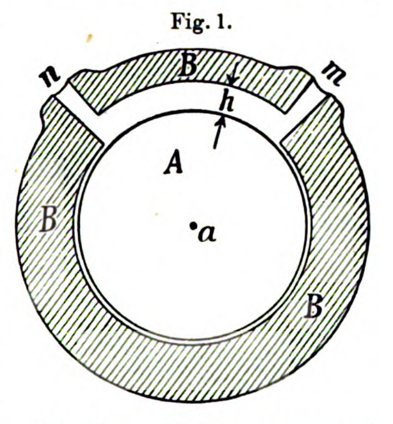
Im Zusammenhange damit[1]) habe ich die Gasreibung zwischen bewegten Flächen berechnet und gefunden, daß in diesem Falle Druckkräfte auftreten, welche sich zur Konstruktion einer neuen Art von Hochvakuumpumpen gut eignen. In Fig. 1 ist A ein um die Welle a drehbarer Zylinder, der von dem Gehäuse B umschlossen ist. In das Gehäuse B ist eine von n bis m reichende Nut von der Tiefe h eingefräst. Dreht sich A im Sinne des Uhrzeigers, so wird die Luft in der Nut infolge der Gasreibung von n nach m mitgerissen. Verbindet man die Öffnungen n und m mit einem Manometer, so beobachtet man zwischen m und n eine Druckdifferenz, welche der Drehungszahl von A und

[1]) Eingehende Mitteilungen werde ich demnächst veröffentlichen.



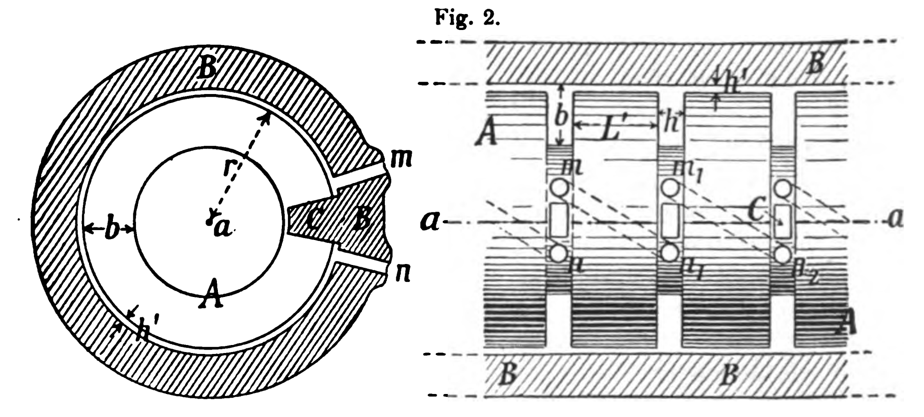
der inneren Reibung des Gases proportional ist. Evakuiert man das Gehäuse, so bleibt trotz der entstehenden Gasverdünnung die Druckdifferenz zwischen *m* und *n* konstant, weil die innere Reibung unabhängig vom Druck ist. Ist z. B. die Druckdifferenz 10 mm Quecksilbersäule, so ist bei Atmosphärendruck der Druck bei *m* 760 mm, bei *n* 750 mm. Verdünnen wir die Luft im Gehäuse, so erhalten wir z. B. bei *m* 200 mm und bei *n* 190 mm, oder bei *m* 50 mm und bei *n* 40 mm. Setzen wir bei *m* den Druck auf 10 mm herab, so sollte, wenn diese Regel noch weitere Gültigkeit hat, der Druck bei *n* 0 mm sein und diese Vorrichtung ein absolutes Vakuum zu geben imstande sein. Dies trifft allerdings nicht zu, weil infolge der diffusen Reflexion der Moleküle an der Wand, welche sich hydrodynamisch als Gleitung der Gase bemerkbar macht, diese Regel bei den niedersten Drucken ihre Gültigkeit verliert. Während bei den hohen Drucken die Druckdifferenz konstant blieb, ist bei den niedersten Drucken das Verhältnis der Drucke bei *m* und *n* unabhängig vom Verdünnungsgrad. Die Gasmoleküle werden bei den niedersten Drucken, unterhalb 0,001 mm, von den Oberflächen unabhängig vom Einfallswinkel diffus reflektiert und fliegen von einer Wand zur anderen, ohne mit anderen Gasmolekülen zusammenzustoßen. Die Reflexion der Moleküle kann man sich so vorstellen, wie wenn die Oberfläche des Zylinders mit einer großen Zahl kleiner Geschütze besät wäre, aus welchen die Moleküle nach allen möglichen Richtungen mit einer gewissen Geschwindigkeit, der Molekulargeschwindigkeit, abgeschossen werden. Bewegt sich die Zylinderoberfläche mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als die Molekulargeschwindigkeit, so werden in der Nut die vom Zylinder tangential abgeschossenen Moleküle in der Richtung von *n* nach *m* eine Geschwindigkeit haben, die das Doppelte der Molekulargeschwindigkeit übersteigt, während rückwärts, vom Zylinder nach *n* überhaupt keine Moleküle gelangen können. Infolgedessen wird bei *n* ein Verarmungsbereich an Molekülen, ein Vakuum

Fig. 1.



auftreten. Man erkennt hieraus, daß diese Vorrichtung, welche bei Atmosphärendruck als Luftpumpe wertlos ist, bei niederen Drucken in Verbindung mit einer Hilfspumpe sehr gute Resultate geben muß. Die neue Pumpe beruht auf einer technischen Ausnutzung des molekularen Mechanismus der Gase, die neue Pumpe ist eine „Molekularluftpumpe“. Aus verschiedenen praktischen Gründen wählt man die Umdrehungsgeschwindigkeit kleiner und gibt den Saugnuten die Form wie in Fig. 2. In den um die Achse a im Gehäuse B rotierenden Zylinder A sind Nuten von der Tiefe b und Breite h eingeschnitten. In die Nut greift die

Fig. 2.



am Gehäuse B befestigte Lamelle C ein. Dreht sich A im Sinne des Uhrzeigers, so wird das Gas bei m verdichtet, bei n verdünnt. Um die Wirkung zu steigern, sind die Öffnungen m n zu den nebeneinander befindlichen Nuten so geschaltet, daß m mit n_1, m_1 mit n_2 usw. verbunden sind. Das Gehäuse ist geschlossen und mit luftdichten Lagern versehen, welche die Welle des Zylinders nach außen durchtreten lassen. An dem Gehäuse befinden sich zwei Düsen. Die eine führt zum Gehäuse und dient zum Anschluß an eine Vorpumpe, die andere Düse führt zu der mittelsten Nut des Zylinders und dient zum Anschluß des zu evakuierenden Apparates.

Um die Wirksamkeit der neuen Luftpumpe zu prüfen, wurde eine Röntgenröhre von etwa 1 Liter Inhalt aufgesetzt. In etwa 10 Sekunden war, bei einem Druck von 5 mm beginnend, die Röhre so weit evakuiert, daß an einer 15 cm weiten Funkenstrecke des Induktors Parallelfunken einsetzten. Bedenkt man, daß der

gleiche Versuch mit meiner früher konstruierten Quecksilberluftpumpe, vorausgesetzt, daß die Röntgenröhre gut getrocknet ist, etwa 100 Sekunden dauert, so erkennt man die große Leistungsfähigkeit der neuen Luftpumpe. Da die Wirkung der Pumpe auf einer unmittelbaren Beeinflussung der Molekülbewegung beruht, so ist zu erwarten, daß im Gegensatz zu den bisher bekannten Luftpumpen die Molekularluftpumpe nicht nur die Gase, sondern auch die Dämpfe absaugt. Dies bestätigt sich auch, indem bei dem genannten Versuche kein Phosphorpentoxyd oder sonstiges Trockenmittel verwendet zu werden brauchte. Eine bedeutend empfindlichere Kontrolle über die Güte des Vakuums[1]) geben die Kanalstrahlen, indem diese selbst bei den niedrigsten Drucken, die mit den bisher bekannten Pumpen erreicht werden konnten, Ionisations- und Umladungserscheinungen auch bei Verwendung von Phosphorpentoxyd zeigen, wenn nicht noch besonders die Dämpfe auf das sorgfältigste durch passend angebrachte, mit flüssiger Luft gefüllte Kühlgefäße im Vakuum ausgefroren werden[2]).

Die Herren v. Dechend und Hammer hatten die Freundlichkeit, ihre Versuche unter Verwendung meiner Molekularluftpumpe zu wiederholen und stellten fest, daß das äußerste Vakuum im Beobachtungsraum des Kanalstrahlenrohres, wie es z. B. zur direkten Bestimmung der Kanalstrahlengeschwindigkeit erforderlich ist, mit der Molekularluftpumpe in 10 Minuten ohne Anwendung von flüssiger Luft oder sonst irgend eines Trockenmittels erreicht wird, was eine sehr große Erleichterung des Experimentierens bedeutet. Bei Verwendung der Molekularluftpumpe war der Kanalstrahl vollkommen unsichtbar, das Fluoreszenzbild desselben hatte trotz des 70 cm langen Strahlenweges vollkommen scharfe Ränder, und die von W. Wien entdeckten Umladungserscheinungen konnten bei magnetischer und elektrischer Ablenkung nur noch eben wahrgenommen werden. Mit der Molekularluftpumpe erhielt man somit bei dieser Anordnung ebenso gute, wenn nicht noch bessere Vakua, als dies bisher nur unter Verwendung der das

---

[1]) Mit dem Mac Leod läßt sich bekanntlich nur der Partialdruck der Gase, nicht der Totaldruck der Gase und Dämpfe feststellen.

[2]) v. Dechend und Hammer, Berichte der Heidelberger Akademie 1910, 21. Abh.; Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **8**, 35, 1911; Hammer, Phys. ZS. **12**, 1077, 1911.

Experimentieren sehr erschwerenden Kühlgefäße mit flüssiger Luft möglich war.

Tabelle 1 gibt den Zusammenhang zwischen der Tourenzahl n pro Minute der Molekularluftpumpe und dem an der Saugdüse gemessenen Druck p_2 und dem Druck p_1 im Gehäuse, der mit Hilfe meiner Kapselluftpumpe eingestellt wurde. Die Drucke unter 1 mm wurden mit Mac Leodschen Manometern gemessen. Der Druck p_2 war nicht mehr ablesbar für $n = 12000$ und $p_1 = 0{,}05$.

Tabelle 1.

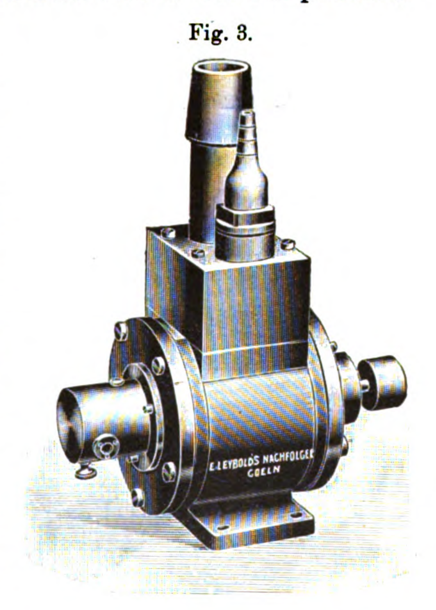
n	p_1	p_2
12 000	0,05	0,000 000 2
12 000	1	0,000 005
12 000	10	0,000 03
12 000	20	0,000 3
6 000	0,05	0,000 02
2 500	0,05	0,000 3

Der bisher noch nie erreichte Druck $p_2 = 0{,}0000002$ mm Quecksilbersäule wurde ermittelt, indem das Manometer mit der drittletzten Nut verbunden wurde und durch eine besondere Messung das konstante Druckverhältnis zwischen der dritten und letzten Nut bestimmt wurde. Das erreichte Vakuum ist demnach um so höher, je niedriger der Druck im Gehäuse und je größer die Tourenzahl ist. Dies stimmt mit obiger Überlegung überein, indem bei der Reflexion vom rotierenden Zylinder um so mehr Moleküle zur Saugdüse n (Fig. 1 und 2) zurückgelangen werden, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit des Zylinders ist im Verhältnis zur Molekulargeschwindigkeit. Bei gleicher Tourenzahl muß somit das erreichte Vakuum um so schlechter sein, je größer die Molekulargeschwindigkeit ist. Dies läßt sich leicht zeigen, wenn man auf die Molekularluftpumpe eine elektrische Entladungsröhre aufsetzt und das Gehäuse einmal mit Luft mit der Molekulargeschwindigkeit $^1/_2$ km pro Sekunde, dann mit Wasserstoff mit der Molekulargeschwindigkeit 1,8 km pro Sekunde bei jeweils gleichen Drucken im Gehäuse durchspült. Geht im ersten Falle keine Entladung mehr durch die Röhre hindurch, so werden die verschiedenen Entladungsstadien rückwärts durchlaufen, sobald man das Vorvakuum mit Wasserstoff durchspült. Durchspült man

darauf mit Luft, so stellt sich das ursprüngliche hohe Vakuum wieder ein.

Fig. 3 und 4 zeigen die Molekularluftpumpe, wie dieselbe von der Firma E. LEYBOLDS Nachfolger in Cöln hergestellt wird[1]). Mittels Riemenübersetzung wird die Pumpe von dem Elektromotor von $^1/_3$ PS angetrieben. Der Riemen wirkt bei Fig. 4 nicht direkt auf die Welle der Pumpe, sondern auf ein Vorgelege, mit welchem die Pumpenwelle beweglich gekuppelt ist, damit die Lager der Molekularluftpumpe möglichst geschont werden. Die Pumpe macht 8000 Touren pro Minute. Da der Zylinder das Gehäuse nirgends berührt und die Welle im Lager durch einen Ölring getragen wird, ist eine Abnutzung der Teile wenig wahrscheinlich und hat bis jetzt auch nicht beobachtet werden können. Um unvorhergesehenen Störungen vorzubeugen, ist die Pumpe durch Vermittelung des Vorgeleges angetrieben und in die Saugröhren sind zum Schutze gegen Fremdkörper Fangnetze eingelegt. Das Eindringen von Öl am Lager in das evakuierte Gehäuse habe ich durch eine dynamische Öldichtung verhindert. Damit diese wirkt, muß man bei der Inbetriebsetzung zuerst die Pumpe anlaufen lassen und dann mit der Vorpumpe verbinden. Umgekehrt muß bei dem Abstellen zuerst die Vorpumpe und dann die Molekularluftpumpe abgestellt werden. Durch eine automatische Stellvorrichtung ist dafür gesorgt, daß die Handgriffe nur in der genannten Reihenfolge vorgenommen werden können. Die dynamische Öldichtung hat vor den sonst üblichen Stopfbüchsen den Vorzug absoluter Betriebssicherheit bei den hohen Tourenzahlen.

Fig. 3.



---

[1]) Die Firma E. LEYBOLDS Nachf. in Cöln hat allein das Herstellungs- und Verkaufsrecht der Molekularluftpumpen, D. R.-P.

Das weite Rohr auf der Pumpe ist mit einem Schliff versehen und dient zum Anschluß der zu evakuierenden Apparate. Die kleinere Düse oben auf der Pumpe dient zum Anschluß an die Vorpumpe.

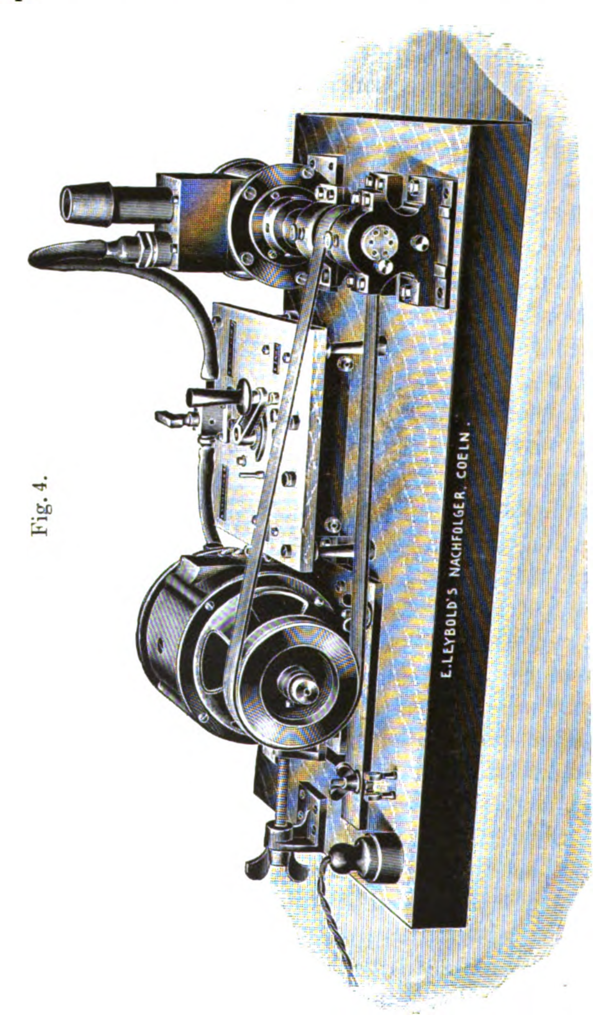


Fig. 4.

Ich untersuchte einige Pumpen dieser Art, die von der Firma E. LEYBOLDs Nachfolger in Cöln hergestellt waren. Tab. 2 gibt die Durchschnittswerte, die ich bei der Prüfung für die Touren-

zahl n pro Minute, den Druck p_1 im Vorvakuum und den Druck p_2 im Hochvakuum erhalten habe.

Tabelle 2.

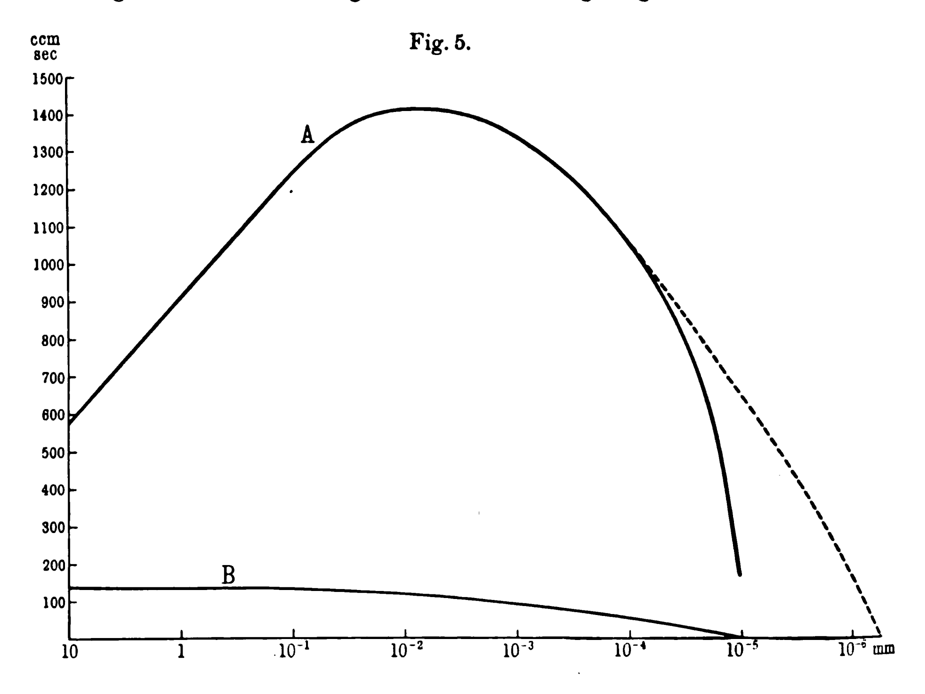
n	p_1	p_2	n	p_1	p_2
8200	0,1	0,000 00 {nicht ablesbar	6200	10	0,002
8200	1	0,000 02	6200	20	0,8
8200	10	0,000 5	4000	0,1	0,000 03
8200	20	0,005	4000	1	0,000 3
6200	0,1	0,000 01	4000	10	0,08
6200	1	0,000 05	4000	20	3

Die Schliffe waren bei diesen Versuchen mit Gummifett nach Ramsay gedichtet. Es scheint, daß für die schnell erreichten, extrem hohen Vakua selbst dieses Fett nicht brauchbar ist. Es wurde beobachtet, daß das Vakuum bei 8000 Touren und 0,1 mm Vorvakuum plötzlich zurückging in eine meßbare Größenordnung, das ist 10^{-5} bis 10^{-6} mm, sobald z. B. an dem Fett ein Bläschen zum Platzen kam. Bei Verwendung von Siegellackkittungen zeigten sich solche Störungen nicht und es konnte an einem $^1/_2$ Liter fassenden Mac Leod abgeschätzt werden, daß die niedersten erreichten Drucke jedenfalls kleiner als 10^{-6} mm waren.

Außerdem untersuchte ich die Saugleistung der von E. Leybolds Nachfolger angefertigten Pumpen. Daß dieselbe groß sein muß, läßt schon der oben genannte Versuch mit der Röntgenröhre erkennen. Zur genauen Bestimmung wurde ein Glasballon von 8 Liter Inhalt durch einen weiten Hahn mit der Pumpe eine bestimmte Zeit hindurch verbunden. Mit einem angesetzten Mac Leodschen Manometer wurde der Druck in der Glaskugel vor und nach der Kommunikation mit der Pumpe bestimmt. Bezeichnen wir mit der Saugleistung S die von der Pumpe pro Sekunde abgeschöpfte Anzahl Kubikzentimeter, und ist p der Druck, v das Volumen, V der Kubikinhalt des Ballons und t die Zeit, so ist nach Definition $S = \frac{d\,v}{d\,t}$ und mit Berücksichtigung des Boyleschen Gesetzes $S = \frac{V}{p} \cdot \frac{d\,p}{d\,t}$ oder integriert $S = \frac{V}{t} \cdot \lg \text{nat} \frac{p_1}{p_2}$, wenn p_1 den Druck vor, p_2 den Druck nach dem Zeitabschnitt t

bezeichnet. Wenn S unabhängig vom Druck wäre, so müßten demnach die Werte von p und t eine logarithmische Kurve darstellen. Dies trifft bei keiner Luftpumpe zu. In der Nähe des Grenzvakuums konvergiert S naturgemäß gegen 0. Innerhalb eines kleinen Intervalles kann man S konstant setzen. Bei der genannten Versuchsanordnung wurde der Hahn jeweils eine Zeit t gleich 10 bzw. 15 Sekunden geöffnet und aus dem Verhältnis der Drucke vor und nach dieser Zeit die Größe S nach der genannten Gleichung berechnet. In Fig. 5 gibt die Kurve A

Fig. 5.



die auf diese Weise erhaltenen Werte. Als Abszissen sind die Werte von $\log p$ und als Ordinaten die Werte für S aufgetragen. Bei großen Drucken ist nach obigen Ausführungen die entstehende Druckdifferenz durch die innere Reibung bedingt und die Pumpe arbeitet um so günstiger, je kleiner die Drucke sind. Bei dem Druck 0,01 mm ist die freie Weglänge der Moleküle von gleicher Größenordnung wie die Dimensionen der Saugnuten und nach Kurve A hat bei diesem Druck die Leistung der Molekularluftpumpe ein Optimum. Bei noch niedrigeren Drucken

überwiegt der Einfluß der äußeren Reibung und die Saugleistung nimmt um so mehr wieder ab, je mehr man sich dem Grenzvakuum der Pumpe nähert. Nach der Kurve A würde dies Grenzvakuum bei 10^{-5} mm liegen, während die obigen direkten Messungen zeigten, daß Verdünnungen kleiner als 10^{-6} mm erreicht werden. Dieser Unterschied ist durch den Hahn und das Hahnfett bedingt, indem bei der Drehung des Hahnes so viel Luft abgegeben wird, daß in der Zeit von 15 Sekunden keine niederen Drucke erreicht werden können. Der Abfall der Kurve A nach rechts ist daher zu steil. Der punktierte Ast der Kurve A dürfte mutmaßlich den wahren Werten näher kommen. Zum Vergleich ist noch die Kurve B eingezeichnet, welche die Saugleistung S meiner rotierenden Quecksilberluftpumpe angibt. Die Werte S sind aus dem Mittelwert berechnet, den die Firma E. LEYBOLDs Nachfolger in Cöln mir aus einer großen Anzahl von Pumpenprüfungen mitgeteilt hat. Man sieht, daß meine Molekularluftpumpe bei den niederen Drucken mehr als zehnmal so schnell saugt als meine Quecksilberluftpumpe.

Damit die große Saugleistung der Molekularluftpumpe auch wirklich ausgenutzt wird, müssen die Rohrleitungen genügend weit sein. Einen sehr einfachen Anhaltspunkt dafür, ob die Leitungsfähigkeit der Röhren für stark verdünnte Luft ausreichend ist, erhält man, wenn man mit $W = \frac{l}{r^3}$ den Rohrwiderstand bezeichnet und die Rohrlänge l in Metern und den Rohrradius r in Millimetern angibt. Der reziproke Wert $1/W$ ist dann die Leitungsfähigkeit des Rohres und hat die Bedeutung, daß durch das eine Ende des Rohres $1/W$ ccm pro Sekunde eintreten, wenn das andere Ende mit einem unendlich großen, vollständig evakuierten Raum verbunden ist. Ist das Rohr aus verschiedenen Stücken zusammengesetzt, so wird der Leitungswiderstand der Rohrleitung ebenso berechnet wie der OHMsche Widerstand bei Drähten. Ist das Rohr 1 m lang und 12 mm weit, so ist die Leitungsfähigkeit $\frac{6^3}{1} = 216$ ccm pro Sekunde. Es können durch das Rohr im Maximum 216 ccm pro Sekunde angesogen werden. Damit die Pumpe gut ausgenutzt ist, muß die Leitungsfähigkeit des Rohres größer sein als die Saugleistung der Luftpumpe. Bei 0,001 mm ist nach Fig. 5 die Saugleistung meiner rotierenden

Quecksilberluftpumpe 80 ccm pro Sekunde und meiner Molekularluftpumpe 1330 ccm pro Sekunde. Das 12 mm weite Rohr ist daher für die Quecksilberluftpumpe recht, für die Molekularluftpumpe dagegen viel zu eng. Damit die Molekularluftpumpe gut ausgenutzt ist, muß das Rohr mehr als 22 mm weit sein.

Die Saugwirkung der Molekularluftpumpe beruht darauf, daß die ungeordnete Geschwindigkeit der Gasmoleküle in der Nut durch den rotierenden Anker eine von der Saugdüse zur Druckdüse gerichtete Zusatzkomponente erhält. Die Molekulargeschwindigkeit ist daher in der Richtung von Saug- zu Druckdüse größer als in entgegengesetzter Richtung. Da durch die Molekulargeschwindigkeit die Temperatur eines Gases definiert ist, so muß bei der Molekularluftpumpe, auch wenn keine zeitlichen Druckänderungen auftreten, ein den hydrodynamischen Wirkungen entsprechender thermischer Effekt vorhanden sein. Dreht sich in Fig. 2 der Anker *A* im Sinne des Uhrzeigers, so wird das Gas auf der oberen Fläche der Lamelle *C*, auf welche die Gasmoleküle mit erhöhter Geschwindigkeit auftreffen, eine Temperaturerhöhung, und umgekehrt auf der unteren Lamellenfläche, auf welche die Gasmoleküle mit verminderter Geschwindigkeit auftreffen, eine Temperaturerniedrigung erzeugen. Ersetzt man die Lamelle *C* durch ein Thermoelement, so lassen sich diese erwarteten Temperaturunterschiede, welche wir als kinetischen Wärmeeffekt bezeichnen wollen, nachweisen, sobald der Gasdruck so weit gesunken ist, daß die freie Weglänge der Gasmoleküle größer ist als die Nutenabmessungen. Ich berechnete molekulartheoretisch die Größe des zu erwartenden kinetischen Wärmeeffektes und fand eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den beobachteten Werten. Der experimentelle Nachweis dieses kinetischen Wärmeeffektes zeigt erstens, daß die molekulartheoretischen Vorstellungen über die Wirkungsweise der Molekularluftpumpe zu Recht bestehen. Zweitens hat er eine meteorologische Bedeutung, indem bei der Bewegung der Sternschnuppen durch die obersten atmosphärischen Schichten die gleichen Verhältnisse vorliegen, wie bei unserer Versuchsanordnung, nur in kinematischer Umkehrung. Während bei der Molekularluftpumpe das Thermoelement ruht und das Gas sich bewegt, ruht in den obersten atmosphärischen Schichten das Gas und die Meteoriten bewegen sich durch das Gas. Ist infolge der hohen Verdünnung in den obersten Schichten die

freie Weglänge der Gasmoleküle größer als der Durchmesser der Sternschnuppe, so muß der kinetische Wärmeeffekt hier besonders große Werte annehmen, weil die Geschwindigkeit der Sternschnuppen ein Vielfaches der Molekulargeschwindigkeit ist. Wie bei unserem Versuche mit der Molekularluftpumpe sind wir imstande, die Temperaturen der Sternschnuppen zu berechnen. Unter Verwendung der meteorologischen Angaben von WEGENER[1]) erhält man in den Höhen von 100 bis 200 km Temperaturen zwischen 5000 und 3000° C. Es ist die Annahme gemacht, daß die Sternschnuppen nicht verdampfen. Diese Temperaturen sind somit obere Grenzwerte.

Bei allen bisher bekannten Systemen von Hochvakuumpumpen, den Kolben-, Rotations-, Öl-, Quecksilberluftpumpen wird dem Gedankengang OTTO VON GUERICKES folgend, durch einen Kolben, der aus einem festen Material oder einer Flüssigkeit besteht, eine gewisse Gasmenge abgegrenzt, von dem zu evakuierenden Gefäß abgeschlossen und durch die Kolbenbewegung dem Vorvakuum oder der Atmosphäre zugeführt. Ein möglichst vollkommener Abschluß des Gefäßes ist prinzipiell notwendig, weil anderenfalls sich die Drucke nach jedem Kolbenhub wieder ausgleichen würden und ein hohes Vakuum nicht zustande kommen könnte. Im Gegensatz hierzu ist bei der Molekularluftpumpe kein Kolben vorhanden und das zu evakuierende Gefäß ist mit dem Vorvakuum durch die Nuten des Gehäuses oder Ankers dauernd verbunden und in keinem Moment auch nur teilweise abgesperrt. Durch die Rotation des Ankers wird die Geschwindigkeit der Gasmoleküle in der Nut derart beeinflußt, daß an der Saugdüse ein Verarmungsbereich an Molekülen, ein Vakuum entsteht. Dies neue Prinzip bewährt sich für Hochvakuumpumpen in hohem Maße, indem die Molekularluftpumpe vor den bisher bekannten Luftpumpen den Vorzug hat, nicht nur viel schneller zu pumpen und höhere Luftverdünnungen zu geben, sondern vor allem ein von Dämpfen freies Vakuum herzustellen.

---

[1]) WEGENER, Phys. ZS. 12, 170, 1911.

Über die absolute Messung einer Strahlung (Herrn F. Kurlbaum[1]) als Erwiderung);
von F. Paschen.

(Eingegangen am 30. Juli 1912.)

Der Ungleichmäßigkeitsfaktor $\frac{(\sum w_\nu)^2}{n \sum w_\nu^2}$, um den nach meiner Erörterung[2]) die Strahlung bei Herrn KURLBAUMS Messung[3]) zu klein ausfällt, ist folgendermaßen zu berechnen: Haben verschiedene Teile der elektrisch geheizten Bolometerfolie verschiedene Temperaturen und ist die Fläche des kleinsten noch gleichmäßig erhitzten Flächenteiles gegeben, z. B. $1/n$ der Gesamtfläche, so ist der Streif in so viele gleiche Flächenteile zu teilen, z. B. in n, daß jede dieser Flächen gleichmäßig temperiert ist. Beträgt der Widerstand des νten dieser Flächenteile w_ν, so gilt obiger Ausdruck.

Herr KURLBAUM teilt nun das Flächenbolometer, welches Herr VALENTINER benutzt hat, in 20 gleiche Streifen von je 35 mm Länge und 2 mm Breite, findet deren Widerstände zwischen 1,47 und 1,81 Ohm und setzt die gemessenen Widerstände in obigen Ausdruck ein. So erhält er den Wert 0,9963. Er betont, daß er so nicht willkürliche Werte eingesetzt habe wie ich, und meint bewiesen zu haben, daß meine Meinung falsch sei, nach der bei seiner Methode ein um 18 Proz. zu kleiner Wert nicht ausgeschlossen zu sein brauche.

Zunächst möchte ich wie in meiner Erörterung in den Annalen hervorheben, daß mein Bedenken Herrn KURLBAUMS Messung nicht trifft, falls bewiesen wird, daß die benutzten Bolometerstreifen völlig gleichmäßig sind. Dieses war bisher nicht bewiesen und nach allem, was ich über die 1 μ-Walzfolien weiß, nicht anzunehmen. Auch obigen Versuch des Herrn KURLBAUM vermag ich nicht als einen Beweis genügender Gleichmäßigkeit

---

[1]) F. KURLBAUM, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 576, 1912.
[2]) F. PASCHEN, Ann. d. Phys. (4) **38**, 30, 1912.
[3]) F. KURLBAUM, Wied. Ann. **65**, 746, 1898.

anzuerkennen. Es fehlt der Nachweis, daß jeder der 20 Streifen auf seiner ganzen Länge von 35 mm gleichmäßig ist. Nur dann darf man wie Herr KURLBAUM verfahren und die gemessenen 20 Streifenwiderstände in den Ausdruck einsetzen. Daß gleiche Folienstreifen von so großer Fläche nahe gleiche Widerstände haben, war bekannt. Darauf beruht ja der Fortschritt in der Verfertigung der Bolometer mittels dieser Folie. Daß in jedem Streifen aber trotzdem noch erhebliche Dickendifferenzen vorzukommen pflegen, ist ebenfalls bekannt und wird unten besonders illustriert. Die Differenzen in den 20 Streifenwiderständen, welche Herr KURLBAUM findet, dürften z. B. mit durch solche Ungleichmäßigkeiten verursacht sein. Dann aber ist jeder Streifen, entsprechend obiger Vorschrift, selber in Lagen zu teilen, deren Widerstände erheblich mehr variieren. Diese sind in den Ausdruck einzusetzen. Da hierüber keine zahlenmäßigen Angaben vorlagen, so mußte ich mich darauf beschränken, den Faktor für einige angenommene Fälle der Ungleichmäßigkeit zu berechnen. Obwohl diese Annahmen gewiß, wie stets bei solchen Beispielen, willkürliche sind, so ergibt sich doch als Resultat meiner Berechnungen, daß der Fehler bereits bei relativ kleinen Ungleichmäßigkeiten bedeutend ist.

Als zweites Kriterium hebt Herr KURLBAUM hervor, daß die Streifen elektrisch erhitzt gleichmäßig beginnen rot zu glühen. Herr W. GERLACH hat auf meine Veranlassung mit zwei verschiedenen Proben von Folien LUMMER-KURLBAUMschen Walzbleches solche Glühversuche angestellt und dabei den Streif vermittelst des von ihm im Dunkeln ausgesandten Lichtes auf rot-empfindlicher Platte 2,5fach vergrößert abgebildet und photographiert. Die umstehenden Photographien sind die entstandenen Bilder. Die verschiedenen Teile der Bleche zeigen erhebliche Unterschiede der Temperatur. Es scheinen beim Walzen streckenweise dünnere Stellen entstanden zu sein. Die Bleche waren senkrecht zur Walzrichtung geschnitten. Sie wurden zum Photographieren mit ihren Flächen vertikal, ihre Längsrichtung horizontal in einem Rahmen gehalten und gegen Luftströmungen geschützt. Der Heizstrom war so reguliert, daß die hellsten Stellen rot glühten. Das Bild war im wesentlichen dasselbe, wenn die Längsrichtung vertikal stand, nur daß dann die Temperatur der oberen Hälfte infolge der aufsteigenden heißen Luft insgesamt höher war als



die der unteren Hälfte. Die Folie der Fig. 1 erwies sich durch Wägung als 0,80 μ dick und ist vor etwa 15 Jahren von der Firma Sy u. Wagner gekauft. Sie hat mir viele brauchbare Bolometer geliefert. Zwei Bolometerstreifen, welche nebeneinander mit der Teilmaschine aus dieser Folie, die Längsrichtung senkrecht zur Walzrichtung, geschnitten werden, haben meistens nahe gleiche Widerstände. 20 solcher Streifen, nebeneinander aus dem Blech geschnitten, würden ungefähr eine solche Übereinstimmung ihrer Widerstände geben, wie Herr Kurlbaum findet. Aber es würde ein unrichtiges Bild von der Gleichmäßigkeit entstehen, wenn man wie Herr Kurlbaum mit diesen 20 Widerständen den Ungleichmäßigkeitsfaktor berechnen würde.

Fig. 1.

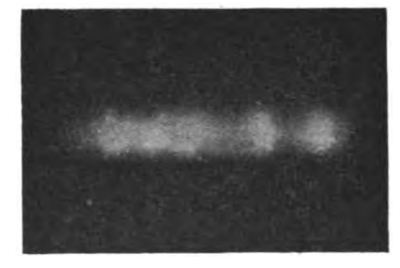
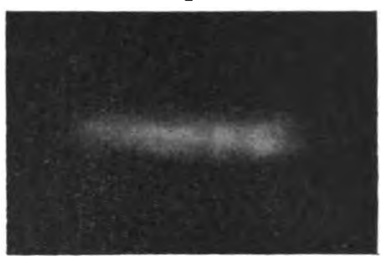


Fig. 2.



Schneidet man aus diesem Blech nebeneinander zwei gleiche Streifen parallel der Walzrichtung, so ist es viel schwerer, wenn nicht unmöglich, ein gutes Bolometer zu fertigen. Die Widerstände werden dann gewöhnlich weniger übereinstimmend und ändern sich unter Strombelastung verschieden. Selbst wenn die Streifen senkrecht zur Walzrichtung geschnitten werden und bei schwacher Strombelastung gleiche Widerstände haben, ändern sie ihre Widerstände bei stärkerer Belastung doch meist recht verschieden. Man muß deshalb mehrere Streifen versuchen, ehe man zwei findet, welche, mit genügendem Strom belastet, noch dasselbe Widerstandsverhältnis haben wie bei geringer Belastung, wenn man ein gutes Bolometer gewinnen will. Diese Erfahrungen sind meiner Ansicht nach in Übereinstimmung mit unserem Glühversuch, nach dem parallel der Walzrichtung dünnere Streifen entstanden scheinen: sei es infolge von Inhomogenitäten des Platins, der Silberhülle, oder der Kupferbleche, zwischen denen das Wollastonblech gewalzt ist.

Die Folie der Fig. 2 entstammt einer Probe, welche ich vor vier Wochen von der Firma SY u. WAGNER erhalten habe. Ihre Dicke ist durch Wägung als 1,8 μ gefunden. Selbst bei dieser großen Dicke zeigen sich schon die Walzstreifen und andere Ungleichmäßigkeiten.

Die Sachlage wäre also jetzt wohl die folgende: Herr KURLBAUM versichert, daß er außerordentlich sorgfältig auf gleichmäßiges Auswalzen geachtet habe und behauptet, daß seine Bolometerstreifen von 1 μ Dicke gleichmäßig gewesen sind. So mag es wohl sein, daß sein Bolometer besonders gleichmäßig gewesen ist. Ob aber damit die Befürchtung widerlegt ist, daß doch noch so große Ungleichmäßigkeiten in den Streifen geblieben sein mögen, daß wenigstens ein um 9 Proz. zu kleiner Wert nicht ausgeschlossen zu sein brauchte, scheint zweifelhaft. Jedenfalls bleibt die Tatsache, daß GERLACH einen um 9 Proz. höheren Wert findet nach einem dem KURLBAUMschen gleichen Verfahren, aber unter Vermeidung des Punktes in der Messung, der bedenklich erscheinen muß, solange die völlige Gleichmäßigkeit der Streifen nicht außer Frage gestellt ist. Durch diese Tatsache wurde die Veröffentlichung meiner Erörterung veranlaßt. Denn diese Erörterung gibt einen möglichen Grund an für die uns wenigstens sonst unverständliche Abweichung des GERLACHschen Resultates.

Wenn auch nach GERLACHs Messung der Wert 5.80×10^{-12} $+ 2$ Proz., also 5.9×10^{-12} Watt, wahrscheinlich ist, so wird man doch bei der Schwierigkeit der Messung weitere Bestimmungen abzuwarten haben, ehe man sich ein sichereres Urteil über den Wert dieser wichtigen Konstanten der Strahlung bilden kann. Gegen FÉRYs Resultat scheint ein begründetes Bedenken z. B. noch nicht vorzuliegen.

---

*

Über die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes (Herrn Paschen[1]) als Erwiderung);

von F. Kurlbaum.

(Eingegangen am 30. Juli 1912.)

Herr PASCHEN vertritt in seiner vorstehenden Abhandlung die Ansicht, daß die von mir benutzten Bolometerstreifen zwar genügend gleiche mittlere Dicke, aber an verschiedenen Stellen sehr ungleiche Dicke besäßen. Herr PASCHEN mildert nun seine frühere Behauptung, daß durch die variable Dicke meiner Bolometerstreifen ein Fehler von 18 Proz. in der von mir bestimmten Konstante des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes möglich sei, insofern als er 9 Proz. angibt.

Gegen die Tatsache, daß Herr PASCHEN Platinbleche variabler Dicke besitzt und dies durch Photographien anschaulich gemacht hat, habe ich nichts einzuwenden. Aber ich muß betonen, daß es sich bei der vorliegenden Frage nicht um die Bleche des Herrn PASCHEN, sondern um meine Bleche handelt. Deshalb gebe ich in folgendem eine Methode, welche einen zahlenmäßigen Ausdruck für die variable Dicke meiner Bleche liefert.

Eine direkte Messung der Dickenänderungen führt natürlich nicht zum Ziel, da die Gesamtdicke nur ungefähr 1 μ beträgt. Ebensowenig ist die Bestimmung der variablen Dicke durch Wägung möglich, da es sich auch um nahe benachbarte kleine Stücke handeln soll, und 1 qmm des Bleches nur 0,02 mg wiegt. Es führt aber die von mir erwähnte optische Methode zum Ziel[2]). Sieht man mit einem optischen Pyrometer nach HOLBORN und KURLBAUM auf ein elektrisch glühendes Platinblech, so kann man direkt die Dickenänderungen verschiedener Stellen an den Helligkeitsänderungen erkennen. Das Kriterium ist bei der Temperatur

---

[1]) F. PASCHEN, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 788—791, 1912.
[2]) F. KURLBAUM, ebenda 14, 577, 1912.

von ungefähr 630° C oder 900° abs. sehr scharf, weil die photometrische Helligkeit hier mit der 30. Potenz der absoluten Temperatur fortschreitet [1]).

Es wurde nun eine Kohlefadenlampe des Pyrometers für diese Temperatur geeicht, und zwar nicht mit Hilfe des schwarzen Körpers, sondern mit einem elektrisch geglühten Platinblech, welches ein Thermoelement vollständig umschloß [2]). Die Eichung ergab:

Lampenstrom	Temperatur des Platins
0,338 Amp.	635° C
0,367 „	710
0,401 „	804

Verwendet man diese Lampe bei Messung der Temperatur eines glühenden Platinblechs, so erhält man nicht die schwarze Temperatur, sondern die wahre Temperatur des Platinblechs. Es ist nun auffallend, daß bei allen elektrisch geheizten Körpern die Temperatur angenähert proportional dem Heizstrom ist, jedenfalls gilt dies hier für das kleine benutzte Temperaturintervall nahe bei 630°C genügend genau. Das heißt aber, die Wärmeabgabe ist proportional dem Quadrat der Stromstärke, da für das kleine Temperaturintervall die durch Temperaturänderung bedingte Widerstandsänderung vernachlässigt werden kann. Es handelt sich hier auch nicht um eine genaue Messung, sondern darum, die ungefähre Größe eines etwaigen Fehlers zahlenmäßig auszudrücken.

Wenn aber eine kleine Änderung des Stromes, z. B. um 1 Proz., eine gewisse Temperaturänderung eines Widerstandes mit konstantem Querschnitt hervorruft, so kann ich bei gleichbleibendem Strom die gleiche Temperaturänderung durch die doppelte Änderung des Widerstandes, also um 2 Proz., erreichen, da die Joulesche Wärme dem Widerstand und dem Quadrat der Stromstärke proportional ist. Da nun Temperatur und Lampenstrom gleichfalls angenähert proportional laufen, so ergibt die prozentische Strom-

[1]) O. Lummer und F. Kurlbaum, Verh. d. D. Phys. Ges. 2, 91, 1900.
[2]) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verh. d. Phys. Ges. zu Berlin 14, 58, 1895.

änderung mit zwei multipliziert die prozentische Widerstandsänderung, also auch die Dickenänderung, abgesehen vom Vorzeichen [1]).

Zu diesen Messungen ist ein Bolometer benutzt, welches nicht mit Platinschwarz überzogen war, weil ein Streifen beim Montieren zerriß.

Die Art der Montierung des Bolometers, d. h. das Aufkleben auf den Schieferrahmen, das Anlöten der Bleche an die Kupferkontakte und das Lackieren der silberplattierten Stellen gestattet nicht eine längere Messungsreihe bei einer Temperatur von 630° C. Deshalb wurden einzelne Streifen dieses Bolometers herausgeschnitten und zwischen dicken Metallplatten mit Platinpolstern eingeklemmt und elektrisch geglüht, während der Heizstrom konstant gehalten wurde.

Natürlich darf man nur die Temperatur von Stellen der Platinbleche vergleichen, die unter gleichen Bedingungen glühen, denn in unmittelbarer Nähe der dicken Metallbacken kommt das Platinblech wegen der Wärmeableitung überhaupt nicht zum Glühen, ferner findet an den Kanten der Bleche wegen der Luftkonvektionen eine größere Wärmeentziehung statt.

Bei Berücksichtigung dieser Umstände habe ich an vergleichbaren Stellen einzelner Streifen als größte Temperaturdifferenz diejenige gemessen, welche den Lampenströmen 0,346 und 0,355 Amp. entspricht. Nach obiger Tabelle gehören hierzu die Temperaturen 656° und 679° C, die Temperaturdifferenz beträgt also 23° C. Die Differenz der Lampenströme beträgt 0,009 Amp., d. h. 2,6 Proz. Nach obiger Betrachtung beträgt also die größte Differenz der Widerstände und die größte Differenz der Dicke der einzelnen Bleche das Doppelte, also 5,2 Proz.

Macht man nun die für Herrn Paschen sehr günstige, für mich aber sehr ungünstige Annahme, es bestände jeder Streifen nur aus gleich viel und gleich großen Elementarteilen der größten und kleinsten Dicke, so beträgt nach der Paschenschen Formel $(\Sigma w_\nu)^2/n\Sigma w_\nu^2$, worin w den Widerstand eines sehr kurzen Streifens konstanter Dicke, n die Anzahl der Streifen und ν die Zahlen $1, 2, \ldots n$ bezeichnet, der Fehler für die Konstante des Stefan-

[1]) Hierbei hätte ich auch so verfahren können, daß ich den Lampenstrom konstant ließ und den Strom, der die Bolometerstreifen heizte, variierte.



Boltzmannschen Gesetzes nur 0,0006 ihres Wertes. In Wirklichkeit ist also dieser Fehler, der allein durch die variable Dicke innerhalb eines Streifens verursacht ist, noch kleiner, da natürlich auch Elementarteilchen mittlerer Dicke existieren.

Dieser Fehler kann also vernachlässigt werden. Herr Paschen hält aber einen Fehler von 0,09, d. h. einen 150mal so großen Fehler, für möglich.

Kehren wir zu den extremen Temperaturangaben von 656° und 679° C zurück, so haben wir hier die absoluten Temperaturen 929° abs. und 952° abs. einzusetzen, um die Zunahme der photometrischen Helligkeit mit Hilfe der 30. Potenz der Temperatur angenähert zu berechnen. Danach steigt die photometrische Helligkeit auf ungefähr den doppelten Betrag, das ist natürlich ohne Messung mit dem optischen Pyrometer direkt mit dem bloßen Auge wahrnehmbar, aber erst aus den pyrometrischen Messungen folgt die ungefähre zahlenmäßige Angabe des für die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes möglichen Fehlers.

Auf den Photographien des Herrn Paschen ist ersichtlich, daß seine Platinbleche variable Dicke besitzen, über die Größe eines hierdurch veranlaßten Fehlers ist aber nichts angebbar, da die Helligkeitsunterschiede auf der Photographie innerhalb sehr weiter Grenzen mit der Expositionszeit, der Dauer der Entwickelung usw. variieren. Während die Photographie in bezug auf räumliche Anordnung und zeitliche Aufeinanderfolge der objektivste Beobachter sein kann, so ist sie bei dem gewöhnlichen Verfahren einer Aufnahme ein sehr subjektiver Beobachter in bezug auf die Größe von Helligkeitsdifferenzen.

Deshalb habe ich die obige pyrometrische Methode zur ungefähren Messung der variablen Dicke der einzelnen Platinstreifen benutzt und gezeigt, daß ein Fehler bei meiner Bestimmung der Konstanten des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes auch von dieser Seite nicht zu fürchten ist. Da der mögliche Fehler sich als sehr klein herausgestellt hat, 0,0006 der zu messenden Größe, so braucht er natürlich nicht genau bestimmt zu werden.

Nach dem Vorstehenden ist es nicht möglich, die Abweichung von 18 Proz. zwischen der von Herrn Féry [1]) und mir gemessenen Konstanten mit Hilfe der Paschenschen Annahme zu erklären,

[1]) Ch. Féry, Bull. Soc. Franc. Phys. (2) 4, 1909.

wie es Herr PASCHEN in seiner ersten Abhandlung tut. Aber auch die Abweichung von 9 Proz. zwischen dem Werte von Herrn GERLACH [1]), einem Schüler von Herrn PASCHEN, einerseits und dem Werte von mir andererseits kann so nicht erklärt werden.

Um die Meinungsdifferenz zwischen Herrn PASCHEN und mir nicht zu komplizieren, sondern möglichst schnell zu erledigen, habe ich es vermieden, auf mögliche Fehlerquellen in den Arbeiten der Herren FÉRY und GERLACH einzugehen.

---

[1]) W. GERLACH, Ann. d. Phys. (4) 38, 1, 1912.

Zu Herrn H. Barkhausens Aufsatz über die Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Grunderscheinungen;

von Hans Witte.

(Eingegangen am 25. Juli 1912.)

In dem soeben in meine Hände gelangenden Heft 13 dieser Verhandlungen will Herr H. BARKHAUSEN [1]) den den Ausführungen von Herrn GEHRCKE [2]) „entgegengesetzten Standpunkt vertreten", indem er behauptet, ich [3]) hätte „dem GEHRCKEschen Satze im wesentlichen zugestimmt".

Es ist Herrn BARKHAUSEN dabei ein mir unerklärliches Mißverständnis untergelaufen.

Tatsächlich enthält der angeblich neue „entgegengesetzte" Standpunkt, den Herr BARKHAUSEN für sich beansprucht, eine kürzere Wiederholung meiner eigenen Ausführungen.

---

[1]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 666, 1912.
[2]) Ebenda **14**, 379, 1912.
[3]) Ebenda **14**, 581, 1912.

Braunschweig-Wolfenbüttel, 24. Juli 1912.

Entgegnung zu vorstehender Erwiderung des Herrn Hans Witte; von H. Barkhausen.

Als „wesentlich“ betrachte ich die fundamentale Frage, ob mit Rücksicht auf den Satz vom zureichenden Grunde die elektromagnetische Theorie irgend welcher Ergänzungen bedürfe.

Eine Kritik der Erwiderung des Herrn Witte glaube ich dem Leser der fraglichen Arbeiten ruhig überlassen zu dürfen.

Berichtigung.

Die in meiner Arbeit über den täglichen Gang des Luftdruckes im Boden (diese Verhandlungen **13**, 511, 1911) mitgeteilten Zahlen sind leider, wie sich nachträglich herausstellte, durch einen Apparatfehler beeinflußt und wesentlich entstellt. Sobald als tunlich werde ich berichtigte Angaben veröffentlichen.

R. Börnstein.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. 30. August 1912. Nr. 16.

Untersuchungen über die Bewegungen einer zähen Flüssigkeit unter einer rotierenden Platte[1];

von Hermann Sanders.

(Eingegangen am 10. August 1912.)

Die vorliegende Arbeit schließt sich an Untersuchungen an, die R. REIGER[2]) über die Ausbreitung scherender Deformationen in Flüssigkeiten angestellt hat. Er verfolgt mit Hilfe von Sonden, dünnen, geraden Metallstäben, die in der Mitte an einem elastischen Draht aufgehängt sind, die Deformationen, welche eine schwingende Scheibe einer Flüssigkeit erteilt. Diese Arbeit behandelt die Erscheinungen, welche bei einer rotierenden Platte auftreten. Eine Kreisscheibe, die durch einen Elektromotor in gleichförmige Umdrehung versetzt wird, berührt die Oberfläche der Versuchsflüssigkeit. Unter der Platte befindet sich die Sonde, deren Ausschläge an 5 bis 20 Stellen zwischen dem Boden der Flüssigkeit und der Platte mit Spiegel, Fernrohr und Skala abgelesen werden. Als Versuchssubstanz diente Paraffinum liquidum (von E. MERCK in Darmstadt), eine kleine Zahl von Beobachtungen ist mit destilliertem Wasser durchgeführt worden. Experimentell

[1]) Auszüg der Inauguraldissertation, Erlangen 1912; aus dem Physikalischen Institut der Universität Erlangen.

[2]) R. REIGER, Ann. d. Phys. (4) 31, 51, 1910.

wurden bestimmt: Der Abstand A der Sonde vom Boden des Gefäßes [wie in der zitierten Arbeit von REIGER [1])] die Direktionskraft f des Aufhängedrahtes der Sonde (nach bekannten Methoden), die Winkelgeschwindigkeit der Platte (mit einer Sekundenuhr), der Ausschlag der Sonde α (im Bogenmaß), endlich die Temperatur und die Zähigkeit der Versuchsflüssigkeit [anfangs nach einer absoluten Methode [2]), später nur von Zeit zu Zeit nach einer relativen Methode [3])]. Das auf die Sonde ausgeübte Drehmoment $f.\alpha$ ist eine Funktion von A und ein Maß für die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in der Ebene der Sonde.

Aus den Differentialgleichungen für stationäre Flüssigkeitsbewegungen läßt sich, wenn w die Winkelgeschwindigkeit bedeutet, und die Z-Achse auf der Flüssigkeitsoberfläche senkrecht steht, die Beziehung

$$K.w = \frac{w_0}{h} A \qquad \text{I)}$$

herleiten. Hierin ist w_0 die Winkelgeschwindigkeit der rotierenden Platte, h die Flüssigkeitshöhe und K eine von der Zähigkeit der Versuchssubstanz und den Dimensionen der Sonde abhängige Funktion. Es besteht somit ein linearer Zusammenhang zwischen w bzw. $f.\alpha$ (das ein Maß für w ist) und A, der, wie später gezeigt wird, in einzelnen Fällen durch das Experiment bestätigt wird; ebenso durch die graphische Darstellung, bei welcher zweckmäßig die A als Abszissen und die $f.\alpha$ als Ordinaten aufgetragen werden. Der Nullpunkt des Systems entspricht dem Boden des Gefäßes ($A = 0$, $\alpha.f = 0$, wenn kein Gleiten stattfindet), die Kurve gibt die Änderung der Geschwindigkeit in verschiedenen Entfernungen vom Boden.

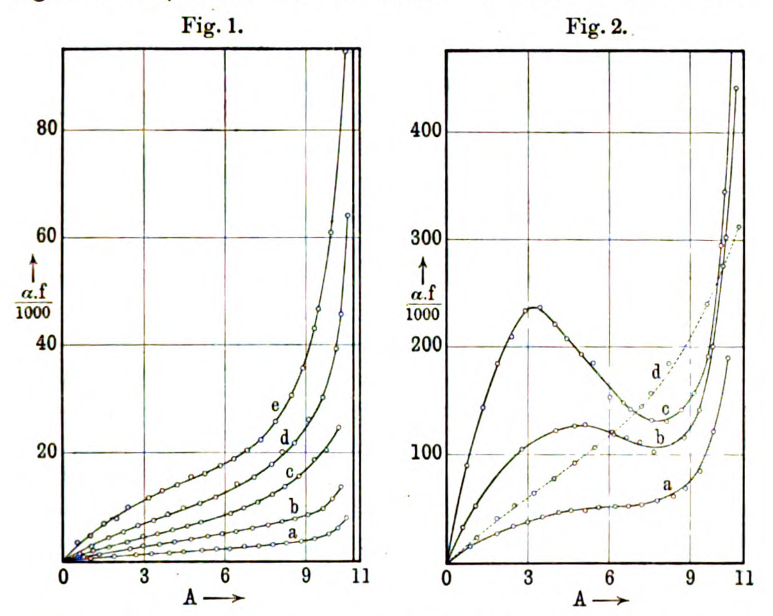
Hinsichtlich der Gestalt dieser Kurven lassen sich zwei Hauptformen unterscheiden, die mit „Typus 1“ und „Typus 2“ bezeichnet werden sollen. Der erste Typus tritt bei kleinen Geschwindigkeiten der Platte auf ($w_p = 0{,}027$), s. Fig. 2d (die Ordinaten sind der Deutlichkeit wegen mit 10 multipliziert). Die Kurve besteht aus zwei ineinander übergehenden Stücken, einer Geraden, die im Nullpunkte beginnt, und einer krummen Linie, welche konvex gegen die Abszissenachse ist und sich allmählich

[1]) l. c., S. 59.
[2]) HAFFNER, Diss. Erlangen 1903, S. 10 ff.
[3]) W. OSTWALD, Hand- u. Hilfsbuch 1893, S. 195.

der Platte nähert. Beide Teile gehen stetig ineinander über. In der Nähe des Bodens, also längs des geradlinigen Stückes, ist die Relation I) erfüllt, während für den übrigen Teil sich keine einfache Beziehung zwischen A und $f.\alpha$ angeben läßt.

Der zweite Typus (Fig. 1 c) tritt bei großen Geschwindigkeiten auf ($w_p = 5$). Die Kurve besteht hier aus drei Teilen. In der Nähe des Bodens ein rasch ansteigender Ast, konkav gegen die Abszissenachse; dann ein Wendepunkt auf einem fast geradlinigen Stücke, durch den hindurch die Kurve in einen dritten

Fig. 1. Fig. 2.



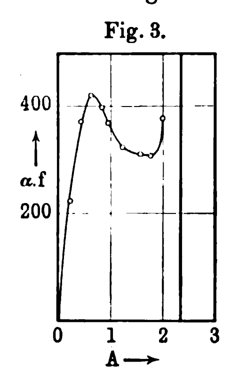
Ast übergeht, der konvex gegen die X-Achse ist und sich rasch der Platte nähert. Bei dieser Kurve ist die Relation I) nirgends mehr erfüllt; die Winkelgeschwindigkeit erreicht zuerst in der Nähe des Bodens ein Maximum, wird dann ebenso rasch fast wieder kleiner, um nach einem deutlichen Minimum wieder anzuwachsen. Diese beiden Typen sind Extreme, die durch die beiden äußersten benutzten Geschwindigkeiten gegeben sind; zwischen ihnen finden Übergänge statt.

Einfluß der Geschwindigkeit der Platte. Zu diesen Versuchen wurden zwei Platten von 35,6 und 15 cm Durchmesser und zwei Gefäße von bzw. 15,5 cm Innendurchmesser



und 13 bzw. 16,5 cm Innenhöhe benutzt. Die Länge der Sonde und die Flüssigkeitshöhe wurden nicht geändert. Ist die Geschwindigkeit der Platte klein ($w_p = 0,025$ bis 0,1), so tritt der erste Typus deutlich auf, bei mittleren Werten ($w_p = 0,1$ bis 1) verschwindet der erste Typus allmählich, indem das geradlinige Stück in der Nähe des Bodens kleiner wird und ein Wendepunkt auftritt, der bei großen Geschwindigkeiten (bis $w_p = 4$) den zweiten Typus charakterisiert. Geht man zu noch größeren Geschwindigkeiten über, so machen störende Zentrifugalkräfte den Versuchen ein Ende. Diese bedingen wohl, zusammen mit dem Trägheitswiderstande der Flüssigkeit, das Auftreten des zweiten Typus[1]). Ähnliche Erscheinungen treten bei der Platte von 15 cm Durchmesser auf. Auch liegen die Kurven für höhere Geschwindigkeiten über denen für kleinere, und es findet ein allmählicher Übergang der Typen ineinander statt. Lineare Relationen zwischen A und $\alpha . f$ treten auch hier nur in der Nähe des Bodens auf, ebenso läßt sich in einer bestimmten Ebene der Flüssigkeit ($A = \text{const}$) ein linearer Zusammenhang zwischen w und dem zugehörigen T bei zwei verschiedenen Kurven in der Nähe des Bodens feststellen.

Fig. 3.



Einfluß der Höhe der Flüssigkeit. — Paraffinöl. Ändert man den Abstand der Platte vom Boden des Gefäßes, so wird unter sonst gleichen Bedingungen wie im vorhergehenden Abschnitt der Kurventypus nicht geändert, obwohl die Höhe zwischen 2,3 und 29 cm variiert wurde. Bemerkenswert ist, daß in den Kurven der Wendepunkt, der beim zweiten Typus auftritt, stets in demselben Abstande von der Platte liegt, ganz gleich, wie groß die Flüssigkeitshöhe sei.

Wasser. Beim Wasser tritt bei kleiner Höhe ($h = 2,3$ cm) und $w_p = 0,53$ (Fig. 3) der zweite Typus mit großer Deutlichkeit auf. Dies muß überraschen, wenn man die verschiedenen Zähigkeiten von Wasser und Paraffinöl und die relativ großen Versuchsfehler beim Wasser (insbesondere die geringe Dämpfung

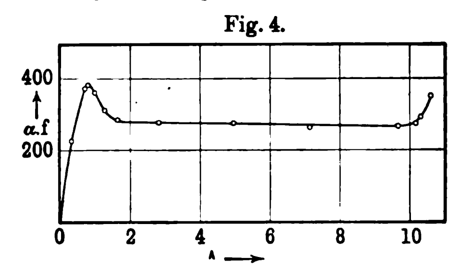
---

[1]) Vgl. L. Prandtl, Verh. d. III. Intern. Mathematikerkongr. Heidelberg II, 485, 486.

störender Flüssigkeitsbewegungen) in Betracht zieht. Wird nun beim Wasser die Höhe der Flüssigkeit vergrößert, so schiebt sich mit zunehmender Höhe ein geradliniges Stück zwischen das Maximum in der Nähe des Bodens und das Minimum nahe der Platte (Fig. 4). Längs dieser Geraden ist w konstant, und dies würde heißen, daß wir hier eine Wirbelbewegung ähnlich wie in einer idealen Flüssigkeit haben[1]). Obgleich, wie erwähnt, die Versuchsfehler beim Wasser groß sind, so konnte doch dieses geradlinige Stück bei einer Reihe von Versuchen nachgewiesen werden.

Einfluß der Dimensionen der Sonde und der Weite des Gefäßes. Die Länge der Sonde spielt eine Rolle insofern, als die Geschwindigkeit längs eines Querschnittes nicht konstant

Fig. 4.



ist. Daher kann die Sonde nur eine mittlere Winkelgeschwindigkeit messen, und es läßt sich ferner über die Größe K, Gleichung I), keine einfache Angabe machen. Die Fig. 5 zeigt die Erscheinungen bei derselben Platte und Sonde in zwei Gefäßen von 39 und 15,5 cm Weite bei gleicher Flüssigkeitshöhe. Die ausgezogenen Kurven entsprechen dem weiten Gefäß. In der Nähe des Bodens zeigen die Kurven ziemliche Übereinstimmung, dagegen sind in mittleren Abständen die Ausschläge der Sonde im weiten Gefäß fast doppelt so groß als im engen. Auch nahe der Platte scheint dies noch der Fall zu sein.

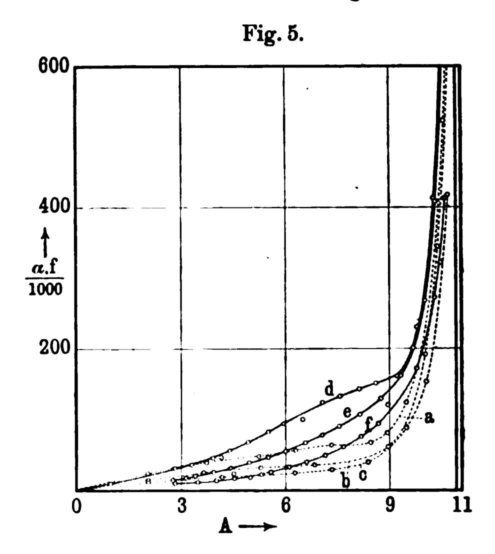
Zusammenhang der Kurven des zweiten Typus mit turbulenten Bewegungen. Von den zahlreichen Abhandlungen über diesen Gegenstand kommt hier nur die Arbeit von COUETTE[2]) in Frage, in welcher sich eine Beziehung findet zwischen dem

[1]) Über analoge Vorgänge bei der Potentialbewegung vgl. PRANDTL, l. c., S. 484.

[2]) M. COUETTE, Ann. chim. phys. (6) 21, 433, 1890.

Quotienten aus Reibungskoeffizient und Dichte zweier Substanzen und dem Verhältnis der Tourenzahlen, bei denen Turbulenz eintritt. COUETTE bringt die Substanz zwischen zwei koaxiale Zylinder, von denen der eine rotiert und auf den anderen ein Drehmoment ausübt. Für Rüböl, dessen Zähigkeit etwa von der Größenordnung des Paraffinöls ist, berechnet sich aus den Daten COUETTEs eine Geschwindigkeit von etwa 520 cm in der Sekunde. Die größte, beim Paraffinöl benutzte Geschwindigkeit betrug dagegen nur 90 cm in der Sekunde, wenn man für die Platte von 35,6 cm Durchmesser die Geschwindigkeit eines Punktes des

Fig. 5.



Plattenrandes berechnet. Ähnlich beim Wasser, das nach COUETTE bei 90 cm Geschwindigkeit turbulente Bewegungen ausführt und das bei den vorliegenden Versuchen nur die Höchstgeschwindigkeit von 9,5 cm erreichte. Es läßt sich nicht leugnen, daß COUETTEs Versuchsbedingungen von den unseren verschieden sind (vgl. auch H. A. LORENTZ, Abhandlungen über theoretische Physik **1**, 55, 1907), vor allem konnte aber ein plötzlicher Übergang in die turbulenten Bewegungen, wie er in dem Falle von COUETTE auftritt, nicht beobachtet werden.

Die wichtigsten Resultate der vorliegenden Arbeit sind folgende:

1. Die Bewegungen einer zähen Flüssigkeit unter einer rotierenden Platte lassen sich mit Hilfe von Sonden verfolgen.

2. Die Art dieser Bewegungen hängt im wesentlichen ab von der Geschwindigkeit der Platte.

3. Bei kleinen Geschwindigkeiten ergeben sich in bestimmten Bereichen der Flüssigkeit lineare Beziehungen zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Flüssigkeitsteilchen und ihrem Abstande vom Boden.

4. Bei großen Geschwindigkeiten treten komplizierte Erscheinungen auf, die durch die Annahme des Auftretens turbulenter Bewegungen nicht zu erklären sind.

Zum Schluß möchte ich es nicht unterlassen, Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr. E. Wiedemann, in dessen Institut diese Arbeit angefertigt wurde, sowie Herrn Prof. Dr. R. Reiger für ihre mannigfachen Anregungen und ihr stetes Interesse an der Arbeit meinen ergebensten Dank auszusprechen.



Über die lichtelektrische Ermüdung;
von A. Becker.

(Eingegangen am 8. August 1912.)

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) habe ich Versuche mitgeteilt, deren Ergebnisse mir als Stütze der Auffassung erschienen, daß die lichtelektrische Ermüdung in den Fällen, in denen die Mitwirkung von Ozon anzunehmen ist, ihre Ursache zu einem wesentlichen Teil in dem Auftreten chemischer Reaktionsvorgänge im bestrahlten Gase an der Oberfläche der belichteten Substanz hat, die zu gewissen, durch die Natur der reagierenden Bestandteile bestimmten Niederschlagsschichten auf dieser Oberfläche führen.

Die Versuche bestanden aus zwei voneinander völlig unabhängigen Untersuchungsreihen. Die erste knüpfte an die Beobachtung einer sehr auffallenden, die gesamte Ermüdungserscheinung beherrschenden Wirkung des Wasserdampfes an, die in einer meist vollständigen Vernichtung einer vorhandenen Ermüdung bestand. Die zweite Untersuchungsreihe führte zum direkten Nachweis, daß durch Beseitigung aller Dampfspuren aus dem Gase des Bestrahlungsraumes die beobachtbare Ermüdung weitgehend zurücktritt.

In einer soeben veröffentlichten Abhandlung[2]) glaubt nun Herr Hallwachs die Deutung meiner ersten Untersuchungsreihe ablehnen und die durch sie gewonnenen Erfahrungen auf bereits Bekanntes zurückführen zu können. Namentlich erscheinen Herrn Hallwachs die Versuche von Herrn Ullmann[3]) von meiner Seite zu wenig berücksichtigt. Ich ergreife deshalb gern die Gelegenheit, auf dessen Versuche hier näher einzugehen und die wesentlichen Unterschiede zwischen seinen Beobachtungen und den von mir gemachten hervorzuheben, welche mir damals eine ausführlichere Bezugnahme[4]) auf dessen Beobachtungen entbehrlich erscheinen

---

[1]) A. Becker, Ber. Heidelb. Akad. 1912, Abh. 4; im folgenden mit l. c. bezeichnet.

[2]) W. Hallwachs, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 634, 1912.

[3]) E. Ullmann, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1, 1910.

[4]) Ein kürzerer Hinweis findet sich l. c., Anm. 32.

ließen. Zugleich werde ich darzulegen versuchen, warum ich Herrn HALLWACHS' Deutung meiner Beobachtungen bislang nicht beizustimmen vermag.

Herrn ULLMANNs Versuche dürften allerdings die ersten sein, in welchen ein wesentlicher Einfluß des Wasserdampfes auf den lichtelektrischen Effekt — bei Zink — sich zu erkennen gab. Während aber Herr ULLMANN zwar findet, daß die lichtelektrische Anfangsempfindlichkeit des Zinks in feuchtem Gas wesentlich größer ist als in trockenem, schreibt er im übrigen dem Wasserdampf in der Hauptsache eine die Ermüdung stark fördernde Wirkung zu; auch führt bei seinen Versuchen Zuführung feuchten Gases zu bereits ermüdetem Zink nur zu unerheblicher Änderung der Empfindlichkeit (vgl. Fig. 6, 8 und 11 seiner Arbeit). Bei meinen Versuchen dagegen, welche sich nicht näher mit den Ursachen der lichtelektrischen Anfangsempfindlichkeit beschäftigen wollten, bestand die neu beobachtete Wirkung des Wasserdampfes darin, daß seine Gegenwart jeweils bei allen untersuchten Substanzen und in beliebig oft wiederholten Versuchen eine in trockenem Gase zuvor erzeugte Ermüdung vollkommen rückgängig machte und während der ganzen Dauer seiner Anwesenheit das Ermüdungsphänomen vollständig ausschaltete, falls nur der Dampfgehalt genügend groß war (vgl. 3, 4, 5 und 6). Zur Erklärung dieser Erscheinung wurde im Einklang mit besonderen weiteren Versuchen angenommen, daß die bestrahlte Fläche sich mit einer Ermüdungsschicht nicht gasartiger Natur bedecke und daß der Wasserdampf diese als hygroskopisch anzusehende Schicht nicht etwa zerstöre, sondern nur unwirksam mache (vgl. insbesondere auch l. c., 7).

Was nun die Ursache der Nichtübereinstimmung dieser Beobachtungsergebnisse mit denen des Herrn ULLMANN angeht, so glaubt Herr HALLWACHS meine Ergebnisse auf ein die reinen Erscheinungen verwischendes Zusammenwirken mehrerer Zufälligkeiten in der Versuchsanordnung zurückführen zu können. Dieser Auffassung kann ich mich aus folgenden Gründen nicht anschließen:

1. Wie ich bereits in meiner Veröffentlichung gezeigt habe, erfolgt die Wirkung des Wasserdampfes in nahe gleicher Weise ob das feuchte Gas ruht oder in langsamer Bewegung ist. In letzterem Falle ist lediglich bessere Konstanz des Dampfgehaltes



in der Umgebung der bestrahlten Schicht zu erzielen; Änderung der Gasgeschwindigkeit und des Gasweges im Inneren des Bestrahlungsraumes (vgl. l. c., 4) führte mit Bezug auf die Wasserdampfwirkung zu denselben Resultaten. Eine merkliche Beeinflussung derselben durch die Gasbewegung gibt sich hiernach nicht zu erkennen.

2. Die benutzte Quecksilberlampe stand in der Mehrzahl der Versuche allerdings 6 bis 8 cm von dem Quarzfenster des Bestrahlungsgefäßes entfernt, da hierbei das untersuchte Ermüdungsphänomen bereits in kurzer Zeit zu starker Ausbildung gelangte. Ich habe mich aber auch durch Untersuchungen mit variiertem Abstand überzeugt, daß auch bei wesentlich größerem Abstand, bei welchem die Ermüdung infolge stark verringerter Ozonproduktion im Bestrahlungsraum wesentlich zurückging, die Wasserdampfwirkung qualitativ dieselbe blieb. Die folgenden Tabellen enthalten beispielsweise Ergebnisse für eine Variation des Lampenabstandes von 6,5 auf 40 cm, die zu einer Verringerung des lichtelektrischen Effektes im Verhältnis 1:20 führte.

Platinplatte. Kapazitätsverhältnis 22:1.

Lampenabstand 6,5 cm		Lampenabstand 40 cm	
Beobachtungszeit nach Einsetzen Min.	Empfindlichkeit Sek./5 Volt	Beobachtungszeit nach Einsetzen Min.	Empfindlichkeit Sek./5 Volt
Trockene Luft, ruhend.		Trockene Luft, ruhend.	
15	18	7	16
17	19,5	8	16,5
20	22	15	17,5
25	23,5	25	18,5
Feuchte Luft, bewegt.		Feuchte Luft, bewegt.	
30	8,5	30	10
38	8,5	33	10,5
49	8,5	37	10
73	8,5	65	10
120	8,5	98	10
Gefäß abgeschlossen, Luft ruhend.		Gefäß abgeschlossen, Luft ruhend.	
122	11	103	12
123	14,5	104	13
126	18	106	14
136	21	116	16,5

Man erkennt, daß in beiden Fällen in feuchter Luft innerhalb der ganzen Zeit ihrer Verwendung Konstanz der Empfindlichkeit besteht. Bei weiter vermehrtem Lampenabstand trat die Ermüdungserscheinung auch in trockener Luft soweit zurück, daß bei 80 cm Abstand über die Dauer von etwa einer Stunde keine Empfindlichkeitsänderung wahrzunehmen war. Auch hier führte die Benutzung feuchter Luft zu einem plötzlichen Anstieg der Empfindlichkeit, deren Größe wiederum während mehrstündiger Beobachtung konstant blieb. Daß diese Konstanz auf dem Zusammenwirken zufälliger Faktoren beruhen sollte, dürfte nach dem Ausfall dieser stark variierten Versuche kaum aufrecht zu erhalten sein.

3. Die von Herrn HALLWACHS genannten Beobachtungen des Herrn PAECH scheinen mir nicht als Belege gegen meine Versuche gelten zu können. Wenn Herr PAECH in seinem ersten Versuch eine Erscheinung, die bei Abwesenheit von Ozon zu beobachten ist, durch Ozonzuführung bei Näherstellen seiner Lampe kompensieren kann, so würde daraus nur zu schließen sein, daß bei meinen Versuchen mit merklichen Ozonbeträgen jene erste Wirkung hätte dauernd verdeckt sein können. Da diese Versuche, wie ausdrücklich (l. c., S. 6) hervorgehoben, lediglich der Erscheinung der Ozonermüdung gelten sollten, so bleibt dieser Schluß bedeutungslos. Der zweite Versuch des Herrn PAECH ist aber mit meinen Beobachtungen, die er reproduzieren sollte, gar nicht in Einklang; denn wie oben unter 2. näher gezeigt, habe ich sowohl bei kleiner als bei großer Lampenentfernung die vollständige Beseitigung der Ermüdung durch zugeführten Wasserdampf nachweisen können.

Wenn ich sonach die von Herrn HALLWACHS angeführten Gründe für die erwähnte Diskrepanz in den Beobachtungsergebnissen nicht anerkennen kann, so scheint mir andererseits die Wahrscheinlichkeit vorzuliegen, daß die wesentliche Ursache der Diskrepanz in dem verschiedenen Grade der Feuchtigkeit oder Trockenheit des Gases[1]) bei den verschiedenen Beobachtungen

[1]) Gerade um den Feuchtigkeitsgehalt der Luft in der unmittelbaren Umgebung der zu untersuchenden Platte exakt festlegen zu können, habe ich mich, wie früher (l. c., 4) erwähnt, der dort benutzten Versuchsweise bedient. Besondere Versuche mit Trocknung durch Natrium oder, wie früher erwähnt, durch Kälte an Stelle der Phosphorsäure stützen ebenfalls diese Darstellung.



liegt und daß die Beobachtung der ermüdenden Wirkung des Wasserdampfes bei den Versuchen des Herrn ULLMANN und des die gleiche Versuchsweise benutzenden Herrn PAECH die Folge ungenügender Wasserdampfzufuhr sein könnte. Hohe Sättigung des Gases mit Wasserdampf erscheint nach meinen Versuchen für das Auftreten der Konstanz der Empfindlichkeit erforderlich.

Es erscheint außerdem möglich, daß in den Fällen, in denen die Mitwirkung von Ozon nahe ausgeschaltet ist, besondere Vorgänge, wie sie durch die von Herrn HALLWACHS mitgeteilten Beobachtungen über den Einfluß der Natur des umgebenden Gases angedeutet sind, eine überwiegende Rolle spielen. Daß solche Vorgänge aber, falls nicht absichtlich eine wesentliche Veränderung des Gases vorgenommen wird, im allgemeinen bei Gegenwart merklicher Ozonmengen und — nach meinen Beobachtungen — begleitender Dampfbestandteile im Gase gegenüber der Niederschlagsbildung, wie ich sie annehme, zurücktreten [1]), scheint mir mit Notwendigkeit aus meinen Beobachtungen zu folgen. Es sei namentlich auf die unter 7 (l. c.) mitgeteilten Ergebnisse verwiesen. Da, wie sich hier zeigte, der Gang der Empfindlichkeit bei Entfernung des Wasserdampfes bei frischen und bei vorermüdeten Oberflächen ein wesentlich verschiedener ist, so genügt die Gegenwart von Ozon und Wasserdampf allein zur Deutung der Beobachtungen jedenfalls nicht. Ebensowenig scheint die Annahme einer wesentlichen Mitwirkung von Wasserstoffsuperoxyd, wie früher bereits (l. c., 8) erwähnt, eine einfache Deutung zu ermöglichen.

Daß die absichtliche Zuführung fremder Substanz auch in unserem Falle eine wesentliche Veränderung des beobachteten Bildes ergeben kann, ist verständlich. Einer Beeinflussung der angenommenen Niederschlagsschicht würde man diese Veränderung aber nur dann zuzuschreiben haben, wenn sie sich als Veränderung nicht etwa der Ausgangsempfindlichkeit, sondern vornehmlich der Empfindlichkeit des bereits vorermüdeten Metalles kenntlich machte, und auch hierbei wiederum nur dann, wenn die Veränderung mit Steigerung der Lichtempfindlichkeit verbunden wäre. Im anderen Falle würde sich die neue Wirkung derjenigen

[1]) Daß immerhin noch ein Teil der Ermüdung, nämlich der der „Erholung" zugängliche, dem Einfluß lediglich gasartiger Substanz zukommen kann, habe ich auch früher (l. c., 13) zugelassen.



der Niederschlagsschicht einfach superponieren können. Eine Erscheinung dieser Art, die den von Herrn HALLWACHS genannten ähnlich ist, hatte sich mir bei dem Versuch gezeigt, den Wasserdampf durch den Dampf einer chlorhaltigen Substanz, des Tetrachlorkohlenstoffs, zu ersetzen. Derselbe zeigte eine beträchtliche Verringerung der Empfindlichkeit, die zeitlich rasch weiter fortschritt, nach Ausblasen des Dampfes durch frische Luft aber wieder nahe vollständig verschwand. Würde nur die Dielektrizitätskonstante maßgebend sein, so würde jedenfalls, da die kleinsten Dampfspuren schon beträchtlich wirksam sind, eine verdichtete Schicht des beigemengten Gases an der belichteten Oberfläche angenommen werden müssen; eine Erklärung der zeitlichen Änderung der Empfindlichkeit dürfte aber neue Vorstellungen notwendig machen. Weitere Versuche der von Herrn HALLWACHS angegebenen Art werden unsere Kenntnis hier sicherlich fördern können. Denn es ist Herrn HALLWACHS gewiß darin beizustimmen, daß die Rolle des Gases bei der lichtelektrischen Wirkung noch immer nicht genügend ergründet ist. In bezug auf die von mir angenommene Erklärung eines Teiles[1]) der Ozonermüdung und die Deutung der dazu von mir angestellten Versuche finde ich aber auch jetzt, vor Beibringung etwaiger ganz neuer Aufklärung, nichts zu ändern, obgleich ich sehe, daß dieselbe nicht ganz in den Kreis der Vorstellungen paßt, welche von einem auf diesem Gebiete so erfolgreichen Forscher wie Herrn HALLWACHS entwickelt worden sind.

---

[1]) Nämlich des der Erholung nicht zugänglichen Teiles.

Heidelberg, Radiol. Institut d. Univ., August 1912.

Erdmagnetische, luftelektrische und lichtelektrische Messungen in Halle a. S. während der Sonnenfinsternis vom 17. April 1912;

von Werner Kolhörster.

(Eingegangen am 10. August 1912.)

Analoge Beobachtungen, wie sie seinerzeit während des Durchganges des HALLEYschen Kometen angestellt worden sind[1]), sind auch diesmal während der partiellen Sonnenfinsternis vom 17. April dieses Jahres im physikalischen Institut zu Halle a. S. ausgeführt worden. Die Anregung hierzu ging von Herrn A. WIGAND aus, der auch Verfasser mit Rat und Tat bei der Organisation des Beobachtungsdienstes und der Aufstellung der Apparate unterstützte. Die Beobachtungen erstreckten sich auf magnetische, luftelektrische und photometrische Messungen. Herr WIGAND unternahm am 17. April von Bitterfeld eine Ballonfahrt, die ihn nach Brake i. O. führte. Die dabei gewonnenen meteorologischen Ergebnisse sind schon in der D. Luftfahrer-ZS. 12, 299, 1912 mitgeteilt worden. Im Anschluß an die photographischen Aufnahmen der Sonnenphasen und des eigenartigen Ballonschattens ist von den Herren A. WIGAND und E. EVERLING in den Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 748 bis 757, 1912 die Form und Helligkeitsverteilung des Schattens bei einer partiellen Sonnenfinsternis in elementar-theoretischer Weise behandelt worden.

Zeitbestimmung.

Ein transportables Chronometer in kardanischer Aufhängung wurde am 15. bis 18. April direkt mit dem früh um 7^h kommenden Berliner Zeitsignal auf dem Halleschen Telegraphenamt verglichen. Es diente zur Kontrolle der Normaluhr des Instituts, einer Sekundenpendeluhr, auf die alle Zeitangaben bezogen wurden.

---

[1]) A. WIGAND, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 511, 1910.

Methoden.

1. Erdmagnetismus. — Deklination. Als Magnetometer zur Bestimmung der Deklinationsänderung diente ein eisenfreies Galvanometer von HARTMANN und BRAUN mit aperiodisch schwingendem Glockenmagnet und ost-westlich angebrachtem Spiegel. Der Abstand Spiegel—Skala betrug 2000 mm, also entsprach einem Millimeter Ausschlag der Winkel

$$\frac{1719}{2000} = 0{,}86 \text{ Bogenminuten.}$$

Zunehmende Skalenteile zeigen eine Drehung des Nordpols nach Osten, also abnehmende Deklination an.

Horizontalintensität. Die Änderung der Horizontalintensität wurde mit einem Vierstabvariometer nach KOHLRAUSCH gemessen. Eine Drehung des die vier Magnetstäbchen tragenden Rahmens um 44° aus der Nord-Südrichtung lenkte den Magnetspiegel um 90° ab. Dazu gehört bei einem Skalenabstande von 1931 mm ein Skalenwert von

$$E = \frac{\operatorname{tg} 44^\circ}{2 \,.\, 1931} = 0{,}00025,$$

d. h. 1 mm Ausschlag zeigt eine relative Änderung der Horizontalintensität von 0,00025 an. Die Variation der Intensität beträgt

$$\frac{dH}{H} = E(p - p_0) - 0{,}00064\,(t - t_0).$$

Für t_0 wurde die tiefste beobachtete Temperatur (15°) gesetzt, für den Nullwert der Skala p_0 der zu t_0 gehörige Skalenteil. p ist das Mittel aus den 10 Ablesungen während einer Minute. Der Temperaturkoeffizient der Magnetstäbchen war früher von Herrn Geheimrat DORN empirisch bestimmt worden.

Zunehmende Skalenteile bedeuten wachsende Intensität.

2. Luftelektrizität. — Zerstreuung. Die luftelektrische Zerstreuung wurde mit zwei geeichten, gleichdimensionierten Aluminiumblattelektrometern nach ELSTER und GEITEL für positives und negatives Potential gesondert bestimmt. Es wurde mit aufgesetztem Zerstreuungskörper und Natriumtrocknung ohne Schutzzylinder gearbeitet. Zur Aufladung diente ein Ladestab von SPINDLER und HOYER, Göttingen. Beide Elektrometer waren auf zwei getrennten hölzernen Stativen in einer gedeckten, allseitig offenen Laube des Institutsgartens aufgestellt. Infolge ihrer



günstigen Lage — die Laube ist von zwei Seiten in geringem Abstand von einer 1½ Meter hohen Mauer umgeben — ist sie ziemlich vor Wind geschützt, gestattet aber doch der Luft genügende Zirkulation. Der Ladungsverlust der geschlossenen Elektrometer betrug bei beiden bis etwas über 1 Volt/Stunde, konnte also bei Berechnung des Elektrizitätsverlustes pro Minute vernachlässigt werden. Bei den Messungen kam es vor allem auf Ermittelung schnell verlaufender Änderungen der Zerstreuung an. Es wurden daher zwei ELSTER-GEITEL-Apparate verwendet, von denen der eine nur positiv, der andere nur negativ geladen war, um keine Zeitverluste durch Abwarten der Polarisation der Bernsteinisolierung zu haben. Quantitative Resultate, soweit man überhaupt davon sprechen kann, sind mit dem Instrumentarium nicht zu erwarten, worauf auch schon SCHERING[1]) und KURZ[2]) hingewiesen haben. Das negativ geladene Elektrometer wird durch die radioaktiven Niederschläge aus der Atmosphäre beeinflußt, zudem herrscht bei beiden Elektrometern, wie schon SCHERING gezeigt hat, an verschiedenen Stellen des Zerstreuungskörpers teils gesättigter, teils ungesättigter, teils freier Strom. Um einigermaßen definierte Verhältnisse zu haben, wurden beide Elektrometer zur selben Zeit auf gleiches, aber entgegengesetztes Potential geladen. Die radioaktiven Niederschläge auf dem Zerstreuungskörper des negativ geladenen Elektrometers machen nach KURZ[3]) für verschiedene Aufladungszeiten im Mittel 3,5 Proz. der Wirkung der positiven Ionen allein aus. Die Ergebnisse werden dadurch längst nicht in dem Maße beeinflußt, wie durch die abnehmenden Potentiale des Zerstreuungskörpers selbst. Die einzelnen Werte für $\frac{dv}{dt}$ sind daher wegen der Ungleichheit der herrschenden Stromart nicht streng untereinander vergleichbar. In erster Annäherung wird man jedoch die Werte zur Kurvenzeichnung verwenden können, die man aus den Beobachtungssätzen zwischen gleichen Grenzen des Potentials wählt.

Spannungsgefälle. Ein Ort mit normalem Verlauf der Niveaulinien zur absoluten Messung des Potentialgradienten der Atmosphäre ist in erreichbarer Nähe nicht vorhanden. Da es

[1]) H. SCHERING, Diss., Göttingen 1904.
[2]) K. KURZ, Diss., Gießen 1907.
[3]) K. KURZ, Ann. d. Phys. (4) **24**, 890, 1907.

nur auf relative Änderungen des Spannungsgefälles ankam, so wurde der Kollektor an der Nordwestecke des flachen Daches des Instituts aufgestellt, dort, wo Vorversuche die günstigsten Ergebnisse gezeitigt hatten. Bei diesen wurden neben dem Flammkollektor Polonium- und Radiumpräparate ausprobiert. Die mit Radium F elektrolytisch überzogenen Platinbleche von 2 cm Durchmesser, die annähernd einen Sättigungsstrom von 3 elektrostatischen Einheiten lieferten, erwiesen sich als zu schwach aktiv. Dagegen wurden recht gute Resultate mit einem älteren offenen Radiumbromidpräparat erzielt (von ROUSSEAU, Paris, Aktivität 240 Uraneinheiten). Die 0,5 mg Radiumbromid waren in einer offenen runden Messingbüchse von 2,5 cm Durchmesser mit Zuckerlösung fixiert und wurden 2,70 m über dem Dachrand wohl isoliert angebracht. An der Nordseite des Gebäudes führte die Drahtleitung senkrecht herunter in den Institutsgarten, wo ein geeichtes KOLBEsches Aluminiumblattelektrometer sie aufnahm. Das Elektrometer war durch einen größeren Glaskasten gegen Witterungseinflüsse und durch das Gebäude vor direkter Sonnenstrahlung geschützt. Sein Gehäuse lag immer an Erde. Parallel zu diesen Messungen wurde das Potential auf dem Dache etwa 10 m südlich von dem Platze des Radiumkollektors noch mit einem WULFschen Elektrometer und dem dazu beigegebenen Instrumentarium bestimmt. Beide Messungsreihen weisen gute Übereinstimmung auf.

3. Helligkeitsmessungen. Von den Herren ELSTER und GEITEL war Verfasser bei einem Besuche in Wolfenbüttel eine photoelektrische Kaliumzelle eigens zu diesen Messungen ausgesucht und geschenkweise überlassen worden. Gleichzeitig hatten sie ihm noch in liebenswürdigster Weise ihre neue Apparatur zum Einbau der Zellen vorgeführt, so daß an Hand der Ratschläge eine ähnliche Anordnung improvisiert werden konnte. Den Herren sei auch an dieser Stelle nochmals dafür gedankt.

Die Zelle wurde an dem einen Ende einer mit mattem schwarzen Papier ausgeklebten Zigarrenkiste eingebaut. Unmittelbar vor ihr befand sich eine in Nuten verschiebbare Mattglasscheibe. Darauf folgte eine Querwand mit einer Öffnung von demselben Durchmesser wie der der kugelfömigen Zelle. Die gegenüberliegende Wand war in gleicher Weise durchbohrt. Beide Öffnungen dienten zum Halt der den übrigen Teil der Kiste erfüllenden, aus mattschwarzem steifen Papier gebogenen Röhre.

Vor die Außenseite wurde als Träger der Steckblenden ein photographisches Objektiv geschraubt. Die Stromzuführung wurde aufs beste isoliert, die ganze Anordnung lichtdicht verschlossen bis auf die abnehmbare Lederkappe des Objektivs und in geeigneter Weise an dem einen Ende eines stärkeren Brettes befestigt, an dessen anderem Ende ein Heliostat nach SPENCER von FUESS festgeklemmt wurde. Der Abstand Objektiv—Heliostatenspiegel betrug etwa 40 cm. Schließlich wurde noch an der Außenseite der Kiste eine Art Diopter angebracht, so daß es möglich war, den Heliostaten ständig unter Kontrolle zu halten. Es sei gleich hier erwähnt, daß ein Nachregulieren des Spiegels während der Beobachtungszeit nicht nötig war.

Das Brett mit dem Aufbau wurde an seinem einen Ende von einem kräftigen Gaußstativ getragen, das an der Südseite des Turmes, dicht vor dem dort befindlichen Fenster aufgestellt war; an das Fensterbrett wurde das andere Ende des Brettes festgeklemmt, so daß nur der Heliostat den Sonnenstrahlen ausgesetzt, die Zelle selbst und ihr Umbau gegen direkte Einwirkung der Sonnenstrahlen durch das Mauerwerk geschützt waren. In dem in gleicher Höhe mit dem Dach gelegenen Turmzimmer wurde ein Galvanometer nach DEPREZ-D'ARSONVAL von SIEMENS und HALSKE aufgestellt und der Strom einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie von KLINGELFUSS unter Zwischenschalten von 10000 Ohm Widerstand durch die Zelle und das Galvanometer geschlossen. Die Zelle hatte bei 120 Volt Sättigungsstrom, mit welcher Spannung auch bei den Versuchen gearbeitet wurde. Trotz der Empfindlichkeit des Galvanometers war seine Aufstellung merklich erschütterungsfrei. Die Ablesung geschah objektiv mit Nernstlampe und Zentimeterskala und wurde im Turmzimmer selbst vorgenommen, konnte aber jederzeit von draußen kontrolliert werden, von wo auch das Umstecken der Blenden erfolgte. Um die Ausschläge des Lichtzeigers auf der Skala gut meßbar zu erhalten, mußten drei Blenden verwandt werden. Ihre Durchmesser wurden nachher auf der Teilmaschine ausgemessen und die Ausschläge gemäß dem Verhältnis der Quadrate der Durchmesser reduziert. Sie betrugen bei

Blende 1	. . . .	3,561 mm
„ 2	. . . .	4,824 „
„ 3	. . . .	9,656 „

d. h. sie stehen im Verhältnis

$$1 : 1{,}354^6 : 2{,}711^5.$$

Die leuchtenden Flächen verhalten sich demnach wie

$$1 : 1{,}835^1 : 7{,}352^5.$$

Ferner mußten die Ausschläge noch wegen der ungleichen Sonnenhöhe und der damit verbundenen stärkeren Lichtabsorption durch die Atmosphäre korrigiert werden. Nach einer Angabe von ZENKER[1]) über die Länge des Weges der Lichtstrahlen in der Atmosphäre bei verschiedenen Sonnenhöhen wurden die Weglängen graphisch für jede Beobachtung interpoliert. Die dazu nötige Errechnung der Sonnenhöhen am 17. April während der Beobachtungszeit wurde mit astronomischen Daten ausgeführt. Setzt man die Weglänge bei der Kulmination der Sonne gleich Eins, so ergeben sich für jede andere Beobachtungszeit Quotienten größer als Eins, die das Verhältnis der Weglängen und damit in erster Annäherung das Schwächungsverhältnis der Intensität des Lichtes bei Durchlaufen der Atmosphäre ausdrücken. Multipliziert man daher die abgelesenen Ausschläge mit diesen Faktoren, so befreit man die Resultate von dem Einfluß der Absorption des Lichtes durch die wachsende Atmosphärenschicht.

Es wurde wie folgt abgelesen: Während einer Minute vor Beginn der Exposition wurde der Nullpunkt verfolgt, einige Sekunden vor Öffnen des Objektivs endgültig abgelesen. Eineinhalb Minuten nach Öffnen wurde die Einstellung notiert, der Deckel aufgesetzt und der Nullpunkt wieder erst nach gleicher Wartezeit abgelesen. Diese Art der Beobachtung hatte sich aus Vorversuchen am geeignetsten erwiesen. Die Ablesungen wurden in Abständen von fünf Minuten voneinander vorgenommen. Um die Zeit des Minimums herum blieb das Objektiv ständig geöffnet, die Ausschläge wurden alle halbe Minute notiert, der kleinste abgewartet und ab und zu der Nullpunkt kontrolliert.

Resultate.

Obwohl die erdmagnetischen und luftelektrischen Messungen keine bedeutenden Abweichungen, die als von dem Phänomen hervorgerufen gedeutet werden können, aufwiesen, seien wenigstens die ersteren hier graphisch wiedergegeben (Fig. 1 u. 2). Im

[1]) ZENKER, Die Verteilung der Wärme auf der Erdoberfläche. Berlin 1888.



Vergleich mit an anderen Orten angestellten Beobachtungen können sie sich vielleicht von Nutzen erweisen.

Diskussion.

1. Erdmagnetismus. Wie schon vorher erwähnt, waren beide Apparate zur Messung der Deklinations- und Intensitätsschwankungen in einem nach Nordwesten gelegenen Zimmer des Instituts aufgestellt, das ursprünglich für Absolutmessungen eingerichtet und nahezu eisenfrei war. Wegen der Nähe der unterirdischen Starkstromleitung des Elektrizitätswerkes und der elektrischen Straßenbahn wurden jedoch die Messungen erheblich gestört. So betrugen beim Magnetometer die Schwankungen während einer Minute bis zu 1 mm, beim Variometer bis zu 2 mm vom Mittelwert, so daß die zur Kurvenzeichnung verwendeten Zahlen als Mittel aus 10 Einzelablesungen während einer Minute gewonnen wurden.

Der bei den gleichen Messungen während des Durchganges des HALLEYschen Kometen aufgetretene systematische Fehler[1]), der wohl durch Verdrehung der damals verwendeten Holzstative infolge Erwärmung verursacht war, wurde durch eine solidere Aufstellung vermieden. Kanaltonröhren von etwa 30 cm Durchmesser und 1,4 m Höhe, wie solche im Handel erhältlich sind mit möglichst ebenen Endflächen und breitem Flansch dienten als Stative. Sie wurden auf die im Fußboden zum Teil besonders fundamentierten, zum Teil auf das Kellergewölbe aufgemauerten Steinplatten gestellt und oben mit Schieferplatten bedeckt. Die Art der Aufstellung hat sich gut bewährt und besitzt den besonderen Vorzug der Billigkeit. Sie werden auch jetzt wieder als Stative für hochempfindliche Galvanometer in Kellerräumen verwendet und bewähren sich recht gut.

Die Werte der Deklination sind in der Fig. 1 graphisch dargestellt. Die Deklination weist an allen drei Tagen das übliche Maximum etwas nach 1^p auf. Während aber die beiden Kurven vom 16. und 18. April eine fast gleiche Zunahme der Deklination in der Zeit von 11 bis 1^h zeigen, ist diese am 17. April geringer, ja, die Deklination, die zu Beginn der Finsternis die Werte des vorhergehenden Tages erreicht hat, bleibt während derselben stets unter denen vom 16. und 18. und schließt sich

[1]) A. WIGAND, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 511, 1910.

um $2^{h}\,45^{p}$, also zu Ende der Finsternis, diesen wieder an. Zudem scheint während des Vorüberganges des Mondes vor der Sonne eine größere Unruhe als gewöhnlich geherrscht zu haben.

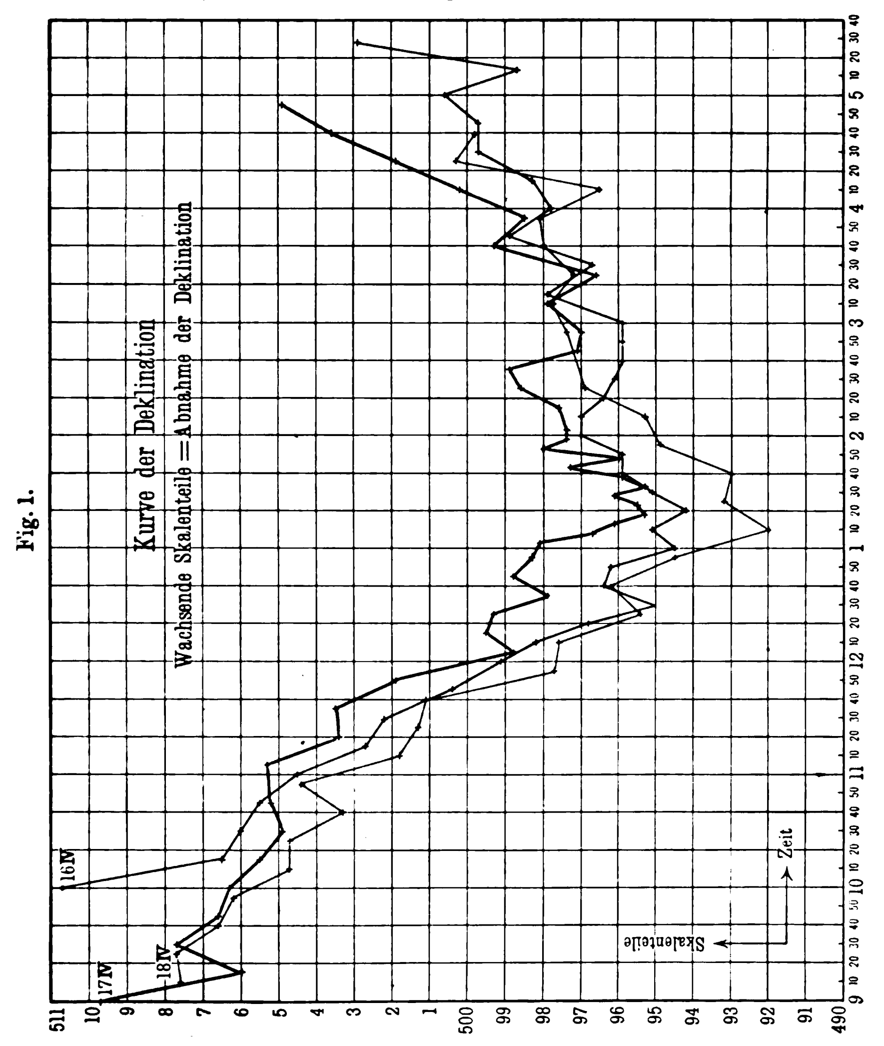


Fig. 1.

Allerdings sind die Änderungen der Deklination in Anbetracht der möglichen Störungen zu gering, um auf Grund dieser Beobachtungen einen Einfluß der Sonnenfinsternis auf die Deklinationsschwankungen nachzuweisen.

Ähnliche Verhältnisse liegen auch bei der Variation der Horizontalintensität (Fig. 2) vor. Die Intensität ist während der Finsternis größer als an den Vergleichstagen. Irgend welche Störungen, die in ursächlichen Zusammenhang mit dem Phänomen gebracht werden können, lassen sich nicht bestimmt nachweisen.

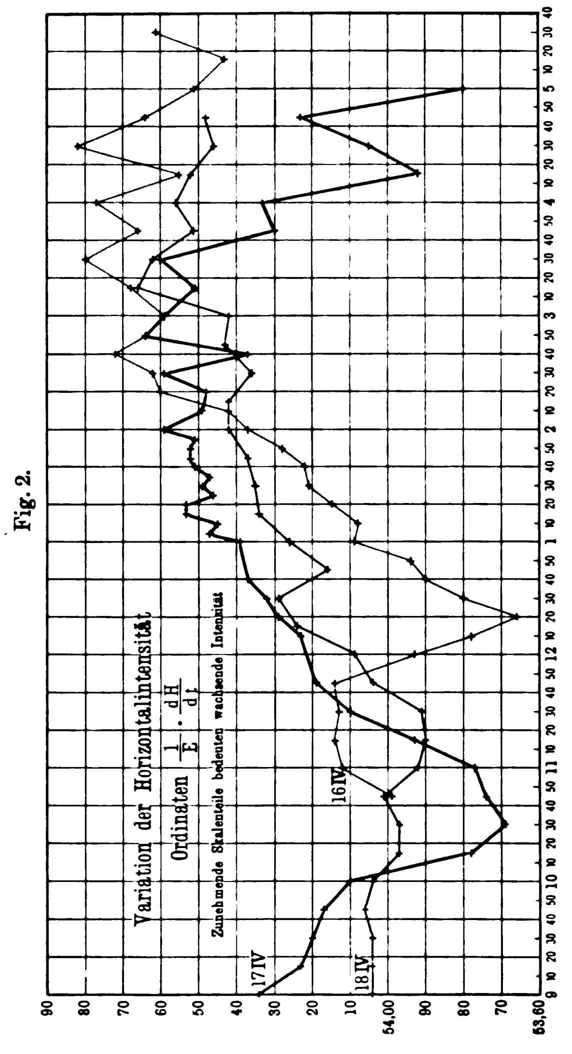
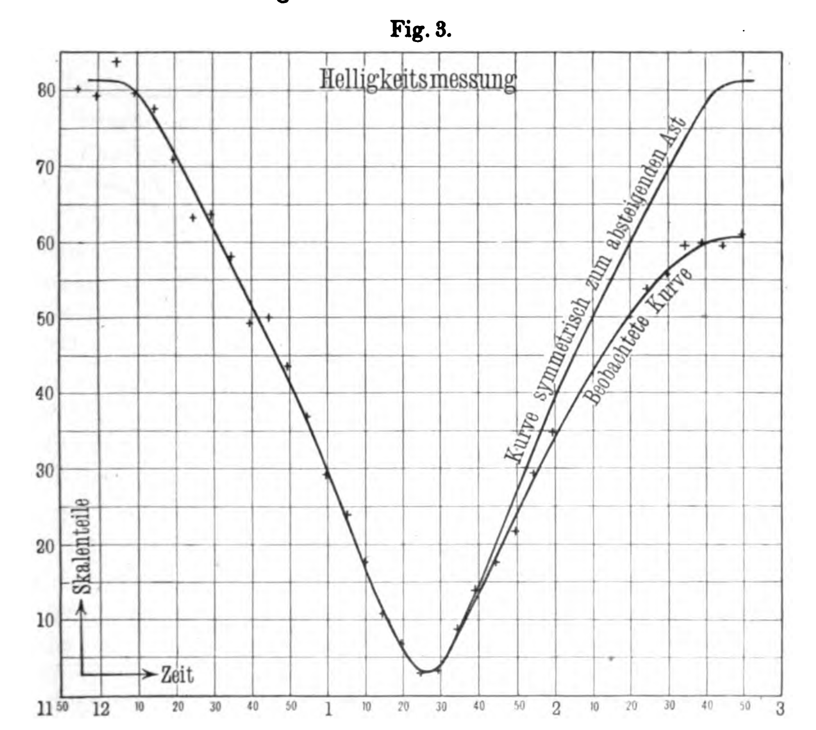


Fig. 2.

2. Luftelektrizität. Die Wetterlage war an den drei Beobachtungstagen fast gleich, so daß im Gegensatz zu früheren luftelektrischen Messungen bei Sonnenfinsternissen die Ergebnisse der Vergleichstage unbedenklich benutzt werden dürfen. Die Atmosphäre erschien in der Fernsicht etwas dunstig, wies also nicht die für hohe Zerstreuung charakteristische Klarheit auf, was auch durch die Messungen bestätigt wurde. Allerdings traten am 17. gegen $12^h 25$ unterhalb der Sonne im Süden und Südwesten feine Dunstschleier auf, die sich allmählich zu ganz dünnen Wolkenschleiern verdichteten, aber nach $1^h 30$ wieder verschwanden. Die Art der Wolkenform (anscheinend Ci.-Str.) ließ sich leider nicht

feststellen. Herr WIGAND[1]) gibt an, daß am Beobachtungstage eine scharf begrenzte Dunstschicht bis auf ungefähr 800 m Höhe vorhanden war; ferner sind auch von ihm über der Dunstschicht am Horizont im Südosten und Südwesten vereinzelte Streifen einer fernen Stratusdecke gesichtet worden, allerdings noch vor Beginn der Finsternis. Eine Beeinflussung der luftelektrischen Messungen durch den hier beobachteten feinen

Fig. 3.

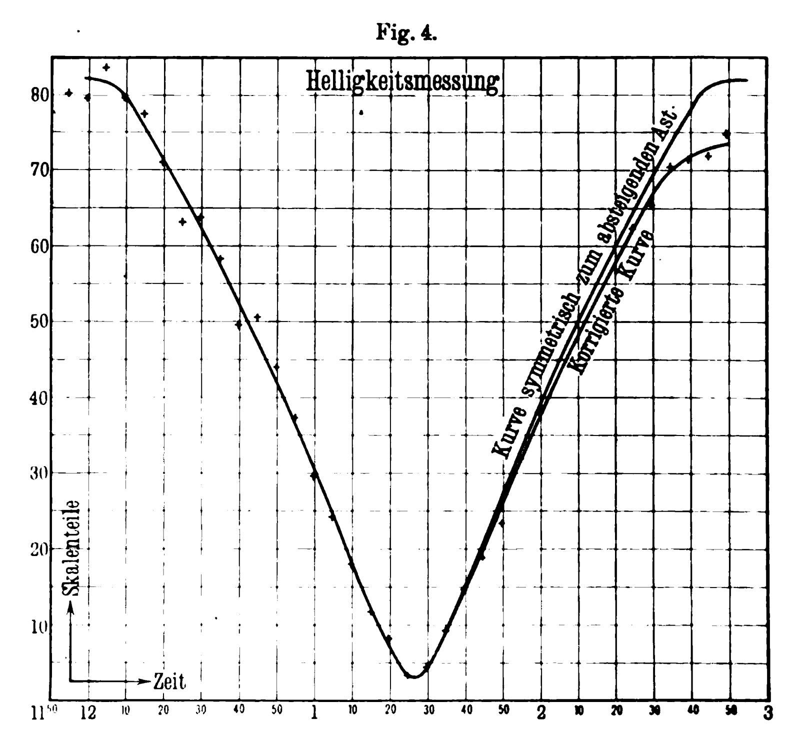


Wolkenschleier kann kaum angenommen werden, dazu stand er zu tief am Horizont. Auch sprechen die Potentialmessungen am folgenden Tage nicht dafür. Denn als am 18. zwischen 12^p und 2^p und nochmals zwischen $3^h 30$ und 4^p sich nur einige Haufenwolken zeigten, sank das Spannungsgefälle ganz bedeutend. Während der Beobachtungstage herrschte ständig Ostwind von der Stärke 3 der zehnteiligen Skala, der die Dunstmassen der Stadt herüberbrachte.

[1]) A. WIGAND, D. Luftfahrer-ZS. 12, 299, 1912.

Die Werte des Quotienten $\left(\frac{dv}{dt}\right)_+$ und $\left(\frac{dv}{dt}\right)_-$, d. h. die Zerstreuung in Volt/Minute der positiv bzw. negativ geladenen Elektrometer lassen einen direkten Einfluß der Verfinsterung nicht erkennen. Allerdings scheint während derselben die Zerstreuung für positives wie negatives Potential etwas geringer zu sein als in der Zeit vor und nachher und als an den Vergleichstagen. Die Ablesungen wurden an diesen von 9ª bis 5ᵖ alle

Fig. 4.



10 Minuten gemacht. Am kritischen Tage wurde von 9ª 14 bis 11ª 44 ebenso alle 10 Minuten, von da an alle 5 Minuten, von 11ª 50 bis 3ᵖ alle Minute, von 3ª bis 3ª 30 alle 5 und dann wieder alle 10 Minuten abgelesen. Ganz eigentümlich waren dabei zwei Schwankungen, die beim positiv geladenen Elektrometer von 12ª 14—16, beim negativen von 2ª 38 bis 40 eintraten, und zwar immer nur bei dem einen, während das andere sich normal verhielt.

Die Schwankungen haben sich sonst während der ganzen Beobachtungszeit nicht gezeigt, auf Cri-Cri-Erscheinungen oder Ungeschicklichkeit der Beobachter sind sie, soweit ich feststellen konnte, wohl kaum zurückzuführen.

Bildet man aus den Werten für $\left(\frac{dv}{dt}\right)_-$ und $\left(\frac{dv}{dt}\right)_+$ die Unipolarität $q = \left(\frac{dv}{dt}\right)_- \Big/ \left(\frac{dv}{dt}\right)_+$, so lassen sich aus den Mittelwerten bedeutende Abweichungen gegenüber den Vergleichstagen nicht feststellen, wohl aber ergeben die Einzelwerte aus den Ablesungen pro Minute höhere Zahlen für q, besonders zu Beginn und Ende der Finsternis. Ein positives Ergebnis ist aus den Messungen leider nicht zu gewinnen.

Die Kurve des Potentials vom 17. macht einen Einfluß des Phänomens wahrscheinlicher, besonders, wenn man sie mit der vom vorhergehenden Tage vergleicht. Jedoch sind die Messungen vom folgenden Tage nicht in dem gewünschten Maße heranzuziehen, da sie, worauf schon vorher hingewiesen ist, in der Zeit von 12 bis 2^p und von 3^a 30 bis 4^p durch vereinzelte Wolkenbildung gestört wurden. Sobald die Wolken aber verschwunden sind, münden die Werte wieder in die vom ersten Vergleichstage ein.

Das Potential erreicht gegen 11^a 26 ein Maximum, fällt erst langsamer, von 11^a 50 schneller bis fast zu Beginn der Finsternis. Es bildet sich zwar wieder gegen 12^a 40 ein Maximum heraus, das Potential nimmt aber während der Verfinsterung, wenn auch unter bedeutenden Schwankungen, ständig ab, um gegen Ende sehr steil emporzuschnellen. Ein weiteres Minimum und Maximum folgen um $4^h\,5^p$ und $4^h\,55^p$.

3. Helligkeitsmessungen. In Tabelle 1 und 2 sind die bei der Messung mit photoelektrischer Kaliumzelle erhaltenen Resultate angeführt und zur Zeichnung der Figuren 3 und 4 verwendet worden. In den Spalten der Tabelle sind die Zeit, die verwendete Blende, die direkt abgelesenen Ausschläge in Skalenteilen nach Abzug des Nullpunktes, die auf Blende 1 und schließlich die noch auf gleiche Sonnenhöhe reduzierten Skalenteile eingetragen. Die beiden letzten Spalten sind zur Kurvenzeichnung benutzt worden. Der Kürze halber sei die aus der vorletzten Spalte gewonnene Kurve als die beobachtete, die aus der letzten als die korrigierte Kurve bezeichnet.

Tab. 1.
Helligkeitsmessungen.

Zeit			Blende	Skalenteile	Reduziert auf Blende 1	Korrigiert auf gl. Sonnenhöhe
11h	54m	30s	1	80,15	—	80,23
	59	30	—	79,30	—	79,30
12	4	30	—	83,75	—	83,75
	9	30	—	79,60	—	79,60
	14	30	—	77,50	—	77,50
	19	30	—	70,90	—	70,97
	24	30	—	63,05	—	63,17
	29	30	—	63,60	—	63,75
	34	30	—	58,00	—	58,23
	39	30	—	49,20	—	49,50
	44	30	—	50,00	—	50,45
	49	30	—	43,45	—	43,93
	54	30	—	36,55	—	37,06
	59	30	—	29,10	—	29,62
1	4	30	—	23,70	—	24,22
	9	30	—	17,45	—	17,92
	14	30	2	20,65	11,25	11,60
	19	30	—	12,58	6,85	7,10
	24	30	3	22,73	3,09	3,23
	29	30	—	28,68	3,90	4,09
	34	30	2	16,23	8,84	9,34
	39	30	—	25,13	13,70	14,58
	44	30	—	32,43	17,70	18,97
	49	30	—	39,43	21,50	23,22
	54	30	1	29,13	—	31,72
	59	30	—	34,58	—	38,00
2	24	30	—	53,85	—	62,09
	29	30	—	56,00	—	65,24
	34	30	—	59,55	—	70,27
	39	30	—	59,75	—	71,22
	44	30	—	59,55	—	71,82
	49	30	—	60,80	—	74,30

Tab. 2. Ermittelung des Minimums der Lichtintensität.

Zeit			Blende	Skalenteile	Reduziert auf Blende 2	Korrigiert auf gl. Sonnenhöhe
1h	17m	0s	2	16,6	—	17,16
		30	—	16,1	—	16,66
	18	0	—	15,4	—	15,94
		30	—	14,5	—	15,02
	19	0	—	12,6	—	13,05
		30	—	12,6	—	13,06
	20	0	—	12,6	—	13,06
		30	—	10,7	—	11,11
	21	0	—	10,1	—	10,49
		30	—	9,6	—	9,97
	22	0	—	8,6	—	8,94
		30	—	7,9	—	8,22
	23	0	3	—	—	—
		30	—	25,6	6,39	6,66
	24	0	—	23,7	5,92	6,17
		30	—	23,8	5,94	6,19
	25	0	—	21,7	5,42	5,66
		30	—	21,6	5,40	5,64
	26	0	—	20,8	5,19	5,42
		30	—	21,0	5,24	5,48
	27	0	—	21,3	5,32	5.56
		30	—	22,5	5,62	5,87
	28	0	—	23,3	5,81	6,09
		30	—	23,6	5,89	6,17
	29	0	—	26,0	6,49	6,81
		30	—	27,4	6,84	7,18
	30	0	—	30,0	7,49	7,86
		30	—	31,6	7,89	8,29
	31	0	—	35,0	8,74	9,19
		30	—	37,4	9,33	9,81
	32	0	—	40,7	10,16	10.70
		30	—	42,7	10,66	11,24
	33	0	—	43,7	10,91	11,50
		30	—	—	—	—
	34	0	2	13,1	—	13,88
		30	—	15,8	—	16,70
	35	0	—	16,7	—	17,67

Die Lichtintensität nimmt sofort mit Beginn der Finsternis ab, jedoch erst langsam, entsprechend der geringeren Helligkeit des Sonnenrandes, dann immer schneller, erreicht ihr Minimum und steigt erst steil, dann flacher bis zum Ende der Finsternis wieder an. Wegen der geringeren Sonnenhöhe zu Ende der Finsternis erreicht die beobachtete Kurve natürlich nicht mehr die zu Beginn gemessenen Werte. Aber auch die korrigierte Kurve verläuft nicht dem Abfall symmetrisch: die auf dem ansteigenden Aste gemessenen Intensitäten sind geringer als die auf dem abfallenden. Konstruiert man jedoch den zu diesem in bezug auf $1^p 25^m 30^s$ symmetrischen Teil der Kurve, so erkennt man unschwer eine Parallelität zwischen diesem und dem der korrigierten Kurve. Das Verhalten findet seinen Grund, wofür auch später angestellte Versuche sprechen, teilweise darin, daß der Heliostatenspiegel während der Beobachtungszeit einstaubte. Als nämlich zum Schluß der Spiegel mit einem reinen Tuch abgewischt wurde, machte sich Staub, jedoch erst auf diesem, deutlich bemerkbar. Allerdings kann die dadurch hervorgerufene Verminderung des Reflexionsvermögens bis gegen $1^p 40$ kaum beträchtlich gewesen sein, wenigstens war eine Trübung der spiegelnden Fläche bis dahin durchaus nicht festzustellen. Dies läßt auch die korrigierte Kurve deutlich erkennen. Nach $1^h 30^p$ frischte der Wind bedeutend auf, so daß nunmehr leichter eine größere Staubmenge an dem etwas windgeschützten Orte des Heliostaten abgelagert werden konnte. Weiteren Aufschluß hierüber scheinen die Messungen des Potentials zu geben. Denn das Potential erreichte um $12^h 40^p$ ein Maximum, gerade um die Zeit, als der dünne Wolkenschleier tief im Südwesten sich deutlich bemerklich machte. Daraus scheint nun hervorzugehen, daß die Luft entsprechend dem Anstieg des Potentials bis gegen $12^h 40^p$ durchsichtiger wurde. Die Ballonbeobachtungen von Herrn Wigand würden hierfür eine Erklärung geben. Denn zu Beginn der Finsternis gegen $12^h 3^m$ traten heftige Vertikalböen auf, die die Dunstschicht aufgewirbelt haben. Vielleicht ist ebenso der dritte, verhältnismäßig hohe Wert der Lichtintensität von 83,75 Skt. durch diese beeinflußt worden, er folgte ihnen nach einer Minute und wurde gerade vor dem ersten Kontakt gemessen. Auch Werner[1])

---

[1]) A. Werner, Phys. ZS. **13**, 719, 1912.

nimmt nach photometrischen Messungen in Potsdam ein Aufklaren der Luft vor dem Maximum der Verfinsterung als wahrscheinlich an. Die Kurve der luftelektrischen Zerstreuung läßt eine entsprechende Deutung wie beim Potential nicht zu.

Da Beginn und Ende der Finsternis aus den lichtelektrischen Messungen nicht mit genügender Schärfe festgestellt werden konnten, so wurden sie an dem objektiv auf mattem Karton entworfenen Sonnenbildchen eines vierzölligen Refraktors ermittelt und durch subjektive Beobachtung kontrolliert. Danach begann die Finsternis um $12^h 5^m 14^s$ und endete um $2^h 44^m 40^s$ für $51^\circ 29' 15''$ nördl. Breite und $11^\circ 58' 18''$ östl. Länge von Greenwich.

Zur Ermittelung des Minimums der Lichtintensität wurde in der Zeit von $1^p 17$ bis $1^p 35$ alle halbe Minute abgelesen und aus den auf gleiche Blenden (hier auf Blende 2) und Sonnenhöhen reduzierten Ausschlägen durch graphische Interpolation das Minimum bestimmt. Aus 25 Einzelwerten ergibt sich dafür die Zeit $1^p 25^m 38^s \pm 14^s$, während der kleinste direkt gemessene Ausschlag von 20,8 Skt. um $1^h 25^m 30^s$ in befriedigender Übereinstimmung mit dem errechneten Werte beobachtet wurde.

Der Ausschlag von 20,8 Skt. entspricht einem solchen von 2,83 Skt. bei Verwendung von Blende 1; die größte Abnahme der Lichtintensität gegenüber der um 12^h gemessenen (im Mittel 81,07) beträgt 100 Proz. — 3,49 Proz. = 96,51 Proz. Korrigiert man den Ausschlag von 2,83 Skt. noch auf gleiche Sonnenhöhe, so erhält man 2,96 Skt., und die Abnahme der Lichtintensität beträgt 100 Proz. — 3,65 Proz. = 96,35 Proz.

Zum Schluß ist es mir noch eine angenehme Pflicht, auch an dieser Stelle Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dorn, der in bekannter liebenswürdiger Weise die Mittel des Instituts zur Verfügung stellte, besonders zu danken. Die im Institut beschäftigten Herren, sowie Herr cand. ing. A. Dorn haben sich in dankenswerter Weise in den Dienst der Sache gestellt und an den Ablesungen der Apparate beteiligt.

Halle a. S., Physik. Institut d. Kgl. Universität, 8. Aug. 1912.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. September 1912.** **Nr. 17/18.**

Neue Sätze des AEF.

Der AEF hat die Entwürfe IV. Temperaturbezeichnungen, XII. Ersatz der Pferdestärke und VI. Liste A der Formelzeichen, nachdem zahlreiche Äußerungen der Vereine und Einzelpersonen dazu eingegangen waren, einer nochmaligen Beratung unterzogen, auf Grund deren die folgenden beiden Sätze und die Liste der Formelzeichen als erster Teil einer größeren Liste festgestellt worden sind.

Berlin, Juli 1912. STRECKER.

Satz III. Temperaturbezeichnungen.

1. Wo immer angängig, namentlich in Formeln, sollte die absolute Temperatur, die mit T zu bezeichnen ist, benutzt werden.

2. Für alle praktischen und viele wissenschaftlichen Zwecke, bei denen an der gewöhnlichen Celsiusskala festgehalten wird, soll empfohlen werden, lateinisch t zu verwenden, soweit eine Verwechselung mit dem Zeitzeichen t ausgeschlossen ist.

Wenn gleichzeitig Celsiustemperaturen und Zeiten vorkommen, so soll für das Temperaturzeichen das griechische ϑ verwendet werden.

Beispiel.

So soll man bei der Verwendung des CARNOT-CLAUSIUSschen Prinzips statt

$$Q\,\frac{\mathrm{d}t}{t+273}\cdots Q\,\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

schreiben, andererseits soll die Längenänderung eines Stabes ausgedrückt werden durch die Formel:

$$l = l_0 (1 + \alpha t + \beta t^2).$$

Erläuterungen zu den Äußerungen über den Entwurf IV von F. Eichberg.

Dem Entwurfe haben die meisten Vereine bzw. Vereinigungen zugestimmt. Wo Vorbehalte oder Gegenvorschläge gemacht worden sind, erscheinen dieselben nicht durchgreifend.

Dem Vorschlage von Niethammer (Elektrotechnik u. Maschinenbau 1910, S. 1121) konnte nicht zugestimmt werden, weil T sich nur für die absolute Temperatur eignet und hierfür in der wissenschaftlichen Literatur allgemein eingeführt ist.

Der Vorschlag des Breslauer und Schleswig-Holsteinischen Bezirksvereins deutscher Ingenieure, τ anstatt t zu verwenden, erschien nicht annehmbar, weil t vollkommen eingebürgert ist und für ein so gebräuchliches Formelzeichen, wie das t für Temperatur, griechische Buchstaben nicht verwendet werden sollten. τ wird zwar in der mechanischen Wärmetheorie verwendet, aber immer nur für ganz besondere Temperaturgrößen.

Der Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins, für die Temperatur immer ϑ zu nehmen, ist aus dem gegen τ schon angeführten Grunde nicht empfehlenswert.

Satz IV. Die Einheit der Leistung.

Die technische Einheit der Leistung heißt Kilowatt oder Großpferd. Sie ist praktisch gleich 102 Kilogrammeter in der Sekunde und entspricht der absoluten Leistung 10^{10} Erg in der Sekunde. Einheitsbezeichnungen kW und GP.

Begründung von Eugen Meyer und Diedrich Meyer.

Die eingegangenen Äußerungen der beteiligten Vereine haben in ihrer Mehrheit der Einführung einer technischen Einheit von 102 mkg/sec, die die „Pferdestärke“ von 75 mkg/sec zu ersetzen bestimmt ist, zugestimmt; dagegen haben sie mit Mehrheit die Bezeichnung „Neupferd“ abgelehnt, zumeist mit der Begründung, daß eine Übergangsbezeichnung — und als solche wollte auch der AEF den Ausdruck aufgefaßt wissen — nicht erforderlich

sei, vielmehr die Bezeichnung „Kilowatt“ gleich von vornherein angewandt werden solle. Aber auch der Ausdruck „Neupferd“ selbst ist mehrfach als wenig glücklich bemängelt worden.

Der AEF hat geglaubt, sich diesen Wünschen gegenüber nicht ablehnend verhalten zu dürfen, und hat demgemäß den Ausdruck „Großpferd“ anstatt „Neupferd“ eingeführt. Das Kilowatt war zunächst eine Einheitsbezeichnung für eine in elektrischer Energieform in die Erscheinung tretende und durch Volt und Ampere gemessene Leistung. Wollte man ausschließlich diese Bezeichnung für eine in mechanischer Form erscheinende, durch Meter und Kilogramm gemessene Leistung empfehlen, so würde dadurch nach Ansicht des AEF der Erfolg des neuen Verfahrens erheblich beeinträchtigt, wenn nicht vereitelt werden. Die Kreise der Maschinenindustrie, in denen in erster Linie die neue Einheit sich Hausrecht erwerben soll, würden dann an ihr vorbeigehen und die alte „Pferdestärke“ ruhig beibehalten; sie würden ganz unbeeinflußt durch die neue Definition das „Kilowatt“ nach wie vor als eine Einheit ansehen, deren Benutzung zur Angabe der Leistung von elektrischen Maschinen und etwa solcher Kraftmaschinen, die mit elektrischen Maschinen unmittelbar gekuppelt sind, vorbehalten bleibt. Es erscheint dem AEF, wenn das gewünschte Ziel erreicht werden soll, unbedingt erforderlich, daß eine Einheitsbezeichnung aufgestellt wird, die die Absicht der Beseitigung der bisherigen „Pferdestärke“ auch bei Kraftmaschinen, die zur Erzeugung elektrischer Energie nicht benutzt werden, wie z. B. Pumpmaschinen, Lokomobilen, Schiffsmaschinen, Automobil- und Flugmotoren, stets vor Augen führt und die den Maschineningenieur auf Schritt und Tritt darauf aufmerksam macht, daß er nicht bloß bei elektrischen Leistungen, sondern auch bei allen mechanischen Leistungen statt wie bisher mit 75 mkg/sec mit dem praktischeren Werte von 102 mkg/sec als Einheit rechnen soll.

Der Ausdruck „Großpferd“ für diese Leistungsfähigkeit erscheint insofern glücklicher gewählt als „Neupferd“, als durch ihn die Vergrößerung des Einheitswertes gegen den früheren angedeutet, mithin auch dem Einwande vorgebeugt wird, der von der ausführenden Praxis möglicherweise erhoben werden könnte, daß nämlich infolge der größeren Einheit die Leistung der gleichwertigen Maschine in Zukunft dem Unkundigen geringer erscheinen könnte.



Formelzeichen des AEF.

Die Fachgenossen auf dem Gebiete der Naturwissenschaften und der Technik werden gebeten, sich der folgenden Bezeichnungen zu bedienen, wenn sie keine besonderen Gründe dagegen haben.

Größe	Zeichen	Größe	Zeichen
Länge	l	Wärmemenge	Q
Masse	m	Spezifische Wärme	c
Zeit	t	„ „ bei konstantem Druck	c_p
Halbmesser	r	Spezifische Wärme bei konstantem Volumen	c_v
Durchmesser	d	Wärmeausdehnungskoeffizient	α
Wellenlänge	λ	Magnetisierungsstärke	$\mathfrak{J}$
Körperinhalt, Volumen	V	Stärke des magnetischen Feldes	$\mathfrak{H}$
Winkel, Bogen	$\alpha, \beta \ldots$	Magnetische Dichte (Induktion)	$\mathfrak{B}$
Voreilwinkel, Phasenverschiebung	φ	Magnetische Durchlässigkeit (Permeabilität)	μ
Geschwindigkeit	v	Magnetische Aufnahmefähigkeit (Suszeptibilität)	$\varkappa$
Fallbeschleunigung	g	Elektromotorische Kraft	E
Winkelgeschwindigkeit	ω	Elektrizitätsmenge	Q
Umlaufzahl, Drehzahl (Zahl der Umdrehungen in der Zeiteinheit)	n	Induktivität (Selbstinduktionskoeffizient)	L
Wirkungsgrad	η	Elektrische Kapazität	C
Druck (Druckkraft durch Fläche)	p		
Elastizitätsmodul	E		
Temperatur, absolute	T		
„ vom Eispunkt aus	t		

Bericht zu den Äußerungen über die Liste A der Formelzeichen von F. Neesen.

Es sind 26 Äußerungen eingegangen, darunter neun glatt zustimmende.

In den 17 übrigen werden Änderungen der Zeichen oder gewählten Namen sowie Ergänzungen vorgeschlagen. Die erneute Beratung im AEF ergab, daß eine Abänderung der Zeichen nicht angezeigt ist. Die gemachten Vorschläge (Zeit z statt t; Geschwindigkeit ω für v; Temperatur T für t; Wärmemenge Θ für Q; Induktivität L für L) drücken nur die Wünsche eines kleinen Fachkreises aus. Die in der Liste aufgeführten Zeichen haben in verschiedenen Zweigen der Wissenschaft Altersrecht.

Dagegen wurden einige Größen aus der Liste A ausgeschieden und mit der Liste B vereinigt, nämlich:

1. die Bezeichnung für Arbeit A, weil es zweckmäßiger schien, sie mit der für Leistung zu verbinden;

2. die Gaskonstante R, weil einerseits die Streichung des Zusatzes: (auf Molekulargewicht bezogen) gewünscht, andererseits diese Streichung beanstandet wurde. Um Verzögerungen zu vermeiden, ist daher R aus der Liste A entfernt und in die Liste B aufgenommen worden;

3. die Stromstärke J zugunsten des neuerdings vorgeschlagenen und in die Liste B aufzunehmenden I.

Den die Namen betreffenden Wünschen ist insofern nachgekommen worden, als das Zeichen p nicht für Kraft durch Flächeneinheit, sondern für Druckkraft durch Flächeneinheit genommen wurde.

Der Anregung aus Kreisen der Maschineningenieure, das Zeichen n für die Umdrehungszahl in der Minute festzusetzen, konnte nicht gefolgt werden, da die allgemeine Bestimmung: (in der Zeiteinheit) auch den anderen Zweigen der Wissenschaft gerecht wird.

Die Ergänzungswünsche sind, soweit angängig, schon in der Liste B berücksichtigt worden.

Über Kathodenstrahlen;

von A. Wehnelt.

(Eingegangen am 30. Juli 1912.)

Befindet sich in einem zylindrischen Entladungsrohre eine ebene, den Querschnitt ausfüllende Kathode, so gehen von dieser, nach GOLDSTEINS [1]) Beobachtungen, bei tiefen Drucken außer dem sichtbaren, schwach divergierenden, zentralen Bündel noch von der ganzen Kathode andere Strahlenbündel aus, die die Glaswände bis nahe an die Elektrode zur Fluoreszenz erregen.

Nach meinen Messungen [2]) über die Potentialverteilung im dunkeln Kathodenraume sind bei tieferen Drucken die Niveauflächen in der Nähe der Kathode so gewölbt, daß die Kathodenstrahlen, welche nahe am Rande der Kathode ausgehen, eine Biegung zur Glaswand hin erfahren. Ich [3]) zeigte dies auch dadurch, daß ich von rückwärts durch ein nahe am Rande der Kathode befindliches Loch Kathodenstrahlen, die in einem sehr viel engeren Rohre erzeugt wurden, in den dunkeln Raum der ersten Kathode eintreten ließ. Es nahmen diese Strahlen tatsächlich einen nach der Glaswand gekrümmten Verlauf an, wenn durch das erste Rohr eine Entladung hindurchging.

Wodurch diese, von der ganzen Fläche der Kathode ausgehenden Strahlen entstehen, ist bis jetzt noch nicht mit Sicherheit festgestellt. Wahrscheinlich aber sind sie verursacht durch das im Glimmlicht vorhandene ultraviolette Licht, welches, durch kein absorbierendes Medium abgehalten, außerordentlich stark auf die Aluminiumkathoden wirken muß. Ich hatte bei Gelegenheit von Messungen [4]) des Stromes, der durch die verschiedenen Teile der Kathode abfließt, gefunden, daß bei tiefen Drucken nur der zentrale Teil der Kathode, auf dem die sichtbare Entladung

---

[1]) E. GOLDSTEIN, Wied. Ann. **60**, 491, 1897; Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 192, 1901.

[2]) A. WEHNELT, Phys. ZS. **2**, 518—527, 1901.

[3]) A. WEHNELT, Habilitationsschrift Erlangen 1901, S. 41; Ann. de Phys. (4) **10**, 578, 1903.

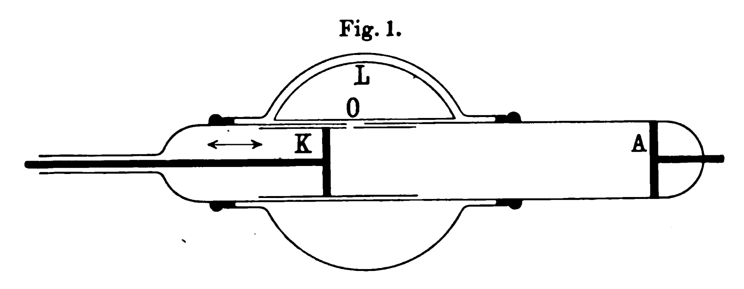
[4]) A. WEHNELT, Phys. ZS. **2**, 334—339, 1901.

aufsitzt, an der Stromleitung beteiligt ist. Wahrscheinlich haben sich die schwachen Ströme, die durch die übrigen Teile abfließen, bei meinen damaligen Messungen nicht bemerklich gemacht.

Die Strahlen, die nahe am Rande der Kathode ausgehen, müssen, da sie nicht den ganzen Kathodenfall durchlaufen, eine kleinere Geschwindigkeit besitzen, als die zentralen Strahlen. Ich habe dies geprüft, indem ich sie seitwärts aus der Entladungsbahn austreten ließ. Die hierzu benutzte Versuchsanordnung ist im folgenden beschrieben.

Ein 4 cm weites, 40 cm langes zylindrisches Entladungsrohr (Fig. 1) enthielt an einem Ende die feste Anode A, am anderen Ende die durch Zahnstange und Trieb verschiebbare Kathode K. In die Seitenwand der Glasröhre war eine Öffnung O eingeschliffen von 3 mm Breite und 10 mm Länge. Innen war das Rohr mit

Fig. 1.



einer enganliegenden dünnen Glimmerplatte ausgekleidet, die bei O einen $^1/_2$ mm breiten Spalt hatte, der senkrecht zu der Längsrichtung der Öffnung O verlief. Aus dieser feinen Öffnung traten seitwärts die zu untersuchenden Strahlen aus. Das Rohr war umgeben von einer Kugel von 15 cm Durchmesser, in welcher sich ein blau lumineszierender Leuchtschirm L einer Braunschen Röhre befand. Derselbe war so befestigt, daß die aus dem kleinen Schlitz in der Glimmerplatte bei O austretenden Kathodenstrahlen ihn streifend trafen.

Die Gasfüllung im Rohr war Wasserstoff, der durch ein Palladiumröhrchen eingeführt wurde. Quecksilber- und Fettdämpfe wurden bei diesen Versuchen nicht vermieden[1]).

---

[1]) Als Stromquelle diente teilweise eine Starkstrominfluenzmaschine von Wehrsen, teilweise ein Hochspannungsdynamo von 10000 Volt. Zur Evakuation diente eine Quecksilberpumpe mit Kapselvorpumpe nach Gaede.



Vor jedem Versuche wurde das Rohr völlig evakuiert bis auf weniger als 10^{-3} mm Hg, dann wurde durch Glühen des Palladiumröhrchens mit einem Bunsenbrenner so viel Gas eingelassen, daß die Entladung einsetzte und das gewünschte Potential erreichte.

Dabei traten aus der Öffnung O sehr schöne, scharf begrenzte Strahlenbündel. Dieselben waren, wenn die Kathode einen sehr geringen Abstand von der Öffnung hatte, etwas breiter, als wenn sie etwas weiter entfernt war, da die Projektion der Öffnung auf den Strahlenkegel im ersteren Falle größer ist als im letzteren (Fig. 2).

Aus diesen Versuchen folgt, daß von der Kathode Strahlen bis nahe am Rande ausgehen, und daß sie, wie Fig. 2 zeigt, nach allen Richtungen divergent ausgehen[1]).

Es war nun noch das Potential festzustellen, welches diesen Strahlen ihre Geschwindigkeit erteilte. Zu diesem Zwecke wurde der kugelförmige Teil des Entladungsrohres in das nahezu homogene Feld zweier großer Magnetspulen gebracht. Das Feld wurde nur so schwach eingestellt, daß der Krümmungsradius der Strahlen gerade noch gut ausmeßbar war. Aus dem Werte von $\frac{e}{m} = 1{,}76 \,.\, 10^7$ konnte dann das Potential berechnet werden nach der Formel:

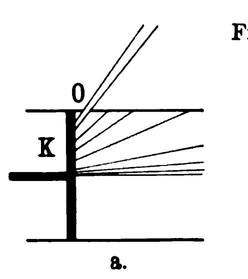


Fig. 2.

$$V = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \varrho^2 H^2.$$

Da H sehr genau gemessen werden konnte, liegt die einzige Ungenauigkeit in der Bestimmung des Krümmungsradius.

Um diesen möglichst genau zu bestimmen, wurden die Kurven in natürlicher Größe photographiert, wozu 20 bis 30 Sekunden Expositionszeit genügten. Das Gesamtpotential wurde an einem

[1]) Natürlich sind die Strahlen in der Nähe der Kathode, soweit sie im Rohr verlaufen, gekrümmt, was in der Zeichnung nicht zum Ausdruck gebracht ist.

geeichten RIGHIschen Elektrometer abgelesen und blieb während der Messung konstant.

Fig. 3 zeigt zwei Aufnahmen derartiger Versuche. Dabei sieht man wieder deutlich den Unterschied in der Breite der Strahlenbündel, hervorgerufen durch die verschiedene Breite der Projektion der Öffnung auf dem Strahlenkegel, wenn dieselbe nahe der Kathode (Fig. 3a) und wenn dieselbe etwas entfernter ist (Fig. 3b).

Die Ausmessung des Krümmungsradius der Kurven geschah folgendermaßen:

Auf einer nicht entwickelten, aber fixierten photographischen Platte wurden auf der Gelatineschicht mehrere Kreise gezogen,

Fig. 3.





deren Radius stets um 2 mm kleiner wurde. Wurde dann die Schichtseite dieser Platte auf die gleiche Seite der photographischen Platten aufgelegt, so konnte mit Hilfe einer Lupe ziemlich genau der Krümmungsradius der Kurven bestimmt werden. Die äußerste Abweichung ist dabei ± 2 mm.

Umstehende Tabelle enthält die Resultate einer derartigen Messung.

Die in der letzten Zahlenreihe der Tabelle verzeichneten Werte wurden erhalten, indem nach Entfernung der äußeren Glaskugel auf die Öffnung bei O ein Rohr gekittet wurde, welches eine Sonde enthielt, die nur etwa 1 mm tief durch den Glimmerschirm in das Rohr hineinreichte. Nach Herstellung der gleichen Druck- und Spannungsverhältnisse wurden bei gleich starkem magnetischen Felde die Potentiale dann mit einem geeichten BRAUNschen Elektrometer gemessen.

Plattennummer	Feldstärke H Gauss	Gesamtspannung Volt	Abstand O von Kathode mm	Krümmungsradius ϱ cm	Berechnete Werte des Potentials	Mit Sonde gemessene Werte des Potentials
13	30	7460	1,3	5,4	2320	2400
14	30	7460	2,9	6,4	3270	3150
15	30	7460	6,2	7,4	4380	4220
16	30	7460	9,0	7,8	4820	4700
17	30	7460	12,2	8,2	5320	5020

Die Übereinstimmung der aus der magnetischen Ablenkung berechneten Potentiale mit den mit dem Elektrometer gemessenen ist eine für diesen Zweck genügende. Hieraus kann man den Schluß ziehen, daß diese Strahlen mit immer geringeren Geschwindigkeiten von der Kathode ausgehen, je näher ihre Ausgangsstelle dem Rande derselben zuliegt.

Die Apparate für diese Arbeit sind zum größten Teile aus Mitteln angeschafft, die mir das Kuratorium der Jagorstiftung zur Verfügung stellte, und ich möchte nicht unterlassen, demselben meinen besten Dank dafür auszusprechen.

Berlin, Juli 1912. Physik. Institut der Universität.

Messung der während der Sonnenfinsternis am 17. April 1912 von Paris ausgesandten Hertzschen Wellen zu Marburg i. H. und zu Graz[1];

von E. Take und M. Vos.

(Eingegangen am 6. September 1912.)

Es ist eine bekannte Tatsache, daß die Reichweite der radiotelegraphischen Sendestationen bei Nacht im allgemeinen mindestens etwa doppelt so groß ist als bei Tage, vorausgesetzt, daß normale Witterungsverhältnisse vorliegen und keine atmosphärischen Störungen irgendwelcher Art auftreten. Diese Erscheinung führt man allgemein auf den Einfluß des Sonnenlichtes und der dadurch verursachten Ionisation der Luft zurück; letztere vergrößert unter dem Einfluß der Sonnenstrahlung ihre elektrische Leitfähigkeit, die Folge davon ist zunächst ein Energieverlust an der Antenne selbst, vor allem aber wird die ionisierte Luft eine stärkere Absorption der elektromagnetischen Wellen bewirken, und gerade dieser letzteren Erscheinung muß man wohl in erster Linie die enorme Veränderlichkeit der Reichweite einer Funkenstation zu den verschiedenen Tageszeiten zuschreiben. Hiermit im Einklang steht auch die Beobachtung, daß der Einfluß des Sonnenlichtes auf die Ausbreitung Hertzscher Wellen sich in verstärktem Maße bei Verwendung kürzerer Wellenlängen geltend macht, da die letzteren bekanntlich einer Absorption viel stärker unterworfen sein müssen als lange Wellen. Aus diesem Grunde pflegt man ferner bei der Wellentelegraphie über hohe Berge hinweg sich mit Vorteil recht langer Wellen zu bedienen, da gerade in den höheren Luftschichten unter dem Einfluß des Sonnenlichtes eine besonders intensive Ionisierung auftritt, wodurch kürzere Wellen beim Passieren hoher Gebirge meistens fast unüberwindliche Schwierigkeiten finden.

Angesichts der großen praktischen Bedeutung, welche diese starke Veränderlichkeit der Reichweite radiotelegraphischer Stationen besitzt, sind in dieser Richtung auch schon zahlreiche

---

[1]) Aus äußeren Gründen hat sich die Publikation der vorliegenden Messungen leider bisher verspätet.



quantitative Messungen ausgeführt worden. Hierbei wurde meistens untersucht, in welcher Weise sich die Empfangsintensität einer von einem Punkte A ausgehenden Strahlung in einem anderen Punkte B im Verlaufe der verschiedenen Tageszeiten ändert. Andererseits sind auch in der Wellentelegraphie über hohe Gebirge hinweg systematische, messende Versuche angestellt worden, wobei sich die oben geschilderten Erscheinungen ergaben [1]).

Eine besonders günstige Gelegenheit, den Einfluß des Sonnenlichtes auf die Ausbreitung Hertzscher Wellen messend zu verfolgen, bot sich nun bei der am 17. April dieses Jahres auftretenden Sonnenfinsternis, und zwar lagen für den obigen Zweck diesmal die Verhältnisse ganz ausnahmsweise günstig, denn die Verfinsterung war in unseren Breiten nahezu total, und obendrein fiel sie noch in die Mittagsstunden, so daß also auch der ionisierende Einfluß des Sonnenlichtes sich in maximaler Stärke geltend machte.

Aus diesem Grunde wandte sich der eine von uns (Vos) durch liebenswürdige Vermittelung von Herrn Professor Benndorf an die radiotelegraphische Station des Eiffelturms (Paris) mit der Anfrage, ob es möglich sei, am Tage der Sonnenfinsternis für Versuchszwecke zu verabredeten Zeiten Zeichen auszusenden. Bei dieser Gelegenheit erfuhren wir, daß die dortige Station auf Veranlassung von Herrn E. Rothé [2]) bereits seit längerem solche Versuche vorgesehen hatte, auch waren bereits am 4., 11., 18. und 25. März, sowie am 1. und 3. April dieses Jahres Vorversuche in dieser Richtung ausgeführt worden. Bei letzteren sollte untersucht

---

[1]) Vgl. z. B. P. Schwarzhaupt, Sonnenlicht, Gebirge und Wellentelegraphie, Elektrot. ZS. **32**, 1313—1314, 1911 (siehe auch Elektrot. ZS. **31**, 131, 1910). Ferner G. Marconi, Electrician **67**, 532, 1911. Von diesem Vortrage vor der Royal Institution in London ist auch ein Referat in der Elektrot. ZS. **33**, 322—324, 1912 erschienen. Unter anderem finden sich hier interessante Aufzeichnungen der täglichen Schwankung der in Clifden (Irland) von Glace Bay (Kanada) empfangenen Zeichen ($\lambda = 5000$ bzw. 7000 m). Diese Versuche wurden am ersten eines jeden Monats in der Zeit vom 1. Mai 1910 bis 1. April 1911 ausgeführt. Vor allem aber berichtet Marconi auch noch über einen Einfluß der Richtung auf die Ausbreitung Hertzscher Wellen, hier liegen Beobachtungen über eine starke Änderung der Reichweite bei nord-südlicher bzw. ost-westlicher Wellenrichtung vor, doch sind diese Verhältnisse bisher keineswegs aufgeklärt.

[2]) E. Rothé, C. R. **154**, 1454—1456, 1912.

werden, welche Art der Zeichengebung sich für den vorliegenden Zweck am besten eigne, ob es besser sei, einzelne Stöße auszusenden, deren Intensität am Empfangsorte mit einem ballistischen Galvanometer gemessen würde, oder ob Bolometer- bzw. Galvanometermessungen bei Aussendung von „Strichen" zu bevorzugen sind. Bei allen diesen Vorversuchen wurden natürlich die jeweiligen meteorologischen Verhältnisse genau berücksichtigt. Als Resultat derselben ergab sich dann das auch am Tage der Sonnenfinsternis selbst für die definitiven Messungen zur Anwendung gekommene Schema: Aussendung von sechs Dauersignalen (Strichen), jedes zehn Sekunden lang und je zwei durch eine zehn Sekunden lange Pause voneinander getrennt. Die Wellenlänge betrug 2000 m, wie sie bekanntlich auch bei Aussendung der Zeitsignale benutzt wird. Als Versuchszeiten für den 17. April wurden die folgenden festgelegt:

$9^h 40$, $11^h 40$, 12^h, $12^h 15$, $12^h 30$, $12^h 45$, $12^h 50$, 1^h, $1^h 05$, $1^h 10$, $1^h 15$, $1^h 20$, $1^h 25$, $1^h 30$, $1^h 35$, $1^h 40$, 2^h, $2^h 15$, $2^h 30$, $2^h 45$, 3^h und $3^h 40$ (mitteleuropäische Zeit).

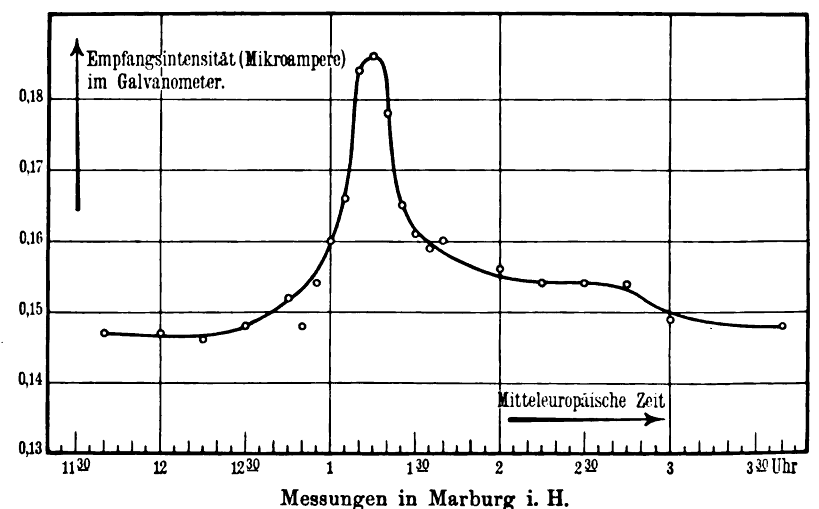
Messungen der obigen Art wurden ausgeführt in Saint-Benoît, Poitiers und Saumur (Maine et Loire). Der Kommandant der Station des Eiffelturmes, Herr Major Ferrié, gestattete uns nun in liebenswürdigster Weise, uns ebenfalls an diesen Messungen zu beteiligen, wofür wir ihm auch an dieser Stelle unseren herzlichsten Dank aussprechen möchten.

Messungen in Marburg von E. Take.

Die Intensität der ankommenden Wellen wurde unter Verwendung eines Bleiglanzdetektors in einem gewöhnlichen Drehspulen-Galvanometer (Empfindlichkeit $\mathfrak{C} = 4{,}27 \times 10^{-9}$ Amp., halbe Schwingdauer $T = 2$ Sekunden) gemessen, und zwar in der Weise, daß bei jedem ankommenden Wellenzug (Dauer: 10 Sekunden) drei aufeinanderfolgende Umkehrpunkte beobachtet wurden, worauf sich dann die jeweilige stationäre Ruhelage berechnen ließ. Wie oben ausgeführt, sandte die Station in Paris aber jedesmal eine Gruppe von sechs solchen Wellenzügen aus, die gegeneinander durch eine Pause von je zehn Sekunden getrennt waren. Im allgemeinen konnten, von einigen Störungen abgesehen, die Empfangsintensitäten aller dieser sechs Signale



gemessen werden, indem das Galvanometer in den Zwischenpausen durch eine Beruhigungstaste jedesmal schnell zur Ruhe gebracht wurde. Aus den sechs zusammengehörigen Werten wurde dann das arithmetische Mittel gezogen. Die erhaltenen Beobachtungsresultate sind in der Figur graphisch aufgetragen, als Abszissen sind die Beobachtungszeiten und als Ordinaten die Intensitäten der das Galvanometer durchfließenden Empfangsströme (Mikroampere) gezeichnet. Man ersieht hieraus recht deutlich, in wie starker Weise der Verlauf der Sonnenfinsternis sich in der Größe der Empfangsintensität der ankommenden Wellen zu erkennen gibt.



Messungen in Marburg i. H.

Schwankungen der Empfangsintensität der vom Eiffelturm in Paris ausgesandten elektromagnetischen Wellenzüge am Tage der Sonnenfinsternis (17. April 1912).

Die Finsternis erreichte in Paris ihr Maximum um 1^h 10, in Marburg dagegen erst um 1^h 21 und war zudem auch an letzterem Orte nahezu total. Das Maximum der Empfangsintensität in Marburg liegt also in der Mitte zwischen dem Zeitpunkt maximaler Verfinsterung in Paris und demjenigen in Marburg. Was die Größe dieses Maximums anbetrifft, so ergab sich gegenüber der unmittelbar vor Beginn der Finsternis um 12^h Mittags gemessenen Empfangsintensität eine Zunahme der letzteren um rund 25 Proz. Übrigens war auch durch subjektive Beobachtung mittels Telephon dieses Maximum sehr deutlich wahrnehmbar.

Zum Schluß sei noch besonders erwähnt, daß während der Zeitdauer der Sonnenfinsternis auf der Versuchsstrecke Paris —Marburg und in deren Umgebung fast dauernd wolkenloser Himmel war, so daß auch nicht die mindesten atmosphärischen Störungen auftraten.

Messungen in Graz von M. Vos.

Zur Messung (Bleiglanzdetektor) der Empfangsintensität diente ein aperiodisches Drehspulengalvanometer, und zwar wurde bei jedem der von Paris aus gesandten Zehnsekundenstriche nur der maximale, ballistische Ausschlag des Galvanometers abgelesen. Hierbei stellte sich jedoch heraus, daß für die Empfangsströme der Pariser Signale die Empfindlichkeit des Galvanometers eigentlich etwas zu gering war, zudem traten des öfteren nicht unbeträchtliche atmosphärische Störungen auf, da am Tage der Sonnenfinsternis das Wetter in Graz sehr schlecht war und es ununterbrochen regnete. Infolgedessen weisen die beobachteten Ausschläge ziemlich beträchtliche Schwankungen auf, so daß eine graphische Aufzeichnung der Einzelmessungen die vorhandenen Anomalien der Empfangsintensität nicht mit der wünschenswerten Klarheit wiedergibt. Deshalb teilt man zweckmäßigerweise die ganze Beobachtungszeit in eine Anzahl von Intervallen, deren mittleres die maximale Verfinsterung symmetrisch einschließt. Die Dauer jedes der Intervalle wurde zu 45 Minuten gewählt, ausgenommen das erste, da die Beobachtungen etwas später begonnen wurden. Bildet man nun für jedes dieser Intervalle den Mittelwert der beobachteten Ausschläge, so fallen auf diese Weise die durch Störungen verursachten Schwankungen sozusagen heraus und in der Tat kommt dann in diesen Mittelwerten der reine Einfluß der Sonnenfinsternis sehr deutlich zum Ausdruck. In der folgenden Tabelle sind diese Werte wiedergegeben. Dieselben zeigen ein deutliches Maximum von rund 96 Proz. gegenüber dem vor Beginn der Verfinsterung beobachteten Mittelwerte; zudem ist dieses Maximum mitten in dem Intervall von $12^h 50$ bis $1^h 35$ gelegen, also gerade zu der Zeit, wo die Gesamtverfinsterung auf der Versuchsstrecke Paris—Graz ihren größten Wert annahm. In Graz trat die maximale Verfinsterung um $1^h 27$ ein.

Der Anstieg der Mittelwerte ganz zum Schluß der Beobachtungen nach Überschreitung des großen Maximums erklärt sich



Zeitintervall	Relativwerte der mittleren ballistischen Galvanometerausschläge
11^h 40 bis 12^h 05	100
12^h 05 „ 12^h 50	164
12^h 50 „ 1^h 35	196
1^h 35 „ 2^h 20	120
2^h 20 „ 3^h 05	136

durch den täglich zu beobachtenden Einfluß der sinkenden Sonne mit Annäherung an den Abend.

Außer obigen galvanometrischen Aufnahmen wurden auch subjektive Beobachtungen mittels Telephon gemacht. Während vor und nach der Sonnenfinsternis die ankommenden Signale zum Teil gar nicht oder höchstens nur sehr schwach zu hören waren, wurden dieselben während der maximalen Verfinsterungen auf der Strecke Paris—Graz ganz deutlich wahrnehmbar.

Zusammenfassende Betrachtungen.

Zuerst ergab sich, wie oben bereits auseinandergesetzt wurde, an beiden Beobachtungsstationen ein deutlicher Einfluß der Sonnenfinsternis auf die Größe der Empfangsintensität der ankommenden Wellenzüge, indem dieselbe mit Zunahme der Verfinsterung recht bedeutend anstieg. Es dürfte wohl keinem Zweifel unterliegen, daß der Grund hierzu, wie man bisher auch stets angenommen, zum weitaus größten Teile in der durch die Sonnenstrahlung bewirkten Ionisation der Atmosphäre zu suchen ist. Hiermit im Einklang ist dann vor allem auch die Beobachtung, daß an beiden Stationen das Maximum der Empfangsintensität in der Mitte zwischen dem Zeitpunkt maximaler Verfinsterung in Paris und demjenigen in Marburg bzw. Graz beobachtet wurde, denn es ist ja bekannt, daß in einem Gase nach Abnahme einer ionisierenden Strahlung die vorhandene Ionisierung zum allergrößten Teile nahezu momentan durch Molisierung wieder verloren geht. Gerade diese letzteren Verhältnisse ersieht man recht deutlich aus der in Marburg aufgenommenen Intensitätskurve, deren Maximum fast präzise in der Mitte zwischen der maximalen Verfinsterung in Paris um 1^h 10 und derjenigen in Marburg um 1^h 21 beobachtet wurde.

Ein ganz besonderes Interesse bieten die vorliegenden Messungen aber eigentlich erst durch einen Vergleich der beiden Beobachtungsreihen. Die Beobachtungsstation Marburg hat von Paris einen Luftabstand von nur rund 530 km, zudem befinden sich auf diesem Wege keine nennenswerten Höhenzüge. Wesentlich anders liegen aber in dieser Beziehung die Verhältnisse für die Versuchsstation Graz. Letztere ist rund 1000 km von Paris entfernt, und zudem sind in dieser Richtung die etwa 3000 m hohen Ausläufer der Ostalpen zwischengelagert. Angesichts dieser Verhältnisse war im voraus für Graz eine bedeutend stärkere Zunahme der Empfangsintensität während der Verfinsterung als in Marburg zu erwarten, da ja normalerweise, bei intensivem Tageslicht, die von Paris aus gesandten Wellenzüge beim Passieren der hohen Gebirgszüge fast gänzlich absorbiert werden, derart, daß z. B. die von Paris aus gesandten Zeitsignale bei Tage daselbst fast kaum noch wahrzunehmen sind, während sie bei Nacht mit relativ starker Intensität, fast ebenso laut wie in Marburg, ankommen. Bei einem Vergleiche der in Marburg bzw. Graz gemachten Beobachtungen kann also die größere Entfernung der Versuchsstation Graz von Paris so gut wie vernachlässigt werden. Die oben geschilderten Verhältnisse prägen sich nun in der Tat außerordentlich deutlich in den beiden Beobachtungsresultaten wieder, insofern die Grazer Empfangsintensität ein Maximum von rund 96 Proz. ergibt, gegenüber nur 25 Proz. bei der Marburger Kurve. Dabei ist dieses Verhältnis im vorliegenden Falle sogar noch etwas abgeschwächt worden, insofern Graz im Vergleich zu Marburg bereits bedeutend mehr von der Zone maximaler Verfinsterung entfernt lag, betrug doch in Graz selbst die Verfinsterung im Maximum überhaupt nur 80 Proz. gegenüber 96,5 Proz. in Marburg. (In Paris belief sich die maximale Verfinsterung auf 98 Proz.)

Wir sehen also, wie die vorliegenden beiden Beobachtungsreihen außer dem auch sonst gemessenen Maximum uns in erster Linie durch einen Vergleich derselben recht deutlich die Abhängigkeit der Absorption Hertzscher Wellen von der Höhe der durchlaufenen Luftschichten zu erkennen geben, und wie besonders hierdurch die bisherige Annahme gestützt wird, daß der Einfluß des Sonnenlichtes auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen der Hauptsache nach in der Ionisation der Atmosphäre begründet ist.

Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Feldvektoren. II.

Von Hans Witte.

(Eingegangen am 5. September 1912.)

---

§ 19. In meinem dem ersten Aufsatze[1]) von Herrn GEHRCKE gewidmeten ersten Artikel[2]) habe ich den Lösungsweg für die von Herrn GEHRCKE entwickelte Symmetrieschwierigkeit aufgezeigt.

Um bezüglich der Symmetriefragen sämtliche möglichen Bedenken zu beseitigen, habe ich dabei — unter nur gelegentlichen Hinweisen auf die ältere Elektrodynamik — mich grundsätzlich auf den Boden der MAXWELL-LORENTZschen Feldwirkungs- und Elektronentheorie gestellt und habe eingehend (besonders in § 9 bis 17) dargelegt, wie auch aus dem rücksichtlich solcher Probleme komplizierteren und weniger durchsichtigen Begriffs- und Formelsystem der modernen Elektrodynamik sich ausrechnen läßt, daß die zunächst „einseitig" erscheinenden Ablenkungen in Wirklichkeit, als Drehungen, dem Satze vom zureichenden Grunde nicht widersprechen.

Der Lösungsweg war dieser: Als unbestritten konnte die Verteilung der Feldvektoren $\mathfrak{E}_{feld}$ und $\mathfrak{H}_{feld}$ vorausgesetzt werden, d. h. im Bilde der gesamte Ätherzustand mit seiner einerseits polaren, andererseits axialen Anordnung (ohne Bild die Gesamtverteilung der entsprechenden Rechengrößen im leeren Raume). Das Problem liegt dann in der ponderomotorischen Wirkung, insofern als beiden Feldvektoren, obwohl nur der eine polar, der andere aber axial ist, augenscheinlich eine Wirkung längs der Kraftlinie in bestimmtem Richtungssinne entspricht, also eine „einseitige", „polare" ponderomotorische Wirkung. Die Erklärung beruht auf den Symmetrieverhältnissen des zu bewegenden Objektes. Baut man gemäß den LORENTZschen Formeln die Wirkung auf die Magnetnadel aus den Wirkungen

---

[1]) E. GEHRCKE, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 379, 1912.
[2]) H. WITTE, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 581, 1912.

auf die einzelnen Elektronen auf, so klärt sich die „Einseitigkeit“ auf.

Die Betrachtungen bzw. Rechnungen habe ich sämtlich durchgeführt oder, wo das weniger nötig schien, angedeutet; nur für einen Spezialfall, nämlich den (gewöhnlich durch bekannte FARADAYsche Versuche belegten) Limesbegriff der „Wirkung eines linearen Stromes auf einen einzelnen Magnetpol“ mußte ich (§ 18) aus äußeren Gründen die Rechnung unterlassen, habe aber — ich hätte auch nochmals auf die ältere Elektrodynamik hinweisen können — ausdrücklich die Erwartung ausgesprochen, daß auch bei diesem Limesbegriff die auf dem Grunde der modernen Elektrodynamik durchzuführende Rechnung dasselbe Resultat liefern werde.

Ich will im folgenden zunächst (§ 20) diese Limeslücke in gewisser Weise ausfüllen und dann (§ 21 bis 24) auf den neuen Aufsatz von Herrn GEHRCKE eingehen[1]).

§ 20. Der „einzelne“ Magnetpol. An Stelle der ausgebliebenen Limesbetrachtung gebe ich jetzt direkt ein mechanisches Modell eines „einzelnen Magnetpols“ auf dem Grunde der MAXWELLschen Theorie, indem ich glaube, daß ein solches für die hier vorliegenden Symmetriefragen genug und in allgemeinerer Beziehung sogar noch mehr leistet. Ich fülle die Lücke damit zugleich in derjenigen Weise aus, wie sie Herr BECKER[2]) konstatiert hat, d. h. ich gebe ein Modell eines einzelnen Skalars zweiter Art.

Voraussetzung bleibt zunächst von den beiden grundsätzlichen Möglichkeiten

$$A \begin{cases} \mathfrak{E} \text{ polar} \\ \mathfrak{H} \text{ axial} \end{cases} \qquad B \begin{cases} \mathfrak{E} \text{ axial} \\ \mathfrak{H} \text{ polar,} \end{cases}$$

wie in § 10 bis 18 die allgemein bevorzugte Möglichkeit A ($\mathfrak{H}$ axial).

Dann ist ein mechanisches Modell eines „einzelnen Magnetpoles“ folgendes Gebilde (Fig. 6 bzw. 7):

Von einer Kugel bzw. einem Punkte gehen nach allen Richtungen im Raume isolierte Wirbelfäden bis ins Unendliche

[1]) Wenn Herr H. BARKHAUSEN (Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 798, 1912) aus meinen Ausführungen eine andere Auffassung herauslesen zu müssen glaubt, so kann ich das nicht ändern. Herrn H. BARKHAUSENS Appell an das Urteil der Leser kann ich nur zustimmen.

[2]) R. BECKER, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 646, 1912.

(oder zu anderen Ladungen). Ein solches Gebilde will ich ein rechts- bzw. linksdrehendes „Wirbelzentrum" nennen. Fig. 6 und 7 mögen bei rechtsdrehendem Koordinatensystem isolierten Nord- und isolierten Südpol bedeuten, dann haben sie gespiegelt die umgekehrte Bedeutung.

Das Gegenstück sind z. B. Quellen und Senken (Fig. 8 und 9), die bleiben im Spiegel Quellen und Senken (Skalare erster Art oder echte Skalare).

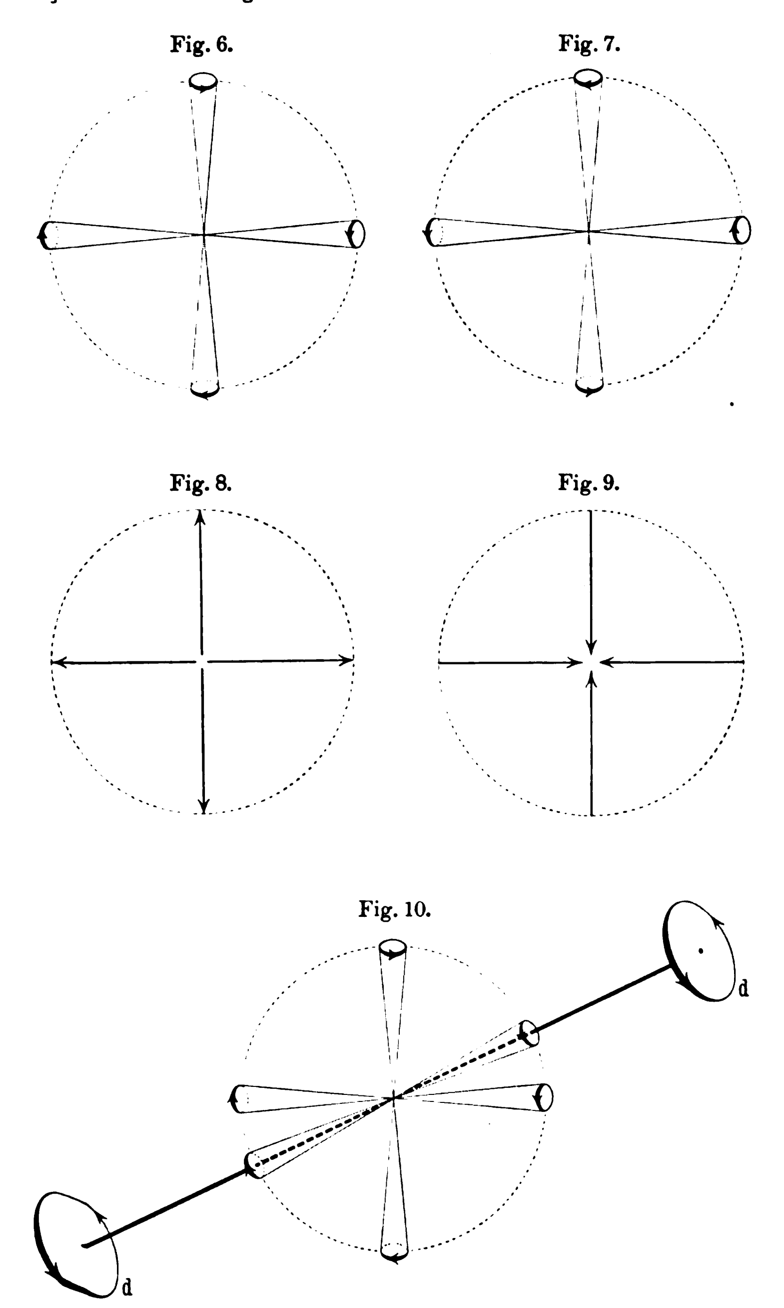
Durch die „Wirbelzentren" (Modelle 6 und 7) wird nun die Frage: Wie kann ein axialer Vektor „einseitig" oder „polar" wirken? mit einem Schlage beantwortet. Jede beliebige Drehung *d* (axiale Magnetkraftlinie) gibt, etwa (Fig. 10) zu 6 hinzugefügt, Bevorzugung einer der beiden rotatorisch gleichwertigen Richtungen **längs** der Magnetkraftlinie für die Bewegung des Poles. Umkehrung des Rotationssinnes von *d* gibt Umkehrung der bevorzugten Längsrichtung, ebenso in beiden Fällen Substitution von Modell 7 für Modell 6.

Mit diesen Modellen geht die Antwort in der Tat über die gestellte Frage hinaus. Denn erstens kann ja der „einzelne Magnetpol" überhaupt ignoriert werden, als praktisch nicht herstellbar; dann genügt eben für das vorliegende Problem meine vorige Lösung (§ 17); wiewohl man selbstverständlich die heutige auch dafür, in leicht ersichtlicher Weise gedeutet, bevorzugen kann und vom Standpunkte der Feldwirkungstheorie eigentlich sogar bevorzugen muß. Zweitens aber ist so die Antwort wesentlich allgemeiner; sie zeigt ganz allgemein, inwiefern ein **beliebiger** „axialer" Vektor „polar" wirken kann.

Bei einem polaren Vektor liegt also der zureichende Grund für eine gerichtete Wirkung längs der Vektor- oder Kraftlinie in dem Vektor selbst; bei einem axialen Vektor in dem bewegten Objekte; dazu ist erforderlich, daß das bewegte Objekt beim axialen Vektor die Symmetrie eines „Wirbelzentrums" besitzt[1]).

[1]) Die Gründe für die Umkehrung der Wirkung bei Umkehrung α) des Ladungsvorzeichens beim bewegten Objekt, β) des Vorzeichens (d. h. der Richtung bzw. des Rotationssinnes) der (polaren bzw. axialen) Kraftlinie werden natürlich bei beiden Vektorarten, auch den polaren, in leicht ersichtlicher Weise erst durch das Zusammenwirken der Symmetrieverhältnisse von Kraftlinie und Objekt vollständig geliefert. Die Symmetrie der Objekte muß dazu bei polarem Vektor die von Quellen und Senken sein (Fig. 8 und 9).




Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
d
d

Mathematisch läuft die Antwort in dieser Form bei den elektromagnetischen Vektoren auf die schon in § 7 der vorigen Arbeit erörterte Vorzeichenänderung der Divergenz eines axialen Vektors beim Übergang zum Linkssystem hinaus, vorausgesetzt natürlich, daß man, entsprechend den Modellen 6 und 7, div $\mathfrak{H} \neq 0$ annimmt; die die Kraft bestimmende Verbindung $\mathfrak{A}$ div $\mathfrak{A}$ ist sowohl bei polarem wie bei axialem Vektor $\mathfrak{A}$ polar; bei ersterem ändert eben $\mathfrak{A}$ beim Linksübergang das Vorzeichen, beim letzteren div $\mathfrak{A}$. Die Symmetrie der ponderomotorischen **Kraft** (polar) folgt dann eben **nicht** der der **Feldstärke** (axial).

Die größere Allgemeinheit der Antwort in dieser Form zeigt sich insbesondere noch darin, daß sie ohne weiteres auch die Lösung für die von mir gleichfalls im vorigen Aufsatze diskutierte Möglichkeit *B* (axiales $\mathfrak{E}$ bei polarem $\mathfrak{H}$) enthält. Die Gebilde 6 und 7 entsprechen dann den positiven und negativen elektrischen Ladungen, die Rotationsachse *d* ist eine elektrische Kraftlinie. Die Modelle fügen sich übrigens dann einem bekannten BOLTZMANNschen[1]) Bilde ein[2]); zugleich entsprechen sie dann natürlich auch der von mir selber in § 5 des vorigen Aufsatzes für das Feld der GEHRCKEschen Kugel bei Zugrundelegung der Möglichkeit *B* gegebenen Zeichnung 5.

§ 21. Die begriffliche Scheidung in $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ und $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$. Bevor ich zu Herrn GEHRCKES Einwand gegen meine Lösung übergehe, noch eine Bemerkung über die von mir eingeführte und auch von Herrn GEHRCKE angenommene Scheidung der magnetischen Wirkung in $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ und $\mathfrak{H}_{\text{pond}}$.

Herr GEHRCKE hat diese Scheidung der ebenfalls von mir benutzten in axiale und polare Vektoren näher gerückt als ich meinte, ich bin da vorigesmal reichlich kurz gewesen. Ich möchte die Begriffsbestimmung so vorschlagen (indem ich wieder von der Methode ausgehe, die das Bild bzw. die Gleichungen als gegeben betrachtet und daraus die Erscheinungen deduzieren will; daß die letzteren tatsächlich das Primäre sind, tut der Begriffsbestimmung keinen Abbruch):

---

[1]) L. BOLTZMANN, Vorlesungen über MAXWELLS Theorie II, S. 4 ff.
[2]) Ein einzelner Faden entspricht dem Modelle von J. J. THOMSON.

$\mathfrak{H}_{feld}$ bzw. $\mathfrak{E}_{feld}$ beziehen sich auf das Bild (Äthervorgang) oder auf die rechnerische Verteilung der durch die Differentialgleichungen gegebenen Rechengrößen; es ist also im Bilde z. B. $\mathfrak{H}_{feld}$ Ätherdrehung, $\mathfrak{E}_{feld}$ Äthergeschwindigkeit (Lord KELVIN), oder z. B. $\mathfrak{H}_{feld}$ Friktionsrollenverschiebung, $\mathfrak{E}_{feld}$ Wirbelgeschwindigkeit des Äthers (BOLTZMANN); ohne Bild $\mathfrak{H}_{feld}$ und $\mathfrak{E}_{feld}$ axiale und polare bzw. polare und axiale Vektoren, die in jeder durch die Gleichungsintegrale gegebenen Weise widerspruchsfrei im Raume angeordnet sein können.

$\mathfrak{H}_{pond}$ bzw. $\mathfrak{E}_{pond}$ dagegen beziehen sich auf die experimentell wahrgenommene Erscheinung an der ponderablen Materie, sie haben den Zweck, provisorisch die Tatsache der „Einseitigkeit" der Wirkung („Polarität") gegenüber der anderen Tatsache, daß einer der beiden Feldvektoren notwendigerweise nur Rotationssymmetrie (Axialität) besitzt, kurz formulieren zu können.

Die Auflösung der Schwierigkeit besteht dann gerade darin, daß bei axialem $\mathfrak{H}_{feld}$ die „einseitige" Wirkung $\mathfrak{H}_{pond}$ (oder bei axialem $\mathfrak{E}_{feld}$ die einseitige Wirkung $\mathfrak{E}_{pond}$) durch einen den Symmetrieverhältnissen entsprechenden Begriff ersetzt wird; für $\mathfrak{H}$ (Fall A) eben durch den Aufbau aus den Elektronenwirkungen, oder allgemein (Fall A sowohl wie B) und mehr anschaulich durch das Verfahren des § 20 mit dem „einzelnen" Magnetpol bzw. Elektron (Wirbelzentrum).

Mathematisch gesprochen ist es dann der stets polare Ausdruck $\mathfrak{H}$ div $\mathfrak{H}$ bzw. $\mathfrak{E}$ div $\mathfrak{E}$, der dem Vorzeichen nach dasjenige präzisiert, was der vorläufige Begriff $\mathfrak{H}_{pond}$ bzw. $\mathfrak{E}_{pond}$ provisorisch ausdrücken sollte.

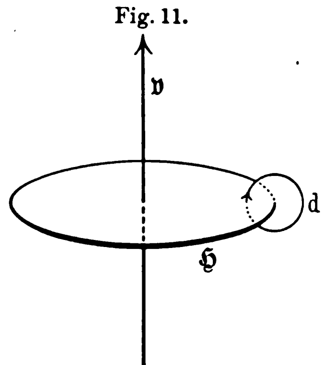
Im Hinblick darauf möchte ich aber, falls z. B. die Hypothese einer Zuweisung von zugleich axialem und polarem Charakter an $\mathfrak{H}$ erörtert werden soll, vorschlagen, daß dafür schlechthin die Begriffe axial und polar gebraucht werden, nicht aber $\mathfrak{H}_{feld}$ und $\mathfrak{H}_{pond}$, denn den Charakter des $\mathfrak{H}_{pond}$ in dem oben definierten Sinne kann man dem $\mathfrak{H}$ selber, als Feldstärke, überhaupt gar nicht zuweisen, sondern dieser Charakter tritt eben erst sekundär, in der Wirkung auf die Modelle 6 und 7, auf.

Bezüglich dieser Modelle will ich noch, um Mißverständnisse zu vermeiden, ausdrücklich bemerken, daß diese Modelle natürlich nur als besonders sinnfällige Formulierung auf dem Grunde der Feldwirkungstheorie gedacht sind. Hält man sich im Sinne der

alten Elektrodynamik nur an die elektrischen Ladungen, so kann man, wie schon vorigesmal bemerkt, vieles kürzer abmachen; man kann die Frage, ob die elektrischen Ladungen selber Skalare erster oder zweiter Art sind, offen lassen, vom Felde mit der Axialitäts-Polaritätsfrage für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ demnach ganz absehen und alles auf Grund der Tatsache behandeln, daß Magnetismus zu Elektrizität relativ im Verhältnis von Rotation zu Translation steht; nur ist eben dann die Auflösung weniger anschaulich und hat den Nachteil, daß sie sich nicht an die Feldwirkungstheorie anschließt, auf deren Grunde die Schwierigkeit am schärfsten hervortritt.

§ 22. Herrn GEHRCKES Einwand gegen meine Darlegung[1]). Nun zu Herrn GEHRCKES Einwand: Wenn man das Vorzeichen der das Feld erzeugenden bewegten Kugel (oder des entsprechenden linearen Stromes) umkehrt, so ändern sich bezüglich des Bewegungssinnes **längs** der die Translationsrichtung oder den Strom ringförmig umschließenden Magnetkraftlinie die Symmetrieverhältnisse nicht, der Pol dürfte nicht, wie er es tut, jetzt umgekehrt entlang laufen.

Fig. 11.



Den Fall B ($\mathfrak{E}$ axial, $\mathfrak{H}$ polar) brauche ich hier nach den Ausführungen von § 5 der vorigen Arbeit nicht mehr zu behandeln, hier ergibt sich die Sache sofort.

In Fall A liegt sie folgendermaßen: gewiß werden im Felde die Symmetrieverhältnisse in der Längsrichtung der Magnetkraftlinie nicht geändert. Denn der Vektor der die Translationsrichtung umschließenden magnetischen Kraftlinie $\mathfrak{H}_{\text{feld}}$ ist ein axialer Vektor und bleibt ein axialer Vektor; aber gerade deswegen kehrt sich der Drehungssinn d um (Fig. 11), wie bei Zahnstange (Strom) und Zahnrad, da man sich doch, entsprechend der Richtungsänderung der elektrischen Kraftlinien (einmal von der Kugel weg, das andere Mal nach ihr hin), die Zahnstange das eine der beiden Male gewissermaßen von außen angreifend denken

[1]) A. a. O., S. 766, § 6.

muß [1]). Ist aber die Umkehrung des Drehungssinnes d zugestanden, dann ergibt sich, da nun die Ausführungen des § 20 anzuwenden sind, sekundär beim Hinzunehmen des Poles selber die einseitige Bevorzugung je einer bestimmten der beiden Längsrichtungen auf der Magnetkraftlinie, denn der Pol selber hat jetzt die Struktur eines „Wirbelzentrums", Modell 6 oder 7.

§ 23. Das neue Beispiel von Herrn GEHRCKE [2]). Hier handelt es sich um „einseitigen" rotatorischen Antrieb von elektrischen Ladungen um eine Achse von der Symmetrie des Vektors $\mathfrak{H}$, also das umgekehrte Problem wie vorher.

Daher erledigt sich hier die Möglichkeit A ($\mathfrak{E}$ polar, $\mathfrak{H}$ axial) sofort, denn bei axialem $\mathfrak{H}$ ist ohne weiteres eine bestimmte Umkreisungsrichtung ausgezeichnet.

Bei der Möglichkeit B ($\mathfrak{E}$ axial, $\mathfrak{H}$ polar) aber hat man jetzt genau dieselben Symmetrieverhältnisse wie bei dem vorigen Beispiele auf Grund der Möglichkeit A, nur sind $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ nebst den Divergenzen vertauscht. Der Kreis um die $\mathfrak{H}$-Achse ist ohne Längsrichtungssinn (Wirbelring) durch das polare $\mathfrak{H}$ gestattet, die bevorzugte Richtung längs des Kreises kommt wieder sekundär durch das Hinzufügen der Elektronen, welche ja hier die Struktur der rechts- bzw. linksdrehenden Wirbelzentren (Modelle 6 und 7) besitzen [3]).

Damit ist die Schwierigkeit auch für das neue, inverse Beispiel und demzufolge, weil nur diese beiden Wechselbeziehungen — kurz Einseitigkeit von Magnetismus relativ zu Elektrizität, und von Elektrizität relativ zu Magnetismus — in Betracht kommen können, allgemein auf dem Grunde der Feldwirkungstheorie gelöst.

§ 24. **Zusammenfassung.** Das Problem der besonders auf dem Standpunkt der Feldwirkungstheorie hervortretenden, scheinbar den Symmetrieverhältnissen widersprechenden „Einseitigkeit" gewisser elektrischer oder magnetischer ponderomotorischer Wirkungen läßt sich

---

[1]) Bezüglich des „Stromes" kann man auch sagen: einem polaren Vektor (Strom) ist immer ein bestimmt rotierender Wirbelring ($\mathfrak{H}$) eindeutig zugeordnet.

[2]) A. a. O., S. 765, § 5.

[3]) Insofern als man in gewissem Sinne sagen kann, die Modelle 6 und 7 besäßen eine latente Schraubenstruktur, entspricht diese Lösung dem von Herrn GEHRCKE selber auf S. 766 unter c angeregten Gedankengange.



auf dem Standpunkt dieser Theorie zu der Frage verallgemeinern:

„Wie kann ein **rotatorischer** Zustand (die betreffende axiale Kraftlinie) eine gerichtete Wirkung **längs der Rotationsachse** ausüben?“

Die Lösung läßt sich auf dem Boden der Feldwirkungstheorie folgendermaßen ausdrücken:

„Das zu bewegende Objekt muß die Symmetrieverhältnisse eines rechts- bzw. linksdrehenden **Wirbelzentrums** (Modell 6 und 7) besitzen; dann ist **infolge dieser Struktur des Objektes** die Längswirkung mit den Symmetrieverhältnissen im Einklang.“

Kennzeichnend ist für die hier gegebene Lösung mit den einzelnen Wirbelzentren, daß sie trotz ihres engen Anschlusses an die Feldwirkungstheorie die grundsätzlichen Möglichkeiten

$$A \begin{cases} \mathfrak{E} \text{ polar} \\ \mathfrak{H} \text{ axial} \end{cases} \qquad B \begin{cases} \mathfrak{E} \text{ axial} \\ \mathfrak{H} \text{ polar} \end{cases}$$

beide symmetrisch umfaßt, sich aber nicht auf eine von ihnen festlegt.

§ 25. Zusatz: Die Frage nach dem „absoluten“ Symmetriecharakter der elektrischen und magnetischen Feldvektoren. In losem Zusammenhange mit den letzten Ausführungen will ich hier noch eine andere prinzipielle Frage erwähnen, die durch solche Symmetriebetrachtungen erneut angeregt wird: nämlich ob man nicht vielleicht gerade aus den vorstehenden Symmetriebetrachtungen ein neues und ganz durchschlagendes Argument für die zwar meistens, aber doch nicht allgemein ausdrücklich anerkannte Behauptung finden kann, daß die elektrischen Vektoren polar sein müßten, daß also von den beiden rein mathematisch denkbaren Möglichkeiten A und B die Möglichkeit A die nachweisbar zutreffende sei.

Ein solches durchschlagendes Argument wäre um so wertvoller, als man sonst, gerade im Hinblick auf die außerordentlich weit gehende formelle Gleichwertigkeit der Möglichkeiten A und B und insbesondere auf die formelle Zulässigkeit gerichteter Ströme ($\mathfrak{v}$) usw. bei axialer Feldstärke $\mathfrak{E}$ in der Elektronentheorie (vgl. § 7 div $\mathfrak{E}$) die Gegenfrage aufstellen könnte, ob nicht vielleicht die Frage nach dem absoluten Symmetriecharakter der

Feldstärken selber (d. h. also Bevorzugung einer bestimmten der beiden Möglichkeiten A und B) überhaupt ohne physikalische Bedeutung sein könnte, ihr Aufstellen nur ein letztes Rudiment von den Äthertheorien her.

Vom Standpunkte der Anti-Äther-Theorien könnte diese Gegenhypothese dahin gedeutet werden, daß man als physikalische „Realitäten" nur die Elektronen[1]) usw. sowie (abgesehen natürlich von den raumzeitlichen Bestimmungen) eventuell noch die gemäß den obigen Ausführungen (§ 20) ja von dem hypothetischen Symmetriecharakter der Feldstärken unberührten „ponderomotorischen Kräfte" anzusehen hätte, nicht aber die Feldstärken; daß diese vielmehr[2]) als rein rechnerische Hilfsbegriffe aufgefaßt werden und deshalb rücksichtlich ihres absoluten Symmetriecharakters möglicherweise unbestimmt gelassen werden könnten bzw. müßten. Sie würde aber auch für die Ätherbilder einen Sinn haben können, nämlich: (atomistische) Ätherbilder der Möglichkeit A ($\mathfrak{E}$ Strömungscharakter) und B ($\mathfrak{H}$ Wirbelcharakter) seien bezüglich ihres Realitätswertes physikalisch gleichberechtigt.

Derartige Ansichten würden eine gewisse Stütze gewinnen, wenn sich auch anderwärts, z. B. bei der Gravitation, eine Darstellung der Felder als solcher durch eine axiale „Feldstärke" und „gravitierende Ladungen" von Wirbelzentrencharakter als rein symmetriemäßig zulässig herausstellen sollte.

Daß die beiden elektromagnetischen Feldstärken selber so, wie sie einmal definiert sind, relativ zueinander in den Beziehungen polar-axial und axial-polar, oder eben beides umgekehrt, stehen müssen, wird durch diese Gegenfrage nicht bestritten; es handelt sich eben um die absolute Entscheidung.

Zu erwägen ist dabei noch, daß an und für sich ein experimenteller Grund für die Ansicht, die elektrische Kraftlinie sei notwendigerweise die gerichtete, die magnetische die ungerichtete, in den experimentellen Grundtatsachen, auf die die Theorien bis Lorentz aufgebaut sind, nicht gegeben ist. Denn die gelegentlich geäußerte Behauptung, das Vorzeichen der magnetischen Kraftlinie sei im Gegensatz zu dem der elektrischen von vornherein un-

---

[1]) Ausschließlich der rechnerischen Darstellung ihrer Ladung als Divergenz eines Vektors.

[2]) Einschließlich der Ladungsdarstellung durch die Divergenzen.



bestimmt, läßt sich bestreiten. Gegenüber der Begründung, man bedürfe zu ihrer Definition eines vorhandenen Poles (Erde), kann man einwenden, daß man auf der anderen Seite ein Katzenfell oder dergleichen nötig hat; und der Tatsache, daß nach der Ampèreschen Theorie der positive Pol erst durch bestimmte Umkreisung seitens der vorher am Katzenfell als + definierten Elektrizität bestimmt wird, tritt die Möglichkeit gegenüber, diejenige elektrische Ladung positiv zu nennen, die in dem vorher an der Erde als + definierten Pol in bestimmter Richtung kreist.

Die Entscheidung steht nach wie vor bis jetzt nur bei den bekannten speziellen Einzeltatsachen, nämlich den Kristallphänomenen und dem Halleffekt. Gerade hier würde aber vom Standpunkt der Elektronentheorie eine Nachprüfung wünschenswert sein, ob nicht auch hier möglicherweise die Richtungs- und Drehungssymmetrie nur in den Verschiebungen usw. der Elektronen liegen könnte, während deren eigener „absoluter“ Symmetriecharakter und damit der der Feldstärken $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ offen bliebe.

Bis jetzt scheint mir, daß sich die Symmetriebetrachtungen der vorigen Paragraphen nicht für die „absolute“ Entscheidung verwerten lassen.

Allgemein wäre aber noch zu erwägen, ob nicht die in den elektronentheoretischen Grundgleichungen selber nicht niedergelegte Tatsache einer solchen Verschiedenheit der kleinsten positiven und negativen elektrischen Ladungen, die über den durch die Vorzeichen + und — ausgedrückten Gegensatz hinausgeht, eine Handhabe für den gewünschten „absoluten“ Beweis liefern könnte.

Daß ein polares $\mathfrak{E}$ vom heutigen Standpunkt die ökonomischere Auffassung liefert, ist schon im Hinblick auf die anerkannte Divergenzfreiheit der magnetischen Kraftlinien natürlich nicht zu bestreiten. Deshalb bleibt aber die Frage nach der Möglichkeit bzw. Gesichertheit einer absoluten Entscheidung doch von Interesse.

Insbesondere sind auch die Vertreter der neueren Äthertheorien daran interessiert; denn z. B. die atomistischen Äthertheorien mit axialem $\mathfrak{E}$ (Rotationsgeschwindigkeit der Ätheratome) könnten nur dann zu Hoffnungen berechtigen, wenn sich heraus-



stellen sollte, daß der meist behauptete polare Charakter von 𝔈 bis jetzt noch nicht bewiesen wäre.

Auf diesen Punkt angesichts der vermehrten Beachtung, die gerade die Axial-𝔈-Theorie von J. J. THOMSON neuerdings zu erfahren scheint, einmal ausdrücklich hinzuweisen, ist der Hauptzweck dieses Schlußparagraphen.

Meine Auflösung des GEHRCKEschen Problems selber (§ 17 und jetzt § 24) bleibt hiervon unberührt.

Braunschweig-Wolfenbüttel, im September 1912.

Über eine Anordnung zur Bestimmung von e/m;
von H. Greinacher.

(Eingegangen am 10. September 1912.)

Im folgenden sei in Kürze eine Anordnung beschrieben, welche die elektrische und magnetische Ablenkung von Korpuskularstrahlen in etwas neuer Form zu zeigen erlaubt. Insbesondere ist die Versuchsanordnung für die langsamen Elektronenstrahlen aus glühenden Oxyden gedacht, und scheint sie mir wegen der exakt definierten Verhältnisse von elektrischem und magnetischem Feld für die Bestimmung von e/m und v gut geeignet. Obschon ich noch zu keiner eingehenden Prüfung der Versuchsanordnung gekommen bin, möchte ich hier doch wenigstens die Methode und die sie betreffenden theoretischen Ausführungen bringen.

Bisher hat man zumeist dem glühenden Draht bzw. der Elektronen emittierenden Fläche eine Metallplatte gegenübergestellt [1]) und ein zu letzterer parallel gerichtetes Magnetfeld angebracht. Wie leicht ersichtlich, sind die Feldverhältnisse bei diesen und ähnlichen Anordnungen keine exakt definierten. Ich suchte dies nun durch folgende Anordnung zu vermeiden.

In einer Vakuumröhre R (Fig. 1) ist ein Platindraht AA' gespannt, der in der Mitte einen Oxydbelag C besitzt. Koaxial mit diesem Draht ist der Metallzylinder Z fixiert. Diese Anordnung ist insoweit die bekannte, welche zum Nachweis des Elektronenstromes, eventuell auch als Ventilvorrichtung benutzt wird (siehe Katalog Emil Gundelach, Gehlberg). Die hier benutzte Röhre, die mir von Gundelach nach Angabe freundlichst hergestellt wurde, hatte eine für meine Zwecke etwas passendere Dimensionierung. Namentlich war zur Herstellung eines möglichst zylindrischen Feldes der Zylinder Z länger gewählt. Auch war eine Blattfeder angebracht, welche den Platindraht dauernd, also auch

---

[1]) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 48, 547, 1899. Elektrizitätsdurchgang in Gasen 1906, S. 183.

während des Glühens, spannte. B' ist die Glühbatterie, B bedeutet die an den Zylinder angelegte Batterie, während G ein empfindliches Galvanometer (10^{-9} bis 10^{-10} Amp./mm) zur Messung des vom Oxydfleck ausgehenden Elektronenstromes i ist. Um den Oxydfleck erden zu können, ist parallel zur Röhre ein großer Widerstand W geschaltet. Letzterer ist in der Mitte geerdet.

Fig. 1.

Für die magnetische Ablenkung ist endlich ein axiales Feld angebracht, erzeugt durch eine lange Stromspule (in Fig. 1 verkürzt gezeichnet), welche einfach über die Röhre gesteckt ist. Der von der Batterie B'' gelieferte Magnetisierungsstrom J wird am Amperemeter G' abgelesen.

Der Rückgang des Stromes i nach Eintreten der Magnetisierung läßt sich leicht zeigen. Theoretisch ist zu erwarten, daß er bei genügender Feldstärke ganz verschwindet, indem dann die Elektronen den Zylinder Z nicht mehr erreichen, sondern alle wieder zum Platindraht zurückkehren. Bestimmt man nun diese kritische Feldstärke, so läßt sich e/m bzw. v berechnen.

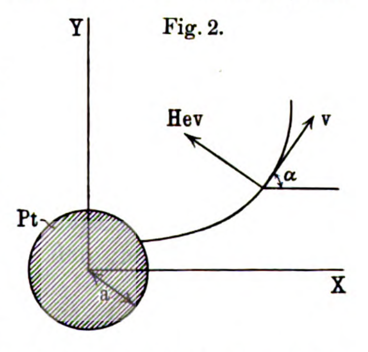


Fig. 2.

Zunächst sei hier die Rechnung für einen Spezialfall kurz angegeben, um dann auf allgemeinere Verhältnisse einzugehen. Pt (Fig. 2) sei der im Schnitt gezeichnete Pt-Draht (Oxydoberfläche). Das Elektron gehe in der XY-Ebene mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0

vom Draht weg. Die Bewegungsgleichungen für irgend einen Punkt der Bahn sind allgemein:

$$m x'' = X e - H e v \sin \alpha$$
und
$$m y'' = Y e + H e v \cos \alpha \qquad 1)$$

Bezeichnet man mit R die (radialgerichtete) elektrische Feldstärke, und führt man für $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ die Differentialquotienten ein, so hat man auch[1]):

$$m x'' = \frac{R x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - H e y' \quad \Big| \; x' \; \Big| \; y \; \Big|$$
und
$$m y'' = \frac{R y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + H e x' \quad \Big| \; y' \; \Big| \; -x \; \Big| \qquad 1\text{a})$$

Durch die erste angedeutete Operation folgt:

$$m \frac{d(x'^2 + y'^2)}{dt} = \frac{e R}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{d(x^2 + y^2)}{dt}$$

oder, wenn wir Polarkoordinaten einführen:

$$m d \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{eR}{r} d r^2 = 2 e R d r,$$

woraus:

$$\frac{m}{2} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = e \int R d r + C. \qquad 2)$$

Durch die zweite angedeutete Operation kommt:

$$m \frac{d(x' y - x y')}{dt} = - \frac{He}{2} \frac{d(x^2 + y^2)}{dt}$$

oder wieder in Polarkoordinaten:

$$m r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{He}{2} r^2 + C'. \qquad 3)$$

Wir werden nun die weitere Rechnung wesentlich vereinfachen, wenn wir berücksichtigen, daß der Radius des Platindrahtes im Verhältnis zur Länge der Elektronenbahn sehr klein ist. Wäre der Drahtquerschnitt punktförmig, dann dürften wir offenbar annehmen, daß alle Elektronen radial weggehen. Tun

---

[1]) Ein ähnliches Problem (zylindrisches Feld) berührt O. Richardson (Phil. Mag. (6) **16**, 740, 1908) gelegentlich seiner e/m-Bestimmungen, führt jedoch die Berechnung für eine andere Versuchsanordnung durch. Auch dürften die dort angegebenen Resultate nur angenähert richtig sein, da die aufgestellten Bewegungsgleichungen nicht vollständig sind.

wir dies auch für den sehr dünn gedachten Draht, so können wir zu Beginn, also für $r = a$ (a = Drahtradius) $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ und somit auch $\frac{ds}{dt} = \frac{dr}{dt} = v_0$ (v_0 = Anfangsgeschwindigkeit) setzen. Unter Berücksichtigung, daß:

$$\int_a^r R\,dr = V \frac{\log \frac{r}{a}}{\log \frac{b}{a}},$$

wo mit b der innere Radius des Zylinders Z, mit V die Potentialdifferenz zwischen Z und C gemeint sind, wird aus 2) und 3):

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - v_0^2 = 2V\frac{e}{m}\frac{\log\frac{r}{a}}{\log\frac{b}{a}} \tag{2a}$$

und

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{H}{2}\frac{e}{m}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right). \tag{3a}$$

Wählen wir H so, daß die Elektronen gerade nicht mehr an Z gelangen, so haben wir in 2a) und 3a) zu setzen $r = b$ und $\frac{dr}{dt} = 0$. Somit ist, wenn wir $\frac{d\varphi}{dt}$ zwischen 2a) und 3a) eliminieren, unter Berücksichtigung von $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$:

$$v_0^2 + 2\frac{e}{m}V - \left(\frac{e}{m}\right)^2 b^2 \frac{H^2}{4}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^2 = 0. \tag{4}$$

Nach e/m aufgelöst, erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{4b^2}{H^2(b^2 - a^2)^2}\left(V + \sqrt{V^2 + \left[\frac{v_0 H}{2b}(b^2 - a^2)\right]^2}\right). \tag{4a}$$

Dieser Ausdruck reduziert sich etwas, wenn man a gegen b vernachlässigt. Für den Spezialfall $V = 0$ geht er über in

$$\frac{e}{m} = \frac{2bv_0}{H(b^2 - a^2)}. \tag{4b}$$

Im allgemeinen wird man jedoch ein beschleunigendes Feld anlegen, um nicht so weiche Strahlen zu haben, daß schon das Erdfeld eine merkliche Ablenkung hervorbringt. Formel 4a) bzw.

4b) ist anwendbar, sobald die Anfangsgeschwindigkeit v_0 bekannt ist. Das ist aber meist nicht der Fall; vielleicht etwa bei δ-Strahlen, indem man an Stelle des Oxydfleckes eine radioaktive Substanz bringt. Man wird daher allgemein zwei Messungen bei verschiedenen Feldern, (V, H) und (V', H'), ausführen. Am einfachsten nimmt man bei der zweiten Messung $H' = 0$ und bestimmt damit das verzögernde Feld V', das uns den Strom i zu 0 macht. 4) geht für diesen Fall in die bekannte Beziehung

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} (-V)}$$

über.

Wir wollen nun noch kurz eine Verallgemeinerung unserer Rechnung skizzieren, welche den meist vorkommenden Verhältnissen besser Rechnung trägt. Wir heben die Einschränkung, daß die Elektronen in der XY-Ebene ausgehen, auf. Die Anfangsgeschwindigkeit habe zwar eine einheitliche Größe, besitze aber eine Komponente in der Z-Richtung (Längsrichtung). Letztere Komponente erhält nun offenbar keine Beschleunigung durch das Magnetfeld, kommt also nicht in Betracht. Da die magnetische Ablenkung nur in der XY-Ebene erfolgt, so bleiben daher die früheren Bewegungsgleichungen bestehen. Bloß muß jetzt statt der Anfangsgeschwindigkeit v_0 die Projektion dieser Größe auf die XY-Ebene genommen werden. Bezeichnet man den Winkel der Anfangsgeschwindigkeit mit der XY-Ebene durch β, so geht in die Gleichungen 4) statt v_0 überall $v_0 \cos \beta$ ein.

Wir können unseren allgemeineren Fall somit auf den früheren speziellen zurückführen, indem wir wieder eine alleinige Elektronenemission in der XY-Ebene annehmen, aber mit variablen Geschwindigkeiten, die zwischen 0 und v_0 liegen ($0^\circ \leqq \beta \leqq 90^\circ$).

Die kleinen Geschwindigkeiten werden nun offenbar früher durch das Magnetfeld abgelenkt, als die größeren. Der Elektronenstrom i wird daher nicht plötzlich verschwinden, sondern allmählich mit steigendem H abnehmen. Für die Feldstärke H, für welche i gerade verschwindet, gilt dann wieder unsere Gleichung 4). Offenbar ist unsere Methode selbst dann noch anwendbar, wenn die Anfangsgeschwindigkeit v_0 überhaupt keine konstante ist. Die Messung liefert dann einfach den Maximalwert von v_0, vorausgesetzt natürlich, daß ein solcher ausgeprägter Höchstwert existiert.

Praktisch wird man so vorgehen, daß man die Kurve $i = f_1(H)_{V=\text{const}}$ eventuell $i = f_2(V)_{H=\text{const}}$ bestimmt und aus dieser die Werte von H bzw. von V entnimmt, für welche i gerade 0 wird. Die theoretischen Ausdrücke für f_1 und f_2 brauchen dabei nicht bekannt zu sein, was für die Anwendungsmöglichkeit der Methode sehr wesentlich ist. Denn zur Berechnung dieser Funktionen wäre die Kenntnis der Geschwindigkeits- und Richtungsverteilung der emittierten Elektronen nötig, und würde dies, selbst bei einfachen Verhältnissen, die Methode kompliziert gestalten.

Man könnte aber umgekehrt den Versuch machen, aus dem experimentell ermittelten Verlauf [z. B. von $i = f_1(H)$] etwas über Geschwindigkeits- und Richtungsverteilung zu erfahren. Hier sei wenigstens die Berechnung für den Spezialfall durchgeführt, daß die Anfangsgeschwindigkeit eine konstante ist und nur die Anzahl der in den elementaren Raumkegel entsandten Elektronen eine Funktion des Emissionswinkels ist.

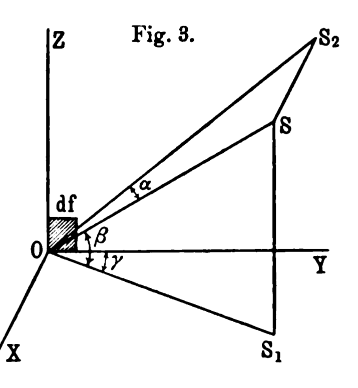


Fig. 3.

Es seien df (Fig. 3) das emittierende Flächenelement auf dem Oxydbelag, OS die Richtung des betrachteten elementaren Raumkegels, OS_1 und OS_2 die Projektionen auf die Ebenen XY bzw. YZ. Nennen wir n die Dichte der normal zu df ausgesandten Elektronen (Anzahl pro 1 qcm der Einheitskugel), so drückt sich die Anzahl der durch das Oberflächenelement bei S austretenden Elektronen aus durch $n\varphi(\alpha)d\omega$, wobei $\varphi(\alpha)$ die Funktion bedeutet, nach der die Emission mit dem Winkel variiert. Indem wir $d\omega$ durch die entsprechenden Winkel ausdrücken, haben wir:

$$dN = n\varphi(\alpha)\cos\beta\, d\beta\, d\gamma.$$

Um nun den Ausdruck für den Strom i zu finden, denken wir uns das Magnetfeld so gewählt, daß die Elektronen, welche mit XY einen Winkel größer als β bilden, zurückgedrängt werden. Der Strom wird dann gerade von den Elektronen getragen, welche Winkel zwischen 0 und β bilden. Da im übrigen die Verhältnisse

oberhalb und unterhalb XY symmetrisch liegen, so haben wir also für die Zahl der an den Zylinder gelangenden Elektronen:

$$N = 2n \int_0^\pi d\gamma \int_0^\beta \varphi(\alpha) \cos\beta \, d\beta,$$

wobei $$\sin\alpha = \cos\beta \sin\gamma.$$

Es seien hier nur die Resultate für drei ganz einfache Fälle angegeben. Man erhält:

	$\varphi(\alpha)$	N
1.	1	$k_1 \sin\beta$
2.	$\sin\alpha$	$k_2\left(\beta + \frac{\sin 2\beta}{2}\right)$
3.	$\sin^2\alpha$	$k_3\left(3\sin\beta + \frac{\sin 3\beta}{3}\right)$

wo k_1, k_2, k_3 Konstanten bedeuten.

Der Fall 1 würde etwa der nach allen Seiten gleichmäßig erfolgenden Emission der α-Partikel entsprechen[1]); Fall 2 der β-Strahlenemission aus dicken Schichten[2]), und Fall 3 kann als Beschreibung derjenigen Fälle dienen, bei welchen die Emission nach der Seite hin noch schneller abfällt. Will man den Strom i in Abhängigkeit von H, so hat man β aus Gleichung 4) zu entnehmen, wobei man dort, wie früher erwähnt, statt v_0 zu setzen hat $v_0 \cos\beta$.

Zur experimentellen Ausführung. Ich habe einige Messungen an der mir von GUNDELACH gelieferten Röhre ausgeführt, und möchte ich hier wenigstens eine von den erhaltenen Kurven wiedergeben (Fig. 4). Die Bestimmung der Kurve $i = f_1(H)$ konnte nicht exakt durchgeführt werden, da der Strom i auch bei konstantem Glühzustand des Drahtes dauernd abnahm. Diese Erscheinung ist nach den Beobachtungen FREDENHAGENS[3]), wonach die Oxydelektronen durch einen chemischen Reaktionseffekt ausgetrieben werden, verständlich. Die Kurve stellt das Mittel aus

---

[1]) E. RUTHERFORD, Le Radium 3, 257, 1906.

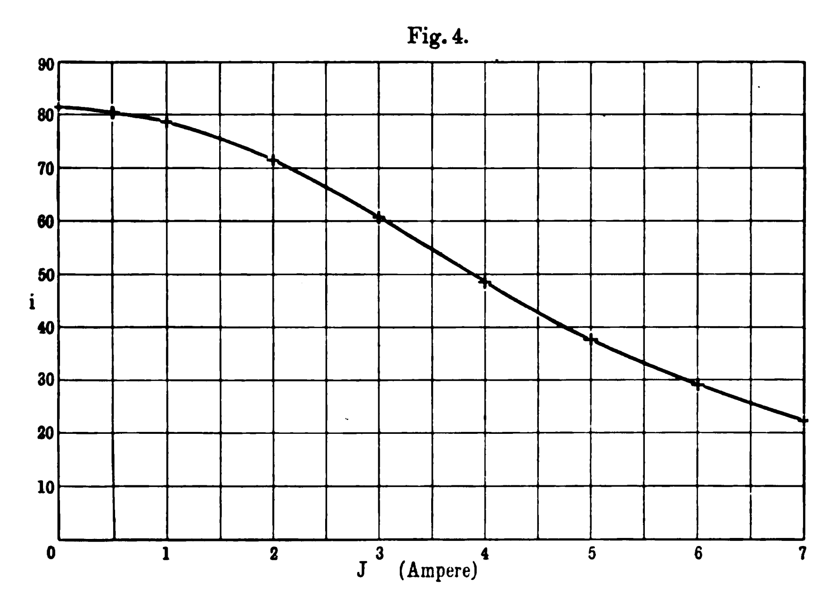
[2]) H. GREINACHER, Phys. ZS. 10, 145, 1909.

[3]) K. FREDENHAGEN, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 384, 1912; Phys. ZS. 13, 539, 1912.

einer Beobachtungsreihe hin und zurück dar. Die Daten waren folgende: $H = 10\,J$ abs. (Solenoid mit einer dicken Windungslage), $V = 2$ Volt, Glühstrom : 2,1 Amp. (Gelbglut).

Eine Bestimmung von e/m konnte mit der Röhre nicht durchgeführt werden, da der Strom i nicht zum Verschwinden gebracht werden konnte. Auch ein Vergleich mit dem theoretischen Verlauf von $i = f_1(H)$ war darum nicht angängig. Es handelte sich

Fig. 4.



hier auch nur um einen vorläufigen Versuch, bei dem die theoretischen Bedingungen nur ungenügend erfüllt sein mochten. Einmal konnte das Vakuum der gebrauchsfertig gelieferten Röhre zu wenig vollkommen sein. Dabei war einesteils die Möglichkeit einer Diffusion der Elektronen bzw. von Ionen an den Zylinder Z gegeben, anderenteils konnte auch die durch die Gasreste bewirkte Deformation der Elektronenbahn selbst stören[1]). Es ist daher, auch schon wegen der dauernd beim Glühen abgegebenen Gase, angezeigt, die Röhre in ständiger Verbindung mit der Pumpe zu

[1]) Nach den Beobachtungen von A. Bestelmeyer (Ann. d. Phys. (4) 35, 909, 1911) und der Berechnung von R. Seeliger (Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1094, 1911) scheint eine solche Bahndeformation selbst bei einem Druck von 0,01 mm Hg (870 Volt-Strahlen) noch erkennbar.

lassen. Ferner muß offenbar große Sorgfalt auf die Zentrierung des Glühdrahtes gelegt werden. Auch bleibt es wünschenswert, den Spannungsabfall längs des Glühdrahtes (etwa durch kleine Länge) möglichst klein zu halten, um eine Verzerrung des elektrischen Feldes zu vermeiden. Es wird daher erst noch weiterer Versuche bedürfen, um die experimentellen Vorbedingungen genauer festzulegen und damit die Brauchbarkeit der Methode für die einzelnen Fälle zu erweisen.

Zürich, Physik. Institut der Universität, September 1912.

Das Sehen unter Wasser.

Notiz von Otto Freiherr von und zu Aufsess.

(Eingegangen am 29. August 1912.)

Es ist nicht nur für die Fischerei von Wichtigkeit zu erfahren, wie die Fische aus dem Wasser heraus die Außenwelt erblicken, sondern auch den Physiker interessiert das optische Problem des Sehens unter Wasser und aus dem Wasser heraus in die Luft. Die physikalischen Grundlagen dafür sind ja zwar schon lange genau genug bekannt, aber das wirklich in Erscheinung tretende Bild ist bisher doch noch nie einer eingehenden Prüfung unterzogen worden. Die wenigen Stellen, die ich in der Literatur finden konnte, beziehen sich einmal auf Versuche mit einer Taucherglocke, die von dem Genfer Zoologen Fol [1]) im Mittelländischen Meere ausgeführt wurden, dann auf photographische Aufnahmen durch Wood [2]) aus einem mit Wasser gefüllten Eimer heraus und auf photographisch-photometrische Untersuchungen über die Tageslänge in verschiedenen Meerestiefen von Regnard [3]). Auch von mir [4]) ist schon früher einmal eine eigentümliche Beobachtung beschrieben worden, die ich gelegentlich einer Kahnfahrt auf dem Walchensee gemacht habe, als ich die Umgebung meines Bootes mit einem unter Wasser gehaltenen Spiegel absuchte.

Mit Hilfe eines solchen Spiegels, der das Auge unter Wasser ersetzen kann und den man vom Boot aus ins Wasser eintauchend

---

[1]) H. Fol, Beobachtungen über das Sehen unter Wasser usw. C. R. **110**, 1079—1081, 1890.

[2]) R. W. Wood, Ansichten von Fischperspektiven (berichtet von Hans Dominik, Die Woche 1909, S. 1836—1839).

[3]) P. Regnard, Recherches expérimentales sur les conditions physiques de la vie dans les eaux. Paris, G. Masson éditeur, 1891.

[4]) O. v. Aufsess, Die physikalischen Eigenschaften der Seen, Die Wissenschaft, Heft IV, S. 63—66, 1905.

mit Bindfäden, die an seinen vier Ecken befestigt sind, hin und her dreht, habe ich nun im Sommer 1911 weitere Versuche im Walchensee angestellt und dabei Gelegenheit gehabt, die interessantesten Dinge zu konstatieren. Eine genaue Beschreibung meiner diesbezüglichen Beobachtungsergebnisse nebst zeichnerischen Darstellungen des Gesehenen sowie eine Zusammenstellung und Beschreibung aller auf das Sehen unter Wasser bezüglichen Probleme überhaupt wird in der in München erscheinenden Deutschen Alpenzeitung voraussichtlich noch im Laufe dieses Jahres veröffentlicht werden, worauf ich hier verweisen möchte.

Berichtigung.

Zu der Arbeit von P. Gruner: Über die Verwendung thermodynamischer Potentiale in der physikalischen Chemie. Es muß heißen:

S. 740, Z. 6 v. o.

$$+\left(\chi''-\frac{\mu''}{\mu'}\chi'\right)-R\lg p=0 \quad \text{statt} \quad +\left(\chi''-\frac{\mu''}{\mu'}\chi'\right)R\lg p=0.$$

S. 740, Z. 13 v. o.

$$+\frac{1}{R}\left(\chi''-\frac{\mu''}{\mu'}\chi'\right) \quad \text{statt} \quad +\frac{\lambda}{R}\left(\chi''-\frac{\mu''}{\mu'}\chi'\right).$$

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg.	15. Oktober 1912.	Nr. 19.

Über die von Kanalstrahlen ausgelöste Sekundärstrahlung;
von H. Baerwald.

(Eingegangen am 17. September 1912.)

1. In einer früheren Arbeit, welche die Erregung von Erdalkaliphosphoren durch Kanalstrahlen [1]) zum Gegenstand hatte, zeigte ich, daß die Fähigkeit eines durch das elektrische Feld zerlegten Kanalstrahlenbündels, die Lichtemission von Phosphoren zu erregen, in seinen verschiedenen Teilen eine verschieden große sei. Durch relativen Vergleich der Phosphoreszenzintensität mit der Eigenenergie der erregenden Kanalstrahlen erwies es sich, daß offenbar nicht allein die Teilchenzahl in den einzelnen Bündeln für die erregte Lichtstärke maßgebend war, sondern daß auch ihr Ladungszustand in Betracht kam. Der Wirkungsgrad der Phosphoreszenzerregung war bei den geladenen Teilchen größer als bei den ungeladenen, ein Unterschied in der Erregungsfähigkeit zwischen den positiven und negativen Teilchen dagegen nicht zu finden. Nach der Theorie Lenards haben wir uns den Vorgang der Erregung von Phosphoren als einen solchen der lichtelektrischen Wirkung bzw. der Sekundärstrahlung vorzustellen, nur daß die vom Metallzentrum des Phosphormoleküls emittierten

[1]) H. Baerwald, Ann. d. Phys. (4) 39, 1912.

Quanten, durch die isolierende Hülle festgehalten, nicht in den freien Raum austreten können, sondern bei eintretender Auslösung in Schwingungen zum Metallkern zurückkehren.

Die folgenden Versuche wenden sich nun an solche Fälle, in denen das die Sekundärstrahlung bildende Elektron am Verlassen des emittierenden Atoms nicht gehindert wird, an die von Kanalstrahlen ausgelöste Sekundärstrahlung der Metalle.

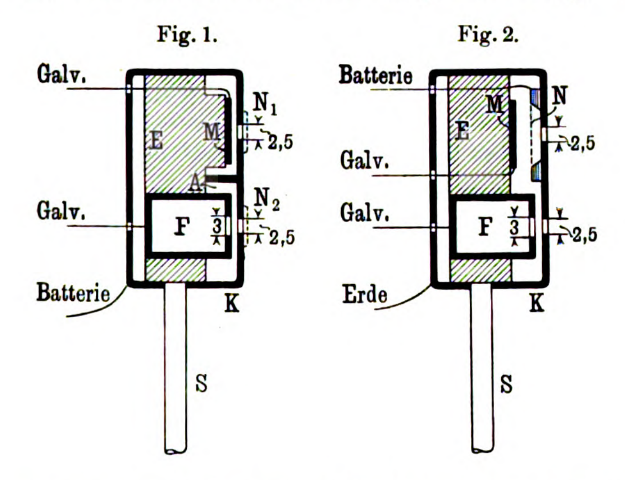
2. Es sollte also die Frage beantwortet werden, ob sich ähnliche Verhältnisse, wie bei der Phosphoreszenzerregung, auch bei der Erzeugung von Sekundärstrahlen beim Auftreffen des zerlegten Kanalstrahlenbündels auf Metalle feststellen ließen, nämlich ob auch in diesem Falle den geladenen Teilchen eine spezifisch stärkere Wirkung zugeschrieben werden mußte als den ungeladenen.

Die Versuchsanordnung war demgemäß derjenigen völlig gleich, welche in der erwähnten Arbeit zur Aufnahme der Eigenenergie der einzelnen Kanalstrahlenbündel mit der Thermosäule getroffen worden war (l. c. Fig. 16), nur daß statt dieser das in Fig. 1 dargestellte System auf die mit dem Schliff drehbare Schraubenspindel S aufgesetzt wurde. In dieser bedeutet M die auf die Sekundärstrahlung hin zu prüfende Metallscheibe, F einen 15 mm langen Faradayzylinder von 10 mm innerem Durchmesser und einer Öffnung von 3 mm. Die beiden Stücke sind im Achsenabstand von 16 mm auf einem Ebonitstück E befestigt und durch eine Messingkapsel K mit dem Quersteg A sowohl nach außen wie gegeneinander abgeschützt. Gegenüber von F und M, die von der Innenwand der Kapsel beide den gleichen Abstand von 1,5 mm haben, sind 2,5 mm weite Löcher zum Eintritt für die Strahlen vorgesehen und mit den aus demselben Stück geschnittenen Netzen N_1 und N_2 überlötet. Das ganze System kann mittels der Schraubenspindel S senkrecht zur Strahlrichtung verschoben werden, so daß N_1 und N_2 hintereinander an entsprechende Stellen des zerlegten Bündels gelangt. Die Ablesungen erstrecken sich über einen Bereich von 5 bis 6 cm und werden alle 1 bis 2 mm vorgenommen, indem hintereinander M bzw. F mit dem Galvanometer verbunden wird, durch welches die Ströme zur Erde abfließen.

3. Der dieser Versuchsanordnung zugrunde liegende Gedanke ist der, daß die an dem Metallblech M ausgelöste Sekundär-



strahlung als Differenz der an *M* und *F* auftretenden Ströme bestimmt wird, wenn beide an derselben Stelle des zerlegten Strahlenbündels stehen. Der vom Faradaykäfig abfließende Strom rührt von der im bewegten Kanalstrahl transportierten Ladung her, während der von *M* abfließende Strom sich aus zwei Komponenten zusammensetzt. Die eine ist wieder die aus dem Kanalstrahl aufgenommene Ladung, und zwar — wie wir von der Untersuchung SAXÉNS [1]) her wissen — ohne jeglichen Verlust durch Reflexion, die andere derjenige positive Strom, welcher durch die vom Kanalstrahl an *M* ausgelöste Menge negativer



Quanten bedingt wird. Denn während diese vom Metallblech *M* frei ausstrahlen kann, bleibt sie in *F*, von geringen Verlusten abgesehen, gefangen.

Die vor *M* und *F* angebrachte Kappe *K* brauchen wir der Strahlenbegrenzung wegen. Die Sekundärstrahlung hemmt er aber in ihrem freien Lauf und kann dadurch leicht fehlerhafte Messungen bedingen. Ist die Kappe geerdet, so wird ein Teil der Sekundärstrahlen wohl durch die gegenüberliegende Öffnung austreten, ein beträchtlicher anderer Teil aber auf die Innenwand der Kappe treffen und, von dort reflektiert, das Metallblech *M* wieder erreichen. Der gemessene Betrag der Sekundärstrahlung fällt also zu klein aus. Dieser Fehler kann aber offenbar durch

---

[1]) B. SAXÉN, Ann. d. Phys. (4) 38, 319—354, 1912.

eine passend angebrachte positive Gegenspannung[1]), welche die von M emittierten Quanten sammelt und an der Rückkehr nach M hindert, beseitigt werden.

4. Die in Fig. 1 dargestellte Form des Versuchssystems ist nun das Ergebnis einer Reihe von Probeversuchen, welche der Auffindung einer den eben besprochenen Bedingungen genügenden Anordnung galten. In Tabelle 1 sind einige von diesen Versuchen, die bei einer Entladungsspannung von 24100 Volt aufgenommen wurden, zusammengestellt. Die Bedeutung von M_{max} und F_{max} geht aus Fig. 3 hervor; J_0 ist die Differenz beider Größen.

Tabelle 1.

Nr.	M_{max}	F_{max}	J_0	Bemerkungen
1	44,5	24,7	19,8	Anordnung Fig. 2. Netz und Kapsel geerdet.
2	88,6	17,3	71,3	„ Netz auf + 40 Volt.
3	53 8	19,0	24,8	„ Fig. 1. Ohne Netze; Kapsel geerdet.
4	90,2	20,1	70,1	„ Kapsel auf + 40 Volt.
5	33,0	18,2	14,8	„ Mit Netzen N_1 und N_2. Kapsel geerdet.
6	94,3	19,6	74,7	„ Kapsel auf + 40 Volt.

In Nr. 1 und 2 der Tabelle 1 war die in Fig. 2 dargestellte Anordnung in Verwendung[2]). Bei ihr waren die Netze N_1 und N_2 (Fig. 1) noch nicht an der Kappe angebracht, das Metallblech M — in diesen Versuchen ein poliertes Aluminiumscheibchen von 10 mm Durchmesser — war von der Kapsel etwas weiter entfernt und vor ihm in etwa 5 mm Abstand zwischen M und K, isoliert von K, an die Innenwand des Gehäuses ein Drahtnetz N angekittet, von dem ein Verbindungsdraht nach außen führte. In Nr. 1 der Tabelle war er geerdet; legte man nun an ihn steigende positive Spannung, so vergrößerte sich M_{max} und damit J_0, bis sie bei etwa + 10 Volt einen Grenzwert erreichten, wie ihn Nr. 2 für eine Spannung von + 40 Volt darstellt.

[1]) Diese Gegenspannung muß die höchsten der vorkommenden Geschwindigkeiten übersteigen, um Reflexion zu verhindern, muß also größer als 10 Volt sein. Siehe darüber H. Baerwald, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 675, 1912.

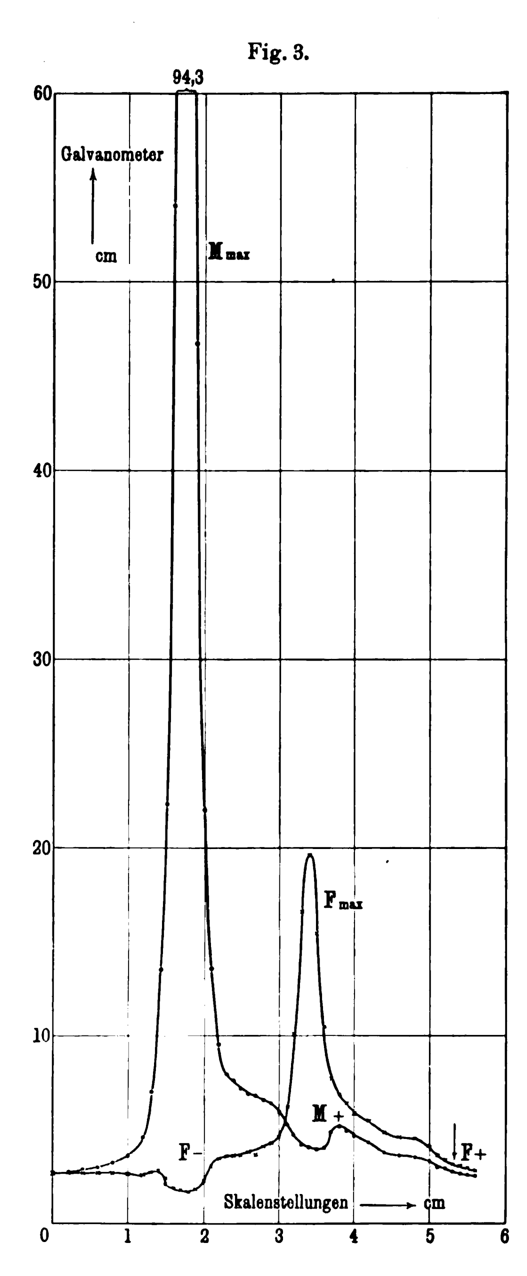
[2]) Siehe auch H. Baerwald, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 675, 1912, Fig. 1.

Die in Fig. 2 dargestellte Versuchsanordnung war für die Bestimmung der Sekundärstrahlungsverteilung deshalb ungeeignet, weil M und F ungleiche Abstände von der Kapsel hatten. Deshalb wurde die Umänderung in Anordnung 1 vorgenommen, nur daß zunächst die Netze vor den Öffnungen fehlten. Die positive Spannung liegt jetzt an der ganzen Kapsel, und sie bewirkt, innerhalb der Versuchsfehler, dieselbe Stromsteigerung von Nr. 4 gegenüber Nr. 3, wie sie bei Nr. 2 gegenüber Nr. 1 konstatiert wurde.

Gleichzeitig mit diesen Versuchen durchgeführte Geschwindigkeitsuntersuchungen ließen allerdings erkennen, daß wegen des Fehlens der Netze über den Eintrittsöffnungen die obere Grenzstromstärke von M_0 erst bei höheren Spannungen als + 10 Volt an K und nicht in scharfem Knick der Geschwindigkeitskurve, sondern allmählich erreicht wurde, das Feld also offenbar inhomogen war. Deshalb wurden, obgleich dies für den vorliegenden Zweck nicht gerade notwendig gewesen wäre, die beiden in Fig. 1 gezeichneten Netze N_1 und N_2 aufgelötet und mit dieser Anordnung die maßgebenden Versuche durchgeführt. Für Al bringt Nr. 5 und 6 zwei Bestimmungen mit Erdung der Kapsel, bzw. + 40 Volt Spannung an ihr.

Aus diesen Versuchen sieht man, daß die F_{max}-Werte von der speziellen Anordnung des Systems ziemlich unabhängig sind, daß dagegen die M_{max}- und damit die J_0-Werte dann von ihr stark abhängen und schwanken, wenn M gegenüber keine positive Gegenspannung besteht, und nur, wenn eine solche im Betrage von mehr als 10 Volt vorhanden ist, wiederum Einstellung auf einen konstanten Grenzwert erfolgt.

5. Die maßgebenden Versuche sind denn also mit der Anordnung Fig. 1 aufgenommen, während die Kapsel dauernd auf + 40 Volt aufgeladen ist. Da die untersuchten Metallscheiben sich nur 1,5 mm unter dem Gehäuse befinden, die Löcher aber 2,5 mm Weite haben, so macht es nichts aus, daß bei der Hindurchführung des Systems durch das zerlegte Kanalstrahlenbündel in den äußersten Stellungen die Strahlen ein wenig schräg einfallen. Daß von diesen kein wesentlicher Bruchteil verloren ging, zeigte sich an den mit der Anordnung Fig. 2 aufgenommenen Kurven, welche genau den gleichen Verlauf und die gleichen Stromverhältnisse wie die übrigen aufweisen. Ebenso stellte sich an



den mit Anordnung Fig. 1 ermittelten Kurven kein störender Einfluß der Netze vor den Eintrittsöffnungen heraus.

Untersucht wurde Aluminium, Kupfer und Platin. Bei allen zeigte sich der nämliche in Fig. 3 dargestellte Kurventyp, deren Abszissen die zur Einstellung des Systems dienenden Skalenmarken in Zentimetern, deren Ordinaten die zugehörigen, im Fernrohr abgelesenen Skalenzahlen in Zentimetern bedeuten. Insbesondere gibt Fig. 3 den in Tabelle 1, Nr. 6 zitierten Versuch für Aluminium als Untersuchungsobjekt wieder. Die von M abfließenden Ströme haben bei 1,8, die von F abfließenden bei 3,4 ihr Maximum, entsprechend dem Achsenabstand von 16 mm zwischen M und F. Ungefähr 1,8 cm links von F_{max} — bei $F_- = 1,6$ — zeigt F einen vom negativen Strahlenbündel herrührenden schwachen negativen Strom an. Der entsprechende, vom positiven Bündel herrührende positive Strom in der

F-Kurve bewirkt eine Störung des symmetrischen Verlaufs rechts von F_{max}; er endet in der gleichen Entfernung rechts von F_{max} — bei $F_+ = 5{,}2$ —, in der F_- links von F_{max} liegt; denn bei F_+ fällt die Kurve schnell auf die Nullage ab.

Die F-Kurve beweist, daß das positive Bündel weit stärker ist als das negative. Dementsprechend ist in der M-Kurve von einer Wirkung der negativen Teilchen nichts Nennenswertes zu bemerken. Das positive Bündel bewirkt aber erstens eine auffallende Asymmetrie in ihr, und zweitens ein Maximum, welches offenbar einem solchen in der Intensität des positiven Bündels entspricht.

6. Das Wichtigste für uns ist der Charakter der M-Kurve. Die F-Kurve dient nur dazu, die notwendigen Daten aus der M-Kurve zu finden. Vergleichen wir nun ihren Verlauf mit demjenigen der erregten Phosphoreszenzintensität und Eigenenergie der erregenden Kanalstrahlen, wie sie in der eingangs zitierten Arbeit gegeben worden sind — wobei nochmals betont sein mag, daß die gesamte Versuchsanordnung, wie auch die übrigen Versuchsbedingungen, was z. B. Verwendung des Induktoriums und Stärke des ablenkenden elektrischen Feldes anbetrifft, völlig dieselben waren —, so findet man, daß sie weit mehr den Kurven der Eigenenergie der Kanalstrahlen als etwa den der Phosphoreszenz ähnelt. Zwar kommt es in den M-Kurven zu einem Maximum im positiven Bündel, aber oft ist dies recht verschwommen und seine Größe so gering, daß sie mit den im positiven Phosphoreszenzstreifen sich findenden Intensitätssteigerungen nicht verglichen werden kann.

7. Tabelle 2 stellt die an Al, Cu und Pt bei drei verschiedenen Spannungen erhaltenen Resultate zusammen; jede Reihe ist der Mittelwert aus drei Versuchen.

J_0 ist, wie in Tabelle 1, derjenige aus der Sekundärstrahlung resultierende Strom, der von der Metallscheibe abfließt, wenn sie in der Achse des unabgelenkten Strahles steht, J_+ derjenige, welcher entsteht, wenn sie sich im Maximum des positiven Bündels befindet. Ebenso wie J_0 gleich der Differenz von M_{max} und F_{max} ist, so wird J_+ aus der Differenz von M_+ und F_+ gewonnen, wo F_+ wiederum den der Größe M_+ entsprechenden Wert in der F-Kurve bedeutet, also 1,6 cm (gleich dem Achsenabstand von M und F in Fig. 1 und 2) von ihm nach rechts liegt. Sämtliche Zahlen bedeuten die Galvanometerausschläge in Zentimetern.

Tabelle 2.

Material	Spannung	M_{max}	F_{max}	J_0	M_+	F_+	J_+	$\frac{J_+}{J_0} \cdot 100$
Al	24 100	94,3	19,6	74,7	5,2	3,0	2,2	2,95
	19 900	75,1	16,0	59,1	4,7	2,7	2,0	3,39
	8 400	30,0	9,2	20,8	3,8	3,3	0,5	2,40
Cu	24 100	90,5	21,1	69,4	5,4	3,2	2,2	3,17
	19 900	77,3	18,6	58,7	4,8	3,3	1,5	2,57
	8 400	33,8	11,0	22,8	4,2	3,5	0,7	3,07
Pt	24 100	88,7	18,3	70,4	5,8	3,8	2,0	2,84
	19 900	72,5	14,2	58,3	5,4	3,4	2,0	3,43
	8 400	38,3	12,7	25,6	3,7	2,9	0,8	3,13

Man sieht, daß sowohl M_{max} wie F_{max} und M_+ mit der Spannung steigen — bei F_+ ist ein solches Steigen nicht festzustellen —, daß jedoch die letzte Kolumne wesentliche Unabhängigkeit von der Spannung zeigt. Hier sind aber jene prozentualen Beträge, welche durch Vergleich des vom positiven Kanalstrahlenbündel maximal ausgelösten Sekundärstrahlenstroms mit dem vom unabgelenkten Strahl erregten gewonnen werden, verzeichnet. Diese Zahlen halten sich nun in genau derselben Höhe wie die prozentischen Beträge der Eigenintensität des positiven Bündels im Vergleich zu der des neutralen, wie sie a. a. O. in Kolumne 7 der Tabelle 5 gegeben sind. Wir müssen daraus schließen, daß bei der Erregung von Sekundärstrahlen durch Kanalstrahlen es wesentlich nur auf die Zahl der auftreffenden Teilchen ankommt, daß aber eine spezifisch größere Wirksamkeit der geladenen Teilchen im Verhältnis zu den ungeladenen, wie bei Erregung von Phosphoreszenz, nicht besteht. Erklärlich kann dies Ergebnis dadurch scheinen, daß es sich bei Phosphoren um gute Isolatoren handelt, denen gegenüber das geladene Kanalstrahlteilchen in seiner Eigenart, unter Bewahrung seiner Ladung wirken kann, daß dagegen beim Aufprallen auf Metalle die geladenen Teilchen sofort ihre Ladung verlieren und bei der Auslösung der Sekundärstrahlung nur noch mit ihrer mechanischen Masse wirken, vor den im ungeladenen Zustande auftreffenden Teilchen also nicht mehr ausgezeichnet sind.

Darmstadt, Physikalisches Institut, September 1912.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. **30. Oktober 1912.** **Nr. 20.**

84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster

vom 15. bis 21. September 1912.

Abteilung 3: Physik.

Sitzung vom 16. September 1912, nachm. 3 Uhr.

Vorsitzender: Herr G. C. SCHMIDT (Münster).

Es trugen vor:

Hr. **H. Lehmann** (Jena): Das Lumineszenzmikroskop.

Hr. **A. Heydweiller** (Rostock): Über die optischen Eigenschaften der Ionen im Wasser.

Hr. **W. König** (Gießen): Über ein Instrumentarium zur Demonstration der Gesetze des Luftwiderstandes.

Hr. **K. Goos** (Cöln): Vorführung einiger Versuche mit der GAEDEschen Molekularluftpumpe. (Vgl. S. 775—787).

Hr. **Hans Schulz** (Berlin): Über die Doppelbrechung gekühlter Gläser und eine Methode zur Messung derselben.



Sitzung vom 17. September 1912, vorm. 9 Uhr.

Vorsitzender: Herr A. Heydweiller (Rostock).

Es trugen vor:

Hr. **G. Hoffmann** (Königsberg): Über den direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens.

Hr. **Max Wien** (Jena): Über die Anwendung von Luftresonatoren bei Telephontönen.

Hr. **Alois Brommer** (Wien): Über die Absorption der γ-Strahlen des RaC.

Hr. **F. Krüger** (Danzig): Über Ozonbildung durch Lenardstrahlen.

Hr. **H. Sieveking** (Karlsruhe): Helium in Thermalquellen (nach Untersuchungen mit Hrn. L. Lautenschläger).

Sitzung vom 17. September 1912, nachm. 3 Uhr.

Vorsitzender: Herr W. König (Gießen).

Es trugen vor:

Hr. **Edm. Hoppe** (Hamburg): Zungenpfeifen mit konischen Ansatzrohren.

Hr. **W. König** (Gießen): Zur Theorie der Schneidentöne.

Hr. **P. Liesegang** (Düsseldorf): Über eine neue optische Versuchsanordnung.

Hr. **C. Beckenhaupt** (Weißenburg): Welche Rückschlüsse erlauben astronomische Verhältnisse (Dichte, Bahngeschwindigkeit usw.) auf physikalische Grundfragen?

Hr. **Rudolph** (Pfaffendorf): Kurze Mitteilung über neue Beziehungen zwischen verschiedenen Naturkonstanten, die sich aus der hydrodynamischen Äthertheorie ergeben und mit den besten experimentell gefundenen Werten übereinstimmen.

Hr. **F. Neesen** (Berlin): Bericht über die Arbeiten des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen. (Vgl. die früheren Veröffentlichungen des AEF in diesen Verhandlungen.)

Sitzung vom 18. September 1912, vorm. 9½ Uhr.

Gemeinsam mit der Abteilung 1: Mathematik.

Vorsitzender: Herr A. SOMMERFELD (München).

Es trugen vor:

Hr. **D. Hilbert** (Göttingen): Über die Grundlagen der kinetischen Gastheorie.

Hr. **W. Nernst** (Berlin): Über den Energiegehalt der Gase.

Hr. **M. v. Smoluchowski** (Lemberg): Experimentell nachweisbare, der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene.

Sitzung vom 19. September 1912, nachm. 3 Uhr.

Vorsitzender: Herr J. RITTER V. GEITLER (Czernowitz).

Es trugen vor:

Hr. **Br. Glatzel** (Berlin): Die Entwickelung der modernen Sendemethoden in der drahtlosen Telegraphie.

Hr. **E. Giebe** (Charlottenburg): Anwendung des Dreiplattenkondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper (nach gemeinsam mit Hrn. E. GRÜNEISEN angestellten Untersuchungen).

Hr. **K. Baedecker** (Jena): Künstliche metallische Leiter.

Hr. **H. Sirk** (Wien): Die transversale galvanomagnetische Druckdifferenz.

Hr. **B. Walter** (Hamburg): Stereoskopische Blitzaufnahmen.

Hr. **Fr. Dessauer** (Frankfurt a. M.): Arbeiten mit Funkeninduktorien und Röntgenröhren.

Hr. **Chr. Jensen** (Hamburg): Über die gegenwärtige optische Störung in der Atmosphäre.

Während der Dauer der Versammlung waren in den Räumen des Physikalischen Instituts der Universität, in dessen großem Hörsaal die Sitzungen der physikalischen Abteilung abgehalten wurden, die von W. HITTORF bei seinen Versuchen benutzten Originalapparate ausgestellt.

Als Ort der nächsten Versammlung wurde Wien gewählt.



Über optische Eigenschaften der Ionen im Wasser; von Adolf Heydweiller.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 16. September 1912.)
(Eingegangen am 12. September 1912.)
(Vgl. oben S. 875.)

Die Versuche, über die hier berichtet werden soll, bilden einen Teil eines größeren Ganzen, einer Arbeit, die der näheren Erforschung der physikalischen Eigenschaften der Ionen überhaupt gewidmet ist. Da die Erledigung derselben die Kräfte eines einzelnen übersteigt, mußte in größerem Umfange Arbeitsteilung eingeführt werden. So habe ich auch hier über die Ergebnisse von Messungen zu berichten, die drei meiner Schüler, die Herren Rubien, Grufki und Lübben, ausgeführt haben, und welche die Lichtbrechung der Ionen und die Dispersion im sichtbaren und ultravioletten Spektrum betreffen. Einiges davon ist bereits veröffentlicht[1]), muß aber des Zusammenhanges wegen hier einbezogen werden.

Zur Untersuchung der physikalischen Ioneneigenschaften stehen zwei Wege offen. Man kann sehr verdünnte Lösungen untersuchen, in denen die Ionisation nahezu vollständig ist, oder man muß, in konzentrierteren Lösungen, den Einfluß der Ionen von dem der unzersetzten Moleküle trennen.

Der erste Weg ist zurzeit nur ausnahmsweise und nur schwierig gangbar wegen der nicht ausreichenden Genauigkeit der meisten Beobachtungsmethoden. Es wird das verständlich, wenn man berücksichtigt, daß in $^1/_{10}$-normalen Lösungen, in denen auch im günstigsten Falle noch nicht $^9/_{10}$ der gelösten Moleküle ionisiert sind, die physikalischen Eigenschaften durchschnittlich nur um einige Tausendstel von denen des Lösungsmittels verschieden sind.

Um den hier beschrittenen zweiten Weg einschlagen zu können, muß die Abhängigkeit der physikalischen Lösungs-

---

[1]) E. Rubien, Inaug.-Diss., Rostock 1911, Ber. u. Abh. d. naturf. Ges. Rostock **3**, 397, 1911. K. Grufki, Ber. u. Abh. d. naturf. Ges. Rostock **4**, 1912.

eigenschaften von der Konzentration und dem Ionisationsgrad in eine bestimmte Form gebracht werden. Eine hierfür sehr brauchbare Formel, die sich bisher in allen Fällen bewährt hat, verdanken wir Herrn GRÜNEISEN[1]).

Sie hat die Form:

$$\Delta = Ai + B(1 - i) + Cm,$$

worin m die Normalität, i den elektrolytischen Dissoziationsgrad der Lösung und Δ die auf eine Normallösung bezogene prozentische Änderung einer Eigenschaftskonstanten der Lösung gegen das reine Lösungsmittel bezeichnen, während A, B und C Konstanten (unabhängig von der Konzentration) sind. Für eine Reihe von Eigenschaften, zu denen die Lichtbrechung gehört, vereinfacht sich diese Beziehung dadurch, daß C gleich 0 wird und somit eine lineare Beziehung zwischen Δ und dem Dissoziationsgrade i besteht, die sich in der Form schreiben läßt:

$$\Delta = B + (A - B)i.$$

Darin ist jetzt B der auf ein unzersetztes und A der auf ein ionisiertes g-Äquivalent bezogene Wert von Δ.

Für die Größe A bewährt sich durchweg das Gesetz der Additivität der Ioneneigenschaften, und man kann daher, indem man durch geeignete Hilfsannahmen eine Verteilung von A auf die beiden Ionen vornimmt, Moduln für die einzelnen Ionen aufstellen, die natürlich nur bis auf eine additive Konstante (von entgegengesetztem Vorzeichen für Anionen und Kationen) sicherzustellen sind.

Aus Herrn RUBIENS Versuchen über die Lichtbrechung von Lösungen für Natriumlicht lassen sich die Werte dieser Moduln ableiten, und es ergibt sich weiter folgendes:

Ebenso wie die Dichte nimmt auch die Lichtbrechung mit der Ionisation fast durchweg zu (mit bisher einziger Ausnahme von HJ), derart, daß das Refraktionsäquivalent des gelösten Körpers (gleichgültig ob man die BEER-GLADSTONEsche Form $M\frac{n-1}{d}$ oder die LORENZ-LORENTZsche $\frac{M}{d}\cdot\frac{n^2-1}{n^2+2}$ wählt) nahezu unverändert bleibt, und zwar annähernd gleich dem des festen Salzes ist.

---

[1]) E. GRÜNEISEN, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 4, 251, 1905.



Die Ionenmoduln der Lichtbrechung lassen sich ebenso wie die der Dichte[1]) als ganze Vielfache einer kleinsten Zahl 0,029 darstellen, mit beträchtlicher Genauigkeit für die einwertigen, mit geringerer für die zweiwertigen Kationen, wie die folgende Zusammenstellung der aus den Beobachtungen abgeleiteten Werte der Ionenmoduln A_n der ganzen Zahlen p und der Produkte $0{,}029 \times p$ zeigt.

	H	Li	NH_4	Na	K	Rb	Cs	Ag
A_n . .	− 0,119	− 0,055	+ 0,054	+ 0,060	+ 0,087	+ 0,149	+ 0,337	+ 0,662
p . .	− 4	− 2	+ 2	+ 2	+ 3	+ 5	+ 12	+ 23
$0{,}029\,p$	− 0,116	− 0,058	+ 0,058	+ 0,058	+ 0,087	+ 0,145	+ 0,348	+ 0,667

	½ Mg	½ Zn	½ Cd	½ Cu	½ Ca	½ Sr	½ Ba	½ Pb
A_n . .	+ 0,209	0,385	0,380	0,423	0,320	0,396	0,450	0,879
p . .	+ 7	13	13	15	11	14	16	30
$0{,}029\,p$	+ 0,203	0,377	0,377	0,435	0,319	0,406	0,464	0,870

Eine einfache Beziehung zu den Dichtemoduln ist nicht vorhanden; nicht einmal die Reihenfolge stimmt vollständig überein.

Herr Grufki hat die Dispersion im sichtbaren Spektrum (für die drei H-Linien H_α, H_β, H_γ) untersucht und dabei folgendes festgestellt.

Die relative Dispersion der Lösung gegen das Wasser ist im Bereich des sichtbaren Spektrums merklich unabhängig von der elektrolytischen Dissoziation, und sie ist nahezu gleich für Salze mit gleichem Anion, aber verschiedenen einwertigen Kationen, während sie beträchtlich mit der Natur des Anions variiert.

	F	Cl	Br	J	CNS	NO_3
H	—	0,0385	—	—	—	—
Li	—	0,035	0,075	—	0,100	0,042
NH_4	0,0055	—	—	—	—	—
Na	—	0,036	0,075	0,175	0,103	0,037
K	—	—	0,0705	0,172	0,096	—
Rb	0,002	0,035	0,073	0,177	—	0,047
Cs	—	0,0385	—	—	—	—
Mittel	0,004	0,037	0,0735	0,175	0,100	0,042

[1]) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. (4) **37**, 739, 1912.

Vorstehende Zusammenstellung mag das erläutern. Sie gibt die Unterschiede der beiden für die γ- und die α-Linie des Wasserstoffs bestimmten Δ-Werte der Salze, deren Kation in der ersten Vertikalreihe, und deren Anion in der ersten Horizontalreihe steht.

Wie man sieht, wächst die Dispersion von F über Cl und Br zum J, ist für NO_3 etwas größer, als für Cl und liegt für CNS zwischen Br und J.

Man darf daraus schließen, daß die Kationen ohne merklichen Einfluß auf die Dispersion im sichtbaren Licht sind.

Das wird für das ultraviolette Licht bis zu Wellenlängen von 214 $\mu\mu$ durch die Versuche von Herrn Lübben bestätigt. Diese Versuche ergeben, daß die Abhängigkeit des relativen Brechungsexponenten der Lösungen gegen das Wasser $\frac{n}{n_0}$ sich mit sehr weitgehender Annäherung, sowohl für die Ionenlösung, wie für die Molekullösung, durch die 3-konstantige Formel $\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 = a + \frac{M_a}{\lambda^2 - \lambda_a^2}$ darstellen läßt; in dieser Formel sind für λ die Wellenlängen im Wasser einzusetzen, sowie sich aus ihr auch die Wellenlänge λ_a der ultravioletten Eigenschwingung der Elektronen auf Wasser bezüglich ergibt. Dabei zeigen die durch vorstehende Formel dargestellten Dispersionskurven für Salze mit gemeinsamem Anion nahe denselben Verlauf derart, daß sie sich durch eine Parallelverschiebung in Richtung der n-Achse miteinander zur Deckung bringen lassen. Es folgt daraus, daß von den drei Konstanten der vorstehenden Formel nur a merklich vom Kation abhängt, während M_a und λ_a wesentlich nur durch das Anion bestimmt werden. Das haben die bisherigen Beobachtungen ergeben für die Chloride von Li, Na und Cs, für die Bromide von Li und Rb und (allerdings mit größeren Abweichungen) für die Jodide von Li und K.

Als ungefähre Werte für die (auf Luft bezogenen) Wellenlängen der Eigenschwingungen $\lambda'_a = n_0 \lambda_a$ ergaben vorläufige Berechnungen, deren Revision vorbehalten bleibt, für das Cl-Ion: 163 $\mu\mu$, für das Br-Ion: 185 $\mu\mu$ und für das J-Ion: 230 $\mu\mu$.

Aus Drudes Elektronendispersionstheorie folgt bekanntlich, daß die obige einfache Dispersionsformel dann gilt, wenn die Dispersion nur von einer einzigen Elektronenart herrührt und sie gestattet, aus den Dispersionskonstanten M_a und λ_a die Größe



$p \cdot \frac{e}{m}$ zu berechnen, wenn p die Zahl der schwingenden Elektronen auf ein Molekül und $\frac{e}{m}$ das bekannte Verhältnis von Ladung zu Masse für die Elektronen bezeichnen. Für unsere auf Normallösungen bezogenen Konstanten ergeben sich für $p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}326 \frac{M_a}{\lambda_a^4}$, Werte, die zwischen 1,6 und 2,5 . 10^7 liegend nicht sehr abweichen von dem aus elektromagnetischen Messungen folgenden Werte von $\frac{e}{m}$, so daß also $p = 1$ zu setzen wäre, d. h. es liegt hier der besonders einfache Fall vor, daß die relative Dispersion der Ionen im Wasser nicht nur durch eine mitschwingende Elektronenart, sondern auch nur durch ein Elektron pro Molekül bedingt ist. Man dürfte kaum fehl gehen in der Annahme, daß es das bei der Ionisation vom Kation an das Anion übergehende Elektron ist.

Auch für die unzersetzten Moleküle gilt die gleiche einfache Dispersionsformel, wie für die Ionen, aber mit anderen, und zwar kleineren Konstanten, die nun außerdem in merklicher Weise vom Kation abhängen. Die Luftwellenlängen der Eigenschwingungen für die Chloride nähern sich dabei mehr den von Herrn F. F. Martens für feste Salze berechneten Werten (161 $\mu\mu$ für KCl, 156 $\mu\mu$ für NaCl), ohne sie zu erreichen. Es ist begreiflich, daß das festere Gefüge des Moleküls mit der stärkeren Konzentrierung der Kraftlinien dem Ion gegenüber eine Verkleinerung der Schwingungsdauer der Elektronenschwingungen bedingt, während die Auflockerung der Moleküle bei der Auflösung eine Vergrößerung ergeben muß.

Für die Cl-, Br- und J-Ionen verhalten sich die Dispersionskonstanten M_a nahezu wie 1 : 2 : 4, und die Schwingungszahlen der Eigenschwingungen ihrer Elektronen berechnen sich zu 1,84, 1,61 und 1,30 . 10^{15} in 1 Sekunde.

Die gleichen Periodenzahlen würden Elektronen besitzen, die positive Elementarladungen in Abständen von 1,23, 1,34 und 1,53 . 10^{-8} cm, also annähernd in Atomdimensionen, umkreisen würden.

Es ist zu hoffen, daß diese Feststellungen einiges zur Aufhellung der dunklen Tiefen des Mikrokosmos beitragen werden.

Rostock, Physik. Institut.

Über die Doppelbrechung gekühlter Gläser und eine Methode zur Messung derselben;

von Hans Schulz.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 16. September 1912.)

(Vgl. oben S. 875.)

Die Leistungsfähigkeit eines optischen Systems ist bei gegebenen Konstruktionsdaten abhängig von der Genauigkeit der Bearbeitung und der Güte des verwendeten Materials. Wie ZSCHOKKE [1]) nachgewiesen hat, ist die am ausgeführten photographischen Objektiv experimentell beobachtete Abweichung vom theoretisch ermittelten Strahlengang so groß, daß sie durch fehlerhafte Bearbeitung allein nicht erklärt werden kann. Es ist daher der Grund für diese Abweichungen in der Unvollkommenheit des Glases zu suchen, und in der Tat ist, wie von verschiedenen Seiten festgestellt ist, das optische Glas keineswegs als isotrop und homogen zu betrachten.

Während nun die Inhomogenitäten des Glases, wenn sie nicht örtlich scharf begrenzt als Schlieren auftreten, innerhalb kleinerer Glasstücke keinen allzu großen Einfluß haben, ist der Einfluß der Doppelbrechung so stark, daß es unbedingt nötig ist, diese so weit als möglich zu beseitigen. Zu diesem Zwecke ist es nötig, zunächst die Abhängigkeit der auftretenden Spannung von der Härtungstemperatur festzustellen und dann zu untersuchen, in welcher Weise die Entspannung des Glases erreicht werden kann.

Qualitative Versuche in dieser Richtung liegen bereits vor und zwar hat ZSCHIMMER [2]) eine Methode ausgearbeitet, welche es erlaubt, die Härtungstemperatur innerhalb sehr weiter Grenzen zu variieren und den Entspannungsprozeß für verschiedene Temperaturen schätzungsweise zu bestimmen. Auf Grund seiner Vorversuche stellt ZSCHIMMER folgendes Programm auf:

---

[1]) Goerz-Festschrift, S. 133 bis 144, 1911.

[2]) Arch. f. phys. Chem. des Glases und der keramischen Massen **1**, 5 und 9, 1912.

Unter Voraussetzung einer und derselben bestimmten Form und Größe, nämlich des Zentimeterwürfels, stelle ich folgende Fragen, die durch Messung der Temperatur, Zeit und Doppelbrechung zu beantworten sind:

1. Für ein gegebenes Glas soll ermittelt werden, wie groß die bei verschiedenen Temperaturen τ erregte mittlere Doppelbrechung ist, wenn der spannungsfreie Würfel plötzlich aus dem Raum von τ^0 in einen Raum von 20° C gebracht wird, wo er sich gleichmäßig abkühlt.

2. Die daraus sich ergebende Kurve der Doppelbrechung als Funktion der Erregungs- oder Spannungstemperatur τ soll für verschiedene Gläser bestimmt und dadurch erkannt werden, welchen Einfluß die chemische Zusammensetzung auf die Gestalt der „Spannungskurve" hat.

Da nun für die in gespannten Glasstücken vorhandene ungleichförmige Spannung die Doppelbrechung von Punkt zu Punkt variiert, so ist zunächst die Frage, welche Größe als mittlere Doppelbrechung definiert werden soll. Eine theoretische Bearbeitung des Problems, die zu einer zweckmäßigen Definition der gesuchten Größe führen könnte, ist nicht möglich, da, abgesehen von mathematischen Schwierigkeiten, die während des Härtungsprozesses auftretenden Spannungen von folgenden Faktoren abhängen, deren Verhalten innerhalb des in Frage kommenden Temperatur- und Druckgebietes noch nicht festgestellt ist:

1. Äußere und innere Wärmeleitfähigkeit.
2. Wärmekapazität des Glases.
3. Elastizitätskonstanten.
4. Ausdehnungskoeffizienten.
5. Relaxationszeit.

Es bleibt daher zurzeit kein anderer Weg, um die Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, als die experimentelle Untersuchung und die empirische Aufstellung von Beziehungen auf Grund der experimentellen Resultate. In welcher Weise eine theoretische Bearbeitung angegriffen werden muß, um Aussicht auf Erfolg zu haben, werde ich an anderer Stelle andeuten.

Da, wie bereits erwähnt, die Spannung von Punkt zu Punkt variiert, muß zur Untersuchung eine experimentelle Methode verwendet werden, die es erlaubt, auch bei merklichen Änderungen der Doppelbrechung innerhalb des beobachteten Querschnittes

einen Mittelwert mit hinreichender Genauigkeit zu messen. Der Gangunterschied der linearpolarisiert einfallenden Strahlen, der sich nach NEUMANN[1]) bei mäßiger Doppelbrechung für einen Strahl in der Form

$$(n_0 - n_e)\, d = \nu \lambda$$

darstellen läßt, wobei n_0 und n_e die Werte des ordentlichen und außerordentlichen Brechungsindex, d die Dicke der Schicht und λ die Wellenlänge darstellt, kann mit Hilfe des SOLEIL-BABINETschen Kompensators nur für einen Strahl ausgeglichen werden, so daß also das aus dem untersuchten Glasstück austretende Licht bei endlichem Querschnitt des Strahlenbündels noch Strahlen von positiver und negativer Elliptizität enthält. Eine Einstellung auf Auslöschung durch vorgesetzten Analysator gibt demgemäß kein befriedigendes Resultat, ebenso die Verwendung eines Halbschattenanalysators, da bei der einfachen Auslöschung sowohl, wie bei der Verwendung einer Halbschattenmethode die Helligkeitsschwankungen auf einer bei merklichen Differenzen der Doppelbrechung starken Grundintensität sich auflagern.

Fig. 1.

Ein für diese Untersuchungen sehr geeignetes Meßverfahren ergibt sich unter Benutzung der LUMMERschen Doppelringe im polarisierten Licht, deren Theorie von LUMMER, SCHULZ und SORGE[2]) erschöpfend gegeben ist.

Legt man zwei rechtwinkelige Prismen (Fig. 1) mit ihrer Hypotenusenfläche so aufeinander, daß zwischen ihnen eine dünne planparallele Luftschicht entsteht, und läßt durch eine Kathetenfläche Licht einfallen, so entsteht sowohl im durchgehenden als im reflektierten Licht ein Interferenzphänomen, dessen größte Schärfe erreicht wird, wenn man nahe der Grenze der Totalreflexion beobachtet.

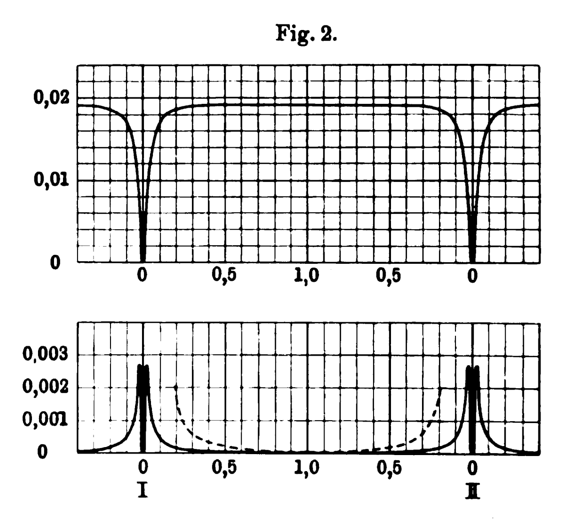
In dem reflektierten Interferenzphänomen, welches fernerhin stets benutzt wird, treten dann im natürlichen homogenen Licht

[1]) F. E. NEUMANN, Die Gesetze der Doppelbrechung des Lichtes. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss., Berlin 1843; vgl. auch CZAPSKI, Wied. Ann. **42**, 319, 1891.

[2]) LUMMER, Ann. d. Phys. (4) **22**, 49 bis 63, 1907. SCHULZ, Inaug.-Diss. Breslau 1907. SORGE, Inaug.-Diss. Breslau 1909.

scharfe, schwarze Streifen auf, zwischen denen sich im polarisierten Licht bei passender Stellung der Polarisatoren nun breite Minima ausbilden (Verdoppelungsstreifen). Hat der einfallende linearpolarisierte Strahl das Azimut 45°, so treten die Strahlen S_1, S_2... mit verschiedenem Schwingungsazimut aus, und zwar so, daß Strahl S_1, der nur einer Reflexion unterliegt, eine Sonderstellung einnimmt. (Die Schwingungsazimute sind in Fig. 1 dargestellt.) Wird Strahl S_1 durch den Analysator ausgelöscht, so passieren noch merkbare Bruchteile der übrigen Strahlen den Analysator und es bildet sich der oben erwähnte Verdoppelungsstreifen aus. Die

Fig. 2.

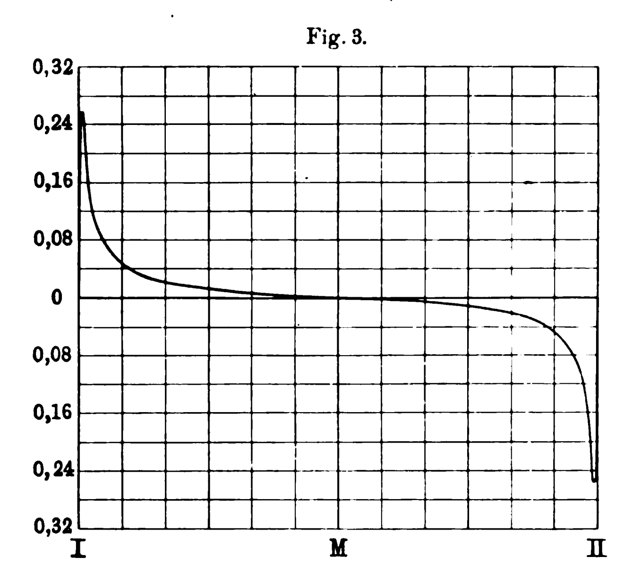


Intensitätsverteilung für den Fall paralleler Nicols und für maximale Verdoppelung ist in Fig. 2 dargestellt. Dabei ist mit I der erste Streifen von der Grenze der Totalreflexion, mit II der zweite Streifen bezeichnet. Die Ordinaten der Fig. 2b sind in doppeltem Maßstabe der Fig. 2a aufgetragen.

Der neu auftretende Verdoppelungsstreifen ist nun, wie Sorge nachgewiesen hat, außerordentlich empfindlich gegen geringe Elliptizitätsänderungen des einfallenden Lichtes und kann somit als gutes Kriterium für die beabsichtigte Messung dienen, um so mehr, als sich bei dieser Methode die Drehung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles exakt trennen läßt von der Elliptizität, was bei anderen Verfahren nicht in einfacher Weise möglich ist. Während Elliptizität des einfallenden Lichtes

den Verdoppelungsstreifen in seiner Lage gegen die vom Polarisationszustand völlig unabhängigen Streifen I und II verschiebt, wird durch eine Drehung der Polarisationsebene nur eine allgemeine Helligkeit überlagert, die durch ein Drehen des Analysators leicht ausgelöscht werden kann. Das Gesetz der Verschiebung des Verdoppelungsstreifens ist durch Fig. 3 gegeben. Bezeichnet I bzw. II wie vorher die Lage des Streifens im natürlichen Licht, so sind als Ordinaten die Elliptizitäten des einfallenden Lichtes im Bogenmaß angegeben. Die Abszissen geben die Verschiebung des Streifens gegen die Ruhelage M bei linear polarisiertem

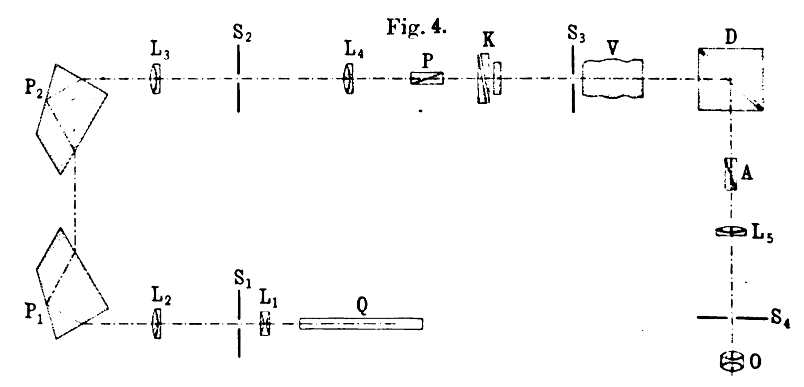
Fig. 3.



Licht. Bei geringer positiver bzw. negativer Elliptizität verschiebt sich der Streifen nach links bzw. rechts, so daß auch das Vorzeichen der Elliptizität eindeutig bestimmbar ist. Infolge der großen Verschiebung des Streifens für kleine Elliptizitäten ist die Methode besonders als Nullmethode geeignet. Enthält das einfallende Licht, wie oben erwähnt, sowohl Strahlen mit positiver wie mit negativer Elliptizität, so wird zwar der Streifen verbreitert, aber es läßt sich, wie der Versuch erweist, auch bei Gangdifferenzen, welche innerhalb des beobachteten Feldes um etwa $^1/_2$ Wellenlänge variieren können, noch eine sichere Einstellung machen.

Unter Benutzung des oben beschriebenen Interferenzphänomens wurde nun zur Messung der Doppelbrechung folgende Anordnung benutzt (Fig. 4). Der Lichtbogen einer Quecksilberlampe Q wird durch die Linse L_1 auf dem Spalt S_1 eines Monochromators abgebildet und aus dem in der Ebene des Spaltes S_2 entworfenen Spektrum das Licht der Wellenlänge $\lambda = 546{,}1\ \mathrm{m}\mu$ ausgesondert. Das den Spalt S_2 durchdringende Licht wird durch die Linse L_4 parallel gemacht und durchsetzt den Polarisator P, den Kompensator, das Versuchsstück V, vor dem gegebenenfalls eine Blende S_3 anzuordnen ist. In der Prismenkombination D wird das Interferenzphänomen erzeugt; das reflektierte Licht durchsetzt den Analysator A und gelangt in das mit Okularspalt S_4 versehene

Fig. 4.



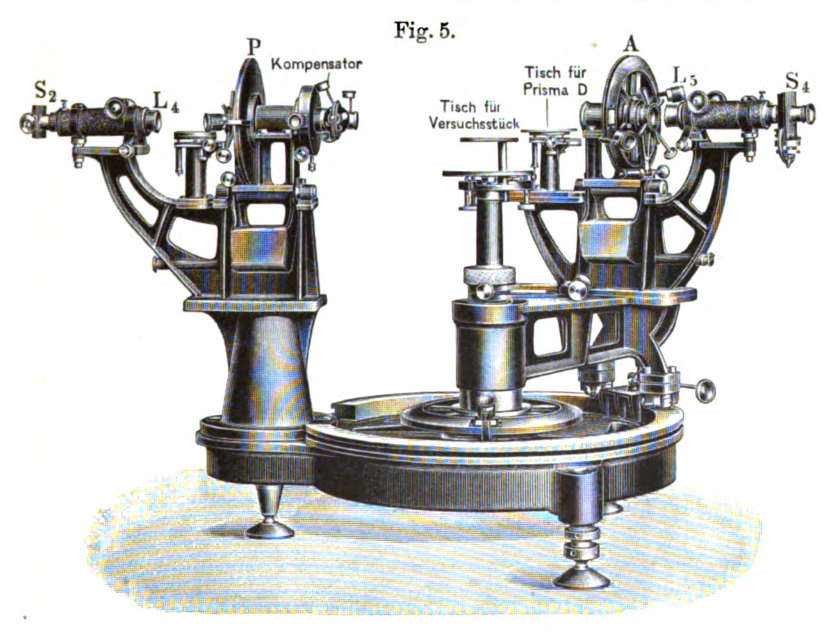
Beobachtungsfernrohr. Ist das Beobachtungsfernrohr auf Unendlich gestellt, so entstehen in der Brennebene desselben gleichzeitig mit dem Spaltbild die Interferenzstreifen.

Der für diese Versuche von der Firma GOERZ-Friedenau konstruierte Apparat (Fig. 5) soll an anderer Stelle (ZS. f. Instrumentenkunde) eingehend beschrieben werden. Die oben beschriebene Versuchsanordnung dürfte zur Erklärung der Wirkungsweise des Apparates hinreichen. Die Bezeichnungen sind die gleichen wie in Fig. 4.

Für die Messungen hat Herr Dr. ZSCHIMMER im Glaswerke SCHOTT und Genossen eine Reihe von 123 Versuchsstücken von 28 verschiedenen Gläsern hergestellt. Da die ursprünglich angenommene Normalform, der Zentimeterwürfel, jedoch bei höheren Härtungstemperaturen leicht zersprang, sind nach entsprechenden Vorversuchen die Glasstückchen in den Abmessungen $3{,}8 \times 3{,}8 \times 24$ mm

hergestellt worden. Die Vorbehandlung erfolgte in der Weise, daß das Glasstück in ein Heizrohr[1]) gelegt und auf die Temperatur τ gebracht wurde. War das Glasstück zwischen gekreuzten Nicols völlig dunkel (spannungsfrei), so wurde die Temperatur abgelesen und das Glasstück durch Neigen des Ofens in ein mit Asbesttonmasse emailliertes Drahtkörbchen, welches sich in einem Raum von etwa 20° C befand, geworfen und kräftig geschüttelt. Um einen Überblick über die Verteilung der Spannung zu gewinnen

Fig. 5.



bzw. um die zur Messung abzublendende Partie bei diesen Glasstäbchen zu finden, welche an den Enden plangeschliffen waren, wurde zunächst die Spannungsverteilung in mehreren großen Glasplatten von kreisförmiger Begrenzung (220 mm Durchmesser) und bei Glaswürfeln (40 mm Kantenlänge) bestimmt. Bei zwei kreisförmig begrenzten Platten ergaben sich längs zweier zueinander senkrechter Durchmesser die in Fig. 6 und 7 dargestellten Resultate. Die dritte Kurve ergibt die aus den ersten beiden Kurven errechnete mittlere Verteilung der Spannung längs eines

[1]) Über die Heizanlage siehe Zschimmer, l. c. Genauere Angaben werden demnächst veröffentlicht.

Radius, und die Ordinate der gestrichelten Fläche ergibt den theoretischen Mittelwert der Doppelbrechung, wie er durch den Ausdruck

$$S_0 = \frac{\int S_v df_v}{F}$$

dargestellt wird, wobei S_v die Spannung des durch das Flächenelement df_v definierten Volumelementes, F die Gesamtfläche $F = \int df_v$ bedeutet.

Fig. 6.

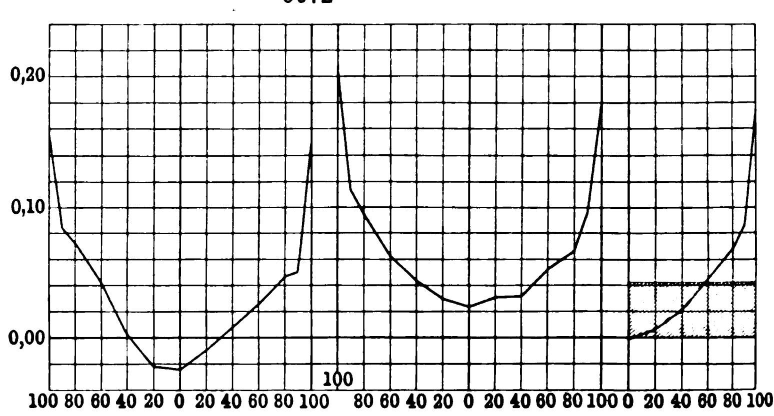
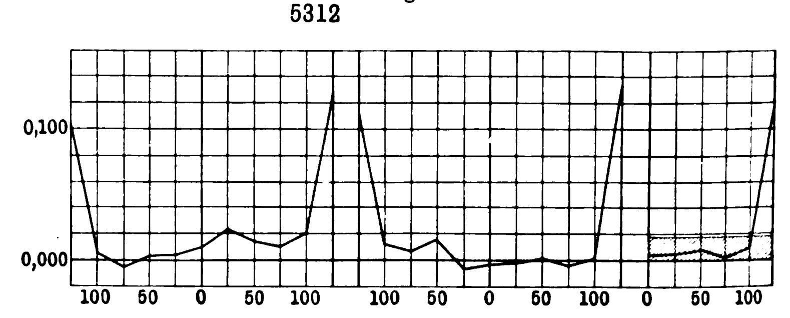


Fig. 7.



In den Fig. 6 und 7 prägt sich die Erfahrungstatsache aus, daß die Spannungsverteilung bei sehr gut gekühlten Platten (Fig. 7) unregelmäßig ist, während bei stärker gespannten Platten der Anstieg nach dem Rande zu als regelmäßig zu bezeichnen ist. Die Ordinaten sind die Ablesungen k des Kompensators.

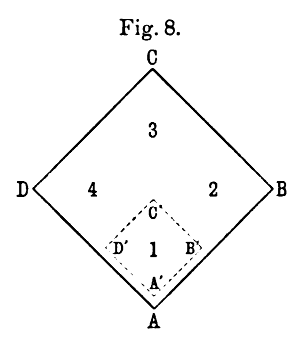
Die Differenz $n_0 - n_e$ läßt sich daraus ermitteln mit Hilfe der Gleichung:

$$n_0 - n_e = 2{,}37 . 10^{-6} . k \text{ für Platte } 5672$$
$$n_0 - n_e = 2{,}07 . 10^{-6} . k \text{ für Platte } 5312$$

in der die Dicke der Glasplatte und die Konstante des Kompensators enthalten sind.

Bei der Kleinheit der Versuchsstücke war es jedoch nicht möglich, in gleicher Weise vorzugehen und aus der Verteilung der Doppelbrechung, wie bei den großen Platten, einen Mittelwert der Spannung zu gewinnen, weil bei dieser Behandlungsweise die erforderliche Kleinheit der Blende S_3 schon zu störenden Beugungserscheinungen Veranlassung gab. Auf Grund der Verteilung der Doppelbrechung an großen Würfeln wurde die Messung in folgender Weise ausgeführt: Die Glasstäbchen $ABCD$ wurden in eine Rinne eingelegt, vor der eine Blende $A'B'C'D'$ befestigt war. Es wurde auf diese Weise beim Einlegen in die Rinne stets dieselbe Partie ausgeblendet, und die Mittelwertbildung erfolgte durch die Messung selbst. Man erhielt auf diese Weise einen Wert der Doppelbrechung, den ich im Gegensatz zu dem oben definierten theoretischen Mittelwert der Doppelbrechung als empirischen Mittelwert der Doppelbrechung bezeichnen möchte. Die Größe der Blende betrug 1 mm, der Abstand der Blendenkante $A'B'$ von der Kante AB des Versuchsstückes 0,3 bis 0,4 mm.

Fig. 8.



Die Schwingungsrichtungen von Polarisator und Analysator waren parallel zu den Begrenzungskanten des Versuchsstückes, die Hauptschwingungsrichtungen des Kompensators bildeten mit den Schwingungsrichtungen der Polarisationsprismen einen Winkel von 45°. Es wurden bei jedem Glasstücke in den Stellungen 1 bis 4 je sechs Messungen ausgeführt und nach je drei Messungen der Kompensator um 90° gedreht. War die Spannungsfigur zwischen gekreuzten Nicols symmetrisch, so ergaben auch die an den vier Stellen des Versuchsstückes gemessenen mittleren Doppelbrechungen merklich gleiche Werte. Für das Versuchsstück

*

Glastyp (Schmelze)	Nummer des Versuchsstückes	Temperatur der Härtung	$(n_o - n_e) \cdot 10^6$
2994 (5770)	22	675,7	14,8
	21	629,3	1,39
	23	601,2	0,47
	20	563,3	0,53
3453 (5903)	27	541,8	nicht meßbar
	25	499,8	4,84
	24	460,0	0,87
	26	406,1	0,29
118 (6280)	28	511,8	24,2
	29 b	473,0	15,1
	29 a	472,0	13,4
	30	427,0	3,53
	31	379,0	1,34
	66	301,5	0,54
	68	261,6	0,34
	67	243,4	0,22
	69	243,0	} nicht meßbar
	70	202,4	} (zersprungen)
3832 (6293)	35	581,9	20,6
	32	550,6	5,34
	33	513,3	1,12
	34	488,8	0,74
3439 (5591)	36	540,5	29,2
	37	506,0	16,0
	38	466,5	4,68
	39	403,7	0,56
2122 (5847)	41	697,2	—
	40	665,0	8,03
	42	634,4	2,43
	44	604,3	0,67
	43	559,3	0,41
3199 (4668)	47	579,9	29,7
	45	531,3	6,71
	46	490,7	1,52
	48	456,9	0,69
203 (6335)	57	611,8	34,0
	56	591,5	25,0
	55	558,2	20,2?
	54	533,0	6,27
	58	513,8	4,03
	59	482,5	1,49

Glastyp (Schmelze)	Nummer des Versuchsstückes	Temperatur der Härtung	$(n_0 - n_e) \cdot 10^6$
340 (5476)	65	512,3	—
	62	493,5	—
	60	462,5	5,88
	61	411,5	1,70
	63	379,0	0,89
	64	305,0	0,40
378 (5961)	72	551,7	—
	71	519,5	—
	73	473,1	5,04
	74	422,4	1,77
102 (6209)	77	529,5	22,0
	76	500,4	17,3
	75	470,2	8,32
	78	402,6	1,44
41 (5791)	82	528,9	—
	79	501,9	16,3
	80	451,6	7,33
	81	402,6	1,19
198 (4818)	83	501,2	27,7
	84	450,8	3,46
	85	402,1	0,52
2071 (5930)	86	700,5	57,1
	87	650,7	8,12
	88	602,1	1,43
722 (6255)	90	656,3	50,6
	89	620,2	19,3
	91	585,4	5,12
	92	534,5	1,19
463 (6536)	93	622,6	26,5
	94	585,8	5,99
	95	537,3	1,33
578 (6015)	96	621,5	32,6
	97	587,6	21,5
	98	536,8	4,68
	99	481,0	1,36
3269 (5597)	100	579,0	—
	101	544,2	21,8
	110	511,3	7,39
	111	461,5	2,60

Glastyp (Schmelze)	Nummer des Versuchsstückes	Temperatur der Härtung	$(n_o - n_e) \cdot 10^6$
748 (6427)	103	580,7	28,5
	104	548,7	20,4
	108	510,1	7,14
	109	461,2	1,31
211 (5788)	112	656,7	43,8
	105	620,7	15,8
	106	586,8	4,26
	113	536,9	1,21
1447''' (6367)	115	615,6	52,6
	107	580,8	23,6
	114	544,6	6,99
	116	512,5	2,01
802 (5168)	120	651,9	37,7
	119	616,2	27,6
	118	580,2	8,40
	121	530,9	1,35
608 (6060)	127	650,6	25,8
	126	616,5	26,8
	124	581,3	26,7
	122	580,8	26,3
	125	547,5	24,4
	123	545,2	23,6
3248 (6224)	130	615,6	45,9
	128	581,8	25,9
	129	546,9	7,88
	131	495,7	1,81
S. 367 (S. 433)* . . .	169	555,8	—
	167	521,5	19,1
	170	484,9	2,19
	166	451,5	0,49
S. 386 (S. 350) . . .	168	514,9	—
	165	481,2	— *35,7*
	163	451,2	— *12,4*
	164	415,1	— *0,98*
S. 389 (S. 389) . . .	173	522,3	—
	172	486,1	27,5
	171	451,1	4,53
	174	416,2	1,03

Nr. 121 (Glastyp 0.802 des SCHOTTschen Kataloges) ergaben sich für die Ecken die Werte

$$n_0 - n_e = 1{,}35 \cdot 10^{-6},\ 1{,}35 \cdot 10^{-6},\ 1{,}33 \cdot 10^{-6},\ 1{,}37 \cdot 10^{-6}.$$

Das Mittel dieser vier Werte wurde als mittlere Doppelbrechung des betreffenden Versuchsstückes angenommen. Die Versuchsresultate sind in vorstehender Tabelle dargestellt.

Fig. 9.

0.118

Fig. 10.

0.3439

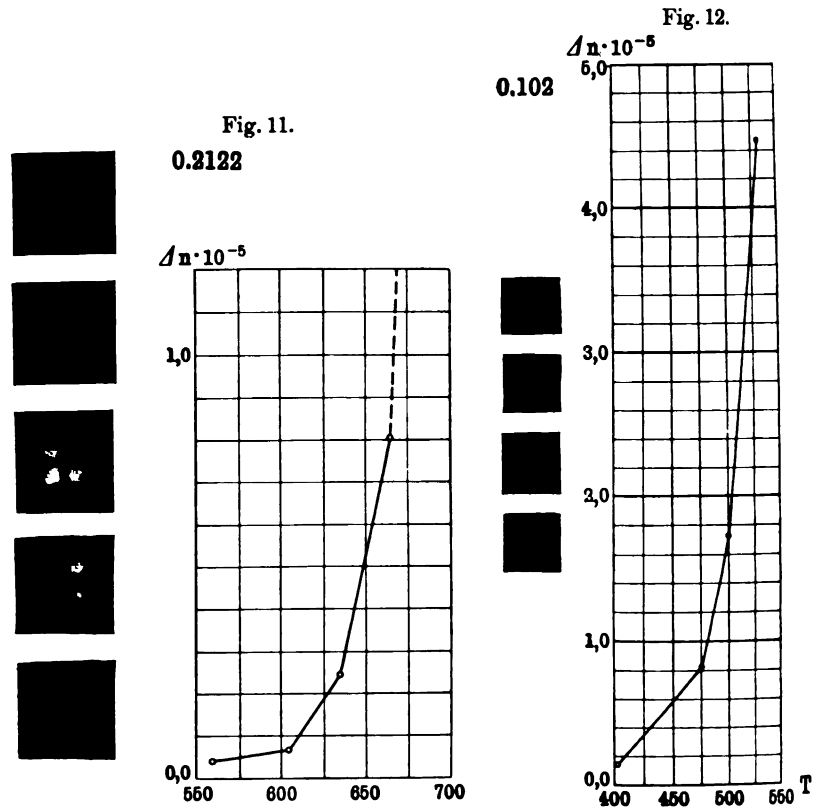
In den Fig. 9 bis 12 sind die in der Tabelle enthaltenen Werte der Doppelbrechung als Funktion der Härtungstemperatur für einige Glastypen dargestellt und zum Vergleich die Spannungsbilder der Versuchsstücke gegeben. Die Kurvenform ist für alle untersuchten Gläser die gleiche, soweit sich aus den bisherigen Messungen ein Schluß ziehen läßt. Aus theoretischen Erwägungen, welche ich gleichfalls an anderer Stelle mitzuteilen denke, folgt,



daß die Abhängigkeit der Doppelbrechung S von der Härtungstemperatur τ sich darstellen lassen muß in der Form

$$(\tau_0 - \tau)(S - S_0) = c,$$

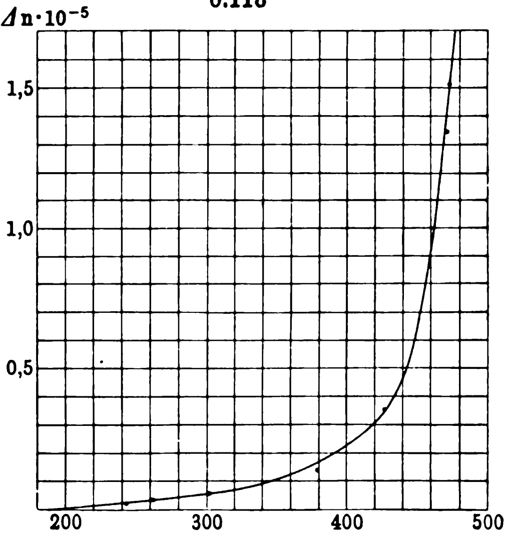
wo τ_0, S_0 und c Konstanten sind. Diese Beziehung kann aber nur so lange gelten, als die Relaxationszeit des Glases bei der



Härtungstemperatur groß ist gegenüber der Abkühlungszeit, d. h. also für Temperaturen, die vom Schmelzpunkt noch genügend weit entfernt sind. Bei Glas 608 treten die Abweichungen schon deutlich hervor. Wie gut dagegen bei niederen Temperaturen die Übereinstimmung mit der theoretischen Kurvenform ist, ergibt sich aus Fig. 13, wo die durch Kreise markierten Punkte die beobachteten Werte für 0.118 bezeichnen, die ausgezogene Kurve der obigen Gleichung entspricht, wobei die Konstanten τ_0, S_0, c aus den beobachteten Werten ermittelt wurden.

Hinzuweisen ist noch besonders auf das Verhalten des Glases S. 386. Während bei allen übrigen Gläsern das Vorzeichen des Gangunterschiedes $(n_0 - n_e)\, d$ das gleiche war, das Deformationsellipsoid also in allen Fällen die gleiche Form hatte, ergab sich bei dem hochbleihaltigen Glase S. 386 der Gangunterschied von entgegengesetztem Vorzeichen. Es zeigte sich also hier bei der durch thermische Einflüsse hervorgerufenen Doppelbrechung dasselbe Verhalten, wie es POCKELS[1]) bei der durch mechanische Einflüsse erzeugten Doppelbrechung nachgewiesen hatte: Während alle von ihm untersuchten Gläser bei Kompression negative Doppelbrechung zeigten, wurde das schwere Flintglas 0.57 bei Kompression positiv doppelbrechend. Analog der Folgerung von POCKELS müßte sich also auch ein Glas finden lassen, welches für eine bestimmte Wellenlänge bei beliebigen Temperatureinflüssen keine Doppelbrechung zeigt. Es soll versucht werden, dieses Glas herzustellen.

Fig. 13.



Es ist also gelungen, unter Zugrundelegung einer bestimmten Form, die durch den Härtungsprozeß hervorgerufene Doppelbrechung exakt zu messen und die Abhängigkeit derselben von der Härtungstemperatur durch ein einfaches Gesetz darzustellen. Dadurch ist es möglich, das Verhalten der verschiedenen Gläser zu vergleichen. Über den Einfluß der Form, für den sich nach bereits ausgeführten Voruntersuchungen ebenfalls ein einfaches Gesetz zu ergeben scheint, werde ich demnächst berichten.

[1]) Ann. d. Phys. (4) 9, 220 bis 223, 1902.

Friedenau, Optische Anstalt C. P. GOERZ, den 28. Sept. 1912.

Über die Anwendung von Luftresonatoren bei Telephontönen;
von Max Wien.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 17. September 1912.)

(Vgl. oben S. 876.)

Bei der Verwendung des Telephons als Tonquelle oder als Stromanzeiger ist oft eine Verstärkung einzelner Schwingungen, z. B. des Grundtones oder eines der Obertöne, durch Resonanz erwünscht. Dazu kann man elektrische Resonanz anwenden oder, wie beim optischen Telephon und Monotelephon, die Platte einstimmen, oder man kann, wie im folgenden näher besprochen werden soll, einen Luftresonator zwischen Platte und Ohr einschalten.

Will man das Telephon als Tonquelle benutzen, so bildet man den Raum zwischen Platte und Gehäuse zu einem HELMHOLTZschen Resonator mit passender Öffnung aus [1]) (Fig. 1) oder das Telephon wird durch einen Schlauch mit einem HELMHOLTZschen Resonator verbunden. Die Einstimmung solcher Resonatoren auf einen gegebenen Ton erfolgt am einfachsten durch Änderung der Öffnung mittels einer Irisblende.

Die Wirkung des Resonators läßt sich leicht zeigen (Demonstration an Telephontönen, die durch einen an Oberwellen reichen Wechselstrom eines HARTMANN & BRAUNschen Magnet-Induktors hervorgerufen wurden).

Etwas schwieriger liegt die Sache, wenn der Telephonton sehr schwach ist, z. B. bei Nulleinstellungen in der WHEATSTONEschen Brücke. Dann muß man den Resonator durch einen Schlauch mit dem Ohr direkt in Verbindung setzen (Fig. 1, punktiert). Bei sehr schwachen Tönen stört dabei, daß der HELMHOLTZsche Resonator durch seine Öffnung mit der Außenwelt in Verbindung steht und, falls nicht völlige Stille herrscht, fortwährend mehr oder weniger laut der Eigenton zu hören ist, so daß der zu untersuchende Ton nur als Verstärkung hinzukommt. Einpacken des Resonators in

---

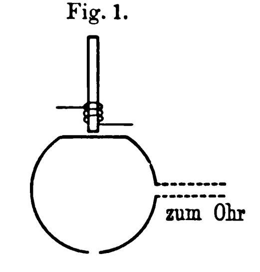
[1]) M. WIEN, Wied. Ann. 36, 838, 1889.



eine weite, mit Watte ausgepolsterte Kiste oder Schachtel vermindert diese Störung, und man kann bei tiefen Tönen den HELMHOLTZschen Resonator in dieser Art mit gutem Erfolg verwenden.

Bei hohen Tönen macht sich die Eigentümlichkeit der direkt mit dem Ohr verbundenen Lochresonatoren merklich, daß die Resonanz bei allzu kleinen Dimensionen des Resonators schlecht wird[1]). Von etwa 500 Schwingungen ab ist der Erfolg der Zwischenschaltung der entsprechend kleinen Resonatoren zwischen Telephon und Ohr nur noch gering.

Fig. 1.



Geschlossene Kugelresonatoren besitzen eine große Anzahl sehr hoher, scharf hervortretender Eigentöne. Die Theorie ist von RAYLEIGH[2]) und THIESEN[3]) ausgearbeitet; experimentell geprüft ist die Theorie meines Wissens bisher noch nicht.

RAYLEIGH stellt die folgende Tabelle für die Eigentöne eines geschlossenen Kugelresonators auf, worin die Frequenz des tiefsten Eigentones gleich Eins gesetzt ist. Für eine Kugel von 20 cm Durchmesser ist die Frequenz des tiefsten Eigentones $N_0 = 1134$. In der Tabelle bedeutet n die Ordnung der Kugelfunktion, k die Anzahl der kugelförmigen Knotenflächen:

N/N_0	n	k			N/N_0	n	k		
1,00	1	0	A	—	2,85	1	1	(A)	(B)
1,61	2	0	A	—	3,25	5	6	A	(B)
2,16	0	0	—	B	3,50	2	1	(A)	(B)
2,17	3	0	A	—	3,71	0	1	—	(B)
2,71	4	0	A	—	3,77	6	0	A	—

Die experimentelle Prüfung der Theorie erfolgte an einem großen Kugelresonator von 60 cm Durchmesser. Entweder wurden die Schallwellen vom Telephon, wie in Fig. 2 A angedeutet, seitlich durch eine an der Oberfläche des Resonators mündende Röhre

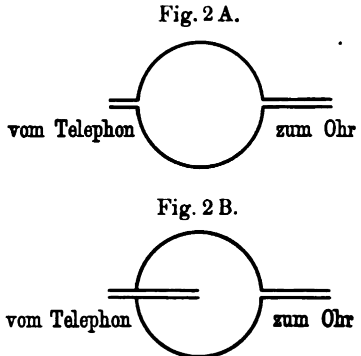
[1]) HELMHOLTZ, „Tonempfindungen", 5. Ausgabe, S. 602; RAYLEIGH, „Theorie des Schalles" II, § 311, S. 238.

[2]) RAYLEIGH-NEESEN, Theorie des Schalles II, S. 303.

[3]) THIESEN, Ann. d. Phys. (4) 24, 401, 1907.

zugeführt oder die Röhre wurde bis zur Mitte der Kugel weitergeführt (Fig. 2 B). Bei enger Zuführung (1 bis 2 mm lichte Weite der Röhrenmündung) war die Resonanz besonders scharf; der Ton des durch eine Wechselstromsirene angeregten Telephons wurde beim Durchgang durch die Resonanz gellend laut. Die bei seitlicher Zuführung laut hervortretenden Töne sind in der Tabelle mit A bezeichnet, die bei der Zuführung in der Mitte mit B; eingeklammerte Buchstaben bedeuten schwächeres Hervortreten der Töne.

Es ergab sich völlige Übereinstimmung mit der Theorie; wie zu erwarten, traten bei Anregung in der Mitte (B) die der Ordnung 0 der Kugelfunktionen entsprechenden Töne hervor, die übrigen bei seitlicher Anregung (A).



Mit diesen Resonatoren lassen sich leicht die ganz hohen Obertöne der Telephonklänge — z. B. 10., 15., 20. — verfolgen; leider kann man dies nicht objektiv demonstrieren. Die genaue Einstimmung der Resonatoren auf einen bestimmten Ton kann durch Ineinanderschrauben der beiden Kugelhälften geschehen. Ein Nachteil der geschlossenen Kugelresonatoren gegenüber dem Helmholtzschen liegt in der großen Zahl der Eigentöne; jedoch ist es günstig, daß dieselben nicht harmonisch sind.

Anwendungen. Damit ist die Möglichkeit erwiesen, Luftresonatoren bei Telephonklängen anzuwenden. Es fragt sich, was man damit machen kann.

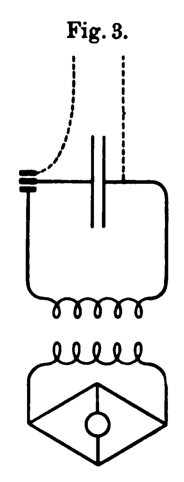
In erster Linie kann man auf diese Weise reine Töne von beliebiger und bekannter Tonhöhe erzeugen, die in beliebiger Stärke miteinander gemischt werden können, was auch für physiologische und ohrenärztliche Zwecke von Bedeutung sein dürfte.

Für den Physiker kommt ferner die Verwendung der Luftresonatoren zur Verstärkung und Reinigung des Telephonklanges in der Wheatstoneschen Brücke in Betracht. Es wird also dadurch das optische Telephon oder Vibrationsgalvanometer ersetzt,

die beide für hohe Töne unempfindlich werden. Bei der scharfen Resonanz der geschlossenen Kugelresonatoren kann man dabei sowohl den Grundton reinigen und verstärken als auch einen beliebigen Oberton isolieren.

Diese scharfe Resonanz bringt jedoch auch eine große Schwierigkeit mit sich, nämlich, daß die Frequenz des Wechselstromes sehr konstant gehalten werden muß. Akustische Stromunterbrecher, die dieser Bedingung genügen würden, funktionieren bei hohen Tönen nicht mehr gut. Bei der Verwendung von Wechselstromsirenen ist es zwar möglich, die Tourenzahl des Motors, wie Herr GIEBE in der Reichsanstalt gezeigt hat[1]), sehr konstant zu erhalten, jedoch bedarf es dazu experimenteller Einrichtungen, die in einem einfachen Universitätsinstitut nicht immer zur Verfügung stehen.

Fig. 3.



Nun gibt es ein naheliegendes Mittel, um dieser Schwierigkeit aus dem Wege zu gehen: man benutzt als Strom die gedämpften Schwingungen von Kondensatorentladungen, die man sich mit Hilfe von Glimmerkondensatoren und passenden Spulen leicht auf die gewünschte Tonhöhe einstimmen kann. Abgesehen von der konstanten Frequenz haben dieselben gegenüber dem kontinuierlichen Wechselstrom den Vorzug, daß die Stromamplitude viel stärker genommen werden kann, ohne daß eine schädliche Erwärmung der Stromleiter zu befürchten wäre, da man zwischen den einzelnen Kondensatorentladungen längere Pausen machen kann. Für die Nulleinstellung mit dem Ohr ist der intermittierende Ton eher von Vorteil. [Demonstration dieser Methode zur Erzeugung von Wechselströmen für die WHEATSTONEsche Brücke (Fig. 3) und der Einwirkung eines geschlossenen Kugelresonators auf die Klangfarbe und Stärke der Töne.] Ich hoffe, daß diese Brückenmethode sich für Frequenzen von 500 bis 10000 gut bewähren wird; mein Assistent, Herr BIRNBAUM, ist damit beschäftigt, sie weiter auszugestalten.

Sehr naheliegend ist die Anwendung der Resonatoren auf die drahtlose Telegraphie mit tönenden Funken. Bei dem

[1]) E. GIEBE, ZS. f. Instrkde. **29**, 205, 1909.

Empfang von Nachrichten an der Grenze der Reichweite ist das gleichzeitige, durch starke Nahstationen verursachte Geräusch störend, da die elektrische Resonanz oft nicht ausreicht, um sich davor zu schützen. Man könnte nun diese Störung verringern, indem man ein Telephon in Verbindung mit einem Kugelresonator benutzt, der auf die Frequenz der tönenden Funken eingestimmt ist. Voraussetzung dabei ist, daß die Sendestation die Funkenzahl, d. h. die Tourenzahl des Generators genau einhält, was sich vielleicht bei Großstationen ermöglichen ließe. Schlimmer ist ein anderer Umstand: bei ausgeprägter Resonanz erfordert das An- und Abklingen Zeit, so daß bei schnellem Telegraphieren die Zeichen — Punkte und Striche — ineinander übergehen. (Demonstration mit größerer Funkenfrequenz.) Man müßte also zwischen den einzelnen Zeichen längere Pausen machen, würde also nur langsam telegraphieren können.

Wenn auch hiernach die Anwendung in der drahtlosen Telegraphie auf praktische Schwierigkeiten stoßen dürfte, so glaube ich, daß das Telephon in Verbindung mit Luftresonatoren als Tonquelle und als Stromanzeiger in der Wechselstrombrücke sich recht brauchbar erweisen wird.

Zur Absorption der γ-Strahlen des RaC;
von Alois Brommer.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 17. September 1912.)

(Vgl. oben S. 876.)

Während die α- und β-Strahlen der radioaktiven Substanzen in ihrer Reichweite bzw. in ihrem Absorptionskoeffizienten eine charakteristische Konstante besitzen, ist das bei den γ-Strahlen im allgemeinen nicht der Fall. Die Verhältnisse sind hier auch weit komplizierter. Schon die Tatsache, daß jede γ-strahlende Substanz stets auch β-Strahlen aussendet, bedeutet eine große Schwierigkeit; denn die Trennung der beiden Strahlengattungen ist praktisch nicht einfach durchzuführen, da sowohl bei der magnetischen Ablenkung der β-Strahlen als auch bei ihrer Absorption trotz der verhältnismäßig geringen Dicke der zu ihrer vollständigen Eliminierung notwendigen Schichten immer wieder Sekundärstrahlen von β-Charakter entstehen. Da schließlich auch in der Ionisationskammer durch die primäre γ-Strahlung an den Wänden stets Sekundärstrahlen erzeugt werden, so hat man also immer mit einem Strahlengemisch zu rechnen.

Grundlegend für die Absorptionsverhältnisse gilt die Intensitätsgleichung $J = J_0 . e^{-\mu d}$, wobei d die Schichtdicke und μ den Absorptionskoeffizienten darstellt. Ist diese Gleichung für einen weiten Bereich der Schichtdicken exakt erfüllt, dann wird die Strahlungsgattung als homogen angesprochen und ist durch den Absorptionskoeffizienten charakterisierbar.

Die Versuchsanordnung ist fast überall dieselbe. Als Meßapparat wird meist ein Bleielektroskop verwendet, in einiger Entfernung davon befindet sich die Strahlungsquelle, und dazwischen sind die absorbierenden Schichten angebracht. Je nach der Lage derselben weichen die Beobachtungsresultate in der Literatur ziemlich merklich voneinander ab; so erhalten für ziemlich gleiche Schichtdicken und ähnliche Versuchsanordnung für RaC bei Blei Soddy und Russell für μ (cm^{-1}) 0,50, Allen 0,55, Chadwick 0,68. Weit auffallender sind die großen Diskrepanzen, welche

die Werte des Absorptionskoeffizienten des RaC aufweisen, wenn die Untersuchungen für größere Bereiche der Schichtdicken ausgedehnt werden. Meist zeigt μ mit wachsender Schichtdicke der durchstrahlten Substanz eine merkliche Abnahme. Für Blei gibt MacChelland (1904) zwischen 0,8 und 2,3 cm Pb eine Abnahme des Absorptionskoeffizienten von 0,64 bis 0,44 an, Eve (1907) zwischen 0,6 und 2,4 cm Pb 0,57 bis 0,46, Tuomikoski (1909) zwischen 0,4 und 18 cm Pb Werte von 0,70 bis 0,25. Dies deutet auf eine Heterogenität der Strahlung hin, und es wurden daher auch von Kleemann und Madsen (1909) alsbald Versuche unternommen, diese heterogenen Strahlen in Gruppen von homogenen zu analysieren. Im Gegensatz zu obigen Untersuchungen fanden Soddy und Russell (1910) innerhalb sehr weiter Grenzen der Schichtdicken von 2 bis 22 cm Pb die Exponentialbeziehung vollkommen bestätigt, und zwar für $\mu = 0{,}50$, und somit die Homogenität erwiesen. Für geringe Schichtdicken, bis gegen 2 cm Pb, wird der Abfall des μ von 0,70 bis 0,50 auch von Russell [1]) als reell anerkannt. Doch auch diese ihre Ergebnisse waren der Kritik ausgesetzt und wurden durch die umfangreichen Untersuchungen, die Allen in der Physical Review (1911 bis 1912) veröffentlichte, nicht vollkommen bestätigt. Er findet im Gegensatz zu ihnen bei den verschiedensten absorbierenden Medien die früher erwähnte Abnahme des μ bei zunehmender Schichtdicke wieder bestätigt.

Mit Untersuchungen über Sekundärstrahlen beschäftigt, wollte ich, da mir eine ähnliche Versuchsanordnung zur Verfügung stand, diese fragliche Abnahme des μ auf ihre Realität prüfen. Auf einer horizontalen, mit einer Längeneinteilung versehenen Bank waren drei Tischchen verschiebbar. Das erste trug die Strahlungsquelle (als solche dienten die Standardpräparate des Wiener Radium-Institutes von 40 bzw. 237, 333 und 681 mg $RaCl_2$), auf dem zweiten befanden sich die Absorptionsplatten aus Blei ($3 \times 3\,dm^2$ Querschnitt), auf dem dritten stand der Meßapparat. Als solcher diente das Wulfsche Elektrometer mit einem auf seinem Halse aufgesetzten Ionisationskästchen von $8 \times 10 \times 10\,cm^3$, in welches zentriert der Zerstreuungsstift hineinragte. Das Kästchen bestand aus Weißblech und wurde mit einer 3 mm dicken

[1]) Jahrb. d. Radioakt., Heft 3, 1912.



Bleikappe bis auf die Vorderseite, die aus dünner Al-Folie bestand, allseits umkleidet. Damit die Ionisation auf diese Kammer beschränkt bleibe, wurde das Elektrometer selbst durch einen vorgestellten 10 cm dicken Bleiklotz bzw. durch eine mit Hg gefüllte Wanne geschützt. Vorversuche zeigten, daß die daran entstehenden Sekundärstrahlen von keinem merklichen Einfluß auf das Messungsresultat sind. Zur Eliminierung der β-Strahlen wurden die Präparatgläschen mit einem 1,3 mm dicken Bleimantel umgeben. Durch täglich wiederholte Isolationsproben wurde die natürliche Zerstreuung des Apparates ermittelt und dann entsprechend in Abzug gebracht. Der durch die Strahlung hervorgebrachte Sättigungsstrom wurde durch den pro Zeiteinheit erzeugten Spannungsverlust in Volt/Min ausgedrückt.

Je nach der Stellung der absorbierenden Platten wurden verschiedene Intensitäten festgestellt. Wurden die Absorptionsschichten nur ein wenig vom Präparat entfernt, so war damit ein sehr merklicher Anstieg der Intensität verbunden, der sich allmählich verflachte und ein schwach ausgeprägtes Maximum in etwa zwei Drittel der Entfernung Präparat—Meßapparat erreichte, um dann wieder ziemlich rapid abzufallen und schließlich bei vollständiger Annäherung der Platten an den Ionisationsraum noch unter den Anfangswert herabzusinken. Nur bei ganz dünnen Bleiplatten verflachten sich die Kurven fast zu einer Geraden, sonst aber trat der eben geschilderte Typus um so ausgeprägter hervor, je dicker und je kleiner die Schichten waren. Dies zeigte sich, als vom ursprünglichen Querschnitt von $3 \times 3\,\mathrm{dm}^2$ abgegangen und zur Vereinfachung der Versuchsanordnung derselbe der Vorderwand der Ionisationskammer gleich gemacht wurde (also $1 \times 1\,\mathrm{dm}^2$). Auch wenn die an der Vorderwand befindliche Al-Folie durch eine Bleiplatte ersetzt wurde, blieb der Charakter der Kurve, wenngleich ein wenig verflacht, doch vollkommen erhalten. Bestimmungen des Absorptionskoeffizienten bei verschiedener Stellung der Platten wiesen starke Abweichungen auf, und auch die oben erwähnte Abnahme des μ wurde konstatiert.

Gerade die Tatsache, daß mit Verdickung und Verkleinerung der absorbierenden Schichten die Intensität der Strahlung von der Stellung der Platten um so mehr beeinflußt wird, ferner, daß die Kurve sich abhängig erweist von der Lage der ganzen



Anordnung im Beobachtungsraum, alles das deutet auf die Ursache dieser Intensitätsänderung hin. Diese liegt in den durch die Primärstrahlung in der weiteren Umgebung erzeugten Sekundärstrahlen. Unter diesem Gesichtspunkte ist die Kurve verständlich. Der anfängliche starke Anstieg findet seine Erklärung darin, daß durch das Wegrücken der Bleiplatten vom Präparat alsbald ein Großteil des umgebenden Raumes der Primärstrahlung ausgesetzt ist und die dadurch erzeugte Inzidenzstrahlung auf den Meßapparat einwirkt und so die Intensität merklich erhöht. Je nach den speziellen Verhältnissen wird dann das Maximum der Intensität erreicht, und bei weiterer Annäherung der Platten an die Ionisationskammer findet eine allmähliche Ablenkung der Sekundärstrahlen statt, wodurch das Sinken der Intensitätswerte verständlich erscheint. Nunmehr ist auch die starke Beeinflussung der Messungsergebnisse von der jeweiligen Versuchsanordnung erklärlich, ferner auch die Abnahme der Werte von μ bei steigender Schichtdicke. Die obige Gleichung sollte eigentlich folgende Form $J = J_0 . e^{-\mu d} + C$ erhalten, wobei das additive Glied C den Inbegriff der aus der Umgebung stammenden Sekundärstrahlung, eventuell vermehrt um zerstreute Primärstrahlen, darstellt, die bei einer bestimmten Stellung der Absorptionsschichten in erster Annäherung einer Konstanten gleichzusetzen ist, auch wenn die Dicke dieser Schichten verändert wird. Die bisher gewöhnliche Bestimmung des Absorptionskoeffizienten aus zwei Intensitätsmessungen nach der Gleichung

$$\frac{J_1}{J_2} = e^{-\mu(d_1 - d_2)} \quad \text{bzw.} \quad \mu = \frac{\text{log nat. } J_1 - \text{log nat. } J_2}{d_2 - d_1}$$

ist insofern unrichtig, als jeder der beiden Numeri im Zähler um das Glied C zu vergrößern ist, wodurch bei wachsender Schichtdicke die Differenz im Zähler gegenüber der immer größer werdenden Differenz im Nenner zurückbleibt; die Folge davon ist die Abnahme des Absorptionskoeffizienten bei Zunahme der Dicke der absorbierenden Medien.

Auch manche andere Erscheinungen dürften durch entsprechende Rücksichtnahme auf diese aus der weiteren Umgebung kommenden sekundären Strahlen eine andere Deutung erfahren, so z. B. das bis jetzt noch nicht erklärte unbegrenzte Fortschreiten des sogenannten Härtungsprozesses, der bekanntlich darin besteht, daß die γ-Strahlen nach dem Durchgange durch eine Bleischicht

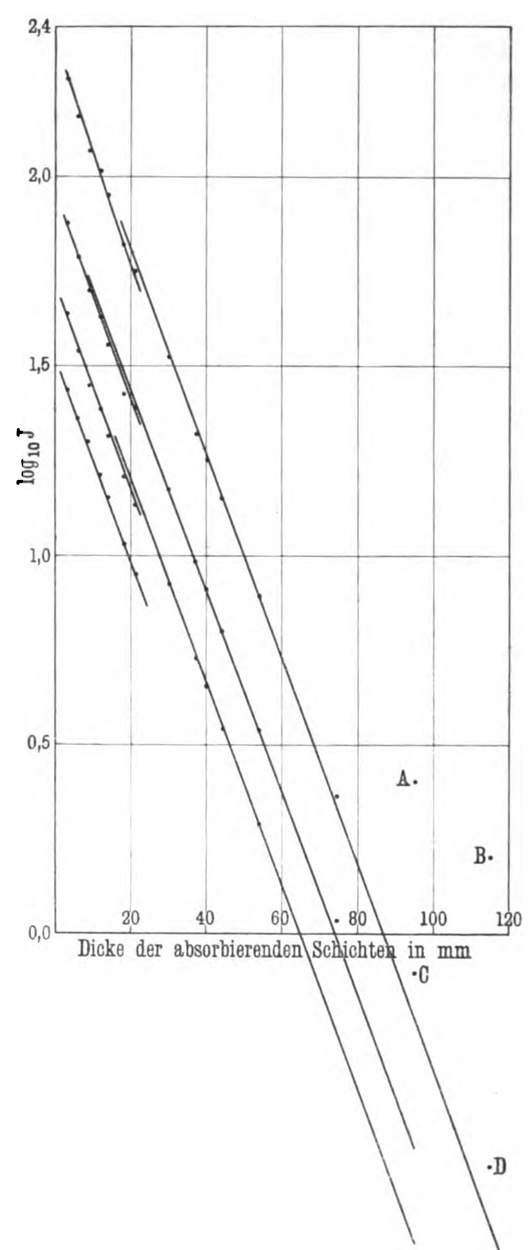
für hinterher geschaltete Medien anscheinend immer durchdringungsfähiger werden. Nach dem Obigen liegen die Verhältnisse ähnlich wie bei dem Fallen der Werte für μ bei zunehmender Dicke der Absorptionsschichten. Ähnliches wäre auch bezüglich des Curieeffektes zu sagen.

Es sei noch kurz erwähnt, daß der bedeutende Einfluß der aus der Umgebung kommenden Strahlen, die um die absorbierenden Schichten herum auf den Meßapparat einwirken, auch durch Experimente im Freien nachgewiesen wurde, ferner durch magnetische, sowie durch Fluoreszenzversuche.

Bei den nunmehr durchzuführenden Bestimmungen des Absorptionskoeffizienten galt es jetzt, obige Fehlerquelle zu vermeiden. Da eine auch nur halbwegs genaue Bestimmung des Wertes von C ausgeschlossen ist, so muß durch die Versuchsanordnung verhindert werden, daß ein Teil des Beobachtungsraumes der direkten unverminderten γ-Strahlung des Präparates ausgesetzt ist und durch seine dadurch sehr kräftige sekundäre Inzidenzstrahlung im Verein mit zerstreuten Primärstrahlen die Ergebnisse stört. Dies kann nur dadurch geschehen, daß die Strahlungsquelle von dem absorbierenden Medium allseits umschlossen wird. Zu diesem Zwecke senkte ich die Präparate in Quecksilber ein. Für geringe Schichtdicken (von 3,6 bis 20,5 mm) standen sieben verschiedene zylindrische Messinggefäße zur Verfügung. Die β-Strahlung war auch bei den geringsten Dicken vollständig ausgeschaltet. Die Präparatbehälter wurden dann genau zentriert und koaxial in den mit Hg gefüllten Zylinder eingeführt; dabei wurde streng darauf geachtet, daß ober- und unterhalb der Strahlungsquelle sich eine der seitlich zu durchstrahlenden Schichtdicke gleiche Quecksilberschicht befand. Für Schichtdicken von 30 bis 75 mm wurden Glasgefäße von zylindrischer Form verwendet. Die verschiedene materielle Beschaffenheit der Behälter sowie Unterschiede der Wandstärke wurden unter Annahme der Gültigkeit des Gesetzes $\frac{\mu}{D}$ = Constans entsprechend in Rechnung gezogen. Diese Messungen wurden in drei bzw. vier verschiedenen Distanzen des Präparates vom Meßapparat (nämlich in 50, 100, 150 und 200 cm) durchgeführt.

Diese eben beschriebene Versuchsanordnung ist gewiß nicht vollkommen einwandfrei und steht gegenüber der idealen Anlage,





bei welcher sich die Strahlungsquelle im Zentrum einer mit dem absorbierenden Medium erfüllten Kugel befindet, zurück. Solche Kugeln standen mir nicht in genügender Anzahl zu Gebote.

Die Ergebnisse sind aber immerhin recht befriedigend. Schon die Tatsache, daß das Entfernungsgesetz durchaus recht genau erfüllt ist, sobald ein und derselbe Zylinder in verschiedenen Distanzen vom Elektrometer stand, sowie die relative Einfachheit der Anordnung spricht für ihre Verwendbarkeit zu Absorptionsmessungen. Die Ergebnisse der letzteren sind aus der Figur zu ersehen. Die Einordnung der Punkte für $\log_{10} J$ in Gerade zeigt, daß das Exponentialgesetz rein erfüllt ist. Die Tatsache, daß bei den niederen Schichtdicken die Geraden ein wenig nach abwärts verschoben erscheinen, weist vielleicht auf die nicht vollständige Gültigkeit des obigen Dichtengesetzes hin, nach welchem der früher er-

wähnte Ausgleich vollzogen wurde. Der Parallelismus der Geraden zeigt aber, daß der Absorptionskoeffizient innerhalb sehr weiter Grenzen gleich bleibt. Er beträgt nach diesen Messungen bei Quecksilber 0,641, für Blei bedeutet dies 0,538, also um etwa 8 Proz. höher als die Werte von SODDY und RUSSELL.

Des übergroßen Seitendruckes halber ist für größere Schichtdicken die früher erwähnte Bedingung, oben, unten und seitwärts gleich starke Quecksilberschichten zu haben, nicht mehr erfüllbar; dann aber fallen die betreffenden Punkte sofort aus den entsprechenden Geraden heraus, siehe Punkte A und B; wenn aber die fehlenden Quecksilberschichten durch auf- und untergelegte äquivalente Bleiplatten ersetzt werden, ordnen sich die Punkte (C und D) wieder ziemlich gut ein.

Es steht zu erwarten, daß durch die allseitige Umschließung der Strahlungsquelle mit der absorbierenden Substanz noch mancher der bisher als heterogen angesehenen γ-Strahler sich als homogen erweisen wird, was für die Vergleichung der radioaktiven Substanzen auf Grund der γ-Strahlung von hohem Wert sein wird.

Wien, Radium-Institut.



Helium in Thermalquellen und Erdgasen;
von H. Sieveking und L. Lautenschläger.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 17. September 1912.)

(Vgl. oben S. 876.)

Vorliegende Untersuchung bildet den Abschluß einer Reihe von Arbeiten, die die Verfasser teils mit C. ENGLER, teils auf dessen Anregung ausgeführt haben. Es handelt sich dabei um die Radioaktivität der Thermalquellen Badens und angrenzender Länder. Einen notwendigen Abschluß bildet die vorliegende Untersuchung, deren Hauptzweck war, nach einer Beziehung zwischen der Radioaktivität und dem Heliumgehalt zu suchen; letzteres wurde in den Quellstollen, den Quellgasen, dem Wasser und den Sedimenten, sowie in einzelnen Erdgasquellen festgestellt und — gesondert von den anderen Edelgasen — quantitativ bestimmt.

Ältere Untersuchungen, deren Ergebnisse wir uns zunutze machten, sind die Arbeiten von RAMSAY und seinen Mitarbeitern TRAWERS und MORRIS, von DEWAR, MOUREU und VOLLER und WALTER. Frühere Darstellungen der Edelgase beruhen einmal auf deren Eigentümlichkeit, nicht in Verbindungen einzugehen, zweitens auf ihrem tiefen Verflüssigungspunkt, drittens auf der zu ihrer Trennung dienenden partiellen Okklusion durch gekühlte Holzkohle. Der Nachweis in Thermalquellen, wo das Helium als stabiles Abbauprodukt des radioaktiven Zerfalls sich anhäuft, ist von KAYSER in Wildbad i. W., später von MOUREU in sehr zahlreichen Fällen erbracht. Wir hatten bei den badischen Quellen Gase, die viel Wasserstoff und Sauerstoff enthielten, wodurch sich viele Abänderungen des MOUREUschen Verfahrens, das im übrigen unserer Arbeit zugrunde liegt, als notwendig erwiesen; ferner beabsichtigten wir, das Helium von den anderen Edelgasen zu trennen, endlich eine quantitative Bestimmung in jedem einzelnen Falle durchzuführen, um nach einer eventuellen Beziehung zwischen Radioaktivität und Heliumgehalt zu suchen.

Unsere Apparatur in ihrer endgültigen Konstruktion besteht aus vier Teilen, die insgesamt ein Volumen von etwa 400 ccm haben.

Der erste Teil dient zur Absorption des Sauerstoffs und zur Befreiung des Gases von Wasserdampf und CO_2; er umfaßt einen Ofen mit reduzierten Cu-Spiralen bei 500° und Vorlagen von $CaCl_2$, 50 proz. KOH-Lösung, P_2O_5 und Natronkalk. Dieser Teil wird mit der Wasserpumpe evakuiert und aus einem Gasometer das zu untersuchende Gas in ihn eingeführt.

Der zweite Teil dient zur Gewinnung des rohen Edelgasrestes.

Der Hauptbestandteil ist ein nach Art der SPRENGEL schen Hg-Luftpumpe wirkender Zirkulationsapparat. Das Hg im Fallrohr reißt die Gasblasen mit sich, schafft sie aber nicht in die Atmosphäre, sondern durch ein System von Öfen und Vorlagen. In dem Verbrennungsofen befindet sich ein Gemisch von sechs Teilen Magnesiumpulver und 1,5 Teilen Na und 30 Teilen frisch geglühten, gepulverten Calciumoxyds.

Längeres Zirkulieren in diesem Teil bewirkt eine automatische Evakuierung, da alles bis auf die Edelgase absorbiert wird. Am Manometer erkennt man, ob der Prozeß beendet ist.

Der dritte Teil, der sogenannte PLÜCKER sche Teil, dient zur vollkommenen Reinigung des Edelgasrestes und zur Trennung der Edelgase, sowie zum qualitativen optischen Nachweis. Er enthält wieder einen Verbrennungsofen, der mit Kupferoxyd und HEMPEL schem Gemisch oder Calciummetall gefüllt und vor dem Versuch auf 500° angeheizt wird; ferner enthält er in flüssige Luft eingetauchte Kühlgefäße, die teils mit Holzkohle gefüllt sind, teils schlangenförmig gewunden, sonst leer sind. Als Plückerrohr dienten elektrodenlose Röhren; spektrographiert wurde mit einem großen Quarzspektrographen von STEINHEIL. Ausgepumpt wurde mit einer Gaedepumpe. Der vierte Teil dient zur quantitativen Bestimmung des Heliums, nachdem die anderen Edelgase „ausgefroren“ sind. Der Gasrest wird einer Zirkulation durch die Sprengelpumpe unterworfen, und zwar diesmal in einem Meßzylinder zusammengepumpt. Der Prozeß ist beendet, wenn sich in der Apparatur vollständiges Vakuum eingestellt hat; das Helium befindet sich zum Schluß in einem in Kubikmillimeter geeichten Röhrchen über Hg und kann somit leicht bestimmt werden.



Ergebnisse der Untersuchung.

I. Stollengase.

Name des Gases	Aktivität in Volt/Stdn. (gemessen mit dem Engler-Sieveking schen Fontaktoskop	Heliumgehalt in Vol.-Proz. bei 0° und 760 mm Hg
Kirchenstollen Baden-Baden	3200	0,015
Murquellenstollen „	2000	0,004
Hauptstollen „	470	0,001
Ursprungsstollen „	460	0,001
Büttquellenstollen „	4770	0,003
Markgrafenstollen Badenweiler	900	0,004
Warme Ausströmungen am Deckershof	500	0,0002
Gewöhnliche Luft (Karlsruhe)	inaktiv	0,00018

II. Quellgase.

Name des Gases	Zusammensetzung	Aktivität in Volt/Stdn.	Heliumgehalt in Vol.-Proz.
Quellgas im Elsaß	47,7 Proz. CO_2 46,6 „ N 5,7 „ CH_4	17–18000	0,38
Quellgas von Wildbad	3,0 „ CO_2 97 „ N + Edelgase (5 Pr.)	unbestimmbar	0,71
Quellgas von Baden-Baden Höllgasstollen	3 Proz. CO_2 97 „ N (viel H dabei)	600	0,85

III. Erdgase.

Name des Gases	Aktivität in Volt/Stdn.	Heliumgehalt in Vol.-Proz.
Erdgas aus Neuengamme[1])	600	0,025
Erdgas aus Siebenbürgen	2000	0,007

[1]) Nach Voller und Walter 0,01 bis 0,02.

IV. Quellwasser und Quellsedimente.

Name	Aktivität in Volt/Stdn.	Heliumgehalt in Vol.-Proz.
Thermalwasser aus dem Friedrichsstollen	400	0,009
Schlamm der Klosterquelle	4000 pro 125 g	0
Uranhaltiger Eusinchit	30	Spuren

Aus den Tabellen geht hervor:

1. In allen Stollen ist ein erhöhter Heliumgehalt wahrzunehmen.

2. Die Quellgase enthalten wesentlich mehr Helium, wohl in erster Linie, weil die Stollengase mit der Außenluft kommunizieren.

3. Eine zahlenmäßige Beziehung zwischen Radioaktivität und Heliumgehalt ist nicht zu erkennen, aber auch aus dem unter 2. angegebenen Grunde nicht zu erwarten.

Die Entnahme der Gase ist zum Teil mit sehr erheblichen technischen Schwierigkeiten verbunden.

Karlsruhe, Juli 1912. Techn. Hochschule.

Zungenpfeifen mit konischen Ansatzrohren;
von Edm. Hoppe.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 17. September 1912.)

(Vgl. oben S. 876.)

Seitdem DUHAMEL[1]) und ZAMMINER[2]) nachgewiesen hatten, daß die Eigentöne konischer, an beiden Seiten offener Röhren gleich seien den Eigentönen zylindrischer Röhren, hat man die konischen Ansatzrohre der Zungenpfeifen als äquivalent den zylindrischen behandelt und speziell die Resultate der WEBERschen[3]) Versuche mit engen zylindrischen Ansatzrohren auf die konischen übertragen. Da die Untersuchungen v. HELMHOLTZ' sich nur auf weiche Zungen beziehen, wie sie bei den Orgelpfeifen nicht vorkommen, ist die HELMHOLTZsche Theorie nicht anwendbar, wenn es sich um schwere metallische Zungen handelt. Die Versuche sind mit 4 Pfeifen: I. $n = 64$, II. $n = 61{,}36$, III. $n = 167{,}27$, IV. $n = 348$, und mit 10 Ansatzrohren ausgeführt, wo die Eigentöne der 10 Ansatzrohre folgende sind: 1. $n = 533{,}8$, 2. $n = 528{,}3$, 3. $n = 454{,}1$, 4. $n = 402{,}7$, 5. $n = 256{,}9$, 6. $n = 209{,}1$, 7. $n = 185{,}7$, 8. $n = 172{,}5$, 9. $n = 133{,}7$, 10. $n = 121{,}5$. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die wirklichen Ergebnisse und deren Abweichung von den nach der Übertragung der WEBERschen Versuche auf konische Rohre zu erwartenden Ergebnissen, welche in den Rubriken: „theoretisch“ aufgeführt sind. Die Zahlen geben die wirklichen Tonhöhen, 0 bedeutet, daß keine Tonerniedrigung stattfinden sollte; ∞, daß der Ton verschwindet; ∞ unter einer Zahl bedeutet, daß der Ton anfangs erniedrigt war, aber dann ganz verschwand. Die in der Tabelle gegebenen Beobachtungen sind mit einem Winddruck 3,8 g pro Quadratzentimeter gemessen. Ein * in der Tabelle bedeutet, daß das Ansatzrohr neben der Erniedrigung auch noch die Resonanz mit seinem eigenen Grundton bietet. T. bedeutet Ton, kl. T. bedeutet kleiner ganzer Ton usw.

---

[1]) LIOUVILLE Journ. **14**, 98, 1849.
[2]) Pogg. Ann. **97**, 173, 1856.
[3]) WEBERS Werke **1**, 207, 257, 265, 276, 292.

Tabelle I.

Ansatzrohr	Pfeife I		Pfeife II		Pfeife III		Pfeife IV	
	beob.	theoret.	beob.	theoret.	beob.	theoret.	beob.	theoret.
1	60,8*	0	0*	0	158,1	½ T.	∞	Quart
2	60,0	0	60,0	0	156,7	½ T.	326,0 ∞	Quinte
3	∞	0	57,5	0	156,7	1 kl. T.	326,0 ∞	Sext.
4	59,0	0	0	0	158,0	1 gr. T.	∞	Sept.
5	56,8*	½ T.	58,9	½ T.	156,7	Quart	329,2	1 kl. T.
6	0*	½ T.	0*	½ T.	157*	Sext.	322,0 ∞	kl. Terz
7	60,8 ∞	1 kl. T.	0	½ T.	156,8	Sept.	335,0	Quart
8	0* ∞	1 gr. T.	59,1	1 kl. T.	160,2	Sept.	0	Quart
9	58,2	kl. Terz	57,5	1 gr. T.	162,5	0	320,5	½ T.
10	0	gr. Terz	0	kl. Terz	0	½ T.	337,1	1 kl. T.

Um zu untersuchen, ob das rätselhafte Verschwinden etwa mit der Resonanz zusammenhänge, wurde ein Satz konischer Resonatoren für alle Obertöne von Pfeife I hergestellt. Hält man einen dieser Resonatoren in einer geringen Höhe über die Öffnung der Kanüle, so resonierte er lebhaft, wurde er aber aufgesetzt auf die Kanüle, so verschwand der Ton vollständig und nur das Geräusch des durchfließenden Windes war vernehmbar. Das gleiche Resultat zeigten Pfeife II und III. Dagegen tönte Pfeife IV mit allen Resonatoren ausgezeichnet, meist mit einer geringen Tonerniedrigung, in einem Falle mit Tonerhöhung um eine kleine Terz.

Ich vermutete, daß die Ursache dieser auffallenden Erscheinung in der Weite der unteren Öffnung der Resonatoren läge, daher schloß ich die Kanüle mit einer Irisblende ab, welche jede beliebige Öffnung herzustellen gestattete. Bei allen vier Pfeifen gibt es für jeden bestimmten Druck der Windlade ganz bestimmte Durchmesser der Öffnung, bei welcher der Ton verschwindet. Dieser Grenzwert betrug bei den drei ersten Pfeifen mehr als 5 mm bei 1,5 g Druck, während die untere Öffnung der Resonatoren 3 bis 4 mm Durchmesser hatte. Darum tönten sie bei Pfeife IV, aber nicht bei den drei ersten; ebenso erklären sich die meisten Tonauslöschungen in der Tabelle I auf diese Weise. Um sich ein Bild von dem Zustande der Schwingung zu

verschaffen, betrachte man die beschleunigende Kraft. Für die elastische Zunge ist sie nach EULER $= a . g$, wo a die Amplitude und g eine Konstante der entsprechenden Zunge ist. Für die Schwingungen der Luftsäule ist die Kraft $= a . n . r \operatorname{tang} \frac{(l + \alpha) n . \pi}{c}$, wo a die Amplitude, welche für das an der Zunge liegende Maximum = der Amplitude der Zunge ist, n die Tonhöhe, r eine vom Barometer und Thermometer abhängige Konstante, $l + \alpha$ die HELMHOLTZsche „reduzierte" Länge, c die Schallgeschwindigkeit ist. Der Widerstand durch die angegebene Verengerung der Öffnung von der ursprünglichen Größe Q auf die neue Größe q ist proportional $Q - q$ und umgekehrt proportional a, also die ganze beschleunigende Kraft

$$K = aq - anr \operatorname{tang} \frac{(l + a) n \pi}{c} - \gamma \cdot \frac{Q - q}{a}. \qquad 1)$$

Wenn $K = 0$ ist, kann also gesetzt werden:

$$Q - q = \gamma \cdot a^2. \qquad 2)$$

Geht man von einem bestimmten Wert $Q - q$ als richtig bestimmt aus und bezeichnet ihn mit Q_1, so ist

$$Q_n - Q_1 = \gamma (a_n^2 - a_1^2)$$

und da die Amplitude proportional dem Druck ist:

$$Q_n - Q_1 = \delta (d_n^2 - d_1^2). \qquad 3)$$

Für eine Pfeife kann man also aus einer Beobachtung δ bestimmen und dann die folgenden Q_n berechnen. Die Resultate für Pfeife I und III gibt die folgende Tabelle wieder:

Tabelle II.

Pfeife I				Pfeife III			
Druck	Q_n		Differenz	Druck	Q_n		Differenz
	beobachtet	berechnet			beobachtet	berechnet	
1,5	1184,41	—	—	1,5	143,68	—	—
2,3	1185,5	1185,533	+ 0,033	2,3	146,34	146,529	+ 0,189
3,8	1189,15	1188,915	— 0,235	3,8	152,74	153,053	+ 0,313
5,2	1193,44	1193,571	+ 0,131	5,2	167,07	166,917	— 0,163
6,1	1197,33	1197,31	— 0,02	6,1	176,45	176,45	0

Für alle vier Pfeifen ist dies Verhalten untersucht bei den verschiedensten Druckkräften und die entsprechenden Kurven sind

konstruiert, indem der Druck als Abszisse, die Größe der Fläche Q_n als Ordinate aufgetragen wird. Die Kurven geben sehr exakt die Gleichung 3) wieder.

Die Gleichung 1) lehrt, daß für jede Pfeife durch Vergrößerung von Q_n der Ton abgedrosselt werden kann; aber auch wenn $Q - q = 0$ ist, kann doch $K = 0$ werden, wenn

$$g = nr \operatorname{tang} \varphi \qquad 4)$$

ist. Je größer g ist, um so weniger leicht wird dieser Fall eintreten, aber je kleiner g, um so eher. Dies tritt ein bei Pfeife IV, weil hier die Zunge sehr zart und schmal ist. Daher erklären sich die Erscheinungen bei Ansatzrohr 1, 2, 3, 4 und 6 bei Pfeife IV durch Gleichung 4). Andererseits erhält man die größte Tonverstärkung durch das Ansatzrohr, wenn dasselbe mit seinem Grundton gleich dem Eigenton der Zunge ist, weil dann das zweite Glied in Gleichung 1) verschwindet, aber die weite Öffnung des konischen Rohres den Ton sehr verstärkt in die freie Luft entsendet. Für die praktische Herstellung solcher Pfeifen ergibt sich ferner die Forderung, jede Querschnittsverminderung zu vermeiden, um möglichst hohe Tonstärke zu bekommen.

Zur Theorie der Schneidentöne;
von W. König.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 17. September 1912.)

(Vgl. oben S. 876.)

Unter Schneiden- oder Lamellentönen versteht man die Töne, die ein Luftstrom hervorbringt, wenn er gegen eine Schneide oder einen Keil stößt, also die Töne einer Lippenpfeife ohne Pfeifenraum. Über diese Erscheinung ist in den letzten Jahren eine Reihe interessanter Untersuchungen angestellt worden, so von HENSEN, von WACHSMUTH und seinen Schülern, ohne daß man doch bis jetzt einen klaren Einblick in die Entstehungsursachen dieser Töne gewonnen hätte. Als mir vor einiger Zeit Herr GÖLLER aus Stuttgart eine von Herrn WACHSMUTH angeregte Arbeit über Lamellentöne als Dissertation einreichte, hatte ich Veranlassung, mich mit dem Problem zu beschäftigen. Ich hörte bei dieser Gelegenheit zum ersten Male Lamellentöne, und ich muß gestehen, daß ich erstaunt war über die Präzision, mit der sich bei diesen Versuchen eine ganz bestimmte, von den Versuchsbedingungen abhängige Tonhöhe einstellt. Wenn man die Töne hört, so drängt sich einem die Vorstellung auf, daß für die Einregulierung der Tonhöhe ein ganz bestimmtes und ganz einfaches Prinzip wirksam sein muß, ähnlich dem Resonanzprinzip, das die Bewegung einer Saite unter dem Strich eines Bogens auf die Eigenschwingungen der Saite einreguliert. Die bisherigen Erklärungen der Schneidentöne enthalten nichts von einem solchen Prinzip. Ein Körper mit Eigenschwingungen ist in diesem Falle nicht vorhanden, und ob man die Töne aus der Reibung der Luft an den Keilwänden oder aus den Pendelungen der Lamelle ableiten will, ich sehe nicht, daß man aus solchen Vorstellungen irgend eine greifbare Beziehung zur Tonhöhe gewinnen kann. Ich habe mir nun folgende Vorstellung darüber gebildet.

Wenn durch irgend eine Anregung an der Keilkante in der strömenden Lamelle eine Störung entsteht, etwa eine plötzliche Stauung, so wird eine Verdichtungswelle sich mit Schallgeschwindigkeit nach allen Seiten von der Kante aus verbreiten. Wenn sie



an die Öffnung kommt, aus der der Luftstrom austritt, so wird sie hier eine Störung in der Ausströmungsgeschwindigkeit verursachen, die nun von dem Luftstrom mit seiner Strömungsgeschwindigkeit fortgetragen wird und an der Schneide eine neue Störung verursacht. Die Zeit zwischen der Störung und ihrer Wiederholung ist leicht zu berechnen. Ist a der Abstand der Öffnung von der Schneide, c die Schallgeschwindigkeit und v die Strömungsgeschwindigkeit der Lamelle, so beträgt die Zeit, die die Störung braucht, um von der Schneide bis zur Öffnung zu gelangen, a/c und die Zeit, die sie braucht, um von der Öffnung nach der Schneide zurückzuwandern, a/v, die ganze Zeit der Periode also $\frac{a(c+v)}{c \cdot v}$. Wenn aber, wie es denkbar ist, die erste Verdichtung eine Verdünnung in der Lamelle erzeugt, so würde die zweite Störung eine Verdünnungswelle sein, und erst die dritte Störung würde wieder eine Verdichtung sein. Dann wäre also die Zeit einer ganzen Periode $2 \cdot \frac{a(c+v)}{c \cdot v}$ oder die Schwingungszahl wäre $n = \frac{c \cdot v}{2a(c+v)}$. Da c auf alle Fälle sehr groß gegen v ist, so kann man dafür schreiben: $n = \frac{v}{2a}$.

Ich habe Herrn Göller veranlaßt, sein Beobachtungsmaterial auf diese Beziehung hin zu prüfen. Er hatte die Abhängigkeit der Tonhöhe von dem Abstand untersucht; seine Zahlen ergaben, daß in der Tat $a \cdot n$ sehr nahe konstant ist. Die Kurven, die diese Abhängigkeit darstellen, machen durchaus den Eindruck gleichseitiger Hyperbeln. Er hat ferner die Strömungsgeschwindigkeit aus der Menge des ausgeflossenen Gases und dem Querschnitt des Spaltes, durch den es ausströmte, beurteilt und gefunden, daß die Schwingungszahl mit der Strömungsgeschwindigkeit proportional ist. Endlich hat sich ergeben, daß der Faktor, mit dem man v/a multiplizieren muß, um n zu erhalten, zwischen 0,4 und 0,5 liegt für diejenigen Töne, die in größter Nähe der Öffnnng entstehen. Diese Beobachtungen würden also durchaus zugunsten der vorgetragenen Anschauung sprechen. Daß der Faktor etwas kleiner als $1/2$ ausfällt, könnte durch eine ungenaue Bestimmung der Geschwindigkeit bedingt sein, oder auch dadurch, daß vielleicht der Ausgangspunkt der Störung nicht genau an der Kante liegt, sondern etwas dahinter.



Aber ich muß Ihnen nun doch gestehen, daß diese einfache Theorie nicht ausreicht und daß die Erscheinungen wesentlich komplizierter sind. Die Tonbildung ist an bestimmte Grenzen gebunden. Sie beginnt nicht mit den höchsten hörbaren Tönen in ganz kleinen Abständen vom Spalt, sondern erst bei einem Abstande von etwa 3 mm mit Schwingungszahlen von etwa 1000 bis 1500 je nach der Strömungsgeschwindigkeit. Von dieser Tatsache gibt die Theorie keine Erklärung. Vergrößert man von diesem Grenzabstande aus, den wir a_0 nennen wollen, den Abstand a, so sinkt die Tonhöhe nach dem angegebenen Gesetz, aber nur bis zu Abständen in der Nähe von $2a_0$. Dann springt die Tonhöhe auf etwas mehr als den ursprünglichen, für a_0 geltenden Wert, um bei weiterem Wachsen des Abstandes von neuem zu sinken und bei Abständen in der Nähe von $3a_0$ noch einmal in die Höhe zu schnellen und dann die Tonreihe ein drittes Mal zu durchlaufen. Für jedes dieser drei Intervalle ist nach den Messungen von Herrn Göller die Größe $\frac{a \cdot n}{v}$ sehr nahe konstant. Während aber die Konstante im ersten Intervall im Mittel den Wert 0,42 hat, ist sie im zweiten Intervall ein wenig kleiner als 1, und im dritten Intervall ein wenig kleiner als 1,5. Auch von diesen Eigentümlichkeiten gibt die einfache Theorie, die ich vorhin entwickelt habe, noch keine Rechenschaft. Ein Umstand, durch dessen Berücksichtigung sich die Theorie vervollständigen ließe, könnte der folgende sein. Die Geschwindigkeit, mit der eine Störung von der Kante nach der Öffnung fortschreitet, ist in der umgebenden ruhenden Luft gleich der Schallgeschwindigkeit c, in der Lamelle aber gleich $c - v$. Infolge dieser Differenz müssen beim Fortschreiten der Störung Druckdifferenzen zwischen dem Inneren der Lamelle und ihrer Umgebung entstehen. Vielleicht sind diese die eigentliche Ursache für die Beeinflussung der Lamelle und damit für die Tonbildung. Vielleicht aber lassen sich auch die älteren Beobachtungen über die Pendelung der Lamelle zur weiteren Erklärung der Erscheinungen heranziehen und mit den obigen Anschauungen vereinigen. Darüber hoffen wir durch weitere experimentelle Untersuchungen Aufschluß zu gewinnen.

Anwendung des Dreiplattenkondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper;

von E. Grüneisen und E. Giebe.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 19. September 1912.)

(Vgl. oben S. 877.)

Mit der zunehmenden technischen Verwendung von Wechselströmen sehr hoher Spannung haben die dielektrischen Eigenschaften der zur Isolierung dienenden Materialien, wie z. B. des Porzellans und der sogenannten Ausgußmassen, eine erhöhte praktische Bedeutung gewonnen. Gelegentlich der Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten (D.-K.) derartiger Isolatoren, die der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Form planparalleler Scheiben zur Prüfung eingesandt waren, stellte sich heraus, daß die gebräuchliche und jedenfalls bequemste Methode für diesen Zweck viel zu wünschen übrig läßt. Sie besteht darin [1]), daß die Isolatorscheibe zwischen zwei parallele, reichlich kleinere Kreisplatten eines Luftkondensators gebracht wird. Bedeutet a dessen Plattenabstand (klein gegen den Radius), C_0 die Kapazität mit Luft, C die Kapazität mit eingeschobenem Körper von der Dicke δ und der D.-K. D, so ist

$$\frac{1}{D} = 1 - \frac{a}{\delta}\,\frac{C - C_0}{C}.$$

Nach dieser Vorschrift wurde z. B. für eine Porzellanscheibe von etwa 2 cm Dicke und 30 cm Durchmesser mit einem Zweiplattenkondensator von 16 cm Plattendurchmesser und 2,2 cm Plattenabstand die D.-K. 3,8 gemessen [2]) statt des wahren Wertes 5,8.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie man die genannte Methode einwandfrei gestalten kann.

---

[1]) F. Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik, 11. Aufl., 1910, S. 617, 2b.

[2]) Das bei F. Kohlrausch, l. c. Nr. 3, ebenfalls angegebene Plattenverschiebungsverfahren ergab noch bedeutend kleinere Werte.

Die Fehler des gebräuchlichen Verfahrens rühren daher, daß die Annahme gemacht wird, alle Kraftlinien verliefen geradlinig und senkrecht von einer Platte zur anderen, woraus sich für die Kapazität der Näherungswert Fläche/$4\pi \times$ Abstand ergibt. Nun zeigt aber die bekannte von G. Kirchhoff für den Zweiplattenkondensator abgeleitete genaue Formel, daß die Randwirkung und die Teilkapazität gegen Erde selbst bei einem im Verhältnis zum Plattenabstand sehr großen Plattendurchmesser eine recht wesentliche Korrektion bedingen. So macht z. B. für einen Kondensator von 50 cm Plattendurchmesser bei 1 cm Abstand die Kirchhoffsche Korrektion noch etwa 10 Proz. der nach der Näherungsformel berechneten Kapazität aus, wovon auf die Randwirkung allein 5 Proz. entfallen. Man wird also bei Anwendung der Näherungsformel, da man praktisch mögliche Kondensatorabmessungen innehalten muß, beträchtliche Fehler machen können, die um so größer werden, je größer die D.-K. und der Luftspalt ($a - \delta$ in obiger Formel) sind.

Der nächstliegende Weg scheint nun zu sein, den ganzen Raum zwischen den Kondensatorplatten mit dem festen Dielektrikum auszufüllen, also etwa Belegungen aus Stanniol auf das Dielektrikum zu pressen oder zu kleben, und die Kapazität in Luft statt durch Messung durch Berechnung nach Kirchhoffs Formel zu ermitteln. Diese lautet[1]) für unendlich dünne Kreisplatten vom Radius R und Plattenabstand a bei Erdung einer Platte:

$$C = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{4\pi}\left(\log \text{nat} \frac{16\pi R}{a} + 1\right). \qquad 1)$$

Bei endlicher Plattendicke d ist in der Klammer auf der rechten Seite $f\left(\frac{d}{a}\right)$ zu addieren, wo

$$f\left(\frac{d}{a}\right) = f(x) = (1 + x).\log \text{nat}\,(1 + x) - x \log \text{nat}\, x. \qquad 2)$$

Die Zuverlässigkeit dieser Formeln ist von Klemenčič[2]) und Himstedt[3]) für kleine Werte des Verhältnisses von Abstand zu Durchmesser ($a : 2R$) experimentell bewiesen.

---

[1]) Vgl. z. B. F. Kohlrausch, l. c. 132, I, 4.
[2]) Klemenčič, Wien. Ber. 86, 1190, 1882; 89, 298, 1884.
[3]) Himstedt, Wied. Ann. 29, 560, 1886; 33, 1; 35, 126, 1888.

Bei der D.-K.-Bestimmung ist aber zu bedenken, daß ein Teil der Kraftlinien überhaupt nicht im festen Dielektrikum verläuft, nämlich in der Hauptsache die Kraftlinien, welche nicht auf der geerdeten Belegung, sondern auf anderen in der Umgebung befindlichen Leitern oder den Zimmerwänden enden. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, hat man für den Kondensator mit festem Dielektrikum in jedem Fall durch zwei besondere Messungen die Teilkapazität der geladenen Platte gegen Erde zu bestimmen und von der gemessenen Gesamtkapazität in Abzug zu bringen. Entsprechend ist der nach Formel 1) berechnete Kapazitätswert um R/π zu verkleinern, d. h. um denjenigen Betrag, welcher nach KIRCHHOFF die Teilkapazität gegen Erde darstellt. Es ist die halbe Kapazität einer unendlich dünnen Kreisscheibe vom Belegungsradius. Daß die experimentell gefundene Teilkapazität den Wert R/π in der Regel übertreffen wird, liegt hauptsächlich daran, daß der Kondensator den umgebenden Leitern (Zimmerwänden, Tischplatte) zu nahe steht.

Um die Größe der besprochenen Einflüsse deutlich erkennen zu lassen, sind in der folgenden Tabelle 1 die Resultate zusammengestellt, die mit einem Zweiplattenkondensator für die D.-K. einer Anzahl von Porzellanscheiben gleicher Herkunft, aber verschiedener Dicke erhalten wurden, und zwar bei Berechnung der D.-K. als Quotient

1. aus der mit Dielektrikum gemessenen Gesamtkapazität und der nach der Näherungsformel berechneten Luftkapazität;

2. aus der mit Dielektrikum gemessenen Gesamtkapazität und der nach Formel 1) berechneten Luftkapazität;

3. wie unter 2., aber unter Abzug der Teilkapazität gegen Erde bei Messung und Rechnung.

Die Belegungen bestanden in allen Fällen aus dünnen Stanniolblättern von 15 cm Durchmesser und waren mit Eiweiß auf die Porzellanplatten aufgeklebt.

Die Näherungsformel ergibt also mit abnehmender Porzellandicke abnehmende und zwar durchweg zu große Werte der D.-K.[1]. Die Berechnung nach Formel 1) andererseits liefert zu kleine und zwar mit abnehmender Porzellandicke zunehmende Werte. Erst

[1]) Dem widerspricht das S. 921 angeführte Beispiel deshalb nicht, weil dort C_0 nicht durch Rechnung, sondern durch Messung bestimmt worden ist.

*



nach Anbringung der oben erörterten, wie man sieht, nicht unwesentlichen Korrektion wegen der Teilkapazität gegen Erde erhält man für verschiedene Dicken ziemlich den gleichen und, wie sich zeigen wird, nur um wenige Prozent zu niedrigen Wert. Der bleibende Fehler wird daher rühren, daß die im Randgebiet von der Rückseite der einen zur Rückseite der anderen Belegung übergehenden Kraftlinien ganz oder zum Teil in Luft statt im festen Dielektrikum verlaufen. Versucht man diesen Fehler dadurch zu beseitigen, daß man die Rückseiten der Belegungen ebenfalls mit Scheiben des Dielektrikums bedeckt, so bewirkt man, wie Versuche gezeigt haben, unter Umständen eine Überkompensation des Fehlers, d. h. man erhält zu große D.-K., vermutlich weil Kraftlinien von einer Belegung zur anderen geleitet werden, die bei unendlicher Ausdehnung des festen Dielektrikums zur Erde gehen würden.

Tabelle 1.

$$C = C_1 + C_2 - C_3 = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{4\pi}\left(\log\text{nat}\,\frac{16\pi R}{a} + 1\right) - \frac{R}{\pi}.$$

Durchmesser der Porzellanscheiben cm	Scheibendicke $= a$ cm	Durchmesser der Belegungen $2R$ cm	Dielektrizitätskonstante, berechnet mit		
			$C = C_1$	$C = C_1 + C_2$	$C = C_1 + C_2 - C_3$
30	1,90	15	7,09	4,70	5,63
30	1,46	15	6,79	4,83	5,61
25	1,08	15	6,49	4,94	5,56
25	0,58	15	6,19	5,23	5,61
				Mittel	5,60

Um von dieser Unsicherheit möglichst frei zu werden und die besonderen Messungen zur Bestimmung der Teilkapazität gegen Erde zu vermeiden, erschien es uns zweckmäßig, den Dreiplattenkondensator auf seine Anwendbarkeit zur D.-K.-Bestimmung zu prüfen, weil bei diesem die mittlere Platte durch die beiden äußeren gegen die Umgebung fast vollständig abgeschützt ist[1]).

[1]) Kondensatoren mit drei und fünf Platten sind aus diesem Grunde von Arons und Rubens, Wied. Ann. **44**, 209, 1891, zur D.-K.-Bestimmung von Glas benutzt. Nach persönlicher Mitteilung von Herrn Rubens ist dabei die Kapazität dieser Kondensatoren für Luft als Dielektrikum durch elektrische Messung bestimmt, nachdem die Glasscheiben durch kleine Glasstücke von gleicher Dicke wie die Scheiben ersetzt waren.

Nahezu alle von der mittleren zu ladenden Platte ausgehenden Kraftlinien enden an den äußeren geerdeten Platten, müssen also, wenn der Raum zwischen den Platten vollständig mit dem festen Dielektrikum ausgefüllt wird, auch fast vollständig in diesem verlaufen. Es sind hierzu allerdings zwei planparallele Isolatorscheiben erforderlich, die beiderseits mit je zwei kreisförmigen, konzentrischen Stanniolbelegungen versehen und so aufeinander gelegt werden, daß die inneren Stanniolblätter sich decken und zusammen die mittlere Belegung darstellen. Die Kapazität des so zusammengesetzten Kondensators für das Dielektrikum Luft muß man wieder aus den Dimensionen berechnen, wobei ebenso wie beim Zweiplattenkondensator die Randwirkung zu berücksichtigen ist.

Die Aufgabe, die Kapazität eines Dreiplattenkondensators aus den Dimensionen zu berechnen, ist schon vor 13 Jahren auf Anregung von Herrn M. PLANCK von dem Einen von uns mit Hilfe des H. A. SCHWARZschen Verfahrens der konformen Abbildung gelöst. Die bisher nicht veröffentlichte Lösung des Problems ergibt als Kapazität der mittleren Platte eines Kondensators von drei unendlich dünnen konaxialen Kreisplatten mit dem Radius R und dem Plattenabstand a

$$C = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi}\left(2 \log \operatorname{nat} 2 - \frac{1}{\lambda^2 - 1}\right), \tag{3}$$

wo $\lambda = 2{,}1426902$ die Lösung der transzendenten Gleichung

$$\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} = \log \operatorname{nat} (\lambda^2 - 1) \tag{4}$$

bedeutet, also die in 3) geklammerte Zahl den Wert 1,1078 besitzt.

Für endliche Dicke der Platten ist die Berechnung bisher nicht streng durchgeführt; doch gelangt man durch gewisse Analogieschlüsse zu einer ganz ähnlichen Form der Dickenkorrektion, wie sie von KIRCHHOFF für den Zweiplattenkondensator streng abgeleitet ist. Bedeutet d die Dicke der Platten, so darf gesetzt werden:

$$C = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi}\left\{1{,}1078 + \frac{2}{3} f\left(\frac{2d}{a}\right)\right\}, \tag{5}$$

wo f dieselbe Bedeutung hat wie in Gleichung 2) [1]).

---

[1]) Näheres über die Ableitung der Formeln 3) bis 5) wird an anderer Stelle mitgeteilt werden.

Es erschien wünschenswert, diese Formel für Luft zunächst einer experimentellen Prüfung zu unterziehen. Zu diesem Zweck wurde eine Anzahl Dreiplattenkondensatoren mit verschiedenen Durchmessern, Abständen und Dicken der Platten hergestellt. Ihre Kapazität wurde einerseits aus den gemessenen Dimensionen nach Formel 5) berechnet, andererseits durch elektrische Messung bestimmt. Die elektrischen Messungen sind nach der für den vorliegenden Zweck besonders geeigneten absoluten Methode von MAXWELL durch periodische Ladung und Entladung des Kondensators mittels eines rotierenden Unterbrechers ausgeführt. Bezüglich der Einzelheiten der Meßmethode und der in der Reichsanstalt in Gebrauch befindlichen besonderen Meßeinrichtung kann auf eine frühere Veröffentlichung[1]) verwiesen werden.

In der folgenden Tabelle 2 sind für verschiedene Dreiplattenkondensatoren die berechneten und die beobachteten Kapazitätswerte zusammengestellt. Randwirkungs- und Dickenkorrektion sind gesondert angegeben.

Tabelle 2.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi} 1{,}1078 + \frac{2}{3}\frac{R}{\pi} f\left(\frac{2d}{a}\right).$$

$2R$ cm	a cm	d cm	$C_1 = R^2/2a$ cm	C_2 Randkorr. cm	C_3 Dickenkorr. cm	$C_{ber.} = \Sigma C$ cm	$C_{beob.}$ cm	$C_{ber.} - C_{beob.}$ cm
15	1	0,08	28,12	2,65	0,74	31,5	31,6	— 0,1
15	2	0,08	14,06	2,65	0,45	17,2	17,3	— 0,1
15	3	0,08	9,37	2,65	0,34	12,4	12,5	— 0,1
20	1	0,1	50,00	3,53	1,15	54,7	54,8	— 0,1
20	2	0,1	25,00	3,53	0,71	29,2	29,2	+
20	3	0,1	16,67	3,53	0,53	20,7	20,8	— 0,1
19,7	0,208	0,59	233,2	3,47	5,89	242,6	241,7	+ 0,9
19,7	1	0,59	48,51	3,47	3,14	55,1	55,0	+ 0,1
19,7	2	0,59	24,26	3,47	2,19	29,9	29,6	+ 0,3
19,7	3	0,59	16,17	3,47	1,73	21,4	21,0	+ 0,4
30	1	0,125	112,5	5,29	1,99	119,8	119,5	+ 0,3
30	2	0,125	56,25	5,29	1,25	62,8	62,5	+ 0,3
30	3	0,125	37,50	5,29	0,94	43,7	43,9	— 0,2

Rechnung und Beobachtung stimmen durchweg, selbst bei sehr großen Plattenabständen, gut überein. Ebenso kann die in

[1]) E. GIEBE, ZS. f. Instrkde. 29, 269 u. 301, 1909.

einem Falle recht beträchtliche Dickenkorrektion als experimentell bestätigt angesehen werden.

Die Formel 3) kann, wie weitere Messungen zeigten, unter geringfügiger, leicht ersichtlicher Modifikation auch bei erheblich ungleichem Abstand der drei Platten (z. B. $a_1 = 1$ cm und $a_2 = 3$ cm) angewandt werden, indem man statt Formel 5) setzt

$$C = \frac{R^2}{4}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) + \frac{R}{\pi}\,1{,}1078 + \frac{R}{3\pi}\left[f\left(\frac{2\,d}{a_1}\right) + f\left(\frac{2\,d}{a_2}\right)\right].$$

Die beiden zu einer D.-K.-Bestimmung mit dem Dreiplattenkondensator erforderlichen Isolatorscheiben brauchen also nicht gleiche Dicke zu haben.

An Scheiben der gleichen Porzellansorte und etwa der gleichen Dicke, wie bei den anfangs mitgeteilten Versuchen, wurden nun D.-K.-Bestimmungen mit dem Dreiplattenkondensator unter Benutzung von aufgeklebten Stanniolblättern als Belegungen ausgeführt, wobei zur Berechnung die Formel 3) diente. Die Frequenz des rotierenden Unterbrechers in der MAXWELL schen Kapazitätsmeßanordnung (vgl. S. 926) war in der Regel 165 in der Sekunde. Daß etwaige Rückstandsbildung und dielektrische Verluste im Porzellan die Meßergebnisse nicht in nennenswertem Betrage beeinflußten, wurde durch Kontrollmessung bei der Frequenz 250 festgestellt, wobei sich innerhalb der Meßgenauigkeit (etwa 1 Promille) für einen Porzellankondensator die gleiche Kapazität wie bei der Frequenz 165 ergab.

Die mit Dreiplattenkondensatoren erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

Durchmesser der Porzellanscheiben cm	Scheibendicke cm	Durchmesser der Belegungen cm	Dielektrizitätskonstante
30	1,90	15	5,76
30	1,90	24	5,90
30	1,47	24	5,83
25	0,60	15	5,81
25	0,60	20	5,84
			Mittel 5,83

Der Mittelwert ist 4 Proz. größer als der mit Zweiplattenkondensatoren erhaltene Mittelwert 5,60. Die Abweichung hat,

wie schon oben ausgeführt, ihren Grund wahrscheinlich darin, daß die Kraftlinien des Randgebietes nur zum Teil im festen Dielektrikum verlaufen. Daß die hieraus entspringende Unsicherheit durch Anwendung dreier Platten tatsächlich verringert wird, zeigte sich darin, daß das Auflegen von Porzellanscheiben auf die Außenbelegungen die Kapazität des Dreiplattenkondensators um viel weniger erhöhte als beim Zweiplattenkondensator. Die hierdurch bleibende Unsicherheit des Mittelwertes von Tabelle 3 dürfte etwa 1 Proz. betragen. Von derselben Größenordnung sind aber auch die durch die unvollkommene geometrische Form der Porzellanscheiben bedingten Fehler. Diese Scheiben, die nicht eigens für die Zwecke der vorliegenden Untersuchung hergestellt, sondern so, wie sie zur Prüfung eingesandt waren, benutzt wurden, waren sehr uneben und wenig planparallel.

Anstatt der Stanniolbelegungen dicke Platten zu benutzen, dürfte sich weder beim Zweiplatten- noch beim Dreiplattenkondensator empfehlen, weil die Kapazitätskorrektion wegen endlicher Plattendicke [Gleichung 2) und 5)] zwar für den Luftkondensator hinreichend genau gilt, bei der Messung mit zwischengelegter Isolatorscheibe aber wahrscheinlich nicht im Verhältnis der D.-K. größer beobachtet wird. Näheres hierüber bleibt einer späteren Mitteilung vorbehalten.

Die Resultate der Untersuchung sind folgende:

1. Mit einem Zweiplattenkondensator können einigermaßen zuverlässige D.-K.-Bestimmungen an festen Körpern nur unter besonderen Vorsichtsmaßregeln ausgeführt werden. Die Randkorrektion und die Teilkapazität gegen Erde sind zu berücksichtigen. Letztere ist durch zwei besondere Messungen zu bestimmen.

2. Für die Berechnung der Kapazität des Dreiplattenkondensators mit Platten beliebiger Dicke wird eine Formel (Gleichung 5) mitgeteilt und experimentell bestätigt.

3. Dem Zweiplattenkondensator ist der Dreiplattenkondensator mit geerdeten äußeren Belegungen für die D.-K.-Bestimmung fester Körper vorzuziehen, weil dessen Kapazität unabhängig von der Umgebung, also eindeutig definiert ist. Es ist daher nur eine Kapazitätsmessung notwendig. Auch darin ist ein Vorteil zu sehen, daß die Randkorrektion beim Dreiplattenkondensator einen geringeren Bruchteil der Gesamtkapazität ausmacht als beim Zweiplattenkondensator.



Über ein Instrumentarium zur Demonstration der Gesetze des Luftwiderstandes;

von W. König.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 16. September 1912.)

(Vgl. oben S. 875.)

Die moderne Entwickelung der Luftschiffahrt und des Flugwesens stellen den Physiker vor die Aufgabe, in der Experimentalvorlesung die Gesetze des Luftwiderstandes eingehender, als man es früher wohl getan hatte, zu behandeln. Ich habe mir für diesen Zweck ein Instrumentarium konstruiert, das ich seit einigen Jahren in Gebrauch habe. Es ist seinerzeit auf der Ila in Frankfurt a. M. ausgestellt gewesen [1]). Nachdem inzwischen die Firma Pfeiffer in Wetzlar die Anfertigung des Instrumentariums in die Hand genommen hat, möchte ich mir heute erlauben, es in der Form, in der es diese Firma in den Handel bringt, auch einmal vor einem Kreise von Fachgenossen vorzuführen und seine Anwendung zu erläutern.

Der Hauptteil des Instrumentariums ist der Apparat zur Erzeugung des Luftstromes (Fig. 1). Er besteht aus einem Ventilator mit elektrischem Antrieb, der seinen Luftstrom durch eine schwach konisch geformte Röhre hindurchschickt. Um gleichmäßiges Einströmen der Luft von allen Seiten zu gewährleisten, empfiehlt es sich, den Motor von der Einströmungsöffnung möglichst abzurücken und ihn mit dem Ventilator entweder durch eine starre Achse oder durch eine biegsame Welle zu koppeln [2]). Gerade Längswände, die das Innere der Röhre durchziehen, dienen dazu, die Wirbelbewegung der Luftmasse aufzuheben. Aus dem zylindrischen Ansatz des Ventilatorrohres tritt dann ein starker Luftstrom von 20 cm Durchmesser, der sich als ein ziemlich scharf begrenzter Strahl, wie Sie an der Bewegung dieses Fähnchens

---

[1]) Zuerst beschrieben in Ila, Wochen-Rundschau 1909, S. 169.

[2]) Das starke Geräusch, das Motor und Ventilator bei dem Vortrage verursachten, war durch den Mangel einer soliden Aufstellung bedingt und läßt sich durch eine solche im wesentlichen vermeiden.

sehen können, bis auf mehrere Dezimeter von der Öffnung aus erstreckt. Mit der Entfernung von der Öffnung nimmt sein Querschnitt langsam zu, seine Geschwindigkeit ein wenig ab. Über den Querschnitt ist bei ganz freiem Rohr die Geschwindigkeit nicht ganz gleichmäßig verteilt. Um eine größere Homogenität des Luftstromes zu erzielen, kann man in den zylindrischen Ansatz Gazewände oder nach der Idee von PRANDTL eine aus kurzen Rohrstücken aufgebaute siebartige Querwand senkrecht zum Luftstrom einfügen. Diese Vorrichtungen setzen selbstverständlich die erreichbare Geschwindigkeit herab, oder erfordern einen stärkeren Motor. Bei meinen Versuchen ergab ein Motor von $^1/_6$ PS ohne Gaze bis zu 10 m, mit Gaze bis zu 7 m Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeiten können mit einem kleinen Schalenkreuz-Anemometer gemessen werden. Man kann aber auch am Ventilatorrohr eine kleine Sonde anbringen und mit einem Manometer mit schwach geneigter Röhre (Mikromanometer) verbinden. Dieses Manometer kann dann mit dem Schalenkreuz-Anemometer auf Windgeschwindigkeiten geeicht werden. Doch muß der Apparat dann mit Hilfe von Stellschrauben und Libellen genau justierbar sein.

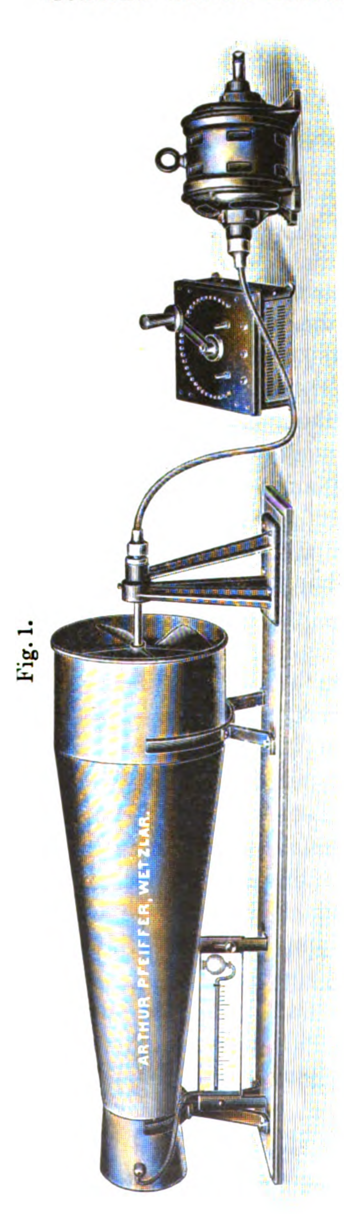


Fig. 1.

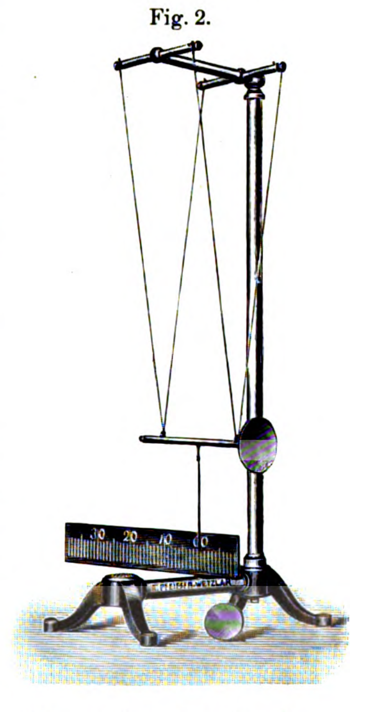
Die weiteren Apparate dienen nun dazu, Platten von bestimmter Art in bestimmten Lagen in diesen Luftstrom einzuführen und die auf sie ausgeübten Druckkräfte zu messen. Der erste Apparat (Fig. 2) gestattet, den Druck auf Flächen, die senkrecht zum Strom

liegen, zu messen und seine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Luftstromes und von der Größe und Gestalt der Platten zu demonstrieren. Ein Messingstab hängt an zwei Doppelfäden, so daß er sich beim Pendeln parallel verschiebt. Auf ihn werden vorn die zu prüfenden Platten aufgesteckt. Die Größe der Ablenkung, die der auf die Platten stoßende Wind hervorbringt, mißt die Größe der Druckkraft; sie ist aus Gewicht und Pendellänge leicht in Grammen auszudrücken. Die Abhängigkeit vom Quadrat der Geschwindigkeit läßt sich auf diese Weise gut bestätigen. Die Proportionalität mit der Fläche bewährt sich weniger gut. Die große Platte, die genau die doppelte Fläche der kleinen hat, gibt nicht ganz die doppelte Druckkraft[1]). Dies rührt vielleicht davon her, daß diese Scheibe schon etwas groß im Verhältnis zu den Querdimensionen des Luftstromes ist. Die Konstante K des NEWTONschen Gesetzes

$$P = K . S . v^2$$

ergibt sich, wenn der Winddruck P in Kilogrammen, die Fläche S in m² und die Windgeschwindigkeit v in m/sec gemessen wird, für die kleine runde Platte im Mittel zu 0,082, für die große runde Platte zu 0,072.

Fig. 2.



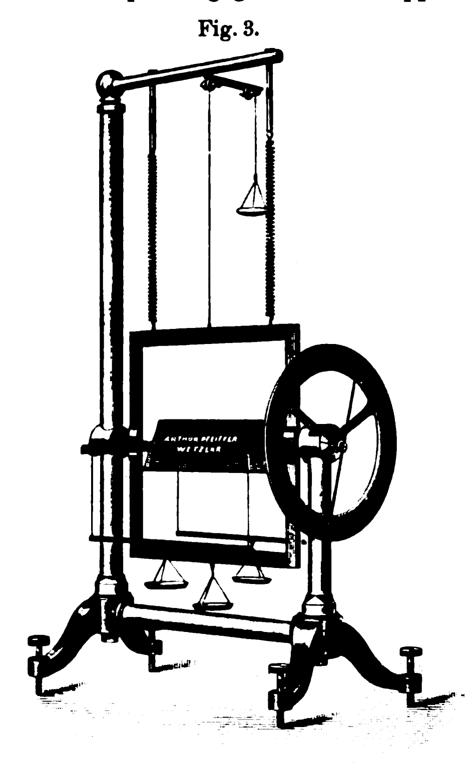
Ein weiterer Apparat (Fig. 3) dient dazu, die horizontale und die vertikale Komponente des Winddruckes auf schräg gestellte Platten zu ermitteln. Dieser Apparat ist der wichtigste. Denn für die praktische Anwendung in der Flugtechnik ist der Winddruck auf die geneigten Flächen und seine Zerlegung in den die Tragkraft darstellenden vertikalen Auftrieb und den vom Motor zu leistenden horizontalen Vortrieb das wesentlichste.

---

[1]) Dasselbe hat H. ZICKENDRAHT bei seinen Messungen in einem auf die gleiche Art erzeugten Luftstrom gefunden; siehe Ann. d. Phys. (4) **35**, 47, 1911.

Bei diesem Apparat ist ein viereckiger Holzrahmen an zwei Federn aufgehängt und trägt in seiner Mitte die zu prüfende Platte. Diese ist um eine horizontale Achse drehbar und kann auf bestimmte, an einer Kreisteilung ablesbare Winkel gegen die horizontale Stromrichtung eingestellt werden. Die Achse endet beiderseits in Spitzen, und der Apparat wird so justiert, daß der Rahmen mit diesen Spitzen gegen zwei am Apparate feste Spitzen freischwebend einspielt. Treibt der Winddruck die Platte mit dem Rahmen aus dieser Lage heraus, so kann sie durch horizontale und vertikale Zugkräfte wieder in sie zurückgeführt werden. Diese Kräfte werden durch Gewichte hervorgebracht, deren Zug, durch Fäden über Rollen geführt, einerseits horizontal an der Mitte des Rahmens, andererseits vertikal oben und unten am Rahmen angreift [1]).

Fig. 3.

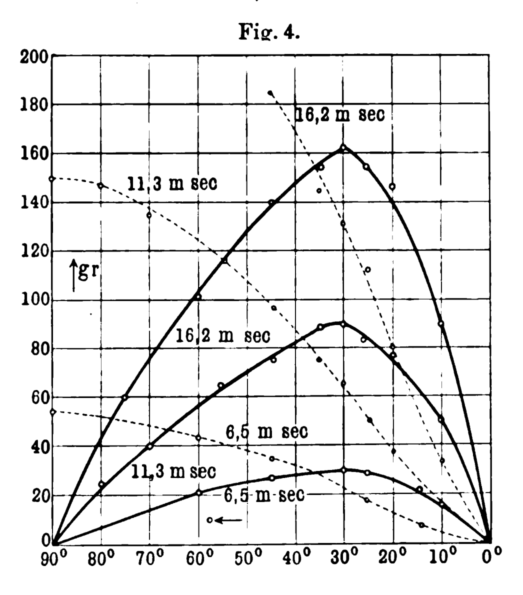


Was für Resultate man mit diesem Apparat bei Messungen unter verschiedenen Winkeln erhält, veranschaulichen die Kurven der Fig. 4, die die horizontale und die vertikale Komponente des Winddruckes für eine Platte von 8 cm Breite bei drei verschiedenen Windgeschwindigkeiten angeben (Ordinaten: die Drucke in Grammen, Abszissen: die Winkel der

[1]) H. ZICKENDRAHT hat diesem Teil des Instrumentariums durch Verwendung von Federn an Stelle der Gewichte eine für die Ausführung der Messungen entschieden bequemere Form gegeben. (Siehe Verh. d. Baseler Naturforsch. Gesellschaft **21**, 41, 1910; auch **22**, 1, 1911. Ann. d. Phys. (4) **35**, 47, 1911.) Für die Demonstration dürfte aber das freie Schweben des Rahmens und die Ausbalancierung durch Gewichte anschaulicher sein.

Fläche mit der Richtung des Luftstromes). Die Platte war quer zum Luftstrom 25 cm lang, erstreckte sich also beiderseits über die Breite des Luftstromes hinaus. Die Messungen sind von Herrn Prof. WACHSMUTH in Frankfurt a. M. mit dem Instrumentarium ausgeführt worden; er hatte die Liebenswürdigkeit, mir seine Ergebnisse für diesen Vortrag zu überlassen. Die Kurven zeigen für den Auftrieb die charakteristische Unsymmetrie, wie sie nach der RAYLEIGHschen Theorie für eine zweidimensionale Flüssigkeitsströmung, d. h. für eine Platte, die senkrecht zum Strom unendlich lang wäre, besteht. In der Tat entspricht auch der Versuch bei den angegebenen Dimensionen der Platte nahezu dieser Bedingung. Doch sind die Kurven noch etwas unsymmetrischer, als es die Theorie verlangt. Verkürzt man die Querdimension der Platte, so rückt das Maximum nach größeren Winkeln.

Fig. 4.



Bei diesem Apparate ist außer acht gelassen, daß bei schräg gestellter Platte der Angriffspunkt des Druckes nicht mehr in der Mittellinie der Platte liegt, sondern mit abnehmendem Winkel nach der vorderen Kante rückt. Daraus ergibt sich ein Drehungsmoment, das den Rahmen schräg stellen und die Winkeleinstellung der Platte verändern würde. Um diese Wirkung möglichst auszuschalten, ist die Unterseite des Rahmens stark beschwert. Um aber andererseits die interessante Verschiebung des Druckmittelpunktes zu demonstrieren, habe ich einen dritten Apparat konstruiert (Fig. 5). Hier liegt eine Platte, wieder von den Dimensionen 8 × 25 cm, mit horizontaler Achse leicht drehbar auf Friktionsrädern. Die Achse besteht aus zwei getrennten Stücken, die an beliebigen Stellen der kurzen Kanten der Platte durch Klemmvorrichtungen

befestigt werden können. Der Abstand der Achse von der Mittellinie kann auf einer Teilung am Plattenrande abgelesen werden. Für jede Lage der Achse muß die Platte auf ihren Lagern sorgfältig ausbalanciert werden, so daß sie sich in indifferentem Gleichgewicht befindet; dazu sind an dem einen Achsenstück Arme mit verstellbaren Massen befestigt. Trifft der Luftstrom die ausbalancierte Platte, so stellt sie sich für jede Achsenlage unter einem ganz bestimmten Winkel zum Luftstrom ein, nämlich immer unter demjenigen Winkel, für den der Angriffspunkt des Druckes in die jeweilige Achsenlage hineinfällt.

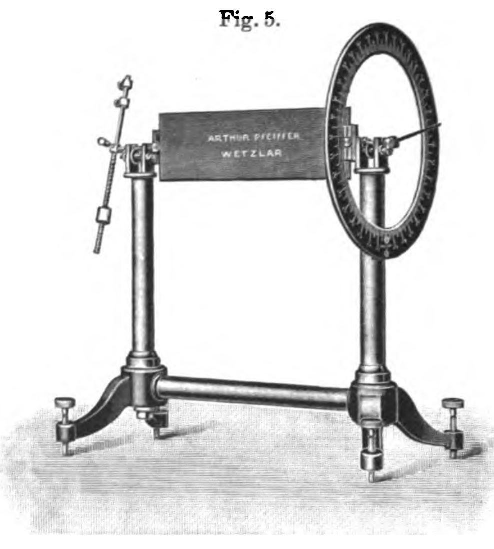


Fig. 5.

Für die Demonstration ist es bequemer, eine Anzahl von gleichen Platten mit verschiedenen exzentrischen Achsenlagern, ein für allemal ausbalanciert, vorrätig zu haben, die in den Apparat eingelegt und schnell ausgewechselt werden können. Aus den zusammengehörigen Einstellungswinkeln und Achsenlagen erhält man also die Lage des Druckmittelpunktes in ihrer Abhängigkeit vom Winkel. Fig. 6 illustriert diese Verhältnisse, wie sie sich — wiederum nach Messungen von Herrn Prof. Wachsmuth — bei diesem Apparate ergeben.

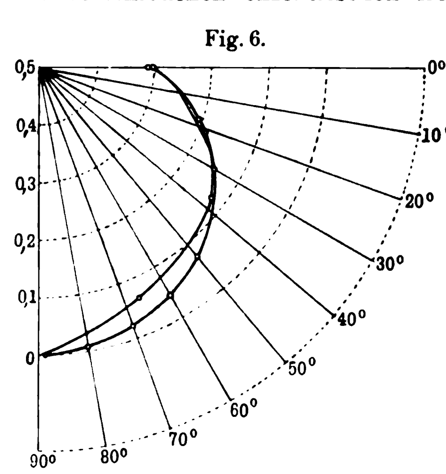
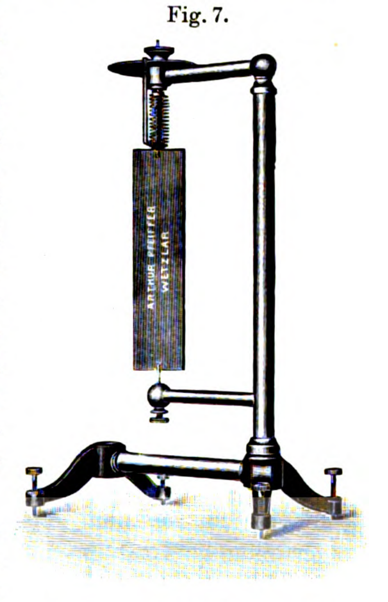


Fig. 6.

Dabei entspricht die Bezeichnung 0 der Mittellinie, 0,5 dem Rande der Platte. Für $\alpha = 90^0$ liegt der Angriffspunkt

des Druckes in der Mittellinie. Eine um diese drehbare Platte stellt sich also immer senkrecht zum Luftstrom ein. Dreht man sie aus dieser Lage heraus, so erzeugt der Winddruck, indem sein Angriffspunkt nach vorne rückt, ein Drehungsmoment, das die Platte in die zum Strome senkrechte Lage zurückzudrehen sucht. Die Größe dieses Drehungsmomentes kann man schließlich mit dem letzten dieser Apparate messen (Fig. 7). Er ist in leicht verständlicher Weise nach dem Prinzip des Torsionsgalvanometers gebaut. Die Ergebnisse über die Lage des Druckmittelpunktes stimmen sehr nahe mit denjenigen von JOESSEL überein. Die JOESSELsche Kurve ist ebenfalls in die Fig. 6 eingetragen; sie liegt für kleine Winkel außerhalb, für Winkel größer als 25° innerhalb der an meinem Apparate gefundenen Kurve. Die theoretische Kurve dagegen, die sich nach der RAYLEIGHschen Formel für das zweidimensionale Problem konstruieren ließe, würde ganz innerhalb beider Kurven verlaufen und für $\alpha = 0^\circ$ bei 0,38 endigen.

Fig. 7.



Die behandelten Fälle sind die einfachsten und theoretisch interessantesten. Für die Praxis von größerer Wichtigkeit ist das Verhalten gekrümmter Flächen, das sich natürlich ebensogut mit diesem Instrumentarium studieren und demonstrieren läßt.

Ferner lassen sich andere interessante Wirkungen eines Luftstromes mit dem Apparat, Fig. 1, demonstrieren. Eine dünne ebene Platte, die in horizontaler Lage durch den Luftstrom hindurchfällt, wird immer aufgekippt und zwar mit der vom Luftstrom getroffenen Kante nach oben. Eine Scheibe, die um ihre Symmetrieachse drehbar ist, stellt sich zwar senkrecht zum Luftstrom ein, aber angestoßen, kommt sie in dauernde Drehung, ebensogut im einen wie im entgegengesetzten Sinne.

Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts;
von Karl Herrmann.

(Eingegangen am 15. Oktober 1912.)

Übereinstimmend wird von den meisten Autoren die ursprüngliche Bahn des beim lichtelektrischen Effekt abgelösten Elektrons als eine Ellipse angesehen, welche auch zu einem Kreise oder einer geraden Linie degenerieren kann. Licht von einer mit der Periode des Ellipsenumlaufs übereinstimmenden Schwingungsdauer fällt sodann auf dieses System und bewirkt durch Resonanz, d. h. durch periodische, wenn auch minimale Energiezufuhr, die schließliche Abtrennung des Elektrons. Zweck der vorliegenden Arbeit ist, auf gewisse Bedenken aufmerksam zu machen, die dieser Vorstellung entgegenstehen. Da die periodischen Bewegungen zum Gegenstande der elementaren Mechanik gehören, so beziehe ich mich, wie Herr WERTHEIMER [1]), in der Bezeichnungsweise auf HELMHOLTZ, Theoretische Physik **1**, 2, von geringfügigen Änderungen abgesehen.

Elliptische Bahnen um einen Zentralkörper können durch zwei verschiedene Attraktionsgesetze hervorgebracht werden, erstens, indem man die den beweglichen Körper mit dem Zentralkörper verbindende Kraft proportional der Entfernung annimmt, d. h.

$$K = -a^2 \,.\, r, \tag{35}$$

und zweitens, indem man die wirkende Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ansetzt, d. h.

$$K = -\frac{G \,.\, m_1 m_2}{r^2}. \tag{128}$$

Das erste Attraktionsgesetz ergibt die harmonische (Index h), das zweite die Planetenbewegung (Index p), welche unter Wahl passender Integrationskonstanten als elliptische Bewegungen resultieren. Diese Bewegungen sind aber trotz der gleichen geometrischen Gestalt in bezug auf die Eigenschaften, auf welche es bei der eingangs erwähnten lichtelektrischen Resonanztheorie ankommt, wesentlich verschieden. Wir schreiben die dafür wichtigen

---

[1]) E. WERTHEIMER, Phys, ZS. **12**, 409, 1911.

Gleichungen für beide Bewegungsarten hin. Die Energiegleichungen lauten:

$$(p) \qquad \frac{1}{2} q^2 - \frac{G(m_1)}{r} = E', \qquad 138\,d)$$

$$(h) \qquad \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} a^2 x^2 = E \qquad 36)$$

ferner die Gleichungen für die Schwingungsdauern:

$$(p) \qquad T_p = \frac{2\pi \,.\, G(m_1)}{\sqrt[2]{2(-E')^3}}, \qquad 147)$$

$$(h) \qquad T_h = \frac{2\pi\sqrt{m}}{a}. \qquad 38)$$

Wir diskutieren zunächst die auf die Planetenbewegung bezüglichen Gleichungen. Aus der Gleichung 138d) folgt nur dann eine Ellipse, wenn E' negativ ist. Zum Abfliegen kann der Planet nur dann gebracht werden, wenn durch Energiezufuhr die rechte Seite gleich 0 wird. Dann beschreibt der Körper eine Parabel. Nun zeigt aber die Gleichung 147), daß durch Änderung der Größe E' zunächst einmal die Umlaufsdauer verändert wird. Fügen wir also die Energie $(-E')$ nicht momentan hinzu, sondern zunächst nur einen Teil davon, so muß der kreisende Körper aus dem Takt der periodisch wirkenden Kraft fallen, und in nuce heißt das, daß eine sich unter dem NEWTONschen Attraktionsgesetz vollziehende Ellipsenbewegung nicht „resonanzfähig“ ist. Jedenfalls hieße es, dem Begriffe der Resonanz Gewalt antun, wenn man ihn auf eine Schwingung von veränderlicher Dauer ausdehnen wollte. Die harmonische Bewegung verhält sich ganz anders, wie die Gleichung 38) besagt, aus welcher herausgelesen werden kann, daß die Schwingungsdauer von der Energie nicht abhängt.

Bei der Herleitung seiner bekannten Formel:

$$\lambda = 65{,}3\sqrt{\frac{a}{n}}$$

für den selektiven Photoeffekt benutzt nun Herr F. A. LINDEMANN [1]) dies NEWTONsche Attraktionsgesetz. Wenngleich nun meines

[1]) F. A. LINDEMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 482, 1911; vgl. insbesondere die „Zusammenfassung“, Abs. 1.

Erachtens die Herleitung dieser Formel nicht als bindend anerkannt werden kann, eben aus dem vorerwähnten Grunde der mangelnden Resonanzfähigkeit, so wird möglicherweise die Gültigkeit dadurch nicht beeinträchtigt, weil, wie Herr LINDEMANN sagt[1]), diese Formel, oder vielmehr die entsprechende für die Schwingungszahl α, sich „aus den verschiedensten Voraussetzungen ableiten läßt". Wegen der vorzüglichen Übereinstimmung mit den Messungen scheint es ja sowieso geboten, die Formel nicht aufzugeben.

Noch eine andere Beziehung können wir aus der Formel 147) ableiten. Setzt man nämlich $m \cdot (-E') = \varepsilon$ (um die Energiedimension zu wahren) und $\nu = \frac{1}{T}$, so ergibt sich:

$$\varepsilon = \text{const} \cdot \nu^{2/3}.$$

Dies ist die der Planetenbewegung inhärente Beziehung zwischen der zum Abschleudern des Planeten mindestens notwendigen Energiezufuhr und der ursprünglichen Schwingungszahl $\nu = \nu_0$. Man hat also nicht die Freiheit, diese Beziehung durch die andere:

$$\varepsilon = \text{const} \cdot \nu$$

zu ersetzen. Diesen Einwand habe ich gegen die Überlegungen von Herrn WERTHEIMER[2]) zu erheben, welcher seinen Betrachtungen gleichfalls das NEWTONsche Attraktionsgesetz zugrunde legt.

Nach meiner Überzeugung ist auch dies der Grund zu dem inneren Widerspruch, welchem Herr HABER in seiner Arbeit: „Über den festen Körper usw."[3]) zwischen den Gleichungen 10) und 18) begegnet. Denn der hypothetische Ansatz 18):

$$\frac{e^2}{r} = h\nu$$

ist nicht gestattet, weil die Energieform der linken Seite die Planetenbewegung und die damit verbundene andere Beziehung zwischen Energie und ursprünglicher Schwingungsdauer involviert, bei deren Ansatz auch die Diskrepanz der Gleichungen verschwindet, ohne daß man r als Temperaturfunktion anzusehen braucht. Übrigens kann man, im Gegensatz zur harmonischen

---

[1]) F. A. LINDEMANN, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1107, 1911.
[2]) E. WERTHEIMER, Phys. ZS. **12**, 409, 1911.
[3]) F. HABER, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1117, 1911.

Oszillation, bei der NEWTONschen Attraktion gar nicht von einer bestimmten Schwingungszahl sprechen, da diese von den Integrationskonstanten abhängig ist [1]).

Dieses Attraktionsgesetz erweist sich also, wenn man eine Resonanzwirkung für bewiesen hält, als ungeeignet, und man wird gezwungen sein, das harmonische Attraktionsgesetz zugrunde zu legen. Nun wird man aber hier, wo es sich um elektrische Mengen handelt, davor zurückschrecken, das COULOMBsche Anziehungsgesetz fallen zu lassen, sondern wird lieber Anordnungen dieser Massen ersinnen, aus deren Anziehungsintegralen doch eine harmonische Bewegung resultiert. Herr LINDEMANN [2]) hat bereits unter Verwendung des THOMSONschen Atommodells diese Anschauung entwickelt.

Denkt man sich nämlich die anziehende positive Elektrizitätsmenge mit gleichförmiger Dichte über eine Kugel verteilt und das Elektron innerhalb dieser Kugel beweglich (THOMSONsches Atommodell), so resultiert eine der Entfernung des Elektrons vom Kugelmittelpunkt proportionale Anziehungskraft und damit eine harmonische Bewegung. In Parenthese sei hier bemerkt, daß es wohl gleichgültig erscheint, ob man von der harmonischen Ellipsenbewegung oder nur von einer ihrer Komponenten spricht.

Eine zweite Anordnung, welche eine harmonische Schwingung ergibt, und welcher doch das COULOMBsche Anziehungsgesetz zugrunde liegt, finde ich bei Herrn W. WIEN [3]). Ist nämlich die Bewegung des Elektrons eine Kreisbahn, so kann eine in radialer Richtung erfolgte, gegen den Durchmesser kleine Verschiebung, harmonische Schwingungen um die Ruhelage bewirken. Die Schwierigkeiten, welche von seiten der elektromagnetischen Strahlungstheorie derartigen Elektronenbewegungen entgegenstehen (deren Hervorhebung der Zweck der angeführten Berechnungen Herrn WIENs ist), sollen hier, wie bei Herrn WERTHEIMER und anderen Autoren unberücksichtigt bleiben. Die Möglichkeit noch anderer Ansätze bleibt natürlich offen.

Unterziehen wir jetzt die harmonische Bewegung analog einer kritischen Betrachtung, so sehen wir, daß der Einwand der

---

[1]) Vgl. J. J. THOMSON, Die Korpuskulartheorie der Materie. Deutsch von G. SIEBERT. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1908. S. 153, unterer Absatz.

[2]) LINDEMANN, l. c.

[3]) W. WIEN, Über Elektronen, S. 34. Leipzig u. Berlin, Teubner, 1909.

mangelnden Resonanzfähigkeit sie nicht betrifft, denn die Schwingungsdauer ist unabhängig von der Energie.

Dagegen tritt eine andere Schwierigkeit auf. Wenn wir nämlich weiter keine neue Annahme zu der Grundgleichung der harmonischen Bewegung hinzufügen, dann ist es unmöglich, das Elektron aus dem Verbande des Systems zu entfernen. Ohne Dämpfung erhalten wir unendlich große Amplituden, mit Dämpfung endliche, aber immer bleibt das Elektron an seinen Attraktionsmittelpunkt gefesselt. Man ist also gezwungen, wenn man an der harmonischen Bewegung festhält, noch eine zweite Annahme hinzuzuziehen.

Eine solche gibt E. LADENBURG [1]), dessen Betrachtungen offenbar die harmonische Anziehung zugrunde liegt. „Wir wollen voraussetzen, daß diese Kräfte in einer bestimmten, für alle gleichen Entfernung vom Zentrum verschwinden." Für diese Annahme führt Herr LADENBURG keine Beweggründe an. Er glaubt aber, unter dieser Voraussetzung zeigen zu können, daß alsdann die Anfangsgeschwindigkeit der ausgelösten Elektronen proportional der Schwingungszahl des auslösenden Lichtes sein muß, und zwar für ein einzelnes Metall. Das Licht spiele nur eine auslösende Rolle und seine Energie komme für die Abgangsgeschwindigkeit der Elektronen nicht in Frage. Überdenkt man aber einmal diesen Gedankengang weiter, so involviert er die Annahme, daß im Atom nicht nur eine oder mehrere Schwingungsdauern, sondern eine unendliche Anzahl von kontinuierlich folgenden Schwingungsdauern vorhanden ist, ein Resultat, das anscheinend durch den kontinuierlichen Verlauf der Kurve, welche den lichtelektrischen Effekt in Abhängigkeit von der Wellenlänge gibt, bestätigt wird. Das würde aber heißen, daß in der Gleichung:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{a}{\sqrt{m}}$$

für die Größe a alle Werte in kontinuierlicher Folge vorhanden sind, eine nur schwer zu begründende Voraussetzung.

So ist z. B. bei dem vorhin erwähnten THOMSONschen Modell, welches freilich der obigen Voraussetzung nicht entspricht, nach Herrn LINDEMANN:

$$a^2 = \frac{n \cdot e^2}{r^3},$$

[1]) E. LADENBURG, Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 504, 1909.

wo r den Atomradius bedeutet. Eine kontinuierliche Änderung von a, wird durch die Konstanz von r und die höchstens sprungweise erfolgende Änderung von n (nämlich 1, 2, 3...) ausgeschlossen.

Analysieren wir die erwähnte LADENBURGsche Vorstellung noch weiter, indem wir sie besonders auf ihre Verwendbarkeit für die experimentell gefundenen Gesetzmäßigkeiten der Anfangsgeschwindigkeiten prüfen, und zwar zunächst für eine lineare, durch den Mittelpunkt gehende Oszillation. Wenn die Anziehungskraft in einer bestimmten Entfernung vom Mittelpunkt verschwindet — man könnte etwa an die Wirkungssphäre denken —, dann genügt offenbar der minimalste Überschuß der kinetischen Energie, welcher die Amplituden über diese Sphäre hinauszutreiben vermag, um das Elektron aus dem Verbande zu lösen. Eine bestimmte, dem Elektron inhärente Geschwindigkeit fließt meines Erachtens aus dieser Vorstellung nicht, sondern es können alle möglichen Geschwindigkeiten von Null an aufwärts resultieren, je nach dem Antriebe, den das Elektron während der letzten Viertel- oder Halbperiode bekommen hat. Die Notwendigkeit dieser Konsequenz und ihre Nichtübereinstimmung mit seinen eigenen Messungen hat bereits Herrn LENARD [1]) an der Stelle, wo ich die Vorstellung von der Resonanz beim lichtelektrischen Effekt zuerst erwähnt finde, zu der Äußerung veranlaßt, „daß die Annahme einfacher Resonanzbewegungen den Erscheinungen nicht genüge“ [2]).

Erweitern wir nun diese Vorstellung, indem wir uns auf das ganz bestimmte Bild des THOMSONschen Atoms beziehen, dann ist das Elektron, sobald es aus der Kugelhülle des Atoms heraustritt, dessen Attraktion keineswegs entronnen, sondern es ändert sich nur deren Form, indem sie in die NEWTONsche übergeht. Nehmen wir erst einmal eine lineare, stets durch den Mittelpunkt gehende Oszillation an, dann gilt etwas der soeben entwickelten Vorstellung Analoges in bezug auf Geschwindigkeit und Impuls. Die kinetische Energie muß durch die treibende Kraft des Lichtvektors so groß werden, daß sie die potentielle überwiegt, um eine verzögerte Geschwindigkeit hervorzurufen; ist sie kleiner, so findet eine Rückkehr in den Bannkreis der harmonischen Attraktion statt. Für eine bestimmte Geschwindigkeit ist kein Anhaltspunkt.

[1]) P. LENARD, Ann. d. Phys. (4) 8, 149, 1902.

[2]) Anmerkung bei der Korrektur. Andeutung davon jedoch schon bei HELMHOLTZ, Wiss. Abh. III, auf S. 518.



Erweitern wir aber die Bewegung durch Hinzunahme einer zweiten, senkrecht zur ersten stehenden Schwingung zu einer Ellipse, dann ergibt sich für die besondere Annahme, daß diese Ellipse ein Kreis mit dem Atomradius ist, eine tangentielle Geschwindigkeit:

$$q = 2\pi r \, . \, \nu_0$$

$$= \sqrt{\frac{n e^2}{m r}}.$$

Wenn nun das Elektron vom Licht um ein minimales Stück über die Atomhülle hinausgedrängt wird, dann kann es trotzdem nicht abfliegen, sondern muß nun als Planet weiter um das Atom herumeilen, mit jener Geschwindigkeit im Perihel, nämlich an der Austrittsstelle. Da die Exzentrizität etwa proportional der angebrachten Störung sein wird, so ist diese elliptische Bahn nahezu ein Kreis mit dem Atomradius. Die Kräfte, die diese Kreisbahn hervorrufen, sind, bis auf unendlich Kleines, gleich groß, nur außerhalb der Kugel nach dem NEWTONschen, innerhalb nach dem harmonischen Attraktionsgesetz. Erst weitere Energiezufuhr kann nach dem oben Erörterten die völlige Abtrennung hervorrufen. Diese Energie läßt sich nun aber berechnen, und es resultiert wieder, wie vorher:

$$\varepsilon = \text{const} \, . \, \nu_0^{2/3}.$$

Diese Beziehung ist besonders deshalb bemerkenswert, weil sich hier die Schwingungszahl ν_0 auf die ursprüngliche, resonanzfähige harmonische Oszillation im Inneren des Atoms bezieht, im Gegensatz zu der gleichlautenden Formel weiter oben.

Damit ist gezeigt, daß auch für die hier verfolgte Vorstellung trotz der resultierenden harmonischen Oszillation der Ansatz einer linearen Proportionalität zwischen Schwingungszahl und zum Abschleudern notwendiger Energie nicht gemacht werden darf. Denn die obige Formel gilt mindestens für den Teil der Energie, der nach dem Austreten des Elektrons durch die Oberfläche nötig ist, und kann mit dem Teil, der etwa zum Anwachsen der Bahn bis zu jenem Kreise und zum Durchtreten notwendig sein sollte, nicht zu einem der Schwingungszahl proportionalen Ausdruck vereinigt werden.

Jeder größere Impuls aber, der das Elektron mit größerer Geschwindigkeit als der tangentiellen der Atomhülle entreißt,

ergibt andere Ellipsen, also kleinere Energiemengen für die völlige Abtrennung, und, wenn er groß genug ist, momentane, mit der Energie des Lichtes wachsende Anfangsgeschwindigkeit. In entgegengesetztem Sinne ergibt eine elliptische, also nicht kreisförmige Schwingung im Inneren der Atomkugel eine kleinere Austrittsgeschwindigkeit, als die oben berechnete, und dann muß das Elektron in das Atom zurückkehren. Greifen wir hier noch einmal zu der Annahme zurück, daß die Kraft bei einer bestimmten Entfernung vom Mittelpunkt verschwindet (wobei natürlich das THOMSONsche Atommodell aufgegeben werden muß) und nehmen jetzt eine kreisförmige Bewegung an. Dann wird allerdings das Elektron beim Durchtritt durch diese Sphäre mit der erlangten tangentiellen Geschwindigkeit abfliegen, aber diese hat auch nur dann konstant dieselbe Größe, wenn man noch die weitere Annahme macht, daß gleichzeitig mit dem Durchtreten auch die beschleunigende Wirkung des Lichtvektors aufhört. Außerdem gelten die oben für die lineare Schwingung erörterten Schwierigkeiten.

Doch wollen wir dieses Bild, aus welchem ich keine Anhaltspunkte für eine bestimmte Loslösungsgeschwindigkeit herleiten kann, nicht weiter verfolgen, sondern noch auf eine andere Annahme aufmerksam machen, die bei der Verwendung des harmonischen Anziehungsgesetzes herangezogen werden könnte, um ein Abschleudern des Elektrons zu bewirken. Man könnte nämlich denken, daß bei großen Amplituden sich die Wahrscheinlichkeit des Zusammenstoßes des Elektrons mit einem anderen oder mit einem Atomkern vermehre, und daß diese Störung das Abfliegen verursache. Dagegen läßt sich aber einwenden, daß dann Temperatursteigerung eine Vergrößerung des Effektes bewirken müßte, weil ja damit die Bewegungen der Atome und die Möglichkeit des Zusammenstoßes zunehmen. Die experimentellen Befunde [1]) widerlegen aber diese Folgerung.

Also auch die Verwendung der harmonischen Attraktion bietet für die Resonanztheorie Schwierigkeiten, wenn man, wie ich es hier versucht habe, die in der Literatur vorhandenen Bilder analysiert. Dennoch wird man nicht umhin können, wenigstens für

---

[1]) Vgl. A. LIENHOP, Ann. d. Phys. (4) 21, 284, 1906; E. LADENBURG, Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 165, 1907.



den selektiven Effekt an einem resonanzähnlichen Vorgange festzuhalten.

Ohne Einschränkung oder Erweiterung des landläufigen Resonanzbegriffes kann man das NEWTONsche Attraktionsgesetz nicht zugrunde legen. Dieses letztere hat aber den großen Vorzug vor dem harmonischen, daß man bei ihm den Betrag der zur Elektronenemission notwendigen Energie angeben kann und die Hinzuziehung einer weiteren Hypothese nicht nötig hat. Dies Gesetz zwingt aber zur Annahme der Energiezufuhr während eines oder nur sehr weniger Umläufe und kann der Bedingung genau gleicher Periodizität zwischen System und Kraft dann entbehren. Auch muß dann die lebendige Kraft des Elektrons mindestens zu einem großen Teil dem Impulse des Lichtes entstammen.

Sehr gestützt wird diese Annahme durch die letzten Untersuchungen von Herrn MILLIKAN [1]), in welchen gezeigt wird, daß sich durch Verkleinerung der Kapazität des Schwingungskreises, in welchem sich die das Licht aussendende Funkenstrecke befindet, immer wachsende Aufladepotentiale hervorrufen lassen. Die Erklärung, welche Herr MILLIKAN selbst auf S. 725 seiner Arbeit gibt, scheint mir die wahrscheinlichste, nämlich, daß die Energie der Elektronen „der ganz ungeheuren Größe der augenblicklichen Intensität eines Funkens“ entstammt [2]).

Einer präzisen Theorie der Elektronenauslösung durch Impuls dürften sich jedoch, wie mir oberflächliche Betrachtungen bereits zeigten, nicht minder erhebliche Schwierigkeiten entgegenstellen. Es sei nur noch auf den schon erwähnten Vorteil der NEWTONschen Attraktion hingewiesen, nach welchem die Energie, die zur Abtrennung notwendig ist, in angebbarer Beziehung zur Umlaufsdauer steht. Sie steht durch die Gleichung:

$$\varepsilon = \frac{\text{const}}{2a}$$

---

[1]) R. A. MILLIKAN, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 712, 1912.

[2]) Da meine eigenen Untersuchungen (Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 557, 1912) mit denen Herrn MILLIKANS im Widerspruch zu stehen schienen, so habe ich daraufhin sofort einige qualitative Beobachtungen an meiner Apparatur mit unzerlegtem Zinkfunkenlicht vorgenommen und konnte die Beobachtungen von Herrn MILLIKAN nur bestätigen, wenn ich auch nicht zu ebenso hohen Aufladepotentialen gelangte. Bemerkt sei, daß der Effekt durch Schaben bedeutend vergrößert wird.

mit der großen Achse der Ellipse in Verbindung, und wenn man diese nach dem Vorgange von Herrn LINDEMANN in lineare Abhängigkeit zum Atomdurchmesser bringt, so kann man folgern, daß die Metalle die kleinste Energie zur Abtrennung benötigen, also die lichtelektrisch empfindlichsten sein werden, welche das größte Atomvolumen haben, und das sind, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, die elektropositiven.

Zum Schlusse sei mir die Bemerkung gestattet, daß vielleicht beide Arten der Auslösung nebeneinander vorkommen, die Resonanzwirkung etwa beim selektiven, Impulswirkung beim normalen Effekt. Die Erscheinungen des selektiven Effektes einerseits und der hohen Anfangsgeschwindigkeit bei Funkenlicht andererseits legen diese Möglichkeit nahe. Daß es aber für den Experimentator an der Hand der bisherigen, nur wenig entwickelten theoretischen Vorstellungen schwer ist, den experimentellen Weg zur definitiven Ergründung des Phänomens zu finden, war der Zweck dieser Darlegungen.

Charlottenburg, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 15. Okt. 1912.

Zur Frage nach der strengen Gültigkeit der Maxwellschen Grundgleichungen; von E. Gehrcke.

(Eingegangen am 16. Oktober 1912.)

In einer kürzlich erschienenen Abhandlung [1]) erhebt Herr WITTE den Anspruch, die Lösung für das in letzter Zeit öfter diskutierte Problem des elektromagnetischen Feldes gegeben zu haben. Ohne auf Einzelheiten weiter einzugehen, möchte ich mir die Bemerkung gestatten, daß ich mich von der Berechtigung dieses Anspruchs bei eingehendem Studium der WITTEschen Ausführungen doch nicht habe überzeugen können.

[1]) H. WITTE, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 844, 1912.



Vielmehr scheint mir aus der Art der Verbindung, in der die elektrischen und magnetischen Feldvektoren tatsächlich zueinander stehen, der notwendige Schluß hervorzugehen, daß in der Natur der elektrischen und magnetischen Zustände noch etwas Unbekanntes, Neues steckt, nämlich irgend eine räumliche Unsymmetrie, die in den Maxwellschen Gleichungen fehlt und die, wie es scheint, auch schon in rein elektrostatischen Erscheinungen verborgen ist. Wie ich früher erwähnte [1]), hat bereits J. J. Thomson eine solche Unsymmetrie diskutiert, und ich möchte dem hinzufügen, daß auch Lenard [2]) in einer mir erst vor kurzem bekannt gewordenen Abhandlung zu ähnlichen Vorstellungen kommt. Lenard gelangt, unter Berücksichtigung der Untersuchungen von Bjerknes, zu der Ansicht, daß die Maxwellschen Gleichungen im Falle von elementaren Feldern nicht anwendbar sind, daß vielmehr der Äther atomistische Struktur hat. Weiter möchte ich daran erinnern, daß die Erfahrungen auf dem Gebiete der Wärmestrahlung mit den Ergebnissen der rein statistischen Betrachtungen nicht vereinbar sind und daß auch dieser Umstand davor warnt, den Maxwellschen Grundgleichungen allzu blind zu vertrauen. Es dürfte mithin nicht nur ein spezielles Interesse bieten, wenn die logische Zergliederung der Grundbegriffe selbst zur Vervollkommnung unserer Ansichten über die Natur der elektromagnetischen Erscheinungen auffordert.

---

[1]) E. Gehrcke, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 379, 1912.
[2]) Ph. Lenard, Über Äther und Materie. Heidelberger Akademie der Wissenschaften, 1911, 2. Auflage.

Berichtigung zu der Mitteilung von R. A. Millikan: Über hohe Anfangsgeschwindigkeiten durch ultraviolettes Licht ausgelöster Elektronen. Diese Verh. **14**, 712—726, 1912.

S. 718, Z. 9, muß es heißen: unter Beleuchtung eine Selbstaufladung von + 160 Volt direkt abgelesen.

S. 719, Tabelle 2: In der zweiten Spalte der Tabelle sind mit Ausnahme von Flußspat und Kalkspat alle Dicken gleich 0,... anstatt 2,... zu setzen. Die Zahlen sind also Quarz: 0,2; Flußspat: 2,2; Kalkspat: 2,10; Glimmer: 0,032; Wasser: 0,43 usw.

S. 719, Z. 3 v. u. lies zerlegtem statt unzerlegtem.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. 15. November 1912. Nr. 21.

Sitzung vom 25. Oktober 1912.

Vorsitzender: Hr. H. RUBENS.

Der Vorsitzende macht Mitteilung von dem während der Ferien erfolgten Ableben dreier tätiger Mitglieder der Gesellschaft:

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **F. Kötter,**
Professor an der Technischen Hochschule Berlin,
† 17. August 1912;

Prof. Dr. **H. Pflaum,**
Professor am Polytechnikum in Riga,
† 8. September 1912;

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **H. F. Wiebe,**
Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt,
† 17. September 1912.

Die Anwesenden erheben sich zu Ehren der Verstorbenen von ihren Sitzen.

Sodann berichtet Hr. **Kurt Eisenmann** über

die kanonische Zustandsgleichung fester Körper.

(Schon abgedruckt; vgl. S. 769—774.)

Weiter trägt Hr. **O. Sackur** vor über

die universelle Bedeutung des sogenannten elementaren Wirkungsquantums.

Endlich spricht Hr. **R. Pohl**

zur Frage hoher Geschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen,

nach gemeinsam mit Hrn. P. PRINGSHEIM angestellten Versuchen.

Zum Abdruck in den „Verhandlungen" der Gesellschaft sind während der Ferien folgende Mitteilungen eingegangen von den Herren:

Heinrich Barkhausen: Nochmals der Satz vom zureichenden Grunde in Anwendung auf die elektromagnetischen Grunderscheinungen. (Vgl. S. 666—669, 798.)

F. Kock: Verfahren zur Demonstration von Schwingungsvorgängen durch die Resonanzkurve. (Vgl. S. 701—708.)

Karl Przibram: Die Ionenbeweglichkeit im gesättigten Wasserdampf. (Vgl. S. 709—711.)

P. Gruner: Über die Verwendung thermodynamischer Potentiale in der physikalischen Chemie. Zweite Mitteilung. (Vgl. S. 727—747.)

W. Gaede: Die äußere Reibung der Gase und ein neues Prinzip für Luftpumpen: Die Molekularluftpumpe. (Vgl. S. 775—787.)

Albert Wigand und **Emil Everling:** Über Form und Helligkeitsverteilung des Schattens bei einer partiellen Sonnenfinsternis; mit photographischen Aufnahmen des Ballonschattens. (Vgl. S. 748—757.)

H. du Bois: Zur Theorie prismatischer Polarmaturen. (Vgl. S. 758—760.)

J. de Haas und **P. Drapier:** Zur Messung der absoluten Suszeptibilität von Flüssigkeiten. (Vgl. S. 761—763.)

E. Gehrcke: Über eine physikalische Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde, II. (Vgl. S. 764—768.)

Hans Witte: Zu Hrn. H. BARKHAUSENS Aufsatz über die Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Grunderscheinungen. (Vgl. S. 797.)

Kurt Eisenmann: Die kanonische Zustandsgleichung fester Körper nach der Quantentheorie. (Vgl. S. 769 bis 774.)

F. Paschen: Über die absolute Messung einer Strahlung (Hrn. F. KURLBAUM als Erwiderung). (Vgl. S. 788—791.)

F. Kurlbaum: Über die Konstante des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes (Hrn. PASCHEN als Erwiderung). (Vgl. S. 792—796.)

A. Wehnelt: Über Kathodenstrahlen. (Vgl. S. 832—836.)

A. Becker: Über die lichtelektrische Ermüdung. (Vgl. S. 806—811.)

Hermann Sanders: Untersuchungen über die Bewegungen einer zähen Flüssigkeit unter einer rotierenden Platte. (Vgl. S. 799—805.)

Werner Kolhörster: Erdmagnetische, luftelektrische und lichtelektrische Messungen in Halle a. S. während der Sonnenfinsternis am 17. April 1912. (Vgl. S. 812 bis 826.)

Frhr. v. u. z. Aufsess: Das Sehen unter Wasser. (Vgl. S. 865 bis 866.)

Hans Witte: Zur Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf die elektromagnetischen Feldvektoren. (Vgl. S. 844—855.)

E. Take und **M. Vos:** Messung der während der Sonnenfinsternis am 17. April 1912 von Paris ausgesandten HERTZschen Wellen zu Marburg i. H. und zu Graz. (Vgl. S. 837—843.)



Georg Gehlhoff: Über einige Beobachtungen bei der Glimmentladung in sehr reinen Gasen.

H. Greinacher: Über eine Anordnung zur Bestimmung von e/m. (Vgl. S. 856—864.)

H. Baerwald: Über die von Kanalstrahlen ausgelöste Sekundärstrahlung. (Vgl. S. 867—874.)

Karl Herrmann: Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts. (Vgl. S. 936—945.)

E. Gehrcke: Zur Frage nach der strengen Gültigkeit der MAXWELLschen Grundgleichungen. (Vgl. S. 945—946.)

Die universelle Bedeutung des sogenannten elementaren Wirkungsquantums;

von O. Sackur.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 25. Oktober 1912.)
(Vgl. oben S. 948.)

In zwei kürzlich erschienenen Arbeiten habe ich zu zeigen versucht, daß die Entropiekonstante der Gase und damit auch die von NERNST eingeführte „Chemische Konstante“, die das chemische Verhalten der Gase und den Dampfdruck ihrer Kondensationsprodukte bestimmt, durch das sogenannte Elementargebiet $d\sigma$ gegeben ist[1]). Dieses wiederum läßt sich bei einatomigen Gasen berechnen aus Zahl und Masse der Molekeln und den universellen Konstanten k und h. Bei zwei- und dreiatomigen Gasen ist außerdem noch die Kenntnis ihres Trägheitsmomentes bzw. Molekelradius erforderlich. Zu diesem Resultat gelangte ich mittels der SOMMERFELDschen Hypothese, daß jede in der Natur ausgeübte Wirkung ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Wirkungsquantums h ist. Da nun aber die Wirkung als Produkt von Energie und Zeit, d. h. als Produkt zweier bisher allgemein als stetig erkannter Größen definiert ist, so erscheint diese Hypothese auf den ersten Blick äußerst befremdend. Ihre Brauchbarkeit zur Ableitung von Gleichungen, die sowohl für die Strahlungstheorie wie für das Verhalten der Gase empirisch bestätigt wurden, legt den Versuch nahe, die universelle Bedeutung der Konstanten h auf weniger absonderliche Weise zu erläutern.

Zu diesem Zwecke gehen wir ebenso wie PLANCK von der Strahlungstheorie aus und betrachten ein System von N Resonatoren, deren Gesamtenergie E konstant ist, deren einzelne Energien ε aber im Laufe der Zeit ganz beliebige Werte annehmen können. Ganz ebenso können wir uns nach EINSTEIN einen idealen festen Körper vorstellen, dessen Atome elastische ungedämpfte Schwingungen ausführen können. Alle Atome besitzen gleiche Masse und werden durch die gleiche elastische Kraft in

---

[1]) Ann. d. Phys. (4) **36**, 958, 1911 und NERNST-Festschrift 1912, S. 405.



die Gleichgewichtslage gezogen; dann haben auch alle die gleiche Schwingungsdauer τ. Die einzelnen Resonatoren seien so weit voneinander entfernt, daß sie sich während einer Schwingung nicht berühren; eine Wechselwirkung kann nur durch Strahlung auftreten. Im allgemeinen ist dann der Zustand jedes Atoms (Resonators) durch zwei Parameter bestimmt, z. B. durch seine Geschwindigkeit und den Abstand von der Gleichgewichtslage; in dieser genügt ein einziger Parameter, die Energie ε, um den Zustand des Atoms eindeutig zu definieren.

Wir fragen nun nach der Wahrscheinlichkeit w, daß ein Atom beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage genau die Energie ε besitzt. Diese Wahrscheinlichkeit ist unendlich klein, da zunächst alle möglichen Werte von ε gleich wahrscheinlich oder wenigstens möglich sind; sie kann erst endlich werden, wenn wir nicht genau die Energie ε, sondern eine Energie zwischen ε und $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ betrachten. Aber auch trotz endlichem $\Delta\varepsilon$ wird sie Null sein, wenn wir für das Passieren der Gleichgewichtslage nur einen unendlich kleinen Zeitmoment postulieren. Erst für eine endliche Beobachtungszeit und ein endliches Energieintervall erhalten wir eine endliche Wahrscheinlichkeit, und zwar wird diese um so größer sein, je größer wir das Intervall $\Delta\varepsilon$ und die Beobachtungszeit Δt wählen. Als einfachsten Fall setzen wir die Annahme, daß sie den beiden Größen $\Delta\varepsilon$ und Δt direkt proportional, im übrigen aber eine Funktion von ε ist, und erhalten daher die Gleichung $w = f(\varepsilon) . \Delta\varepsilon . \Delta t$.

Hierbei verstehen wir unter der Wahrscheinlichkeit w die Anzahl n der Atome, die den gewählten Bedingungen genügen, dividiert durch die Gesamtzahl N aller Atome, also $w = n/N$, und daher $n = N f(\varepsilon) . \Delta\varepsilon . \Delta t$.

Die Auswertung der Zahl n können wir uns folgendermaßen vorstellen: Wir denken uns einen Beobachter, der alle Atome einzeln sehen und ihre Energie abschätzen kann. Derselbe soll jedesmal, wenn ein beliebiges Atom mit der Energie zwischen ε und $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ seine Gleichgewichtslage passiert, ein Signal geben. n ist dann die Anzahl der Signale, die der Beobachter während der Zeit Δt gibt. Dann bedeutet die obige Gleichung, daß für konstante Wahrscheinlichkeit die Energiebreite $\Delta\varepsilon$ um so kleiner gewählt werden kann, je länger man das System beobachtet. Wenn also unser fingierter Beobachter während der Zeit Δt_1 den Durch-

tritt eines Atoms von einer Energie zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1$ n_1 mal signalisiert, so wird er während der doppelten Zeit $2\Delta t_1$ die gleiche Anzahl von Atomen zählen, deren Energie zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + \frac{\Delta\varepsilon_1}{2}$ liegt. Diese Annahme ist, so naheliegend sie auch ist, zunächst willkürlich; sie wird jedoch durch die Übereinstimmung der Folgerungen mit der Erfahrung bestätigt.

Für gleiche Wahrscheinlichkeit w soll also das Produkt $\Delta\varepsilon . \Delta t$ eine Konstante sein, und zwar eine universelle Konstante. Alle für das System charakteristischen Größen (V, E, m usw.) sollen in der Funktion f enthalten sein. Wir bezeichnen dieses konstante Produkt $\Delta\varepsilon . \Delta t$ mit h und schreiben daher

$$w = \frac{n}{N} = h . f(\varepsilon).$$

Da diese Gleichung ihre Bedeutung für alle Werte von Δt behalten soll, so gilt sie auch für den Grenzübergang $\Delta t = \infty$ und entsprechend $\Delta\varepsilon = 0$; w ist dann die endliche Wahrscheinlichkeit, daß ein Atom während einer unendlich langen Zeit die Gleichgewichtslage genau mit der Energie ε passiert, oder $n = Nhf(\varepsilon)$ ist die endliche Anzahl von Signalen, die unser Beobachter während einer unendlich langen Zeit geben kann, wenn er nur die Atome zählt, die genau die Energie ε besitzen. Während einer endlichen, wenn auch langen Beobachtungszeit wird er nicht mit Sicherheit auf das Eintreten dieser Erscheinung rechnen können. Je länger er wartet, um so größer wird die Wahrscheinlichkeit dafür, und erst nach unendlich langer Zeit, wenn die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Gewißheit erfüllt sind, wird die Zahl der Signale für jedes ε sich dem Werte $Nhf(\varepsilon)$ im Mittel unbegrenzt nähern.

Zur Auswertung der Funktion f dienen nun die folgenden Überlegungen: Summiert man die Gleichungen $n = Nhf(\varepsilon)$ über alle möglichen Werte ε von $0 - \infty$, so erhält man links und rechts unendlich, nämlich eine unendliche Summe von lauter ganzen Zahlen. Dies kommt daher, daß während einer unendlich langen Zeit jedes Atom nacheinander alle möglichen Werte von ε annehmen kann und daher bei der Summierung unendlich oft gezählt wird. Will man dagegen durch Summation der Gleichungen

$$\Sigma n = \Sigma Nhf(\varepsilon) = \Sigma Nf(\varepsilon)\Delta\varepsilon . \Delta t$$

die Gesamtzahl N der Atome erhalten, so muß man dafür sorgen, daß jedes Atom nur einmal gezählt wird. Man muß dann die Beobachtungszeit $\varDelta t$ so wählen, daß jedes Atom in ihr gerade einmal die Gleichgewichtslage passiert, d. h. wir müssen $\varDelta t$ gleich der für alle Atome gleichen Schwingungsdauer τ setzen. In der obigen Summe darf dann nicht über alle möglichen Werte von ε summiert werden, sondern nur über die Werte 0, $\varDelta\varepsilon$, $2\varDelta\varepsilon\ldots$, wenn $\varDelta\varepsilon = \frac{h}{\tau} = h\nu$ gesetzt wird (ν = Schwingungszahl).

Berücksichtigen wir nun, daß in einem festen Körper jedes Atom Schwingungen in den drei zueinander senkrechten Richtungen ausführen kann, so erhalten wir nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

$$n = Nh^3 f(\varepsilon_1) f(\varepsilon_2) f(\varepsilon_3)$$

und durch Summierung

$$\Sigma n = N = Nh^3 \Sigma f(\varepsilon_1) . f(\varepsilon_2) f(\varepsilon_3).$$

Für die Gesamtenergie erhalten wir entsprechend

$$E = \Sigma n \varepsilon = Nh^3 \Sigma (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) f(\varepsilon_1) f(\varepsilon_2) f(\varepsilon_3),$$

wenn wiederum die Summierung nicht über alle beliebigen Werte, sondern nur über die Werte $\varepsilon = h\nu$, $2h\nu\ldots$ usw. erstreckt wird.

Zur Bestimmung der Funktion f benutzen wir den Satz, daß im stationären Zustand die Entropie S ein Maximum ist und definieren S nach Boltzmann-Planck:

$$S = k \ln W.$$

k ist ebenso wie h eine universelle Konstante, W, die Gesamtwahrscheinlichkeit des Systems, dagegen eine Funktion sämtlicher generalisierter Koordinaten. W ist die Zahl, welche angibt, um wievielmal der tatsächliche Zustand wahrscheinlicher ist als derjenige, in welchen die generalisierten Koordinaten aller einzelnen Molekeln gleiche Mittelwerte besitzen würden [1]). W ist als eine ganze, und zwar sehr große Zahl nach Boltzmann

$$W = \frac{N!}{n_1!\, n_2! \ldots}.$$

[1]) In meiner vorigen Abhandlung (Nernst-Festschrift, l. c.) hatte ich versucht, W als echten Bruch zu definieren, nämlich als Verhältnis der günstigen Fälle zu den maximal möglichen. Ich kehre jedoch hier zu der auch früher von mir benutzten Planck-Boltzmannschen Definition zurück, weil sich nur mit dieser die obige Definition von h widerspruchsfrei durchführen läßt.

Dann wird

$$S = kNlnN - kN - k\Sigma(nlnn - n)$$
$$= kNlnN - k\Sigma Nh^3 f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3)[lnN + 3\,lnh + lnf(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3)]$$
$$= -3\,kNlnh - kNh^3\Sigma f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3)lnf(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3).$$

Für den stationären Zustand

$$\delta N = \delta E = \delta S = 0$$

folgt dann

$$f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3) = \alpha e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$$

und somit

$$1 = h^3.\alpha\Sigma e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} \qquad 1)$$
$$E = Nh^3\alpha\Sigma(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} \qquad 2)$$
$$S = -3\,kNlnh - kNln\alpha + k\beta E. \qquad 3)$$

Die Ausführung der Summation der Gleichungen 1) und 2) über alle Werte $\varepsilon = 0,\ h\nu,\ 2\,h\nu\ldots$ ergibt für die Konstanten α und β die Gleichungen

$$\beta = \frac{1}{h\nu}ln\left(\frac{3\,Nh\nu}{E}+1\right)$$
$$\alpha = \frac{1}{h^3}\left(\frac{1}{1+\frac{E}{3\,Nh\nu}}\right)^3$$

und daher

$$S = 3\,kNln\left(1+\frac{E}{3\,Nh\nu}\right)+\frac{kE}{h\nu}ln\left(\frac{3\,Nh\nu}{E}+1\right).$$

Diese Gleichung ist mit Gleichung 227 in PLANCKs Wärmestrahlung S. 153 identisch. Durch Differentiation nach E erhält man daher in bekannter Weise

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T} \text{ und } E = 3\,N\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$$

die PLANCKsche Strahlungsgleichung (für Resonatoren, die nur in einer Richtung schwingen, fällt der Faktor 3 fort) und durch weitere Differentiation nach T die EINSTEINsche Gleichung für die spezifische Wärme fester Stoffe.

Aus den Gleichungen 1) und 3) folgt für den absoluten Nullpunkt ($\lim E = 0$) $\lim \alpha = 1/h^3$, und $\lim S = 0$, das NERNSTsche Wärmetheorem in der PLANCKschen Formulierung.



Die Entropie der einatomigen idealen Gase.

Die Energie ε einer einatomigen Gasmolekel setzt sich additiv aus den drei Größen $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ zusammen, die ihrerseits gegeben sind durch die Gleichungen

$$\varepsilon_1 = \frac{m}{2}\xi^2, \quad \varepsilon_2 = \frac{m}{2}\eta^2, \quad \varepsilon_3 = \frac{m}{2}\zeta^2.$$

m ist die Masse eines Atoms, ξ, η, ζ sind die Geschwindigkeitskomponenten. Wir betrachten N Molekeln, die sich im konstanten Volumen V mit konstanter Gesamtenergie E befinden. Dann sei die Wahrscheinlichkeit w, daß eine Molekel während der Beobachtungszeit $\varDelta t$, wenn auch nur vorübergehend, zwischen zwei Zusammenstößen eine Energie zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + \varDelta\varepsilon_1$ besitzt, wie oben $w = f(\varepsilon_1)\varDelta\varepsilon_1 . \varDelta t$, oder die Zahl der Atome, die dieser Bedingung genügen, $n = Nhf(\varepsilon_1) = Nf(\varepsilon_1)\varDelta\varepsilon_1\varDelta t$.

Wollen wir durch Summierung dieser Gleichungen die Gesamtzahl der N Atome erhalten, so müssen wir wieder $\varDelta t$ und entsprechend $\varDelta\varepsilon_1 = \frac{h}{\varDelta t}$ so wählen, daß jede Molekel nur einmal gezählt wird. Wir müssen also die Beobachtungszeit so wählen, daß die Molekeln während $\varDelta t = \tau$ keine Geschwindigkeitsänderung, also auch keinen Zusammenstoß erleiden. $\varDelta t = \tau$ ist also die mittlere Zeit, während welcher sich die Molekeln mit der Energie zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + \varDelta\varepsilon_1$ frei, d. h. ohne Zusammenstoß, bewegen. Nur dann erhalten wir durch Summierung $\Sigma n = N = Nh\Sigma f(\varepsilon_1)$.

Bei der Summierung sind also nicht alle möglichen Werte von ε in Rechnung zu setzen, sondern nur die Werte $\frac{h}{\tau}, \frac{2h}{\tau}\cdots$ Im Gegensatz zu der Gleichung 1) für die schwingenden Atome ist hier τ keine Stoffkonstante, sondern von der Gesamtenergie, dem Volumen und auch den Werten ε_1 abhängig.

Ganz ebenso erhalten wir für die Gesamtenergie $E = \Sigma n\varepsilon$ die Gleichung

$$E = Nh\Sigma f(\varepsilon) . \varepsilon.$$

Unter Berücksichtigung der drei Freiheitsgrade der Bewegung gehen diese beiden Gleichungen, wenn man gleichzeitig

$$f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)f(\varepsilon_3) = \alpha e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$$

setzt, über in

$$1 = \alpha h^3 \Sigma e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} = \alpha \Sigma e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} \Delta\varepsilon_1 \Delta\varepsilon_2 \Delta\varepsilon_3 . \tau^3 \quad 4)$$

$$E = N\alpha h^3 \Sigma(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3) e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$$

$$= N\alpha \Sigma(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3) e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} \Delta\varepsilon_1 \Delta\varepsilon_2 \Delta\varepsilon_3 . \tau^3 \quad 5)$$

$$S = -3kNlnh - kNln\alpha + k\beta E. \quad 6)$$

Die analytische Berechnung der Konstanten α und β aus den Gleichungen 4) und 5) wird nur dann relativ einfach, wenn man sich vorläufig auf das Gebiet hoher Temperaturen beschränkt, in welchem man das Intervall $\Delta\varepsilon = \frac{h}{\tau}$ als klein gegen die mittlere Energie des einzelnen Atoms setzen kann. Dann kann man die Integration an Stelle der Summation einführen[1]) und erhält die beiden Gleichungen

$$1 = \alpha \iiint_0^\infty e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 d\varepsilon_3 . \tau^3$$

$$E = \alpha N \iiint_0^\infty e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)} (\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3) d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 d\varepsilon_3 . \tau^3.$$

Zur Integration berücksichtigen wir

$$d\varepsilon_1 = m\xi d\xi, \quad d\varepsilon_2 = m\eta d\eta, \quad d\varepsilon_3 = m\zeta d\zeta$$

$$\text{und } \frac{\bar{x}}{\tau} = \xi, \quad \frac{\bar{y}}{\tau} = \eta, \quad \frac{\bar{z}}{\tau} = \zeta,$$

wenn x die mittlere x-Komponente des Weges ist, den eine Molekel von der Energie ε_1, ohne anzustoßen, zurücklegen kann. Zur Integration setzen wir einen Mittelwert von $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ vor das Integral, und zwar V/N, das Volumen, welches jede einzelne Molekel im Mittel, ohne anzustoßen, durchlaufen kann. Dann erhalten wir:

$$1 = \frac{\alpha V m^3}{N} \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta m}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta$$

$$E = \frac{\alpha V m^4}{2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\xi^2+\eta^2+\zeta^2) e^{-\frac{\beta m}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta.$$

Da die Geschwindigkeiten von $-\infty$ bis $+\infty$ variieren können und da eine Molekel mit der Energie ε_1 von einer anderen mit

[1]) Es muß jedoch ausdrücklich betont werden, daß dies ein prinzipieller Fehler ist, da $\Delta\varepsilon = \frac{h}{\tau}$ als Quotient zweier endlicher Größen nicht unendlich klein werden kann. Die erhaltenen Formeln können daher nur für die Grenze $\lim E = \infty$ streng richtig werden.



gleicher Energie, aber entgegengesetzter Richtung, für die Wahrscheinlichkeitsbetrachtung unterschieden werden soll, so sind die Integrationsgrenzen entsprechend zu verändern. Dann erhält man durch Ausführung der Integration

$$\beta = \frac{3N}{2E}, \quad \alpha = \frac{N}{V}\left(\frac{3N}{4m\pi E}\right)^{3/2}$$

und für die Entropie

$$S = {}^3/_2 kN ln E + kN ln V + \Big[- kN ln N - {}^3/_2 kN ln \left(\frac{3N}{4\pi m}\right) - 3kN ln h + {}^3/_2 kN\Big]$$
$$= {}^3/_2 kN ln E + kN ln V + S'. \qquad 7)$$

Diese Gleichung stimmt mit der früher [Ann. d. Phys. (4) **36**, 967, 1911) abgeleiteten Gleichung für die Entropie einatomiger Gase vollkommen überein, wenn man dort $d\sigma = \frac{Nh^3}{m^3}$ setzt; sie unterscheidet sich von der in der Nernst-Festschrift gegebenen Gleichung durch ein Glied kN, was von der veränderten Definition der Gesamtwahrscheinlichkeit herrührt.

Die empirische Richtigkeit der Gleichung 7) kann man durch Berechnung der chemischen Konstanten erweisen, die man ihrerseits an der Dampfdruckkurve prüft. Der einzige einatomige Stoff, für welchen alle thermischen Größen, die zur Berechnung des Dampfdruckes erforderlich sind, bekannt sind, ist Quecksilber. Die Übereinstimmung der berechneten mit der experimentell bestimmten Dampfdruckkurve ist recht gut [1]). Man erhält die Gleichung [2])

$$\log p_{\text{ber.}} = -\frac{3200}{T} - 0{,}83 \log T + 10{,}35$$

und daraus die folgenden Werte (in mm Hg):

---

[1]) Über die Berechnung vgl. Ann. d. Phys. (4) **36**, 965, 1911; ferner H. Tetrode, ebenda **38**, 434, 1912.

[2]) In die Berechnung gehen die folgenden kalorimetrisch bestimmten Größen ein: 1. Die Verdampfungswärme des Hg am Siedepunkt = 67,8 cal. 2. Die Schmelzwärme des Hg = 554,5 cal pro Mol. 3. Die spezifische Wärme des flüssigen Hg, angenähert konstant = 0,033 gesetzt. 4. Die spezifische Wärme des festen Hg, berechnet nach Nernst-Lindemann mit $\beta\nu = 97$. 5. Die Chemische Konstante des Hg-Dampfes

$$C = \frac{S' - c_p + R\ln R}{2{,}3\,R} = 1{,}40 \text{ (in Atm.)}.$$

°C	$\log p_{ber.}$	$\log p_{gef.}$	°C	$\log p_{ber.}$	$\log p_{gef.}$
0	— 3,63	— 3,73	100	— 0,62	— 0,55
30	— 2,50	— 2,52	200	+ 1,10	+ 1,23
50	— 1,90	— 1,89	300	+ 2,22	+ 2,39

Hiermit ist zum ersten Male die Berechnung einer Dampfdruckkurve aus kalorimetrisch bestimmten Größen durchgeführt; gleichzeitig ergibt sich eine neue direkte Bestätigung des NERNSTschen Theorems, das bei der Ableitung der Dampfdruckgleichung vorausgesetzt wurde.

Über einige Beobachtungen bei der Glimmentladung in sehr reinen Gasen;

von Georg Gehlhoff.

(Eingegangen am 7. September 1912.)

In einer früheren Arbeit hatten Georg Gehlhoff und Karl Rottgardt [1]) gefunden, daß bei Gegenwart eines Alkalimetalldampfes der Kathodenfall und das Entladungspotential in den in einer Röhre enthaltenen Gasresten sehr klein wird. Weiterhin hatte G. Gehlhoff [2]) eine Methode angegeben, um Gase mit Hilfe von Kaliumdampf in weitgehendster Weise zu reinigen. Es lag daher nahe zu vermuten, daß zwei Ursachen dafür verantwortlich sind, daß der Kathodenfall und das Gesamtpotential so klein wurden: 1. die Reinigung des Gases durch die elektrische Entladung im Kaliumdampf, und 2. das Überziehen der Kathode mit metallischem Kalium. In folgendem sollen nun einige Beobachtungen mitgeteilt werden, die diese Auffassung bestätigen und gleichzeitig zeigen, wie sehr die elektrischen Eigenschaften der Gase von ihrer Reinheit abhängen.

Eine Kugel von 10 cm Durchmesser enthielt einen Ansatz mit einer Platinanode. Die Kathode war in der gleichen Weise eingesetzt, wie die Fig. 1 der oben zitierten Arbeit zeigt. Um die Kathode (Eisendraht) herum, jedoch von dieser durch Glas isoliert, befand sich etwas reines metallisches Kalium, das in der bekannten Weise eingeführt war. Der Kathodenfall konnte mit Hilfe einer Platinsonde gemessen werden, die an der Spitze des isolierenden Glasrohres ganz kurz abgeschnitten war [3]). In dieses Rohr wurde nun Wasserstoff mit einem Druck von 2 bis 3 mm Hg eingelassen und das ganze Gefäß allmählich mit Hilfe eines elektrischen Ofens erwärmt. Es ergab sich dann qualitativ genau dasselbe Bild, wie es früher charakterisiert war: Allmähliches Sinken des Kathodenfalles und des Gesamtpotentials zu kleinen

---

[1]) G. Gehlhoff u. K. Rottgardt, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 492, 1910.
[2]) G. Gehlhoff, ebenda **13**, 271, 1911.
[3]) K. Rottgardt, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1161, 1910.

Werten bei fortschreitender Erhitzung des Rohres und damit zunehmender Verdampfung des Kaliums. Um nun zu sehen, ob eine vermehrte Ionisierung bei Gegenwart des Kaliumdampfes oder infolge chemischer Prozesse, wie G. GEHLHOFF und K. ROTTGARDT früher vermutet hatten, die Ursache dieser Veränderung des Kathodenfalles sei, wurde nicht so weit erhitzt bzw. Strom durchgeschickt, bis aller Wasserstoff gebunden war, sondern vorher langsam wieder abgekühlt. Um konstanten Druck im Entladungsrohre zu erhalten, stand dieses in Verbindung mit einem Reservoir. Es zeigte sich nun, daß tatsächlich Kathodenfall und Entladungspotential bei Wiederabkühlung bis zur Zimmertemperatur konstant blieben. Und zwar war ersterer etwa 94 Volt, wenn der Kathodenfall in der von G. GEHLHOFF [1]) definierten und von K. ROTTGARDT [2]) verifizierten Weise gemessen wurde (Sonde an Grenze des CROOKESschen Raumes und des negativen Glimmlichtes), während das Gesamtpotential etwa 185 Volt war, bei einer Stromstärke von $0{,}51 \cdot 10^{-3}$ Amp. Die Spannungen wurden mit einem Saitenelektrometer gemessen. Der Strom wurde bei der Abkühlung zu den Messungen nur immer ganz kurze Zeit eingeschaltet. Das Saitenelektrometer stellt sich bekanntlich fast momentan ein. Wird der Strom längere Zeit eingeschaltet, so steigt der Kathodenfall und das Gesamtpotential wieder an. Daß der oben angegebene Kathodenfall sich auf die mit Kalium überzogene Eisenkathode bezieht, wurde in folgender Weise geprüft: Das Rohr wurde mehrmals langsam erhitzt und abgekühlt, um die Kathode mit einer möglichst dicken Schicht von Kalium zu überziehen. (Es bleibe dahingestellt, ob dies durch Destillation oder Stromtransport geschieht.) Dann wurde das Entladungsrohr noch einmal kräftig erhitzt und evakuiert, um die gebildeten Hydrüre zu zerstören. Als man jetzt Wasserstoff, der durch Glühen über Kupfer gut gereinigt und dann über mit flüssiger Luft gekühlte Kohle gegangen war, in das Entladungsrohr einließ, zeigte sich jetzt nur noch im Anfang ein sehr kleiner Effekt, derart, daß das Gesamtpotential und der Kathodenfall, wenn auch wenig, so doch merklich sanken. Es geht daraus hervor, daß man den Kathodenfall des Kaliums in sehr reinem Wasserstoff auf diese Weise

[1]) G. GEHLHOFF, Ann. d. Phys. (4) **24**, 553, 1907.
[2]) K. ROTTGARDT, l. c.

bestimmt. Es ergibt sich so gleichzeitig eine Methode, um an reinen, sich stets erneuernden Kaliumflächen (bzw. Flächen anderer Metalle) den Kathodenfall zu messen.

Ein Vergleich dieser Werte mit denen von K. Mey[1]) an Kaliumflächen gemessenen, die auf die bisher gebräuchliche Weise hergestellt waren, zeigt, daß die Meyschen Werte sehr viel höher sind. So hatte Mey als Mittelwert des Kathodenfalles von Wasserstoff in Kalium 172 Volt gemessen, wobei sich die Sonde im Faradayschen Dunkelraum befand. Wenn ich die Sonde an die Grenze des negativen Glimmlichtes brachte, so ergab sich ein Kathodenfall von etwa 120 Volt. Das Gesamtpotential war bei diesen Messungen nur 13 Volt höher als der von Mey gemessene Kathodenfall. Man muß also annehmen, daß bei den Versuchen von Mey sich das Kalium immer wieder mit einer Schicht von Oxyd oder Hydrür überzieht, während die bei diesen Versuchen gebildeten Verbindungen sofort im heißen Kalium gelöst werden und auf diese Weise stets eine reine Oberfläche erhalten wird.

Ein frisches, in gleicher Weise hergestelltes Entladungsrohr wurde darauf mit Helium beschickt. Das Helium war nach dem vom Verfasser angegebenen Verfahren gereinigt. Hier trat nur der Effekt hervor, daß die Kathode bei zunehmender Erwärmung mit Kalium überzogen wurde; infolgedessen sinkt das Entladungspotential ständig bis zu einem konstanten Wert von etwa 100 Volt. Auch beim Abkühlen blieb dann dieser Wert derselbe mit geringen Schwankungen. Der in derart gereinigtem Helium gemessene Kathodenfall bis zum Crookesschen Raume inklusive betrug dann nur 59 Volt. Der gemessene Kathodenfall war unabhängig von Stromstärke und Druck. Dieser Wert ist vergleichbar mit dem von Mey gemessenen Wert von 69 Volt, der so erhalten wurde, daß die Sonde in den Faradayschen Raum ragte.

Zur Frage der Schichtenbildung in reinen Gasen.

Es ist bisher noch nicht mit Sicherheit entschieden, ob in ganz reinen Gasen eine geschichtete positive Lichtsäule auftreten

---

[1]) K. Mey, Ann. d. Phys. (4) **11**, 127, 1903.

kann oder nicht[1]). Die Schwierigkeiten, ganz reine Gase herzustellen und der große Einfluß geringer Beimengungen sind die Ursache, daß diese Frage noch immer strittig ist. Es scheint bisher nur das eine sicher zu sein, daß in organischen Dämpfen, in Kohlensäure und Kohlenoxyd, Wasserstoff und Gasgemischen sich sehr leicht Schichten bilden. Bezüglich des Wasserstoffs liegen Angaben von PENTSCHEFF[2]) vor, wonach das Gebiet von Druck und Strom, in dem Schichten auftreten, stetig desto kleiner wird, je sorgfältiger man den Wasserstoff reinigt. Bezüglich der Angaben anderer Beobachter, daß auch in reinen Gasen Schichten auftreten, muß immer wieder darauf hingewiesen werden, daß die okkludierten Gase der Elektroden und Quecksilberdampf von großem Einfluß sind.

Ich habe versucht, in Gasen von möglichst hohem Reinheitsgrade Schichten zu erhalten. Der Einfluß von Verunreinigungen wird sich naturgemäß besonders stark bei den chemisch inaktiven Gasen bemerkbar machen, wie dies z. B. aus Messungen des Kathodenfalles, der Ionenbeweglichkeit usw. hervorgeht; infolgedessen verwendete ich für die Versuche Stickstoff und Helium. Der Stickstoff wurde zunächst aus einem Gemisch von Ammoniumnitrit und Kaliumbichromat entwickelt, mit Kaliumpermanganatlösung und Kalilauge gereinigt und mit Phosphorpentoxyd getrocknet. Er ging dann in ein Hartglasrohr, welches mit frisch reduzierten Kupferspiralen beschickt war und eine Ansatzkugel mit Phosphorpentoxyd hatte. Das Kupfer und das Hartglasrohr waren vorher stundenlang im höchsten Vakuum ausgeglüht, bis sie keine Gase mehr abgaben; nur auf diese Weise war es möglich zu erreichen, daß der Stickstoff frei von Wasserstoff war. Der Stickstoff wurde über Kupfer mehrere Tage lang geglüht, so daß auf diese Weise eine weitgehende Reinigung von Sauerstoff und Wasserstoff erreicht wurde. Nach Untersuchung von J. FRANCK[3]) erreicht man in lange über Kupfer geglühtem Stickstoff eine Beweglichkeit der negativen Ionen bis zu 145. Da die Beweglichkeit der negativen Ionen im Stickstoff in außerordentlich hohem Maße vom Sauerstoffgehalt abhängt und schon Spuren von Sauerstoff die Beweglichkeit stark herabsetzen, so muß man

---

[1]) Siehe z. B. Bericht von R. SEELIGER, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. 7, 528, 1911.

[2]) PENTSCHEFF, Phys. ZS. 7, 1906.

[3]) J. FRANCK, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 613, 1910.

annehmen, daß derart gereinigter Stickstoff kaum merkliche Spuren von Sauerstoff aufweist. Das Vorhandensein von Wasserstoff wurde spektral geprüft.

Zur Untersuchung wurde ein Rohr von 50 cm Länge und 20 mm lichter Weite benutzt; als Anode diente ein Kupferdraht, als Kathode eine Aluminiumscheibe von 3 cm Durchmesser und 0,7 cm Dicke. Die Anode befand sich in einer Erweiterung des Rohres, die Kathode in einer angeblasenen Kugel von 8 cm Durchmesser. Beide Elektroden waren mittels Schliffen eingeführt, die genügend weit zurücklagen. Elektroden, Schliffe und die Kugel, in der sich die Kathode befand, wurden kräftig mit Wasser gekühlt. Es war zunächst erforderlich, die Elektroden von den okkludierten Gasen zu befreien. Dies geschah dadurch, daß stundenlang Entladungen hindurchgeschickt und das Entladungsrohr mit reinem Stickstoff gespült wurde. Auf diese Weise gelang es gleichzeitig, alles Quecksilber in dem Rohr und von den Elektroden, die nahe bis zum Schmelzen heiß wurden, zu verdampfen, und in einem dem Entladungsrohr vorgelegten U-Rohr, welches ständig mit flüssiger Luft gekühlt war, zu kondensieren. Hier blieben auch alle Fettdämpfe zurück, die eventuell vom einströmenden Stickstoff mitgeführt wurden, da Schliffe und Hähne nicht zu vermeiden waren.

War auf diese Weise das Rohr einige Tage lang behandelt, so blieb der Stickstoff in diesem Rohr, auch bei dauernder Entladung vollkommen rein, wie sich spektral zeigte. Der Strom wurde zwischen 5 und 110 Milliamp. variiert und wurde von einer Hochspannungs-Dynamomaschine geliefert. Der Druck wurde zwischen 0,03 mm und 90 mm Quecksilber variiert und mit einem Quecksilbermanometer bzw. abgekürzten Mc Leod schen Manometer gemessen. Bei allen diesen Variationen erhielt man eine positive Lichtsäule, die im allgemeinen ungeschichtet war und nur bisweilen eine schwache Andeutung von einigen wenigen Schichten (1 bis 5) in der Nähe der Kathode hatte. Wenn das Rohr unter starkem Strom vorher gut evakuiert und frischer Stickstoff eingelassen war, war zunächst die Lichtsäule an dem der Kathode zugewandten Ende ungeschichtet [1]); die Andeutung von Schichten

---

[1]) Häufig war es nicht möglich, die, wenn auch nur schwach angedeuteten 1 bis 2 Schichten fortzubringen. In diesen Fällen war offenbar der Stickstoff nicht ganz rein und mußte frisch dargestellt werden.

trat erst dann auf, wenn man längere Zeit einen starken Strom durch das Entladungsrohr gehen ließ, so daß offenbar noch einige wenige Spuren von Gasen speziell aus der Kathode austraten, oder, was häufiger geschah, das Glasrohr, welches den Zuführungsdraht zur Kathode isolierte, durch die starke Wärmeentwickelung weich geworden war und Gase abgab. Wie stark die Erwärmung der Kathode bei den großen Stromstärken und stark anormalen Kathodenfällen war, geht daraus hervor, daß die Kathode am Zuführungsdraht zweimal abschmolz.

Die Andeutung der Schichten trat jedoch nur an dem der Kathode zugewendeten Ende der Lichtsäule hervor. Erst bei stärkerer Verunreinigung gingen sie weiter und schließlich bis zur Anode. Fig. 1 zeigt das Aussehen der positiven Lichtsäule bei einem Druck von 1,1 mm und einem Strom von 110 Milliamp. Fig. 2 wurde bei einem Druck von 0,32 mm und 105 Milliamp. Strom erhalten, Fig. 3 bei 0,1 mm Druck und 10 Milliamp. Strom; Fig. 4 endlich zeigt die positive Lichtsäule, wenn die Entladung längere Zeit hindurchgegangen und der Stickstoff schwach verunreinigt war, wiederum bei 0,1 mm Druck und 10 Milliamp. Stromstärke. Man sieht, daß hier die Schichten schon etwas stärker angedeutet sind. Es muß aber dabei erwähnt werden, daß bei dieser Aufnahme für das Auge die Schichten weniger stark hervortreten. Es liegt dies daran, daß die Schichtköpfe mehr bläulich, die Rückseiten dagegen orangegelb waren, so daß diese auf die photographische Platte etwas weniger stark einwirkten. Die Schichtenbildung erwies sich als ein mindestens ebenso empfindliches Reagens auf Verunreinigungen wie das Spektrum. Allerdings nicht bei allen Stromstärken: Sie trat bei derselben Gasfüllung (verunreinigter Stickstoff) mit abnehmender Stromstärke bis zu einer gewissen Grenze stärker auf und verschwand mit zunehmender Stromstärke. Die Anwesenheit von Quecksilberdampf schien auf die Schichtbildung von geringerem Einfluß zu sein, während Wasserstoff stärkeren, Kohlenoxyd einen noch stärkeren Einfluß zu haben schien.

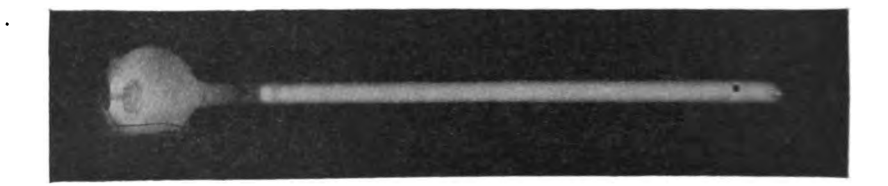
Es wurden darauf noch Versuche gemacht mit Stickstoff, der mit Hilfe der Entladung in Kaliumdampf [1]) gereinigt und aus Luft hergestellt war. In Röhren von 3 bis 10 mm Durchmesser und

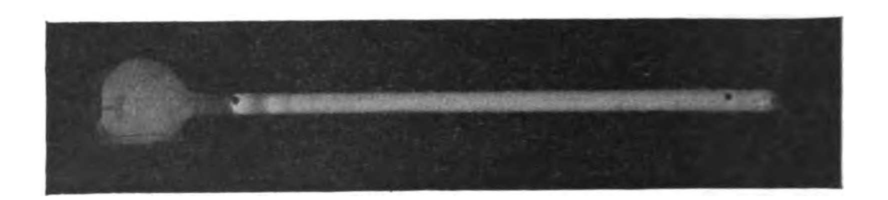
[1]) G. Gehlhoff, l. c.

15 bis 20 cm Länge wurde stets eine vollkommen ungeschichtete positive Lichtsäule erhalten, die bei keiner Stromstärke (bis 30 Milliamp.) in Schichten zerfiel. Es geht daraus hervor, daß der über Kupfer geglühte Stickstoff wohl noch nicht ganz den-

Fig. 1 bis 4.









selben Reinheitsgrad erreicht, wie der auf diese Weise erhaltene Stickstoff.

An dem großen Entladungsrohr wurden dann auch Versuche mit Helium gemacht. Das Helium war auch mit Hilfe der Glimmentladung von Kaliumdampf gereinigt und zeigte keine fremde Linie. Die positive Lichtsäule in reinem Helium sah

fahlgelb aus und ging außen in eine bläuliche Farbe über. Wenn das Helium in dem Entladungsrohr Spuren von Wasserstoff enthielt, dann zerfiel die Lichtsäule nicht in Schichten, sondern zeigte ein eigentümliches Flimmern, als ob eine Schichtenbildung in dem Rohr sehr rapide hin und her schwankte; wenn das Helium vollkommen rein war, war die positive Lichtsäule vollkommen ungeschichtet. Der Druck wurde zwischen 0,14 und 10 mm variiert, die Stromstärke von 5 bis 110 Milliamp. Unterhalb eines Druckes von 0,14 mm gelang es nicht, mit 3000 Volt eine Entladung durch das Rohr hindurchzuschicken. Bekanntlich setzt die Glimmentladung in reinen Edelgasen bereits bei viel höheren Drucken aus, als in anderen Gasen. Auch in den kleineren Röhren war die Lichtsäule vollkommen ungeschichtet. In diesen Röhren wurden noch Versuche mit Argon gemacht, die dasselbe Resultat ergaben.

Aus den vorliegenden Untersuchungen geht hervor, daß in chemisch trägen Gasen, wenn diese vollkommen rein sind, wenn mit anderen Worten in der Entladung nur Ionen eines Gases vorhanden sind, keine Schichtbildung zustande kommt. Ob man nach diesem berechtigt ist, aus den Versuchen von PENTSCHEFF [1]) das gleiche Resultat auf ganz reinen Wasserstoff zu extrapolieren, erscheint noch zweifelhaft. Nach Versuchen des Verfassers [2]) traten gerade in Röhren, die Wasserstoff mit dem Dampfe eines Alkalimetalles enthielten, in denen mithin der Wasserstoff sehr rein war, die Schichten dieses besonders farbenprächtig (himmelblau und rosa) auf.

Es mag noch erwähnt werden, daß sich bei den Versuchen mit Helium in dem großen Entladungsrohre folgende Erscheinung zeigte: Wenn das Helium Spuren von Wasserstoff enthielt, derart etwa, daß die rote Wasserstofflinie ungefähr ebenso hell war wie die rote Heliumlinie, so erhielt man für das Gesamtpotential einen von Stromstärke und Druck abhängigen Wert, der sich beispielsweise bei Drucken von 0,2 bis 2 mm in Grenzen von etwa 700 bis 1500 Volt bewegte, da bei der Größe der Kathode der Kathodenfall bei den genannten Stromstärken von 5 bis 100 Milliamp. anormal war; wenn jedoch das Helium ganz rein war und keine

---

[1]) PENTSCHEFF, l. c.

[2]) G. GEHLHOFF, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 963, 1910.

Spur der Wasserstofflinie zeigte, dann war der Kathodenfall bei gleichen Drucken und Stromstärken nicht etwa kleiner, sondern bei weitem größer und stieg beispielsweise bei einem Druck von 0,6 bis 3 mm und 60 Milliamp. Stromstärke auf rund 3000 Volt. Es war also mit anderen Worten der Kathodenfall in dem reinen Helium bei den gewählten Dimensionen stärker anormal als in dem schwach verunreinigten Helium. Die Erklärung dürfte wohl die sein, daß in dem reinen Helium die freie Weglänge der Elektronen eine größere ist und daher das negative Glimmlicht auf eine größere Strecke hin die Glaswand berührte, als in dem schwach verunreinigten Helium, so daß die Anormalität des Kathodenfalles dadurch erhöht wurde.

Weiterhin ergab sich wider Erwarten die bemerkenswerte Tatsache, daß in dem Rohr von 2 cm Durchmesser bei dem gleichen Wattverbrauch, d. h. Stromstärke mal Potentialgradient, die Helligkeit der Heliumlichtsäule geringer war als die Helligkeit der positiven Lichtsäule im Stickstoff. Ganz besonders machte sich dies bemerkbar bei Drucken, bei denen die Gase den maximalen Nutzeffekt, d. h. den kleinsten spezifischen Wattverbrauch haben. Die verbreitete Anschauung, daß Helium einen günstigeren spezifischen Wattverbrauch aufweist als Stickstoff, ist wohl immer dadurch hervorgerufen worden, daß in Spektralröhren das Helium unter sonst gleichen Verhältnissen bei weitem heller leuchtet als Stickstoff; jedoch ist bei Verwendung der gleichen Induktorspannung in Heliumspektralröhren einfach die Stromstärke größer als in Stickstoffspektralröhren, so daß auf diese Weise das Hellerleuchten des Heliums zustande kommt. Auch tritt in weiten Röhren die gelbe Heliumlinie nicht so stark gegenüber den anderen Linien hervor, wie in engen Röhren; da die meisten Heliumlinien im Blauen und Violetten liegen und im reinen Stickstoff die roten und orangen Banden viel stärker hervortreten als die blauen und violetten Banden, so dürfte dies der Grund dafür sein, daß das Stickstofflicht in weiten Röhren heller wirkt als das Heliumlicht.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden größtenteils mit Mitteln durchgeführt, die die Jagor-Stiftung zur Verfügung stellte. Es sei ihr auch an dieser Stelle dafür gedankt.

Danzig-Langfuhr, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, Juli 1912.



Nachtrag bei der Korrektur: Herr HANS KOST-Göttingen war so freundlich, mir mündlich mitzuteilen, daß er die Versuche von PENTSCHEFF mit Wasserstoff wiederholt habe und dessen Angaben vollkommen bestätigen müsse. Er machte mir ferner bezüglich einiger Versuche mit Helium die Mitteilung, daß die Schwierigkeit, bei Helium die Schichtung zu beseitigen, darin lag, den Wasserstoff zu beseitigen; doch konnte er auch hier stellenweise die Schichtung beseitigen.

Hiernach ist es als sicher anzusehen, daß in reinem Wasserstoff die Schichten nicht zu beseitigen sind, während man in reinen Edelgasen und in reinem Stickstoff eine vollkommen ungeschichtete Entladung erhält. Die Schichtenbildung in reinen Gasen hängt demnach von der Stellung der Gase in der Spannungsreihe, d. h. von ihrem Verhalten den Elektronen gegenüber ab.

Künstliche metallische Leiter;
von K. Baedeker.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Abteilung der 84. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Münster am 19. September 1912.)

(Vgl. oben S. 877.)

Kupferjodür, die Verbindung des einwertigen Kupfers mit Jod, und Silberjodid haben die Eigenschaft, im festen Zustande freies Jod aufzunehmen und durch diesen Vorgang zu Elektrizitätsleitern zu werden, was sie in reinem Zustand nicht oder kaum merklich sind. Cu J kann bei Zimmertemperatur auf jedes Gramm bis 3,3 mg freies Jod aufnehmen und erreicht dabei ein Leitvermögen vom etwa 100 fachen Betrage wie bestleitende Schwefelsäure, bei Ag J sind die entsprechenden Vorgänge außerordentlich viel weniger auffällig, so daß die Gewichtsvermehrung durch Jodaufnahme bisher nicht, die Leitfähigkeitszunahme nur qualitativ feststellbar war.

Die benutzten Präparate, hergestellt durch Kathodenzerstäubung der Metalle auf Glasunterlage und darauffolgende Jodierung, zeigen sehr wahrscheinlich metallische Leitung, denn sie werden durch den Strom nicht zersetzt und folgen dem Gesetz der Voltaschen Reihe. Da sich ihr Leitvermögen durch Variation des Jodgehaltes in beliebiger Weise abstufen läßt, so können sie versuchsweise aufgefaßt werden als metallische Leiter mit variabler Elektronenkonzentration. Für die jodarmen, also schlecht leitenden Zustände wird man weiter eine Analogie zu den verdünnten Elektrolyten durchführen können, in dem Sinn, daß man die Leitfähigkeit direkt als ein Maß der Elektronenkonzentration ansieht. Diese Analogie im Verein mit den durch die Elektronentheorie der Metalle gegebenen Ansätzen kann als Ausgangspunkt für eine Reihe von Untersuchungen über die elektrischen Eigenschaften der Präparate benutzt werden, deren Ergebnisse hier mitgeteilt werden sollen.

I. Der Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstandes. Hier gibt zwar die Theorie einen sicheren Fingerzeig



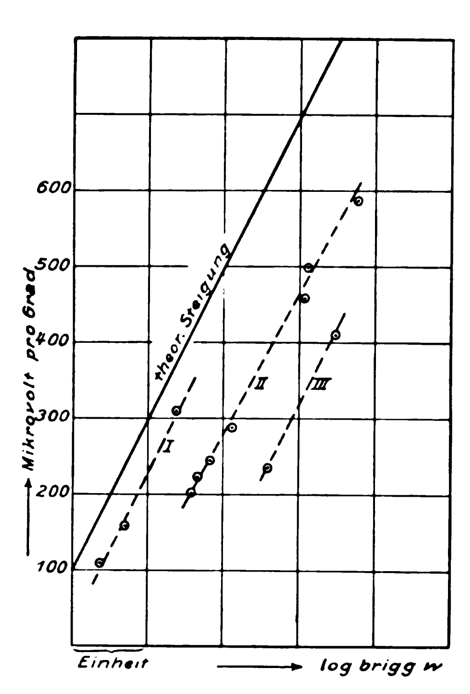
nicht, doch scheint für reine, gut leitende Metalle als allgemeiner Satz festzustehen, daß diese alle einen gemeinsamen Temperaturkoeffizienten haben, der der Zahl nach gleich dem Ausdehnungskoeffizienten der idealen Gase ist. Gut leitende jodreiche Cu J-Präparate erreichen auch nahe diesen Wert. Schlechter leitende zeigen ein Verhalten wie die von KOENIGSBERGER untersuchten schlechten metallischen Leiter, nämlich ein Minimum des Widerstandes bei bestimmter Temperatur und Konvergenz gegen den Wert unendlich bei sehr niedrigen, gegen lineares Ansteigen bei höheren Temperaturen.

II. Der HALLsche Effekt. Die von BOLTZMANN gegebene elementare Theorie dieser Erscheinung führt zu dem Resultat, daß die im Magnetfeld entstehende transversale Kraft proportional sein muß mit der gemeinsamen Translationsgeschwindigkeit der Elektronen und mit dem Magnetfeld. Diese Theorie ist mit der Erfahrung nur teilweise verträglich, weil sie nur ein Vorzeichen für den Effekt zuläßt, und zwar das entgegengesetzte, wie es die Cu J-Präparate zeigen. Trotzdem wird wohl jede Theorie, wie auch immer sie sich im einzelnen mit der regellosen Wärmebewegung der Elektronen abfindet, wenn sie die magnetelektrische Wirkung als Ausgangspunkt benutzt, zu dem Resultat führen, daß der Effekt der Translationsgeschwindigkeit der Elektronen proportional sei; anders würde sie mit dem von der Erfahrung gegebenen Satz der Proportionalität mit dem Primärstrom kaum vereinbar sein.

Hält man an dieser Grundlage fest, so ist eine Anwendung auf die Cu J-Präparate möglich. In der gewöhnlichen Darstellungsweise des Halleffektes ist der HALLsche Koeffizient definiert als die Transversalkraft, wenn Feld- und Primärstrom gleich 1 sind. Um nun in verschieden leitenden Cu J-Präparaten dieselbe Stromdichte herzustellen, muß die Elektronengeschwindigkeit im gleichen Verhältnis gesteigert werden, wie die Elektronenzahl abnimmt. Der HALLsche Koeffizient muß also umgekehrt proportional mit der Elektronenkonzentration oder auch — unter der Voraussetzung verdünnter Zustände — mit der Leitfähigkeit oder schließlich direkt proportional mit dem Widerstand werden. Diese Überlegung wird durch Messungen von C. STEINBERG weitgehend bestätigt, wenigstens in einem Intervall der spezifischen Widerstände von etwa 1 bis 100 Ohm/cm. Besser leitende Präparate

von 0,01 bis 1 Ohm zeigten Werte, die sich diesem Gesetz nicht einfügen, die Voraussetzung der verdünnten Lösung ist also hier nicht mehr zulässig.

III. Die thermoelektrische Kraft. Am bündigsten werden die Resultate der Theorie auf dem Gebiete der Thermoelektrizität.



Zwei Leiter, deren Elektronenkonzentrationen n_1 und n_2 sind, sollen pro Grad Temperaturdifferenz eine Thermokraft

$$e = \frac{R}{F} \log \frac{n_1}{n_2}$$

($R = 8{,}316 . 10^7$; $F = 9647$) gegeneinander zeigen. Diese Formel, deren Allgemeingültigkeit mit Recht öfters in Zweifel gezogen worden ist, wird sich unbedenklich in dem Fall anwenden lassen, daß zwei Präparate verschiedenen Leitvermögens thermoelektrisch verglichen werden, denn für diesen theoretisch einfachen Fall führen auch die neueren von verbesserten Voraussetzungen ausgehenden Theorien der Thermoelektrizität zum gleichen Resultat. Für die praktischen Berechnungen formt man sie hier so um:

$$e = \frac{R}{F} \log \frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{F} \log \frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} = \frac{R}{F} \log \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

($\varkappa$ ist das Leitvermögen, σ der spezifische Widerstand). Statt zwei Präparate gegeneinander zu messen, ist es einfacher, ein und dasselbe Präparat in verschiedenen Konzentrationen gegen ein Normalmetall zu vergleichen. Dann wird schließlich die Differenz zweier Thermokräfte gegen das Normalmetall zahlenmäßig

$$e_1 - e_2 = 198{,}5 \log \text{brigg} \frac{w_2}{w_1} \text{ Mikrovolt/Grad.}$$

Die Prüfung dieser Formel an der Erfahrung ergab eine gute Bestätigung, wie das Diagramm (Figur) zeigt, das sich auf Messungen an drei Präparaten zwischen 0° und 20° bezieht. Sowohl die lineare Beziehung zwischen Thermokraft und Logarithmus des Widerstandes, wie auch der Zahlwert des Faktors sind vollständig wiedergegeben.

Dies sind die bisher erhaltenen Resultate. Obgleich sie sicher der Bestätigung und Erweiterung bedürfen, sind sie doch wohl schon geeignet, zu zeigen, daß die Theorie der Metalle imstande ist, Voraussagungen zu liefern, die auf anderer Basis nicht möglich sind.

Zur Frage hoher Geschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen;

von R. Pohl und P. Pringsheim.

(Eingegangen am 18. Oktober 1912.)
(Vorgetragen in der Sitzung vom 25. Oktober 1912.)
(Vgl. oben S. 948.)

Seit einer Reihe von Jahren hat MILLIKAN[1]) sehr interessante Versuche veröffentlicht, denen zufolge die Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen im normalen Photoeffekt bei der Bestrahlung mit ultraviolettem Licht im Wellenlängenbereich zwischen 180 und 300 $\mu\mu$ Werte aufweisen, die die sonst gefundenen um das 10- bis 100fache übertreffen. Während im allgemeinen die Anfangsgeschwindigkeiten je nach den Umständen zwischen einigen Zehnteln Volt bis maximal 6 Volt angegeben wurden[2]), findet MILLIKAN unabhängig vom bestrahlten Metall und der Form des Gefäßes Anfangsgeschwindigkeiten bis zu 500 Volt und darüber[3]). Dabei wurden die Geschwindigkeiten sowohl durch das maximale positive Aufladungspotential als durch entgegengeschaltete, verzögernde Felder bestimmt.

Als Lichtquelle dienten stets Funken. Anfangs wurde die außerordentlich große Dauer der Bestrahlung und die mehrjährige Aufbewahrung der Metallplatten im Vakuum als die Ursache dieser Erscheinung angenommen[4]), indem durch beide eine Reinigung der Metallfläche bzw. Entgasung der Oberfläche erzielt worden sei. Neuerdings jedoch hat MILLIKAN[3]) gezeigt, daß es lediglich ohne Rücksicht auf die Vorgeschichte der Platte darauf ankommt, als Lichtquelle Funken hoher Intensität zu verwenden, und daß durch Veränderung von Kapazität und Selbstinduktion des Funkenkreises die Geschwindigkeit der Elektronen beeinflußt werde. Allein die hohe Momentanintensität der Lichtquelle soll

---

[1]) R. A. MILLIKAN, Phys. Rev. **30**, 287, 1910.

[2]) PH. LENARD, Ann. d. Phys. (4) **8**, 149, 1902. Wegen der wesentlichsten und immer von neuem übersehenen Fehlerquelle vgl. O. v. BAEYER und A. TOOL, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 569, 1911.

[3]) R. A. MILLIKAN, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 712, 1912.

[4]) So z. B. auch bei J. R. WRIGHT, Phys. ZS. **12**, 338, 1911.

für die Größe der Elektronengeschwindigkeit maßgebend sein, und die von LENARD entdeckte Unabhängigkeit der Geschwindigkeit von der Lichtintensität soll verschwinden, sobald man zu ganz anderen Größenordnungen der Lichtintensität übergeht.

Die Möglichkeit, daß die beobachteten Geschwindigkeiten der Elektronen durch von der Funkenstrecke erregte elektrische Schwingungspotentiale vorgetäuscht werden könnten, weist MILLIKAN durch folgendes Experiment zurück: Er stellt hinter die Funkenstrecke eine Hg-Hochdrucklampe, deren Strahlen im wesentlichen dem gleichen Spektralbereich wie das Funkenlicht angehören, und überzeugt sich, daß die beobachteten Geschwindigkeiten der Elektronen die normalen niedrigen Werte von einigen Volt annehmen, sobald das Licht der Funkenstrecke infolge einer kleinen seitlichen Verschiebung nicht mehr auf die Metallplatte trifft, was ja natürlich auf elektrische Schwingungspotentiale an der bestrahlten Platte keinen Einfluß haben kann. Auch HUGHES[1]) berichtet in einer kürzlich erschienenen Arbeit, daß er ebenfalls mit einer Funkenlichtquelle hohe Anfangsgeschwindigkeiten beobachtet hat, während das Auftreten elektrischer Schwingungen ausgeschlossen gewesen sei.

HUGHES ist für seine weiteren Versuche zur Hg-Lampe zurückgekehrt und macht über seine Anordnung keinerlei nähere Angaben. MILLIKAN hingegen hat seine Versuchsanordnung ausführlich beschrieben, und bei ihr müssen unbedingt elektrische Schwingungen an der bestrahlten Metallplatte auftreten. In der in Fig. 1 reproduzierten Originalfigur MILLIKANs sind sowohl die Funkenstrecke als die lichtelektrische Zelle in Metallkästen A und B eingeschlossen, die geerdet sind, in die aber von außen isoliert eingeführte Zuleitungen hereinragen[2]). Solange aber isoliert eingeführte Leitungen vorhanden sind, bildet ein im übrigen allseitig geschlossener Metallkasten gegen elektrische Schwingungen nicht den geringsten Schutz, die Kästen schwingen an ihren Erdleitungen relativ zu den isoliert eingeführten Zuleitungen, zumal wenn diese außerhalb des Kastens zur Erde führen. Die Existenz dieser an sich ganz selbstverständlichen Schwingungspotentiale zwischen dem Kasten und den in dessen

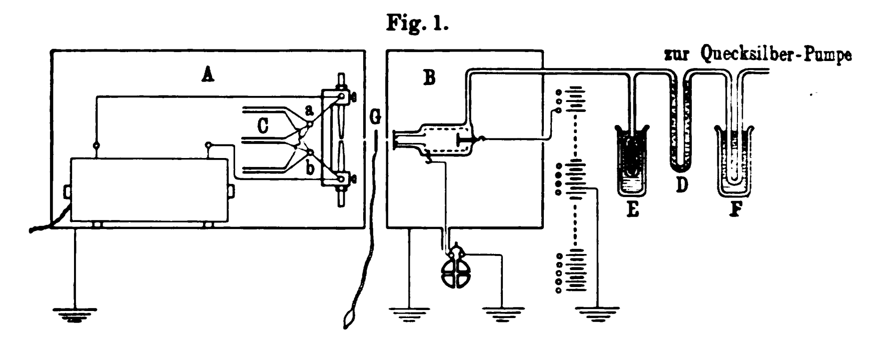
[1]) A. LL. HUGHES, Phil. Trans. London (A) **212**, 205, 1912.

[2]) Beim Kasten A die Induktorspeiseleitung links unten in der Ecke, beim Kasten B der Zuleitungsdraht zur Batterie und zum Elektrometer.

Innerem befindlichen, nach außen isoliert abgeleiteten Metallteilen haben FRANCK und POHL[1]) seinerzeit bei ihrer Kritik der MARX-schen Versuche über die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen ausführlich experimentell demonstriert.

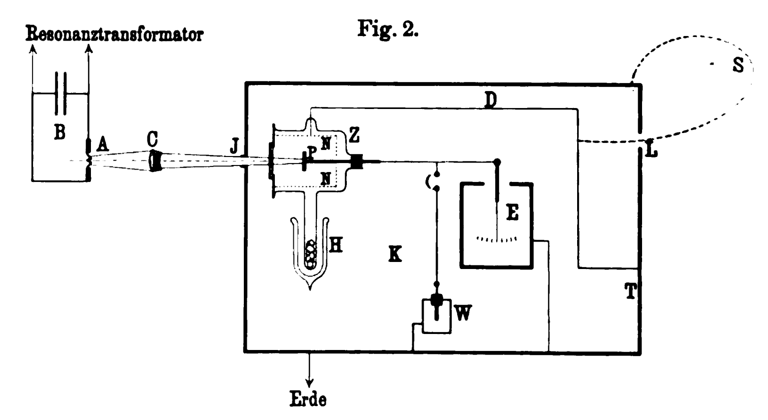
Um die Möglichkeit dieser störenden Schwingungen bei den MILLIKANschen Versuchen auszuschließen, haben wir MILLIKANS

Fig. 1.



Versuche wiederholt, aber zunächst die Photozelle mit dem Elektrometer in einen geerdeten, allseitig geschlossenen Metallkasten eingebaut, in welchen k e i n e r l e i isolierte Zuleitungen eingeführt

Fig. 2.



waren. Die Versuchsanordnung ist des näheren in der Fig. 2 erläutert. Als Erreger des Al-Funkenlichtes A dient ein Schwingungskreis B von etwa 200 m Wellenlänge und einer Leistung

[1]) J. FRANCK u. R. POHL, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 489, 1908. Vgl. auch R. POHL, Physik der Röntgenstrahlen, S. 142. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1912.

von 1 Kilowatt [1]) (Resonanzinduktor). Das Licht fällt, durch einen Quarz-Flußspat-Achromaten *C* parallel gemacht, durch eine kleine Irisblende *I* in das Innere des zur Erde abgeleiteten Blechkastens *K* von 50 × 50 × 90 cm Kantenlänge. Im Kasten *K* steht die Photozelle *Z*, welche mit gekühlter Kokosnußkohle *H* evakuiert ist, sowie das ELSTER und GEITELsche Fadenelektrometer *E* mit Beleuchtungsvorrichtung. Außerdem steht im Kasten ein Bronsonwiderstand *W*, der dem Elektrometer zur Strommessung parallel geschaltet werden kann. Die belichtete Metallplatte *P* ist ein vor drei Jahren durch Kathodenzerstäubung hergestellter Platinspiegel, der vom Licht senkrecht getroffen wird und dasselbe im wesentlichen aus dem Quarzfenster zurückreflektiert, so daß der umgebende berußte Metalldrahtnetzmantel *N* kaum vom Licht getroffen wird [2]). Das Elektrometerokular ragt durch eine etwa 2 cm weite Öffnung in der Kastenwand hervor und steht mit dieser in metallischer Berührung. Die Platinplatte *P* ist mit dem Elektrometerfaden verbunden, das Drahtnetz *N* ebenso wie das Elektrometergehäuse mit der Innenwand des Kastens bei *T*.

Mit dieser Anordnung erhielten wir mit den Al-Funken eine positive Selbstaufladung von 1,9 Volt, unabhängig von der Öffnung der Irisblende *J*.

Annähernd den gleichen Wert, nämlich 1,6 Volt, erhielten wir, wenn wir den Funken durch eine Hg-Lampe ersetzten. Der geringe Unterschied erklärt sich zwanglos durch die im Al-Funken wirksamen kürzeren Wellenlängen.

Werden also isoliert eingeführte Zuleitungen vermieden, und hiermit das Auftreten von Schwingungspotentialen, so sind auch die von MILLIKAN, WRIGHT u. a. beobachteten hohen Werte der Elektronengeschwindigkeit bei uns nicht vorhanden.

Alsdann haben wir den Draht *D*, der bisher das Netz *N* mit der Innenwand des Kastens verband, isoliert durch ein 1 cm weites Loch *L* aus dem Kasten herausgeführt und mit einer punktiert skizzierten Schleife *S* mit der Außenwand des Kastens verbunden oder anderweitig zur Erde abgeleitet. Nun konnten wir bei

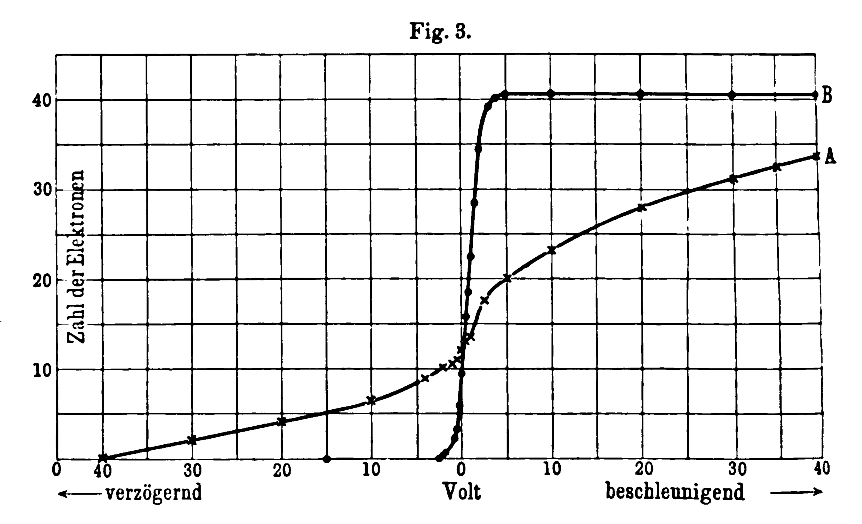
[1]) Es sind Teile eines Ultraviolett-Spektral-Apparates, die wir der Liebenswürdigkeit der Firmen HANS BOAS-Berlin und F. A. SENING-Hamburg verdanken.

[2]) Eine größere Skizze der Zelle siehe bei R. POHL, Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 339, 1911.



Bestrahlung mit Funkenlicht sofort jede beliebige positive Selbstaufladung der Platinplatte erzielen, je nach der Länge (0,3 bis 5 m), die wir der Drahtschleife gaben. Statt dieser Drahtschleife haben wir dann eine aus Akkumulatoren, Schieberwiderstand und Voltmeter gebildete Anordnung aufgestellt, die genau analog der MILLIKANschen Fig. 1 neben dem Schutzkasten stand, um dem Drahtnetz N beliebige verzögernde oder beschleunigende Spannungen erteilen zu können und so die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zu messen. Die Maximalaufladung wählten wir mit Rücksicht auf unseren Elektrometermeßbereich

Fig. 3.



durch Biegungen und Gruppierungen der Drahtleitung zu 40 Volt, ganz unabhängig von der Lichtintensität (Irisblende I). Nach Anschaltung des Bronsonwiderstandes im Inneren des Kastens bestimmten wir dann die Geschwindigkeitsverteilung, die in der Tabelle 1, sowie Fig. 3, Kurve A reproduziert ist und die durchaus der MILLIKANschen Kurve analog ist, die wir in der Fig. 4 abgedruckt haben.

MILLIKAN gibt an, daß es bei seinen Versuchen ganz ohne Einfluß war, ob auch die Funkenstrecke in einen Metallkasten eingebaut war oder nicht. Nach dem oben Gesagten ist dies ganz selbstverständlich, da auch hier von außen isolierte Drähte, die Induktorspeiseleitungen, in den Kasten eingeführt sind. Wir haben dagegen nun eine erheblich kleinere Funkenstrecke mitsamt den

Leidener Flaschen, dem Induktor, den Akkumulatoren und dem Unterbrecher in einen wirklich vollkommen geschlossenen Metallkasten gestellt, durch dessen eine Wand nur der Lederschnurlauf vom Turbinenunterbrecher zu dem außerhalb stehenden mit der Lichtleitung betriebenen Motor durch eine kleine Öffnung hindurchlief. Mit dieser Anordnung erhielten wir, auch wenn jetzt die Zelle selbst gegen Schwingungen nicht geschützt war, nur Potentiale von etwa 1,5 Volt, die aber sofort wieder in beliebig hohe Werte übergingen, wenn der Deckel des den Funkenkreis einschließenden Kastens um wenige Zentimeter gelüftet wurde. Trotz früherer Erfahrungen war es uns geradezu erstaunlich, wie sorgfältig man auf allseitigen genauen metallischen Schluß des

Fig. 4.

Kastens (Lötungen, Verschraubungen usw.) achten muß, wenn man die elektrische Schwingung vom Außenraum fernhalten will.

Dann wiederholten wir die von MILLIKAN angegebene Kombination von Funkenlicht und Hg-Lampe, nur daß bei uns das Licht der Hg-Lampe mit einem Nickelspiegel auf die Platinplatte *P* geworfen wurde. War das Funkenlicht durch Pappe abgeblendet und das Lampenlicht allein wirksam, so bekamen wir die Zahlen der Tabelle 2 und die Kurve *B* der Fig. 3, die wieder genau der entsprechenden MILLIKANschen in Fig. 4 gleicht.

Die während des Betriebes der abgeblendeten Funkenstrecke mit der Hg-Lampe erhaltenen Werte unterscheiden sich in nichts von dem oben ohne die gleichzeitige Existenz elektrischer Wellen erhaltenen. Die Maximalgeschwindigkeit ergibt sich wieder zu

Tabelle 1. Hg-Lampe.

Spannung am Drahtnetz Volt	Photostrom 10^{-11} Amp.	Spannung am Drahtnetz Volt	Photostrom 10^{-11} Amp.
+ 40	42	0,5	16
30	42	0,25	12
20	42	0,1	10
15	42	0	9
10	42	— 0,25	6,0
5	42	— 0,5	2,6
4	42	— 0,75	2.2
3	41	— 1,0	0,4
2	36	— 1,5	0,2
1,5	30	— 2	0
1	24	— 15	0
0,75	20		

Tabelle 2. Al-Funke.

Spannung am Drahtnetz Volt	Photostrom 10^{-11} Amp.	Spannung am Drahtnetz Volt	Photostrom 10^{-11} Amp.
+ 40	34	0	12
35	33	— 0,5	11
30	31	— 1	10,5
20	28	— 2	10
10	23	— 4	9
5	20	— 10	6,5
2,5	18	— 20	4
1	14	— 30	1,8
0,5	13	— 40	0

1,6 Volt, genau wie oben, als die isolierte Leitung nicht aus dem Kasten herausragte. Dabei hatten wir durch geeignete Einstellung der Iris *I* dafür Sorge getragen, daß die Stromstärken beim Funkenlicht und bei der Hg-Lampe wie bei Millikan für die größten beschleunigenden Spannungen angenähert die gleichen waren.

Dieses Experiment sollte nach Millikan die Abwesenheit störender Schwingungspotentiale an der bestrahlten Metallplatte beweisen; so überzeugend dies aber auch auf den ersten Anblick erscheint, liegt hier nach unserer Ansicht ein Trugschluß vor.

Die durch Schwingungen hervorgerufenen hohen Beschleunigungen wirken auf die von der Platte mit kleiner Eigengeschwindigkeit (etwa 2 Volt) ausgesandten Elektronen während der Dauer eines Funkens, und während dieser Zeit steigt das Potential der Platte um einen sehr kleinen, durch die verhältnismäßig geringe Lichtintensität und die endliche Kapazität des Elektrometers bedingten Betrag. Dann folgt eine relativ lange Pause bis zum nächsten Funken und währenddessen können keine Elektronen von der Platte nach dem Auffangnetz N gelangen, da ja das entgegenwirkende Feld ein geringes über 2 Volt beträgt, d. h. größer ist als die wirkliche, dem Licht entstammende Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen; wohl aber müssen in diesem schwingungsfreien Intervall zwischen zwei Funken die durch das stets vorhandene, zerstreut reflektierte Licht an dem Drahtnetz ausgelösten Elektronen nach der Platte zurückfliegen und deren positives Potential so lange heruntersetzen, bis dasselbe wieder der wirklichen Anfangsgeschwindigkeit entspricht. So kann dieses Potential, wenn nur die Pausen zwischen je zwei Schwingungen lang genug sind, sich nie merklich über seinen normalen Wert erheben.

Entstammen dagegen Licht und Schwingungen demselben Funken, so fällt die gesamte ungeheure Momentanintensität des Lichtes mit der Zeitdauer des beschleunigenden Schwingungspotentials zusammen; zwischen zwei Funken findet keine Bestrahlung statt und somit auch nicht der lediglich in einer Richtung gehende, das Potential wieder herabsetzende Gegenstrom vom Drahtnetz zur Platte. Dasselbe Resultat muß sich auch bei gleichförmiger Belichtung mit der Hg-Lampe erzielen lassen, wenn die Pausen zwischen den Momenten beschleunigender Potentiale auf irgendwelche Weise verkürzt werden, so daß der Gegenstrom nicht mehr Zeit hat, das Potential immer wieder auf seinen Ausgangswert von etwa 2 Volt herabzudrücken. Das könnte man z. B. durch eine enorme zeitliche Verdichtung der schwingungserregenden Funkenfolge erzielen; um dies experimentell zu realisieren, erzeugten wir die Schwingungen durch einen Poulsenkreis, und in der Tat erhielten wir dann auch bei Bestrahlung mit der Hg-Lampe beliebige hohe Aufladungspotentiale. Hieraus folgt mit Sicherheit, daß für die Erzielung großer Elektronengeschwindigkeiten nicht, wie Millikan annimmt, eine hohe Momentanintensität des Lichtes erforderlich ist. Dies wird auch noch dadurch bewiesen, daß bei

Erregung der Schwingungspotentiale und des Lichtes durch zwei unabhängige Funkenkreise, von denen der zur Belichtung dienende in unserem Sinne vollkommen metallisch eingebaut ist, auch nur die niedrigen Aufladungspotentiale auftreten, die bloß ganz selten eine geringe ruckweise Erhöhung erleiden, wenn eine zufällige Koinzidenz der beiden Funken stattfindet, um durch den Gegenstrom sehr bald wieder auf den Normalwert zurückzusinken.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß die an dem alten Platinspiegel gemessenen Werte keinen Anspruch darauf machen, als zuverlässige Absolutwerte für die Anfangsgeschwindigkeiten an Pt zu gelten.

Zusammenfassung.

Wir zeigen abermals, daß allseitig geschlossene Metallkästen keinen Schutz gegen elektrische Schwingungen bieten, solange auch nur eine einzige isoliert herausgeführte Drahtleitung aus dem Kasten herausragt. Ferner beschreiben wir in der vorliegenden Arbeit Versuche, denen zufolge die von verschiedenen Autoren gefundenen anomal hohen Werte lichtelektrischer Geschwindigkeiten bis zu mehreren hundert Volt auf die Existenz störender Schwingungen zurückzuführen sein dürften.

Ein Teil der benutzten Apparate wurde aus Mitteln beschafft, die wir der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaft und der Jagorstiftung zu Berlin verdanken.

Berlin, Physik. Inst. d. Universität, 17. Oktober 1912.

Rechnungsverfahren für arithmetische Analyse nach Fourier[1]; *von F. F. Martens.*

(Eingegangen am 28. Oktober 1912.)

Art. 1. Analyse bei ungleichen Periodenhälften.

Irgend ein periodischer Vorgang werde graphisch als Funktion der Zeit aufgezeichnet. Die Dauer einer Periode sei T; die Anzahl von Perioden pro Sekunde sei $\underline{n}$; die Anzahl von Perioden in 2π Sekunden sei $\underline{o}$; die Winkelfrequenz sei $o = \underline{o}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Zieht man parallel zur Richtung des aufgezeichneten Wellenzuges eine Abszissenachse und wählt die Phase ot als Abszisse, so verläuft eine ganze Periode zwischen $ot = 0^0$ und $ot = 360^0$. Teilt man diese Strecke in 24 gleiche Intervalle ein und mißt die Ordinaten y_{ot} für diese 24 Teilpunkte, also $y_0, y_1, y_2, \dots y_{23}$, so ist der Vorgang im allgemeinen durch diese 24 Ordinaten hinreichend gekennzeichnet. Hierauf beruht es, daß man aus den 24 Ordinaten die Funktion, welche y mit ot verknüpft, im allgemeinen hinreichend genau berechnen kann.

Diese Funktion läßt sich nach Fourier in den nachstehenden Formen 1) oder 2) schreiben:

$$\left.\begin{aligned} y_{ot} = {} & \mathfrak{A}_1 \sin ot + \mathfrak{A}_2 \sin 2\,ot + \cdots + \mathfrak{A}_{11} \sin 11\,ot \\ & + \mathfrak{B}_0 + \mathfrak{B}_1 \cos ot + \mathfrak{B}_2 \cos 2\,ot + \cdots + \mathfrak{B}_{11} \cos 11\,ot \end{aligned}\right\} \quad 1)$$

$$\left.\begin{aligned} y_{ot} = {} & J_0 + J_1 \sin(ot + \gamma_1) + J_2 \sin(2\,ot + \gamma_2) + \cdots \\ & + J_{11} \sin(11\,ot + \gamma_{11}) \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Multipliziert man die linke und rechte Seite von 1) mit $d(ot)$ und integriert von $ot = 0$ bis $ot = 2\pi$, so verschwinden rechts alle Integrale bis auf eins, und man erhält

$$\int_0^{2\pi} y_{ot} \cdot d(ot) = \mathfrak{B}_0 \int_0^{2\pi} d(ot).$$

---

[1]) Verfasser hat früher Formeln für die Analyse bei 36 Teilpunkten angegeben (Arch. d. Math. u. Phys. (3) 17, 117—128, 1910). Die vorliegenden Formeln sind wichtig für Vorgänge, deren Periodendauer gleich 24 Stunden ist, und sind auf Anregung von Herrn Berndt in Buenos Aires berechnet worden.

Den Wert des linken Integrals findet man in genügender Annäherung, wenn man $d(ot) = 2\pi/24$ setzt; demnach wird

$$(y + y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_{23})\, 2\pi/24 = \mathfrak{B}_0 \cdot 2\pi$$

oder

$$24\,\mathfrak{B}_0 = y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{23}. \qquad 3)$$

Multipliziert man die linke und die rechte Seite von 1) mit $\sin ot \,.\, d(ot)$ und integriert von $ot = 0$ bis $ot = 2\pi$, so verschwinden rechts alle Integrale bis auf eins, und man erhält

$$\int_0^{2\pi} y_{ot} \,.\, \sin ot \,.\, d(ot) = \mathfrak{A}_1 \int_0^{2\pi} \sin^2 ot \,.\, d(ot) = \mathfrak{A}_1 \,.\, \pi$$

oder

$$12\,\mathfrak{A}_1 = y_1 \sin 15^0 + y_2 \sin 30^0 + y_3 \sin 45^0 \cdots + y_{23} \sin 345^0. \qquad 4)$$

Durch Multiplikation der linken und der rechten Seite von 1) mit $\sin 2\,ot \,.\, d(ot)$ und Integration findet man $12\,\mathfrak{A}_2$. Wählt man als Multiplikator $\cos ot \,.\, d(ot)$, so erhält man $12\,\mathfrak{B}_1$ usw.

Art. 2. Schema für Analyse bei 24 Teilpunkten.

Die Berechnung der Koeffizienten $\mathfrak{A}_1$ bis $\mathfrak{A}_{11}$, $\mathfrak{B}_0$ bis $\mathfrak{B}_{11}$ wird zweckmäßig nach folgendem Schema vorgenommen:

I	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	—
II	—	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	y_6
III	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	—
IV	—	y_{23}	y_{22}	y_{21}	y_{20}	y_{19}	y_{18}
$S =$ I + II	$S_0 = y_0$	$S_1 = y_1 + y_{11}$	S_2	S_3	S_4	S_5	$S_6 = y_6$
$s =$ III + IV	$s_0 = y_{12}$	$s_1 = y_{13} + y_{23}$	s_2	s_3	s_4	s_5	$s_6 = y_{18}$
$\alpha = S - s$	—	$\underline{\alpha_1} = S_1 - s_1$	$\underline{\alpha_2}$	$\underline{\alpha_3}$	$\underline{\alpha_4}$	$\underline{\alpha_5}$	$\underline{\alpha_6}$
$\varepsilon = S + s$	$\varepsilon_0 = S_0 + s_0$	$\varepsilon_1 = S_1 + s_1$	ε_2	$\underline{\varepsilon_3}$	ε_4	ε_5	ε_6
	ε_6	ε_5	ε_4				
	$\underline{\varepsilon_0 + \varepsilon_6}$	$\underline{\varepsilon_1 + \varepsilon_5}$	$\underline{\varepsilon_2 + \varepsilon_4}$				
	$\underline{\varepsilon_0 - \varepsilon_6}$	$\underline{\varepsilon_1 - \varepsilon_5}$	$\underline{\varepsilon_2 - \varepsilon_4}$				
$D =$ I − II	$D_0 = y_0$	$D_1 = y_1 - y_{11}$	D_2	D_3	D_4	D_5	—
$d =$ III − IV	$d_0 = y_{12}$	$d_1 = y_{13} - y_{23}$	d_2	d_3	d_4	d_5	—
$\beta = D - d$	$\beta_6 = D_0 - d_0$	$\underline{\beta_5} = D_1 - d_1$	$\underline{\beta_4}$	$\underline{\beta_3}$	$\underline{\beta_2}$	$\underline{\beta_1}$	—
$\vartheta = D + d$	—	$\vartheta_5 = D_1 + d_1$	ϑ_4	$\underline{\vartheta_3}$	ϑ_2	ϑ_1	—
		ϑ_1	ϑ_2				
		$\underline{\vartheta_5 + \vartheta_1}$	$\underline{\vartheta_4 + \vartheta_2}$				
		$\underline{\vartheta_5 - \vartheta_1}$	$\underline{\vartheta_4 - \vartheta_2}$				

5)

Die Koeffizienten mit geradzahligen Indizes findet man nach folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll}
\underline{24\mathfrak{B}_0} = (\varepsilon_0+\varepsilon_6)+(\varepsilon_1+\varepsilon_5)+(\varepsilon_2+\varepsilon_4)+\varepsilon_3 & \\
\underline{12\mathfrak{A}_6} = (\vartheta_5+\vartheta_1)-\vartheta_3 & \underline{12\mathfrak{B}_6} = (\varepsilon_0-\varepsilon_6)-(\varepsilon_2-\varepsilon_4) \\
X = \vartheta_3+{}^1\!/_2(\vartheta_5+\vartheta_1) & U = (\varepsilon_0-\varepsilon_6)+{}^1\!/_2(\varepsilon_2-\varepsilon_4) \\
Y = (\vartheta_4+\vartheta_2)\sin 60^0 & V = (\varepsilon_1-\varepsilon_5)\sin 60^0 \\
\hline
\underline{12\mathfrak{A}_2} = X+Y & \underline{12\mathfrak{B}_2} = U+V \\
\underline{12\mathfrak{A}_{10}} = X-Y & \underline{12\mathfrak{B}_{10}} = U-V \\
(\vartheta_5-\vartheta_1) & C = (\varepsilon_0+\varepsilon_6)-{}^1\!/_2(\varepsilon_2+\varepsilon_4) \\
(\vartheta_4-\vartheta_2) & D = {}^1\!/_2(\varepsilon_1+\varepsilon_5)-\varepsilon_3 \\
\hline
\underline{12\mathfrak{A}_4} = [(\vartheta_5-\vartheta_1)+(\vartheta_4-\vartheta_2)]\sin 60^0 & \underline{12\mathfrak{B}_4} = C+D \\
\underline{12\mathfrak{A}_8} = [(\vartheta_5-\vartheta_1)-(\vartheta_4-\vartheta_2)]\sin 60^0 & \underline{12\mathfrak{B}_8} = C-D
\end{array}\right\} \quad 6)$$

Sodann bilde man die Hilfsgrößen:

$$\left.\begin{array}{ll}
F\alpha = +\alpha_3\sin 45^0+\alpha_1\sin 15^0+\alpha_5\sin 75^0 & \\
G\alpha = -\alpha_3\sin 45^0+\alpha_5\sin 15^0+\alpha_1\sin 75^0 & \\
F\beta = +\beta_3\sin 45^0+\beta_1\sin 15^0+\beta_5\sin 75^0 & \\
G\beta = -\beta_3\sin 45^0+\beta_5\sin 15^0+\beta_1\sin 75^0 & \\
\hline
M\alpha = (\alpha_1-\alpha_5+\alpha_3)\sin 45^0 & M\beta = (\beta_1-\beta_5+\beta_3)\sin 45^0 \\
Q\alpha = \alpha_4\sin 60^0 & Q\beta = \beta_4\sin 60^0 \\
N\alpha = \alpha_6-\alpha_2 & N\beta = \beta_6-\beta_2 \\
P\alpha = \alpha_6+{}^1\!/_2\,\alpha_2 & P\beta = \beta_6+{}^1\!/_2\,\beta_2
\end{array}\right\} \quad 7)$$

Aus den Hilfsgrößen 7) berechnen sich die Koeffizienten mit ungeraden Indizes:

$$\left.\begin{array}{ll}
\underline{12\mathfrak{A}_9} = M\alpha+N\alpha & \underline{12\mathfrak{B}_9} = M\beta+N\beta \\
\underline{12\mathfrak{A}_3} = M\alpha-N\alpha & \underline{-12\mathfrak{B}_3} = M\beta-N\beta \\
\underline{12\mathfrak{A}_1} = F\alpha+(P\alpha+Q\alpha) & \underline{12\mathfrak{B}_1} = F\beta+(P\beta+Q\beta) \\
\underline{12\mathfrak{A}_{11}} = F\alpha-(P\alpha+Q\alpha) & \underline{-12\mathfrak{B}_{11}} = F\beta-(P\beta+Q\beta) \\
\underline{12\mathfrak{A}_5} = G\alpha+(P\alpha-Q\alpha) & \underline{12\mathfrak{B}_5} = G\beta+(P\beta-Q\beta) \\
\underline{12\mathfrak{A}_7} = G\alpha-(P\alpha-Q\alpha) & \underline{-12\mathfrak{B}_7} = G\beta-(P\beta-Q\beta)
\end{array}\right\} \quad 8)$$

Aus den Koeffizienten der Reihe 1) erhält man die Konstanten der Reihe 2). Die Amplitude der $k$ten Welle ist

$$J_k = \sqrt{\mathfrak{A}_k^2+\mathfrak{B}_k^2}\,; \qquad 9)$$

für den Phasenwinkel gilt

$$\operatorname{tg}\gamma_k = \mathfrak{B}_k/\mathfrak{A}_k. \qquad 10)$$

Der Quadrant, in welchem γ_k liegt, folgt aus der Bedingung, daß das Vorzeichen von $\sin\gamma_k$ mit dem von $\mathfrak{B}_k$, das Vorzeichen von $\cos\gamma_k$ mit dem von $\mathfrak{A}_k$ übereinstimmen muß.

Art. 3. Analyse bei gleichen Periodenhälften.

Sind zwei Ordinaten, die einen Abstand von einer halben Periode haben, von gleicher Größe, doch von entgegengesetztem Vorzeichen, so vereinfacht sich die arithmetische Analyse sehr erheblich gegen den Fall 24 ungleicher Ordinaten. Man schreibt die gemessenen 12 Ordinaten in folgender Reihenfolge:

	y_0	y_1 y_{11}	y_2 y_{10}	y_3 y_9	y_4 y_8	y_5 y_7	y_6
Summen	—	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
Differenzen	β_6	β_5	β_4	β_3	β_2	β_1	—

11)

Sodann bilde man die Hilfsgrößen 7). Darauf erhält man die Koeffizienten mit ungeraden Indizes aus Gleichungen, die man erhält, wenn in allen Gleichungen 8) der Faktor 12 durch den Faktor 6 ersetzt wird.

Art. 4. Kontrollrechnung bei gleichen Periodenhälften.

Man schreibe die Koeffizienten nach dem Schema:

	$\mathfrak{A}_1$ $\mathfrak{A}_{11}$	$\mathfrak{A}_3$ $\mathfrak{A}_9$	$\mathfrak{A}_5$ $\mathfrak{A}_7$	$\mathfrak{B}_1$ $\mathfrak{B}_{11}$	$\mathfrak{B}_3$ $\mathfrak{B}_9$	$\mathfrak{B}_5$ $\mathfrak{B}_7$
Summen . .	$a_1 = \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_{11}$	a_3	a_5	$b_4 = \mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_{11}$	b_2	b_0
Differenzen .	$a_0 = \mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A}_{11}$	a_2	a_4	$b_5 = \mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_{11}$	b_3	b_1

12)

Sodann bilde man die Hilfsgrößen:

$$
\begin{aligned}
F_a &= + a_3 \sin 45^0 + a_1 \sin 15^0 + a_5 \sin 75^0 \\
G_a &= - a_3 \sin 45^0 + a_5 \sin 15^0 + a_1 \sin 75^0 \\
F_b &= + b_3 \sin 45^0 + b_1 \sin 15^0 + b_5 \sin 75^0 \\
G_b &= - b_3 \sin 45^0 + b_5 \sin 15^0 + b_1 \sin 75^0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
M_a &= a_1 - a_5 + a_3 & \qquad M_b &= b_1 - b_5 + b_3 \\
N_a &= (a_0 - a_4) \sin 60^0 & \qquad N_b &= (b_0 - b_4) \sin 60^0 \\
P_a &= {}^1\!/_2 (a_0 + a_4) + a_2 & \qquad P_b &= {}^1\!/_2 (b_0 + b_4) - b_2
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Darauf findet man die Ordinaten:

$$
\begin{aligned}
\underline{y_1} &= F_a + F_b & \qquad \underline{y_5} &= G_a + G_b \\
\underline{y_{11}} &= F_a - F_b & \qquad \underline{y_7} &= G_a - G_b \\
\underline{y_9} &= (M_a + M_b) \sin 45^0 & \qquad \underline{y_6} &= a_1 + a_3 + a_5 \\
\underline{y_3} &= (M_a - M_b) \sin 45^0 & \qquad \underline{y_0} &= b_0 + b_2 + b_4 \\
\underline{y_4} &= N_a + P_b & \qquad \underline{y_{10}} &= P_a + N_b \\
\underline{y_8} &= N_a - P_b & \qquad \underline{y_2} &= P_a - N_b
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Die Konstante des Stefanschen Strahlungsgesetzes; von Wilhelm H. Westphal.

(Eingegangen am 30. Oktober 1912.)

Das von STEFAN [1]) empirisch aufgestellte und später zuerst von BOLTZMANN [2]) theoretisch begründete Gesetz für die Abhängigkeit der Strahlung des schwarzen Körpers von der absoluten Temperatur lautet bekanntlich

$$W = O \,.\, \sigma \,.\, T^4,$$

wo W die in der Sekunde ausgestrahlte Energie, O die Oberfläche des Körpers, T die absolute Temperatur und σ eine Konstante bedeutet. Nach dem Satz von PREVOST ist also der Energieverlust eines schwarzen Körpers von der Temperatur T, der in einer Umgebung von der Temperatur T_0 strahlt,

$$W = O \,.\, \sigma \,(T^4 - T_0^4),$$

wenn man von den nicht durch Strahlung hervorgerufenen Energieverlusten absieht.

Die erste Arbeit, aus der sich ein wenigstens angenäherter Wert von σ ableiten läßt, ist die von A. LEHNEBACH [3]), der die Strahlung eines Körpers von 373° gegen einen anderen von 273° abs. untersuchte. Diese Arbeit ist vor der Aufstellung des STEFANschen Gesetzes ausgeführt. Die nachträgliche Berechnung der Konstanten σ kann nur sehr ungenau sein, da über das Emissionsvermögen der benutzten Oberflächen nur rohe Schätzungen möglich sind. Jedenfalls liegt der Wert zwischen

$$5 \text{ und } 6 \,.\, 10^{-12} \, \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \,.\, \text{Grad}^4}.$$

Ein Wert von der gleichen Größenordnung ergibt sich als Nebenresultat aus den Versuchen von KUNDT und WARBURG [4]) über die Wärmeleitung der Gase, sowie aus Versuchen von

---

[1]) STEFAN, Wien. Ber. **79** [2], 391, 1879.
[2]) L. BOLTZMANN, Wied. Ann. **22**, 31 u. 292, 1884.
[3]) A. LEHNEBACH, Pogg. Ann. **151**, 96, 1873.
[4]) A. KUNDT und E. WARBURG, ebenda **156**, 177, 1875.

GRAETZ[1]) über die Strahlung des Glases, und von CHRISTIANSEN[2]) über die Strahlung geschwärzter und blanker Metallflächen.

Diese Bestimmungen konnten noch nicht zu exakten Berechnungen von σ führen, da in dem Emissionsvermögen der benutzten Substanzen eine bis dahin nicht zu behebende Unsicherheit steckte. Dies wurde anders, als unabhängig voneinander CHRISTIANSEN[3]) und BOLTZMANN[4]) die Erzeugung absolut schwarzer Strahlung durch den „schwarzen Körper" ermöglichten, dessen Konstruktion dann von LUMMER und WIEN[5]) zu großer Vollkommenheit gebracht wurde.

Mit Hilfe des schwarzen Körpers nach CHRISTIANSEN und BOLTZMANN hat im Jahre 1898 F. KURLBAUM[6]) die erste exakte Bestimmung von σ ausgeführt. Er hatte vor seinen Vorgängern den Vorteil, daß ihm alle Hilfsmittel der inzwischen ausgebildeten elektrischen Meßtechnik zur Verfügung standen. Das von ihm gewonnene Material erlaubt auch eine mit der fortschreitenden Kenntnis vom Wesen der Strahlungsvorgänge dauernd zu verbessernde Neuberechnung der Konstanten σ. Es ergibt sich aus den KURLBAUMschen Messungen nach dessen neuesten Berechnungen[7]) der Wert $5{,}45 \cdot 10^{-12}$. Nach der gleichen Methode hat S. VALENTINER[8]) gearbeitet, der als Resultat nach einigen kürzlich ausgeführten Korrektionen[9]) $5{,}58 \cdot 10^{-12}$ findet.

Die Resultate von KURLBAUM und VALENTINER sind neuerdings von PASCHEN[10]) angegriffen worden, der in ihnen eine Fehlerquelle zu finden glaubt. Seine Ansicht wird scheinbar gestützt durch eine Arbeit von W. GERLACH[11]), der nach einer der KURLBAUMschen ähnlichen Methode unter Vermeidung der angeblichen Fehlerquelle den Wert $5{,}90 \cdot 10^{-12}$ findet. KURLBAUM[12])

---

[1]) L. GRAETZ, Wied. Ann. **11**, 913, 1880.
[2]) C. CHRISTIANSEN, ebenda **19**, 267, 1883.
[3]) C. CHRISTIANSEN, ebenda **21**, 364, 1884.
[4]) L. BOLTZMANN, ebenda **22**, 31, 1884.
[5]) O. LUMMER und W. WIEN, ebenda **56**, 451, 1895.
[6]) F. KURLBAUM, ebenda **65**, 746, 1898.
[7]) F. KURLBAUM, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 576, 792, 1912.
[8]) S. VALENTINER, Ann. d. Phys. (4) **31**, 255, 1910.
[9]) S. VALENTINER, ebenda (4) **39**, 489, 1912.
[10]) F. PASCHEN, ebenda (4) **38**, 30, 1912; Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 788, 1912.
[11]) W. GERLACH, Ann. d. Phys. (4) **38**, 1, 1912.
[12]) F. KURLBAUM, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 576, 792, 1912.

und VALENTINER[1]) haben beide auf die Angriffe PASCHENs geantwortet und gezeigt, daß die von ihm vermutete Fehlerquelle in ihrer Größe von PASCHEN jedenfalls sehr überschätzt wurde, wogegen VALENTINER auf eine mögliche Fehlerquelle bei GERLACH hinweist.

Weitere Messungen von σ liegen vor von BAUER und MOULIN[2]) ($5{,}30 \cdot 10^{-12}$), FÉRY[3]) ($6{,}30 \cdot 10^{-12}$) und FÉRY und DRECQ[4]) ($6{,}51 \cdot 10^{-12}$). Woher es kommt, daß die letzten beiden Werte so sehr von allen übrigen abweichen, bedarf noch der Aufklärung. G. A. SHAKESPEAR[5]) hat die Ansicht ausgesprochen, daß der hohe Wert durch Strahlung der erwärmten Blenden vorgetäuscht sei.

Die neueste Bestimmung stammt von G. A. SHAKESPEAR[5]). Da die im folgenden benutzte Methode sich zum Teil an sie anlehnt, so sei sie in ihren wesentlichen Punkten beschrieben. Eine ebene Metallplatte wird durch elektrische Heizung auf 100° C gehalten, ihr dicht gegenüber steht eine andere mit Ruß geschwärzte Platte, die mit Wasser gekühlt wird. Zwischen den Platten befindet sich Luft von Atmosphärendruck. Die der ersten Platte in Form von elektrischer Energie zugeführte Wärme wird der Platte wieder entzogen, erstens durch Wärmeleitung und Konvektion, zweitens durch Strahlung. Hat die Platte nun einmal ein hohes, dann ein niedriges Emissionsvermögen, so wird in beiden Fällen der Verlust durch Leitung und Konvektion der gleiche sein, während sich der Verlust durch Strahlung entsprechend dem Emissionsvermögen ändert. Mißt man also den Verbrauch der Platte an elektrischer Energie bei denselben Temperaturen T und T_0 der beiden Platten einmal bei hohem, dann bei niedrigem Emissionsvermögen der ersten Platte, so kann man den Anteil der Wärmeleitung und Konvektion eliminieren. Die Emissionsvermögen werden mit einem Mikroradiometer gemessen, und man gelangt so zu einer Berechnung der Konstanten σ. SHAKESPEAR findet für sie den Wert $5{,}67 \cdot 10^{-12}$. Bedenklich erscheint, daß die Konvektion und Wärmeleitung der Luft zwischen den beiden Platten den größten Teil des Energieverlustes bewirkt,

[1]) S. VALENTINER, Ann. d. Phys. (4) **39**, 489, 1912.
[2]) E. BAUER und M. MOULIN, Soc. Franç. de Phys. Nr. 301, 2—3, 1909.
[3]) CH. FÉRY, Bull. Soc. Franç. Phys. **4**, 1909.
[4]) CH. FÉRY und M. DRECQ, Journ. de Phys. (5) **1**, 551, 1911.
[5]) G. A. SHAKESPEAR, Proc. Roy. Soc. (A) **86**, 180, 1911.

so daß der zu messende Strahlungsverlust nur einen geringen Teil des gesamten Effektes beträgt.

Eine genaue Bestimmung der Konstanten σ ist, abgesehen von dem Interesse, das sie an sich bietet, besonders wichtig wegen ihrer durch die PLANCKsche Strahlungstheorie geforderten Beziehung zum elektrischen Elementarquantum. Dieses läßt sich bekanntlich aus der Konstanten σ und der zweiten Konstanten (b) des PLANCKschen Strahlungsgesetzes berechnen. Da der Wert des elektrischen Elementarquantums durch die Messungen von REGENER[1]) ($4{,}78 \cdot 10^{-10}$), RUTHERFORD und GEIGER[2]) ($4{,}65 \cdot 10^{-10}$) und MILLIKAN[3]) ($4{,}78 \cdot 10^{-10}$) jedenfalls mit recht großer Genauigkeit bekannt ist, so ist ein Vergleich der so gewonnenen Zahlen mit der aus der Strahlung berechneten von größter Wichtigkeit.

Die Methode.

Das Prinzip, nach dem die vorliegenden Messungen ausgeführt wurden, ist folgendes: Ein zylindrischer Kupferkörper, der im Inneren einer innen geschwärzten Glasflasche in Luft von 1 mm Druck aufgehängt ist, wird auf eine unten näher beschriebene Weise elektrisch geheizt. Der Mantelfläche dieses Zylinders kann einmal ein möglichst hohes (E_1), ein anderes Mal ein möglichst geringes Emissionsvermögen (E_2) gegeben werden. Seine Endflächen bleiben unverändert. Bringt man den Körper durch elektrische Heizung bei dem hohen Emissionsvermögen E_1 auf die Temperatur T und hält dabei die Glasflasche auf der Temperatur T_0, so ist der Wattverbrauch des Körpers im stationären Zustande

$$W_1 = O \cdot \sigma \cdot E_1 \cdot (T^4 - T_0^4) + f(T, T_0).$$

σ ist die hier zu untersuchende Konstante des STEFANschen Gesetzes, $f(T, T_0)$ ist eine unbekannte Funktion der Grenztemperaturen und bezeichnet den Energieverlust des Körpers durch Wärmeleitung des Gases und der Zuleitungen und durch Strahlung der Endflächen des Zylinders.

Erteilt man jetzt dem Mantel des Zylinders durch Polieren ein möglichst kleines Emissionsvermögen E_2 und bringt ihn

---

1) E. REGENER, Phys. ZS. **12**, 135, 1911.

2) E. RUTHERFORD und H. GEIGER, ebenda **10**, 1 und 42, 1909.

3) R. A. MILLIKAN, siehe bei S. VALENTINER, Ann. d. Phys. (4) **39**, 491, 1912, Anm. 3.

unter sonst ganz gleichen Bedingungen wieder auf die gleiche Temperatur T, so ist der Energieverlust des Körpers jetzt

$$W_2 = O . E_2 . \sigma . (T^4 - T_0^4) + f(T, T_0).$$

Es ist also

$$W_1 - W_2 = O . (E_1 - E_2) . \sigma . (T^4 - T_0^4).$$

Und die gesuchte Konstante σ ergibt sich als

$$\sigma = \frac{W_1 - W_2}{O . (E_1 - E_2) . (T^4 - T_0^4)}. \qquad 1)$$

Es wurde nun so verfahren, daß erst der Mantel des zylindrischen Körpers hoch poliert und die Kurve des Wattverbrauches (W_2) des Körpers zwischen 350 und 425° abs. als Funktion der Temperatur aufgenommen wurde. Dann wurde der Mantel des Körpers nacheinander durch verschiedene Schwärzungsmittel auf hohes Emissionsvermögen gebracht und sein Wattverbrauch (W_1) für jedes der untersuchten Schwärzungsmittel bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Zu jeder Temperatur T konnte man den Wattverbrauch des polierten Körpers aus der eben erwähnten Kurve entnehmen und so bei bekanntem E_1 und E_2 die Konstante σ berechnen.

Die Messungen wurden mit zwei Strahlungskörpern (I und II) ausgeführt. Zunächst sei nur von dem Körper I die Rede.

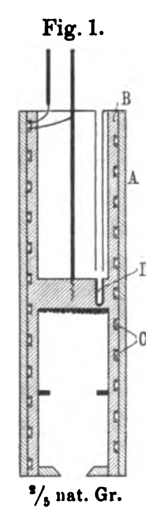
Der Strahlungskörper I.

Der Strahlungskörper bestand aus zwei Teilen (Fig. 1), zunächst einem äußeren zylindrischen Kupferrohr (A) von 0,3 cm Wandstärke, 1,746 cm äußerem Radius und 11,97 cm Länge. Seine Mantelfläche betrug also $O = 131{,}3$ qcm. Die Dimensionen wurden mit einem Kalibermaß abgegriffen, das dann auf der Teilmaschine ausgemessen wurde.

In diesen Mantel wurde scharf passend ein zweiter Kupferkörper (B) von gleicher Länge eingeschoben. Dieser war aus einem vollen Stück so ausgebohrt, wie Fig. 1 zeigt. Er erhielt an beiden Enden zylindrische Bohrungen, so daß eine Wand von 0,35 cm Stärke stehen blieb. In der Mitte des Körpers blieb eine Trennungswand von 1 cm Dicke stehen. Die eine dieser Bohrungen (die untere in Fig. 1) bildete einen schwarzen Körper. Dieser schwarze Körper hatte eine Tiefe von 5 cm und eine innere Weite von 2,25 cm. Seine vordere Blende hatte einen Durch-

messer von 1,45 cm. Seine Rückwand war zur Erzielung eines hohen Emissionsvermögens nach CHRISTIANSEN mit Rillen versehen. Seine ganze innere Wandung war erst mit Mattlack bestrichen und dann berußt. Nimmt man das Emissionsvermögen der Wandung sehr ungünstig zu 0,95 (s. unten in Reihe 5, wo bei ähnlichen Verhältnissen $E = 0{,}966$ ist) an, so ergibt sich aus den Dimensionen des Körpers, daß sein Emissionsvermögen um weniger als 0,05 Proz. von 1 abweichen muß, wenn man die durch die gute Wärmeleitfähigkeit des Kupfers gerechtfertigte Annahme macht, daß die ganze Wandung des Körpers gleiche Temperatur hat. Außerdem wurde sein Emissionsvermögen mit dem eines noch günstiger gebauten schwarzen Körpers verglichen und kein Unterschied gefunden. Die andere Bohrung war durch einen eingeschraubten Kupferdeckel verschlossen. Außen befand sich auf diesem inneren Körper ein in der Fig. 1 schematisch dargestellter Schraubengang (C), in den ein Heizdraht von etwa 29 Ω Widerstand gelegt war. Der Körper hing an einem Kupferdraht von 60 cm Länge und 0,1 cm Radius. Dieser diente im Verein mit einem zweiten gleichen Draht als Stromzuführung zum Heizdraht.

Fig. 1.



$^2/_5$ nat. Gr.

Die Glasflasche.

Die Glasflasche (Fig. 2) hatte, wie durch Wägung ermittelt wurde, eine mittlere Wandstärke von 0,38 cm und einen äußeren Radius von 17,5 cm. Ihr Hals war 5 cm weit und 35 cm lang. Er endigte in einem Schliff, in den alle Zuleitungen zum Strahlungskörper eingesiegelt waren. Die Glasflasche konnte mittels einer GAEDEschen Kapselpumpe auf 1 mm Druck entleert werden. Der Druck wurde mit einem MAC LEODschen Manometer gemessen. Als Luftdruck in der Flasche wurde bei allen Versuchen ein Druck von 1 mm innegehalten. Wie aus den klassischen Versuchen von KUNDT und WARBURG[1]) hervorgeht, ist bei diesem Druck die Wärmekonvektion bereits unmerklich, und die Wärmeleitung ist bei den Dimensionen des Apparates noch unabhängig

[1]) A. KUNDT und E. WARBURG, Pogg. Ann. **156**, 177, 1875.

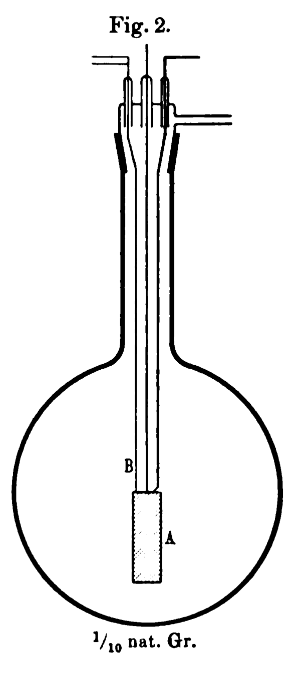
vom Druck. Geringe Unterschiede des Druckes spielten also keine Rolle. Es wurde davon abgesehen, die Wärmeleitung der Luft durch weitere Evakuation herabzudrücken, da es aussichtslos schien, den bei den Dimensionen des Apparates dazu erforderlichen sehr tiefen Druck zu erreichen oder gar konstant zu halten. Dies war auch um so weniger erforderlich, als, im Gegensatz zur Arbeit von SHAKESPEAR, die Wärmeleitung hier nur einen kleinen Teil, etwa 10 Proz. des ganzen Energieverbrauches bildet, wovon noch etwa die Hälfte auf die nicht zu vermeidenden Zuleitungen fällt.

Die innere Wand der Glasflasche war mit Terpentinruß gut geschwärzt. In der Flasche hing der Strahlungskörper (A) etwas unter dem Zentrum. Hierdurch, sowie durch die Schwärzung der Glaswand war es ausgeschlossen, daß die vom Mantel emittierte Strahlung den Körper je in merklichem Betrage wieder erreichte. Es ist nämlich wegen der unvollständigen Absorption durch die berußte Glaswand an Stelle des Emissionsvermögens E des Körpers nach CHRISTIANSEN[1]) zu setzen:

$$E \cdot \frac{1}{1 + (1 - E')\frac{E \cdot s}{E' \cdot s'}},$$

wo E' das Emissionsvermögen der berußten Glaswand ist, s die Oberfläche des strahlenden Körpers, s' die Oberfläche der Glaswand. Setzt man nun für E und E' den sehr ungünstigen Wert 0,90 ein, sowie $s = 150$ und $s = 3700$, wie es in runden Zahlen im vorliegenden Falle ist, so ergibt sich der Bruch zu 0,9996, also praktisch gleich 1. Da der Körper außerhalb des Mittelpunktes der Kugel hing, so können auch geringe Spuren von regulärer Reflexion der berußten Glaswand keine Fehlerquelle bilden. Es wurde natürlich darauf geachtet, daß der Körper im blanken und im geschwärzten Zustande stets an der gleichen

Fig. 2.



$^1/_{10}$ nat. Gr.

[1]) C. CHRISTIANSEN, Wied. Ann. 19, 267, 1883.

Stelle hing, damit die Wärmeleitung durch das Gas bei gleicher Temperatur stets dieselbe sei.

Die Flasche stand in einem Wasserbade in einem großen Zinkgefäß.

Die Temperaturmessung.

Die Messung der Temperatur des Strahlungskörpers geschah mittels eines Thermoelements aus sehr feinem Neusilber- und Konstantandraht (Fig. 2, *B*). Dieses Thermoelement wurde eingeführt in eine von vier, etwa 0,1 cm weiten und 3 cm tiefen Bohrungen, die sich im äußeren Mantel des Stahlungskörpers befanden. (Diese Bohrungen sind in Fig. 1 fortgelassen, um die Figur nicht zu komplizieren.) Es wurde stets darauf geachtet, daß die Lötstelle des Thermoelements das Metall des Strahlungskörpers gut berührte. Es zeigte sich aber, daß die gleiche Temperatur noch angegeben wurde, selbst wenn das Thermoelement bis auf wenige Millimeter von der Öffnung der Bohrung herausgezogen wurde. Ebenso zeigte sich in allen vier Bohrungen die gleiche Temperatur, wie man es ja auch bei der Dicke des Kupfermantels und der guten Wärmeleitfähigkeit des Kupfers erwarten muß, selbst wenn der Kontakt zwischen dem inneren und dem äußeren Zylinder nicht an allen Stellen gleich gut gewesen wäre.

Die zweite Lötstelle des Thermoelements befand sich in schmelzendem Eis in einem Dewargefäß. Die Eichung des Thermoelements geschah auf folgende Weise: Die Lötstelle des Elements wurde fest an die Kugel eines von der P. T. R. geprüften Thermometers gebunden und so in ein elektrisch geheiztes Petroleumbad gebracht. Die Einstellung von Thermometer und Thermoelement wurde in stationärem Zustande abgelesen. Als Galvanometer diente ein Drehspulinstrument von Siemens u. Halske von 10000 Ω Widerstand. Die Eichung des Thermoelements wurde durch eine Gleichung von der Form

$$T = 273^0 + a x + b x^2$$

dargestellt, und diese Gleichung diente später zur Berechnung der Temperaturen. Es wurden mehrfach neue Thermoelemente aus dem gleichen Draht hergestellt, deren Eichung sich jedesmal mit ganz unwesentlichen Abweichungen durch die gleichen Konstanten a und b darstellen ließ.

Die Temperatur des Kühlwassers der Glasflasche wurde mit einem in Zehntel-Grade geteilten Thermometer gemessen. Die so gemessene Temperatur ist jedoch nicht die Temperatur der Innenwand der Flasche, auf die es hier ankommt, denn wegen des Wärmeflusses durch die Glaswand entsteht in ihr eine Temperaturdifferenz. Bedeutet Q die hindurchfließende Wärmemenge in Kalorien, so ist wegen der gegen den Flaschenradius geringen Dicke des Glases

$$Q = 4\pi R^2 k \frac{\Delta T}{d},$$

wobei $k = 0{,}0023$ den Koeffizienten der Wärmeleitung des Glases, $R = 17{,}5$ cm den Radius der Flasche, $d = 0{,}38$ cm die Dicke des Glases, ΔT die Temperaturdifferenz in dem Glase bedeutet. Die Einsetzung dieser Werte ergibt

$$\Delta T = 0{,}043\, Q = 0{,}0105\, W, \tag{2}$$

wenn die hindurchfließende Wärmemenge in Watt (W) ausgedrückt wird. Die Korrektion, um die die gemessene Außentemperatur zu erhöhen ist, um T_0, die Temperatur der Innenwand der Flasche, zu erhalten, beträgt hier nie mehr als 0,2°, ist also so gering, daß die Unsicherheit, die in der Dickenbestimmung des Glases liegt, keine Rolle spielt. Bei den Versuchen mit dem blanken Körper fällt die Korrektion wegen des geringen Wattverbrauches überhaupt fort. In der das Glas bedeckenden Rußschicht beträgt die Temperaturdifferenz in den äußersten Fällen höchstens 0,05°, wie sich angenähert aus Messungen von KURLBAUM [1]) berechnen läßt. Dies hat auf das Resultat keinen Einfluß.

Die Messung des Wattverbrauches.

Der Wattverbrauch des Heizkörpers wurde mit einem Präzisionsvoltmeter von SIEMENS u. HALSKE und einem Präzisionsamperemeter der Westongesellschaft gemessen. Diese beiden Instrumente wurden mit dem Kompensationsapparat nachgeeicht und richtig befunden. Das Voltmeter lag an den Enden der Heizspule des Strahlungskörpers mit Kupferdrähten von etwa 0,01 Ω Widerstand, der also gegen die 10 000 Ω des Voltmeters mit seinem Vorschaltwiderstand nicht in Frage kam. Es ergab

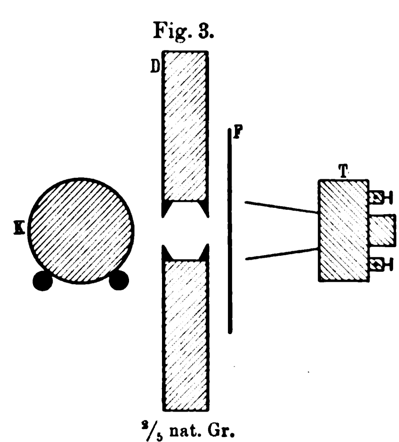
[1]) F. KURLBAUM, Wied. Ann. 67, 846, 1899.

sich also der Wattverbrauch des Strahlungskörpers ohne weitere Korrektion durch Multiplikation der gemessenen Spannung und Stromstärke.

Die Messung des Emissionsvermögens des Strahlungskörpers.

Das Emissionsvermögen der Mantelfläche des Strahlungskörpers wurde gemessen durch Vergleich mit dem Emissionsvermögen des oben erwähnten, im Strahlungskörper selbst befindlichen schwarzen Körpers. Es wurde zu diesem Zwecke eine Vorrichtung gebaut, die es erlaubte, den auf vier Glaskugeln liegenden geheizten Strahlungskörper (K) entweder mit seiner Mantelfläche oder mit der Öffnung des schwarzen Körpers vor die Öffnung eines Diaphragmas (D) zu bringen, welches durch hindurchfließendes Wasser auf Zimmertemperatur gehalten wurde (Fig. 3).

Fig. 3.



$^2/_5$ nat. Gr.

Hinter dem Diaphragma befand sich, durch eine Fallklappe aus Aluminiumblech getrennt, eine Thermosäule (T) nach RUBENS in der von REINKOBER [1]) beschriebenen verbesserten Konstruktion [2]), die mit der 5 Ω-Spule eines Galvanometers von HARTMANN und BRAUN verbunden war.

Da unter Umständen bei den benutzten Schwärzungsmitteln Abweichungen vom LAMBERTschen cos-Gesetz hätten stattfinden können, wurde der Körper mit seiner Mantelfläche stets so vor das Diaphragma gebracht, daß Strahlen aller Emissionswinkel die Thermosäule trafen, um den Mittelwert des Emissionsvermögens über alle Austrittsrichtungen zu erhalten. Doch zeigten Versuche, bei denen im wesentlichen parallele Strahlen die Thermosäule trafen, keinen Unterschied im Emissionsvermögen, so daß das LAMBERTsche Gesetz jedenfalls in großer Annäherung erfüllt war.

---

[1]) O. REINKOBER, Ann. d. Phys. (4) **34**, 343, 1911.

[2]) Diese neue Form der RUBENSschen Thermosäule wird von dem Mechaniker MUSELIUS des Berliner Instituts angefertigt.

Um die Gleichheit der Temperatur des Mantels und des schwarzen Körpers zu kontrollieren, wurde ein Thermoelement entweder in die oben erwähnte Bohrung des Mantels eingeführt oder in eine in der Rückwand des schwarzen Körpers befindliche Bohrung (Fig. 1, D), je nachdem, ob der Ausschlag mit dem Mantel oder mit dem schwarzen Körper beobachtet wurde. Der Mantel wurde jedesmal mit einer anderen Stelle vor die Öffnung des Diaphragmas gebracht. Wegen der unvermeidlichen Inhomogenitäten der Schwärzung wiesen die einzelnen so gefundenen Werte des Emissionsvermögens unter sich oft ziemlich erhebliche Schwankungen, bis zu 1 Proz., auf. Es wurden deshalb vor und nach der Messung des Wattverbrauches mehrere Messungen des Emissionsvermögens für jeden Mantel ausgeführt und das Mittel genommen. Eine Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur ließ sich nicht erkennen, war auch bei den hohen Emissionsvermögen nicht zu erwarten. Anders liegt die Frage bei dem Emissionsvermögen des Körpers in blankem Zustande. HAGEN und RUBENS[1]) haben gezeigt, daß in dem hier wesentlich in Betracht kommenden Wellenlängenbereich von etwa $10\,\mu$ die Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie angenähert gelten, und E. ASCHKINASS[2]) hat daraus abgeleitet, daß die Gesamtstrahlung eines blanken metallischen Körpers

$$\int_0^\infty S\,d\lambda = \text{const}\,.\,\sqrt{w}\,.\,T^{4,5}$$

beträgt, wo w den elektrischen Widerstand bedeutet. Nun ist aber sehr angenähert

$$w = \text{const}\,.\,T,$$

also

$$\int_0^\infty S\,d\lambda = \text{const}\,.\,T^5.$$

Will man nun, wie es hier geschieht, die Strahlung des blanken Körpers in der Form des STEFANschen Gesetzes

$$\int_0^\infty S\,d\lambda = E\,.\,\sigma\,.\,T^4$$

ausdrücken, so ist das so definierte Emissionsvermögen E angenähert proportional der absoluten Temperatur T. Die vorliegenden

---

1) E. HAGEN und H. RUBENS, Ann. d. Phys. (4) **11**, 873, 1903.

2) E. ASCHKINASS, ebenda (4) **17**, 960, 1905.

Messungen erstrecken sich über einen Temperaturbereich von etwa 355 bis 425°. Aus den, wegen der natürlichen Ungleichmäßigkeit der Politur, ziemlich unregelmäßigen Einzelwerten des Emissionsvermögens (Tab. IV), die einen Gang mit der Temperatur nicht erkennen ließen, ist der Mittelwert $E = 0{,}023$ für den blanken Körper gefunden worden. Nehmen wir an, dieser Wert sei richtig für die mittlere Temperatur $T = 390°$. Es müßte dann der Wert von E bei 355 und 425° um rund $\mp$ 8 Proz. von dem mittleren Werte abweichen. Es würde diese Abweichung im Endresultat in den äußersten Fällen einen Fehler von noch nicht 0,2 Proz. hervorrufen. Da sich dieser an sich schon geringe Fehler bei der Mittelwertbildung über die bei Temperaturen über und unter 390° gefundenen Werte von σ forthebt, ist von dieser die Berechnung komplizierenden Korrektion der Einzelwerte abgesehen worden.

Die auf die beschriebene Weise gefundenen Werte des Emissionsvermögens konnten nun aber nicht als endgültig angesehen werden. Die Lötstellen der benutzten Thermosäule sind zwar gut berußt, jedoch nimmt das Absorptionsvermögen des Rußes, wie Versuche von RUBENS und WOOD[1]) zeigen, mit zunehmender Wellenlänge in dem hier in Betracht kommenden Gebiet um 10 μ herum rapide ab. Eine solche Thermosäule muß deshalb notwendigerweise selektiv sein, indem sie die kurzen Wellen vor den langen bevorzugt. Da nun die benutzten Schwärzungsmittel ebenfalls ein mit steigender Wellenlänge fallendes Emissionsvermögen haben, so ist zu erwarten, daß die Thermosäule einen zu hohen Wert des Emissionsvermögens angeben wird. Wegen der großen Bequemlichkeit des Arbeitens mit der Thermosäule nach RUBENS wurden jedoch die Emissionsvermögen zunächst auf die beschriebene Weise gemessen, da sich die nötige Korrektion auf die folgende Weise leicht ermitteln ließ.

Es wurde eine absolut schwarze Thermosäule (Fig. 4) so konstruiert, daß eine MELLONIsche Thermosäule (T) von 1,5 . 1,5 cm Oberfläche, die aus 56 Elementen bestand, in das Zentrum einer genau geschliffenen und sehr gut polierten Halbkugel[2]) aus Nickel (H) von 8 cm Radius gesetzt wurde. Dieses Mittel ist zur

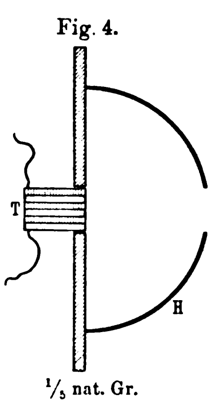
[1]) H. RUBENS und R. WOOD, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 88, 1911.

[2]) Für die freundliche leihweise Überlassung dieser Halbkugel bin ich Herrn Geheimrat KURLBAUM zu großem Dank verpflichtet.

Erzielung absolut schwarzer Körper zuerst von PASCHEN[1]) angewendet worden. Die Halbkugel hatte im Scheitel eine Öffnung von 1,5 cm Radius.

Die Thermosäule hatte einen dicken Überzug von Kerzenruß. Setzt man das Absorptionsvermögen der dicken Rußschicht zu 0,95, das der Nickelschale nach HAGEN und RUBENS[2]) zu etwa 0,04 in dem in Betracht kommenden Wellenlängenbereich, so ergibt sich das Absorptionsvermögen dieser Thermosäule zu 0,998. Sie nähert sich also dem idealen Falle sehr, und die kleinen Reste von selektiven Eigenschaften können keinen merklichen Einfluß mehr auf die Messungen haben. Da die Thermosäule sehr träge ist und ihren Ausschlag schließlich nur kriechend erreicht, so wurde die Fallklappe vor der Thermosäule immer 20 Sekunden offen gehalten und der dann erreichte Ausschlag in Rechnung gesetzt. Durch Einschaltung von rotierenden Sektoren in den Strahlengang wurde nachgewiesen, daß auch bei dieser komplizierten Beobachtungsmethode die Proportionalität zwischen Strahlung und Ausschlag innerhalb der Fehlergrenzen vorhanden war (Tab. I). Der gleiche Nachweis der Proportionalität wurde auf dieselbe Weise auch für die Thermosäule nach RUBENS erbracht (Tab. II).

Fig. 4.



$^1/_5$ nat. Gr.

Tabelle I.

Relative Beleuchtungsstärke	Ausschlag	
	beobachtet cm	berechnet cm
1,000	11,95	11,95
2,006	23,80	23,98
4,164	49,75	49,78

Tabelle II.

Relative Beleuchtungsstärke	Ausschlag	
	beobachtet cm	berechnet cm
1,000	14,53	14,53
2,006	28,89	29,15
4,164	60,40	60,60

Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß die Proportionalität in beiden Fällen so gut ist, daß die geringen Abweichungen keinen

[1]) F. PASCHEN, Wied. Ann. **60**, 719, 1897.
[2]) E. HAGEN und H. RUBENS, Ann. d. Phys. (4) **11**, 873, 1903.

Fehler hervorrufen, denn es kommen ja bei den Messungen der Emissionsvermögen nur Ausschläge von gleicher Größenordnung vor.

Es zeigte sich nun, daß mit der schwarzen Thermosäule die Emissionsvermögen bei allen Schwärzungsmitteln um 0,6 bis 1 Proz. niedriger ausfielen als mit der Thermosäule nach RUBENS. Dies zeigt, daß letztere selektive Eigenschaften hatte. Es wurde nun durch Versuche mit den beiden Thermosäulen für jedes der benutzten Schwärzungsmittel der Korrektionsfaktor ermittelt, mit dem das mit der RUBENSschen Thermosäule gemessene Emissionsvermögen zu multiplizieren war, um es auf die absolut schwarze Thermosäule zu korrigieren. Dies geschah so, daß das Emissionsvermögen der gleichen Stelle des Mantels einmal mit der einen, dann mit der anderen Thermosäule gemessen wurde.

Die Messungen.

Zunächst wurde der Mantel des beschriebenen kupfernen Strahlungskörpers I möglichst gut poliert und sein Emissionsvermögen gemessen. Es ergab sich im Mittel zu $E = 0{,}023$ (Tab. III). Die Endflächen des Körpers waren bei allen Versuchen stets mit Mattlack geschwärzt, der schwarze Körper blieb offen. Der Körper wurde dann in der beschriebenen Weise in die Glasflasche gehängt, diese auf 1 mm Druck ausgepumpt und der Körper geheizt. Wenn der Körper auf konstante Temperatur gekommen und etwa $^1/_4$ Stunde auf $0{,}1^0$ konstant geblieben war, so wurden Temperatur, Strom und Spannung abgelesen. Das Kühlwasser der Glasflasche wurde bei dieser Versuchsreihe auf 293^0 abs. gehalten und, wie auch bei den folgenden Versuchen, gut gerührt.

Tabelle III.

Emissionsvermögen des blanken Körpers:

$E =$ 0,023 0,027 0,020 0,021 0,025 0,022 0,026 0,024 0,025 0,021 0,020 0,021

Mittelwert $E = 0{,}023$.

Auf diese Weise wurde im Bereich von 350 bis 420^0 eine Reihe von Punkten aufgenommen und die zusammengehörigen Werte von Temperatur und Energie in eine Kurve eingetragen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle IV wiedergegeben und in Fig. 5, Kurve I, graphisch dargestellt.

Die Mantelfläche des Körpers hatte sich im Laufe der Versuchsreihe völlig rot oxydiert. Dies hatte aber keinen merklichen

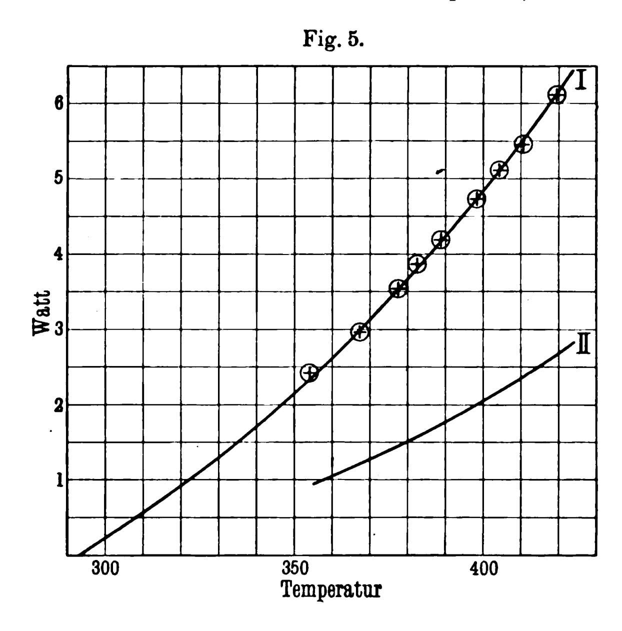
Einfluß auf das Emissionsvermögen. Dies hat offenbar seinen Grund in der Durchlässigkeit des Kupferoxyds für die in Frage kommenden Wellenlängen.

Tabelle IV. Der blanke Körper.

Temperatur T	Watt-verbrauch W	Temperatur T	Watt-verbrauch W	Temperatur T	Watt-verbrauch W
419,5	6,12	398,4	4,72	377,9	3,54
410,8	5,46	389,0	4,20	367,4	2,97
404,4	5,12	382,5	3,89	354,0	2,41

Die Mantelfläche des Körpers wurde nunmehr mit schwarzem Mattlack geschwärzt. Ihr Emissionsvermögen ergab sich mit der Rubensschen Thermosäule im Mittel zu $E_1 = 0,910$. Jetzt wurde

Fig. 5.



der Körper genau ebenso wie der blanke Körper in die Glasflasche eingehängt, diese auf 1 mm Druck ausgepumpt und wieder eine Reihe zusammengehöriger Werte von Temperatur und elektrischer Energie aufgenommen.

Korrektionen.

Die Temperatur T_0 des Kühlwassers der Glasflasche wurde bei dieser und den folgenden Versuchsreihen nicht mehr konstant gehalten, sondern seine Temperatur wich mehr oder weniger von 293° ab. Deshalb war der gemessene Energiewert noch zu korrigieren, da ja die Kurve des blanken Körpers sich auf $T_0 = 293°$ bezog. Der Betrag dieser Korrektion erreichte in extremen Fällen etwa 4 Proz. Sie wäre ohne weiteres nach dem STEFANschen Gesetz auszuführen, wenn der gesamte Energieverlust des Körpers in Strahlung bestände. Da aber ein noch unbekannter Teil in Wärmeleitung besteht, die nach einer anderen Potenz der Temperatur verläuft wie die Strahlung, so muß anders verfahren werden. Wie weiter unten aus der Tabelle der Reihe 1 ersichtlich ist, sind in dieser Versuchsreihe die Abweichungen von T_0 von 293° nicht sehr erheblich. Die Korrektion ist also klein. Eine Überschlagsrechnung mit Hilfe der bekannten Größenordnung der Strahlungskonstanten zeigt, daß die Strahlung bei dem geschwärzten Körper die Wärmeleitung bei weitem überwiegt. Der Fehler in der Korrektion wird also klein sein, wenn man zunächst so verfährt, als bestände der gesamte Energieverlust des Körpers aus Strahlung, und dementsprechend die ganze gemessene Energie nach dem STEFANschen Gesetz auf 293° korrigiert. Dies ist zunächst in dieser ganzen Versuchsreihe durchgeführt worden, und zwar ist die Korrektion nach der aus dem STEFANschen Gesetz folgenden Beziehung

$$\Delta W = \frac{-4\,T_0^3 \,.\, \Delta T_0}{T^4 - T_0^4} \cdot W \tag{3}$$

ausgeführt, wobei $T = 293°$ gesetzt wurde.

Es ergab sich auf diese Weise für die gesuchte Konstante σ ein Mittelwert $\sigma = 5{,}53 \,.\, 10^{-12}$. Dieser Wert war zunächst als Näherungswert zu betrachten. Mit Hilfe dieses Wertes ist es aber nunmehr möglich, den Strahlungsanteil von dem Wärmeleitungsanteil mit großer Annäherung richtig zu trennen. Es ist nämlich jetzt der Strahlungsanteil W_s für den Körper mit der blanken Mantelfläche

$$W_s = 5{,}53 \,.\, 10^{-12} \,.\, [O \,.\, E_2 + O' \,.\, E_1 + O''] \,.\, [T^4 - T_0^4].$$

Hier bedeutet $O = 131{,}3$ die Oberfläche des Mantels mit dem Emissionsvermögen $E_2 = 0{,}023$, $O' = 17{,}4$ die lackierten

Teile der Endflächen vom Emissionsvermögen $E_1 = 0{,}910$, O'' die Öffnung des schwarzen Körpers vom Emissionsvermögen 1. Berechnet man diesen Ausdruck für verschiedene T bei $T_0 = 293^0$ und zieht ihn ab von dem gesamten für dieselbe Temperatur gefundenen Energiewert, so ist der Rest der reine Anteil der Wärmeleitung am Energieverlust des Körpers. Zum Zwecke der Berechnung wurde eine Kurve des Strahlungsanteils (II, Fig. 5) für den blanken Körper gezeichnet und für eine Temperatur T der reine Wärmeleitungsverlust gefunden als die Differenz der den beiden Kurven I und II entnommenen Werte.

Die Wärmeleitung besteht aus zwei Anteilen, der Leitung durch die Kupferzuführungen und durch das Gas.

Nach der Theorie von CLAUSIUS, die ihre experimentelle Stütze in Arbeiten von WINKELMANN u. a. findet, ist der Koeffizient der Wärmeleitung der Luft in dem hier in Betracht kommenden Temperaturbereich proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur. Die durch eine Isothermenfläche in der Sekunde hindurchfließende Wärmemenge ist also

$$Q = k_0 \,.\, q \,.\, \sqrt{T} \cdot \frac{dT}{dr},$$

wenn $\frac{dT}{dr}$ den Temperaturgradienten in der Fläche bedeutet und q die Größe der Isothermenfläche. Unter der Voraussetzung, daß die Lage der Isothermenflächen von der Temperatur unabhängig sei (was hier sicher angenommen werden kann, da es sich nur um die kleinen Schwankungen der Außentemperatur T_0 handelt), ergibt sich durch Integration

$$Q = \text{const.}\,(T^{3/2} - T_0^{3/2}). \qquad 4)$$

Die durch die Metallzuleitungen abgeleitete Wärmemenge ist

$$Q = \text{const.}\,(T - T_0), \qquad 5)$$

da nach den Untersuchungen von JAEGER und DIESSELHORST u. a. der Temperaturkoeffizient des Wärmeleitvermögens für Metalle sehr klein ist.

Um also nach diesen beiden Formeln streng zu korrigieren, müßte man den Wärmeleitungsanteil in zwei Komponenten spalten, für das Gas und für die Zuleitungen. Nun zeigt sich aber, daß es bei den hier vorkommenden kleinen Korrektionen zum identischen Resultat führt, ob man nun nach der Formel 4) oder



nach der Formel 5) korrigiert. Deshalb ist natürlich von der Trennung abgesehen und die ganze Wärmeleitung nach der zweiten einfachen Formel 5)' korrigiert worden.

Es geht also nunmehr die Berechnung so vor sich, daß zunächst für die vorliegenden Temperaturen T und T_0 der reine Wärmeleitungsanteil durch Korrektion des aus den Kurven I und II gefundenen Wertes berechnet wird. Zieht man dieses von dem Gesamtwerte des Energieverlustes W ab, so bleibt als Rest der reine Strahlungsanteil. Dieser Strahlungsanteil W wird nunmehr nach dem STEFANschen Gesetze auf eine Temperatur $T = 293^0$ korrigiert. Zieht man von diesem korrigierten Wert W_1 den reinen Strahlungsanteil des blanken Körpers W_2 ab, wie er sich für die betreffende Temperatur aus der Kurve II ergibt, so hat man damit den Ausdruck $W_1 - W_2$ der Gleichung 1).

Es sei bemerkt, daß die Aufteilung der Energie in die beiden Anteile um viele Prozent falsch sein kann, ohne einen bemerkbaren Fehler im Resultat herbeizuführen.

Beispiel einer Berechnung.

Als Beispiel für eine Berechnung sei hier die Messung Nr. 25 (Körper I mit Mattlack und Ruß geschwärzt) durchgerechnet. Es ist gemessen:

Temperatur des Strahlungskörpers	396,3°
Temperatur des Kühlwassers der Glasflasche . . .	297,2°
Heizstrom	0,732 Amp.
Spannung	21,60 Volt
Energieverbrauch	15,81 Watt
Emissionsvermögen, unkorrigiert	0,956
Emissionsvermögen des blanken Körpers	0,023
Mantelfläche des Strahlungskörpers	131,3 qcm

Um die Temperatur der Innenwand der Glasflasche zu finden, ist nach Gleichung 2) der Temperatur des Kühlwassers $0{,}2^0$ zuzuzählen. Es ist also $T_0 = 297{,}4^0$.

Aus Kurve I folgt für $T = 396{,}3$ der Wattverlust des blanken Körpers bei $T_0 = 293^0$ zu 4,60 Watt. Der reine Strahlungsanteil ergibt sich aus Kurve II zu 1,96 Watt. Es ist also der reine Leitungsanteil für $T = 396{,}3$ und $T_0 = 293^0$ gleich der Differenz,

2,64 Watt. Nach Formel 5) ist dies auf $T_0 = 297{,}4$ zu korrigieren. Es ist also der reine Wärmeleitungsanteil im vorliegenden Falle

$$W_l = 2{,}64 \frac{396{,}3 - 297{,}4}{396{,}3 - 293{,}0} = 2{,}53 \text{ Watt.}$$

Zieht man dies von dem gesamten Energieverbrauch des geschwärzten Körpers, 15,81 Watt, ab, so bleibt als reiner Strahlungsanteil für diesen Körper bei $T = 396{,}3^0$ und $T_0 = 297{,}4^0$ der Wert 13,28 Watt. Korrigiert man dies nach Gleichung 3) auf $T_0 = 293^0$, so erhält man als reinen Anteil der Strahlung für den Körper bei $T = 396{,}3^0$ und $T_0 = 293^0$ den Wert

$$W_1 = 13{,}62 \text{ Watt.}$$

Der reine Anteil der Strahlung für den blanken Körper war oben schon aus Kurve II zu

$$W_2 = 1{,}96 \text{ Watt}$$

gefunden worden. Es ist also

$$W_1 - W_2 = 11{,}66 \text{ Watt.}$$

Ferner ist

$$T^4 - T_0^4 = 1{,}730 \,.\, 10^{10}.$$

Wegen der mangelnden Schwärze der RUBENSschen Thermosäule hat sich als Korrektionsfaktor für das benutzte Schwärzungsmittel 0,992 ergeben.

Es ergibt sich damit als Emissionsvermögen der Mantelfläche des Körpers der Wert

$$E_1 = 0{,}948.$$

Das Emissionsvermögen des blanken Körpers ist

$$E_2 = 0{,}023.$$

Die Mantelfläche beträgt

$$O = 131{,}3 \text{ qcm.}$$

Es ist also

$$O \,.\, (E_1 - E_2) = 121{,}5.$$

Daraus ergibt sich nach Gleichung 1) für die gesuchte Konstante der Wert

$$\sigma = \frac{11{,}66}{1{,}730 \,.\, 10^{10} \,.\, 121{,}5} = 5{,}55 \,.\, 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \,.\, \text{Grad}^4}.$$

Korrigiert man die ganze Energie nach dem STEFANschen Gesetze, so ergibt sich

$$\sigma = 5{,}525 \,.\, 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \,.\, \text{Grad}^4},$$

also innerhalb von 0,5 Proz. das gleiche Resultat.



Es zeigt sich aus diesem bei ungünstigen Verhältnissen gewonnenen Resultat, daß es auf eine exakte Trennung des Strahlungs- und Leitungsanteiles nicht ankommt, und daß man unbeschadet der Genauigkeit des Resultates mit der oben erwähnten angenäherten Trennung der Anteile arbeiten kann. Denn der hier absichtlich gemachte Fehler von 100 Proz. im Wärmeleitungsanteil bewirkt erst einen Fehler von noch nicht 0,5 Proz. im Resultat.

In den folgenden Tabellen sind zunächst die Resultate dreier Meßreihen wiedergegeben, die mit dem Strahlungskörper I angestellt wurden. Die Oberfläche des Mantels in den drei ersten Reihen ist $O = 131{,}3$ qcm, das Emissionsvermögen des blanken Körpers $E_2 = 0{,}023$.

In den Tabellen bedeutet T die Temperatur des Körpers, T_0 die korrigierte Temperatur der Innenwand der Flasche, J den Heizstrom, V die Spannung desselben, W den gesamten Wattverbrauch des Körpers, W_1 den auf $T_0 = 293^0$ korrigierten Strahlungsanteil, W_2 den Strahlungsanteil des blanken Körpers, σ die Strahlungskonstante.

1. Der Körper I mit Mattlack.

Emissionsvermögen, gemessen	0,910
Korrektionsfaktor	0,994
Wahres Emissionsvermögen E_1	0,904
$O.(E_1 - E_2)$	115,6

Messungs-Nr.	1	2	3	4	5	6
Temperatur des Strahlungskörpers T	370,2	389,7	411,1	400,0	360,8	380,3
Temperatur der inneren Flaschenwand T_0	293,4	293,6	293,9	293,9	293,0	293,4
Heizstrom J	0,6	0,7	0,8	0,749	0,551	0,649
Spannung V	17,40	20,45	23,65	22,00	15,95	18,90
Gesamter Wattverbrauch W	10,44	14,32	18,91	16,48	8,79	12,26
Reiner Strahlungsanteil des geschwärzten Körpers W_1	8,58	11,89	15,86	13,82	7,22	10,16
Reiner Strahlungsanteil des blanken Körpers W_2 . .	1,30	1,77	2,40	2,06	1,06	1,54
$\sigma . 10^{12}$	5,52	5,58	5,51	5,58	5,57	5,51

Mittelwert $\sigma = 5{,}55 . 10^{-12}$.

2. Der Körper I mit Mattlack und Ruß.

Der Körper wurde jetzt noch über dem Mattlack gut mit Kerzenruß berußt.

Emissionsvermögen, gemessen 0,965
Korrektionsfaktor 0,992
Wahres Emissionsvermögen E_1 0,948
$O.(E_1 - E_2)$ 121,5

Messungs-Nr.	23	24	25	26	27	28	29
T	414,1	406,1	396,3	378,1	370,3	363,0	354,4
T_0	297,1	297,3	297,4	296,8	296,8	296,9	296,9
J	0,822	0,780	0,732	0,640	0,600	0,560	0,518
V	24,50	23,20	21,60	18,80	17,50	16,25	14,80
W	20,14	18,09	15,81	12,03	10,50	9,10	7,67
W_1	17,32	15,56	13,62	10,37	9,04	7,83	6,67
W_2	2,50	2,23	1,96	1,48	1,30	1,11	0,93
$\sigma . 10^{12}$	5,54	5,54	5,55	5,60	5,57	5,53	5,62

Mittelwert $\sigma = 5{,}56 . 10^{-12}$.

3. Der Körper I mit Platinmohr.

Der Mantel des Körpers wurde nunmehr von Mattlack und Ruß gereinigt, gut poliert und versilbert und dann nach der Vorschrift von Kurlbaum [1]) mit einem Überzuge von Platinmohr versehen.

Emissionsvermögen, gemessen 0,969
Korrektionsfaktor 0,990
Wahres Emissionsvermögen E_1 0,959
$O.(E_1 - E_2)$ 122,8

Messungs-Nr.	35	36	37	38	39	40	41
T	402,1	410,4	418,8	413,8	405,7	397,9	390,2
T_0	293,3	292,0	292,6	292,8	292,8	293,2	293,2
J	0,773	0,813	0,853	0,829	0,788	0,750	0,713
V	22,84	24,17	25,55	24,66	23,46	22,25	21,00
W	17,65	19,64	21,80	20,43	18,49	16,69	14,98
W_1	14,83	16,31	18,28	17,10	15,47	14,00	12,51
W_2	2,16	2,38	2,61	2,49	2,20	2,00	1,77
$\sigma . 10^{12}$	5,50	5,40	5,46	5,46	5,48	5,52	5,53

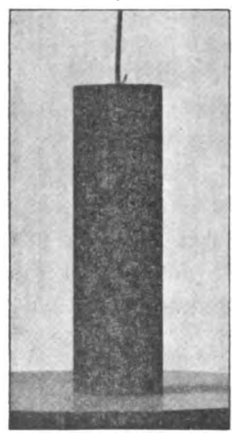
Mittelwert $\sigma = 5{,}48 . 10^{-12}$.

[1]) F. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik, 11. Aufl., S. 40, 1910.

Der Strahlungskörper II.

Mit Rücksicht auf etwa mögliche Abweichungen vom LAMBERTschen cos-Gesetz und zur Erzielung einer möglichst wenig selektiven Strahlung erschien es wünschenswert, mit einem Strahlungskörper von noch höherem Emissionsvermögen zu arbeiten, als es mit dem bisher benutzten zu erzielen war. Es wurde zu diesem Zwecke in Anlehnung an den schwarzen Körper von CHRISTIANSEN ein neuer Kupfermantel konstruiert. Derselbe wurde möglichst in den gleichen Dimensionen gehalten wie der alte Mantel. In diesem Mantel wurden nunmehr in der Längsrichtung 60 an den Enden spitz und flach verlaufende Rillen von etwa 0,18 cm Weite und 0,15 cm Tiefe eingefräst (Fig. 6), so daß die Projektion des Körpers von allen Seiten die gleiche blieb. Der Körper kann immer noch als Zylinder angesehen werden, denn die Abweichung des Umfanges des 60-Ecks vom Kreise beträgt weniger als 0,05 Proz., spielt also keine Rolle.

Fig. 6.



$^1/_3$ nat. Gr.

Die Dimensionen dieses Körpers, die wie oben mit Teilmaschine und Kalibermaß gemessen wurden, waren folgende: Die Länge 11,95 cm, der Radius 1,750 cm. Es ergibt sich damit für die Gesamtoberfläche des Körpers der Wert 150,7 qcm. Beim glatten Körper war die Oberfläche gleich 150,4 qcm. Um also die Kurven des blanken Körpers (Fig. 5) auch für die Messungen mit dem gerillten Körper zu benutzen, muß man die Kurve für diese veränderten Dimensionen umrechnen. Die genaue Berechnung ergibt, daß die Werte für den Wärmestrahlungsanteil des blanken Körpers um 0,3 Proz. für den Wärmeleitungsanteil um 0,1 Proz. zu vergrößern sind. Im Resultat macht diese ganze Korrektion fast stets weniger als 0,1 Proz. aus.

Da die Tiefe der Rillen klein ist gegen die Dimensionen der Glasflasche, so ist die veränderte Form der Oberfläche ohne Einfluß auf die Wärmeleitung.

An den beiden Enden des Mantels, wo die Rillen spitz und flach verlaufen, waren kleine Flächen vorhanden, die natürlich ein

niedrigeres Emissionsvermögen als die Rillen hatten. Die Ausmessung dieser Flächen ergab im Verein mit den aus den ersten drei Meßreihen bekannten Emissionsvermögen der Substanzen die erforderliche Korrektion, die in Reihe 4 und 5 das mittlere Emissionsvermögen um 0,2 Proz. erniedrigt, während in der 6. Reihe keine Korrektion eintritt, da das Emissionsvermögen mit Platinmohr für beide Körper das gleiche war. In den Tabellen ist diese Korrektion gleich berücksichtigt.

Mit diesem gerillten Körper wurde nun ebenso verfahren wie mit dem glatten Strahlungskörper. Die Mantelfläche beträgt $O = 131{,}4$ qcm, E_2 ist wie oben 0,023.

4. Der Körper II mit Mattlack.

Emissionsvermögen, gemessen . 0,945 | Wahres Emissionsvermögen E_1 0,939
Korrektionsfaktor . . . . 0,994 | $O.(E_1 - E_2)$ 120,2

Messungs-Nr.	7	8	9	10	11	12	13	14
T	413,9	405,5	394,3	363,0	402,2	390,8	380,6	372,1
T_0	296,9	296,7	297,1	297,1	297,5	297,6	297,7	297,9
J	0,820	0,780	0,722	0,558	0,760	0,702	0,648	0,604
V	24,35	23,05	21,20	16,20	22,40	20,60	18,90	17,50
W	19,96	17,98	15,38	9,04	17,03	14,47	12,25	10,57
W_1	17,14	15,38	13,12	7,81	14,63	12,43	10,57	9,14
W_2	2,49	2,21	1,90	1,11	2,12	1,80	1,56	1,32
$\sigma . 10^{12}$ . . .	5,54	5,57	5,55	5,59	5,53	5,54	5,51	5,51

Mittelwert $\sigma = 5{,}54 . 10^{-12}$.

5. Der Körper II mit Mattlack und Ruß.

Emissionsvermögen, gemessen . 0,973 | Wahres Emissionsvermögen E_1 0,966
Korrektionsfaktor . . . . 0,993 | $O.(E_1 - E_2)$ 123,9

Messungs-Nr.	15	16	17	18	19	20	21	22
T	395,6	388,7	377,3	366,3	373,3	385,0	393,2	420,5
T_0	297,4	297,6	297,8	297,8	297,9	298,1	298,1	298,5
J	0,740	0,701	0,637	0,580	0,618	0,680	0,724	0,860
V	21,80	20,65	18,60	16,80	18,15	19,95	21,27	25,65
W	16,13	14,47	11,84	9,75	11,21	13,57	15,39	22,06
W_1	13,93	12,48	10,26	8,51	9,77	11,76	13,33	19,13
W_2	1,92	1,73	1,45	1,20	1,36	1,65	1,86	2,70
$\sigma . 10^{12}$ . . .	5,65	5,60	5,52	5,54	5,62	5,58	5,59	5,54

Mittelwert $\sigma = 5{,}58 . 10^{-12}$.

6. Der Körper II mit Platinmohr.

Schließlich wurde der Körper II gut gereinigt, versilbert und mit Platinmohr überzogen. Die Bemohrung wollte jedoch trotz großer Sorgfalt nicht gut gelingen, da sich, wohl infolge der ungünstigen Verteilung der Stromlinien, das Platin meist auf den Kanten und nicht in den Rillen niederschlug. Das Emissionsvermögen ist dementsprechend auch relativ niedrig ausgefallen.

Emissionsvermögen, gemessen	0,969
Korrektionsfaktor	0,990
Wahres Emissionsvermögen E_1	0,959
$D.(E_1 - E_2)$	122,9

Messungs-Nr.	30	31	32	33	34
T	377,7	395,7	405,5	417,0	412,5
T_0	292,2	293,0	293,3	293,8	293,9
J	0,650	0,740	0,791	0,848	0,823
V	19,10	21,90	23,43	25,20	24,40
W	12,42	16,22	18,53	21,47	20,09
W_1	10,29	13,57	15,55	18,18	17,01
W_2	1,45	1,93	2,20	2,58	2,42
$\sigma . 10^{12}$	5,54	5,52	5,52	5,56	5,50

Mittelwert $\sigma = 5,53 . 10^{-12}$.

Das Mittel aus den Resultaten der einzelnen Reihen und ebenso das Mittel aus allen einzelnen Beobachtungen ist

$$\sigma = 5,54 . 10^{-12}.$$

Die Fehlergrenzen.

Berechnet man den mittleren Fehler des Resultates aus den Abweichungen der Resultate der sechs Meßreihen vom Mittelwerte, so ergibt sich ein mittlerer Fehler des Resultates durch nicht systematische Ursachen zu 0,2 Proz.

Die größere Mehrzahl der Fehlerquellen in diesen Messungen ist nicht systematischer Natur. Etwaige zufällige Fehler bei der Ablesung von Strom, Spannung und Temperatur und der Galvanometerausschläge bei der Messung der Emissionsvermögen müssen sich wegen der großen Zahl der Einzelbeobachtungen weitgehend kompensieren. Auch in der Eichung der Thermoelemente ist ein systematischer Fehler nicht anzunehmen, da vier Thermoelemente

nacheinander gebraucht und wiederholt geeicht wurden. Ein Fehler, der dadurch entstehen könnte, daß der Strahlungskörper gelegentlich noch nicht im Gleichgewicht mit der Umgebung gewesen sein könnte, kann auch keinen systematischen Fehler des Resultates zur Folge haben, da die Einstellung in den stationären Zustand ebenso oft von höheren wie von tieferen Temperaturen her geschehen ist.

Die Möglichkeit zu systematischen Fehlern, die noch zu dem berechneten mittleren Fehler hinzukommen, liegt erstens in der Ausmessung der Dimensionen der Körper. Hier mag der Fehler sowohl für die Länge wie für den Durchmesser der Zylinder im höchsten Falle 0,005 cm betragen. Beides zusammen würde einen Fehler im Resultat von 0,2 Proz. hervorrufen.

Ein weiterer systematischer Fehler kann in der Bestimmung des niedrigen Emissionsvermögens E_2 liegen. Aus den Einzelbestimmungen ergibt sich ein mittlerer Fehler des Resultates 0,023 von 3 Proz. Dieser Fehler geht mit weniger als 0,01 Proz. im Resultat ein.

Es ist demnach dies Resultat als auf 0,5 Proz. genau anzusehen.

Das elektrische Elementarquantum.

Mit dem hier gefundenen Werte von σ und dem neuesten Werte der Konstanten b nach WARBURG, HUPKA und MÜLLER[1]): $c = 1{,}437$, ergibt sich das elektrische Elementarquantum zu

$$e = 4{,}68 \,.\, 10^{-10} \text{ el.-stat.},$$

also um 1 Proz. kleiner als die Werte von REGENER und von MILLIKAN und um 0,5 Proz. größer als derjenige von RUTHERFORD und GEIGER (s. S. 990).

Zusammenfassung.

Es wird die Konstante des STEFANschen Strahlungsgesetzes bestimmt durch Messung des Verbrauches an elektrischer Energie eines bei niederem Luftdruck strahlenden geschwärzten Körpers bei Temperaturen zwischen 350 und 425° abs. Der Einfluß der Wärmeleitung der Luft wird durch eine Differenzmethode eliminiert.

---

[1]) E. WARBURG, E. HUPKA u. C. MÜLLER, ZS. f. Instrkde. 32, 134, 1912.



Es ergibt sich die Konstante zu

$$\sigma = 5{,}54 \,.\, 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \,.\, \text{Grad}^4} \pm 0{,}5 \text{ Proz.}$$

Nach der PLANCKschen Strahlungstheorie berechnen sich aus diesem Werte von σ und dem von WARBURG, HUPKA und MÜLLER gefundenen Werte $b = 1{,}437$ folgende Konstanten:

Das elektrische Elementarquantum . . . . $e = 4{,}68 \,.\, 10^{-10}$
Die Konstante der Entropiegleichung . . . . $k = 1{,}341 \,.\, 10^{-16}$
Das elementare Wirkungsquantum . . . . $h = 6{,}455 \,.\, 10^{-27}$
Die Molekülzahl eines Gases bei Normalbedingungen . . $N = 2{,}77 \,.\, 10^{19}$

Zum Schluß möchte ich nicht unterlassen, Herrn Geheimrat RUBENS für die Anregung zu dieser Untersuchung und seine andauernde Förderung derselben aufrichtigst zu danken.

Berlin, Physik. Institut d. Universität, Oktober 1912.



Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. November 1912.** **Nr. 22.**

Sitzung vom 8. November 1912.

Vorsitzender: Hr. H. Rubens.

Hr. **F. Kiebitz** spricht

zur Theorie der Dämpfungsmessungen elektrischer Schwingungskreise.

Weiter trägt Hr. **J. Petzoldt** vor über

Relativtheorie im erkenntnistheoretischen Zusammenhange des relativistischen Positivismus.

Endlich spricht Hr. **F. F. Martens** über ein

Rechnungsverfahren für arithmetische Analyse nach Fourier.

(Schon abgedruckt S. 983 bis 986.)

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft ist folgende Mitteilung eingegangen:

Von Hrn. **Wilhelm H. Westphal:** Die Konstante des Stefanschen Strahlungsgesetzes.



Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. MARCEL DUFOUR, Nancy, Place de la Carrière 28.
(Vorgeschlagen durch Hrn. M. v. ROHR.)

Hr. Prof. Dr. H. MOSLER, Berlin-Zehlendorf, Lindenallee 30.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. KIEBITZ.)

Hr. Prof. Dr. EDWIN BIDWELL WILSON, Boston (Mass. U. S. A.), Massachusetts Institute of Technology.
(Vorgeschlagen durch Hrn. KARL SCHEEL.)

Hr. Dr. PAUL GEHNE, Berlin W 9, Königgrätzerstr. 20.
(Vorgeschlagen durch Hrn. K. W. WAGNER.)

Hr. Dr. OTTO LIESCHE, Berlin-Steglitz, Grunewaldstr. 6.
Frl. stud. phil. W. TRENDELENBURG, Berlin NW. 6, Albrechtstr. 26.
Hr. cand. phil. HANS KLEVE, Berlin NW. 23, Bachstr. 8.
(Alle drei vorgeschlagen durch Hrn. R. POHL.)

Sitzung vom 22. November 1912.

Vorsitzender: Hr. H. RUBENS.

Hr. **Wilhelm H. Westphal** berichtet über
die Konstante des STEFANschen Strahlungsgesetzes.
(Schon abgedruckt S. 987—1012.)

Ferner demonstriert Hr. **F. F. Martens**
eine federnde Kuppelung zur Messung der übertragenen mechanischen Leistung.

Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **E. Gehrcke** und **R. Seeliger:** Über das Leuchten der Gase unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen.

Von Hrn. **M. v. Pirani:** Über die Messung der spezifischen Wärme fester Körper bei hohen Temperaturen.

Von Hrn. **A. Wehnelt** und **Chr. Musceleanu:** Über die Verdampfungswärme der Metalle.

Als Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. PAUL EHRENFEST, Leiden, Universität.
(Vorgeschlagen durch Hrn. G. HERTZ.)

Hr. stud. phil. HANS SALINGER, Berlin W. 62, Kleiststr. 91.
(Vorgeschlagen durch Hrn. O. v. BAEYER.)

Hr. Oberlehrer ERICH MOSCH, Berlin W. 30, Freisingstr. 15.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. KIEBITZ.)

Hr. cand. phil. KARL KOHNE, Berlin NW 40, Kronprinzenufer 20, und
Hr. JOHN EGGERT, Grunewald, Humboldstr. 4.
(Beide vorgeschlagen durch Hrn. H. SCHIMANK.)

Hr. LE DUC DE BROGLIE, Paris, Rue Chateaubriand 29.
(Vorgeschlagen durch Hrn. F. A. LINDEMANN.)

Zur Theorie der Dämpfungsmessungen elektrischer Schwingungskreise;
von F. Kiebitz.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 8. November 1912.)
(Vgl. oben S. 1013.)

Unter den Methoden zur Bestimmung der Dämpfung elektrischer Schwingungskreise nimmt nach dem Vorgang von BJERKNES die Untersuchung von Resonanzkurven eine hervorragende Stelle ein. Sie beruht für die Resonanzkurve des Stromintegrals auf der Berechnung des Stromintegrals in einem Schwingungskreise von veränderlicher Eigenschwingung, wenn er durch eine gedämpfte Sinusschwingung erregt wird.

Diese Rechnung hat BJERKNES 1895 unter zwei vereinfachenden Annahmen durchgeführt: Erstens soll die Dämpfung klein sein und zweitens soll die Resonanzkurve nur in der unmittelbaren Umgebung des Resonanzpunktes benutzt werden.

Eine dritte vereinfachende Annahme, deren Wirkung erst 1908 von M. WIEN [1]) untersucht worden ist, besteht darin, daß die Rückwirkung des Schwingungskreises auf die erregende Schwingung außer acht gelassen wird.

Eine andere Theorie der Resonanzkurven hat DRUDE 1904 aufgestellt. Er behandelt den Meßkreis zusammen mit dem zu messenden als ein gekoppeltes Gebilde und führt die Rechnung durch mit den beiden ersten Einschränkungen von BJERKNES, sowie für den Fall sehr loser Koppelung.

Diese letzte Einschränkung hat dieselbe physikalische Bedeutung wie die Vernachlässigung der Rückwirkung bei BJERKNES, darum ist DRUDE auch nicht zu strengeren Formeln gelangt, als sie BJERKNES und auf Grund der Theorie von BJERKNES ZENNECK abgeleitet haben.

Die Voraussetzungen der Theorie von BJERKNES sind am besten erfüllt, wenn der Meßkreis durch eine sinusförmige Flammenbogenschwingung in sehr loser Koppelung erregt wird, und FISCHER [2])

---

[1]) M. WIEN, Ann. d. Phys. (4) 25, 635, 1908.
[2]) C. FISCHER, ebenda (4) 28, 57, 1909.

hat gezeigt, wie große Genauigkeiten in diesem Fall die BJERKNESschen Formeln liefern.

Dagegen können diejenigen Fälle, wo dem Primärkreis während des Schwingungsvorganges keine Energie zugeführt wird, also in erster Linie alle Schwingungsvorgänge, die durch Funkenmethoden eingeleitet werden, nur auf Grund der Theorie von DRUDE erschöpfend behandelt werden.

Von den erwähnten Vernachlässigungen besagt die erste, daß der Einfluß der Dämpfung auf die Frequenz vernachlässigt werden soll. Mit dieser Einschränkung wird man immer rechnen müssen; könnte man jenen Einfluß genügend genau messen, so wäre damit die Dämpfung unmittelbar bestimmt.

Die zweite Einschränkung bedingt einen Fehler, der bei großen Dekrementen erheblich sein kann.

Der Einfluß der dritten Einschränkung ist ohne Kenntnis des Koppelungsgrades überhaupt nicht allgemein angebbar; er zeigt sich in Abweichungen der aufgenommenen Resonanzkurven von der theoretischen Form.

Es ist darum erwünscht, eine Beschreibung der Resonanzkurven zu besitzen, die wenigstens von der zweiten und dritten Einschränkung frei ist, d. h. die für beliebige Verstimmung und Koppelung gilt.

Nun kann man, wie ich an anderer Stelle zeige, die strenge Lösung der Theorie gekoppelter Systeme angeben, mithin kann man nach der Theorie von DRUDE eine strengere Behandlung der Resonanzkurven durchführen. Dies geschieht in folgender Weise:

Die Theorie gekoppelter Systeme führt zu linearen homogenen Differentialgleichungen vierten Grades; nach MACKU [1]) ist ihre vollständige Lösung auf algebraischem Wege möglich, doch sind bisher keine bequemen Formeln bekannt geworden.

Grundsätzlich führt die vollständige Lösung auf die Lösung einer biquadratischen Gleichung, doch läßt sich für diese im allgemeinen Falle bei geeigneter Schreibweise eine verhältnismäßig einfache kubische Resolvente finden. Wir wollen mit L_1, C_1, W_1 bzw. L_2, C_2, W_2 Selbstinduktion, Kapazität und Widerstand des ersten bzw. des zweiten Kreises und mit L_{12} und L_{21} die Gegeninduktionen bezeichnen; sodann sind

[1]) MACKU, Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie 2, 251, 1909.



$$o_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \qquad o_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \qquad 1)$$

die Frequenzen, ferner

$$r_1 = \frac{W_1}{2L_1}, \qquad r_2 = \frac{W_2}{2L_2} \qquad 2)$$

die Dämpfungsfaktoren, und

$$k = \sqrt{\frac{L_{12} L_{21}}{L_1 L_2}} \qquad 3)$$

die Koppelung der beiden Kreise. Bildet man die Hilfsgrößen:

$$a = \frac{o_1^2 o_2^2}{1-k^2}, \; b = \frac{r_1 o_2^2 + r_2 o_1^2}{1-k^2}, \; c = \frac{o_1^2 + 4 r_1 r_2 + o_2^2}{1-k^2}, \; d = \frac{r_1 + r_2}{1-k^2}, \qquad 4)$$

und löst man die kubische Gleichung:

$$z^3 - cz^2 - 4(a - bd)z + 4(ac - ad^2 - b^2) = 0, \qquad 5)$$

so lassen sich die Eigenschaften des gekoppelten Gebildes auf algebraischem Wege durch die Größen a, b, c, d und z darstellen.

Zum Beispiel findet man bei zwei geschlossenen Schwingungskreisen für das Stromintegral im zweiten Kreise folgenden Ausdruck:

$$J = \int_0^\infty i^2 dt = E \cdot \frac{o_1^2}{2L_2} \cdot \frac{k^2}{(1-k^2)^2} \frac{bz^2 + 4adz - 4(ab + acd - b^2 d)}{(c^2 - 4a)(bcd - ad^2 - b^2)}. \qquad 6)$$

Dabei bedeutet E die dem ersten Kreise zu Beginn des Schwingungsvorganges zugeführte Energie.

Wir wollen nun in diese strenge Formel die erste Vernachlässigung einführen: Die Schwingungsdauer eines gedämpft schwingenden Kreises ist bekanntlich

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{r}{o}\right)^2}.$$

Mit der für beide Indizes geltenden Einschränkung:

$$\left(\frac{r}{o}\right)^2 : 1 = 0 \qquad 7)$$

nimmt die Gleichung 5) folgende Form an:

$$z^3 - cz^2 - 4az + 4ac = 0. \qquad 5')$$

Die Lösung $z = c$ dieser Gleichung vereinfacht 6) zu:

$$J = E \cdot \frac{o_1^2}{2L_2} \frac{k^2}{(1-k^2)^2} \cdot \frac{bc^2 - 4ab}{(c^2 - 4a)(bcd - ad^2 - b^2)}$$

$$= E \cdot \frac{o_1^2}{2L_2} \cdot \frac{k^2}{(1-k^2)^2} \cdot \frac{b}{bcd - ad^2 - b^2}.$$

Geht man nun zu den Dämpfungsfaktoren und den Frequenzen über (Gl. 4), wobei jetzt:

$$c = \frac{o_1^2 + o_2^2}{1 - k^2} \tag{8}$$

zu setzen ist, so wird:

$$J = E \cdot \frac{o_1^2}{2L_2} \cdot k^2 \cdot \frac{r_2 o_1^2 + r_1 o_2^2}{r_1 r_2 (o_1^2 - o_2^2)^2 + k^2 (r_1 o_2^2 + r_2 o_1^2)^2}. \tag{9}$$

Die BJERKNESsche Formel für das Stromintegral lautet, in den hier benutzten Ausdrücken geschrieben:

$$J = \frac{\mathfrak{A}^2}{3\pi . o_1 o_2} \cdot \frac{r_1 + r_2}{o_1 o_2 (o_1 - o_2)^2 + 16\pi^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2)^2}. \tag{10}$$

Die zweite Einschränkung bei BJERKNES lautet:

$$\left(\frac{o_1 - o_2}{2 o_1}\right)^2 : 1 = 0.$$

In denselben Grenzen ist (außer in dem Ausdruck $o_1^2 - o_2^2$) zu setzen:

$$\left(\frac{o_1 - o_2}{2}\right)^2 = o_1^2 = o_2^2 = o_1 o_2. \tag{11}$$

Führt man diese Vernachlässigungen in 9) ein, so geht diese Formel über in:

$$J = E \cdot \frac{o_1^2}{2L_2} \cdot k^2 \frac{r_1 + r_2}{4 r_1 r_2 (o_1 - o_2)^2 + k^2 o_1 o_2 (r_1 + r_2)^2}$$

$$= E \cdot \frac{o_1^2 o_2^2}{4 r_1 r_2} \cdot \frac{k^2}{2L_2} \frac{r_1 + r_2}{o_1 o_2 (o_1 - o_2)^2 + k^2 \frac{o_1^2 o_2^2}{4 r_1 r_2} (r_1 + r_2)^2}.$$

Diese Gleichung stimmt mit der BJERKNESschen überein, wenn man für die Amplitude $\mathfrak{A}^2$ schreibt:

$$\mathfrak{A}^2 = 4\pi . E \cdot \frac{o_1^3 . o_2^3}{r_1 r_2} \cdot \frac{k^2}{L_2}$$

und wenn die Koppelung den Wert hat:

$$k^2 = 16\pi^2 \left(\frac{r_1 r_2}{o_1 o_2}\right)^2 = \frac{\delta_1^2 \delta_2^2}{\pi^2}, \tag{12}$$

wobei wir die Dekremente einführen:

$$\delta = 2\pi \frac{r}{o}. \tag{13}$$

Die Gleichung 12) besagt innerhalb der Näherungsgrenze 7) und in Übereinstimmung mit der WIENschen Forderung, daß die



Koppelung k^2 gegen $\frac{\delta_1 \delta_2}{\pi^2}$ klein sein muß, d. h. innerhalb der drei Näherungsgrenzen der BJERKNESschen Theorie ist die Formel von BJERKNES für das Stromintegral im Meßkreis mit der strengeren Formel 9) im Einklang.

Die Anwendung der Formel 9) ist dadurch erschwert, daß die Größen o meist von der Größenordnung 10^6 sind, r von 10^3 und k kleiner als 1. Wir wollen darum folgende Hilfsgrößen einführen:

$$x = \frac{o_2^2}{o_1^2} \quad \text{und} \quad w = \frac{r_1}{r_2}, \tag{14}$$

dann erhält 9) die Form:

$$J = \frac{E}{W_2} \frac{k^2(1 + wx)}{w(1 - x)^2 + k^2(1 + wx)^2}. \tag{15}$$

Untersucht man J als Funktion von x, so stellt 15) die für jede Koppelung und für jede Verstimmung gültige Gleichung der Resonanzkurve mit der Annäherung 7) dar, d. h. mit einer Genauigkeit von $2{,}5 . \delta^2$ Proz.

Die Kurve zeigt den in Fig. 1 wiedergegebenen Verlauf, während bei BJERKNES die Kurvenform durch Fig. 2 gegeben ist und bei starker Verstimmung den unmöglichen Fall eines negativen Stromintegrals ergibt.

Für jeden Parameter

$$p = \frac{k^2 E}{J W_2}$$

stellt die Gleichung 15) eine quadratische Bestimmungsgleichung für x dar. Ihre Wurzeln x_1 und x_2 sind verknüpft durch:

$$\left.\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{p + 2(1 - k^2)}{1 + wk^2} \\ x_1 . x_2 &= \frac{w - p + k^2}{w(1 + wk^2)} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Diese Gleichungen bieten unter anderem eine Möglichkeit aus dem Verlauf einer experimentell gefundenen Resonanzkurve die Koppelung k^2 zwischen Primärkreis und Meßkreis und das Verhältnis w ihrer Dämpfungsfaktoren zu bestimmen.

Von besonderem Interesse ist der Fall $x_2 = 0$ oder $o_2 = 0$. Er besagt, daß der Kondensator im Meßkreis unendlich groß

gestellt ist oder, was auf dasselbe hinausläuft, daß er kurz geschlossen sein soll. In diesem Falle wird $p = w + k^2$, mithin:

$$x_1 = \frac{2 + w - k^2}{1 + w k^2}.$$

Der Resonanzfall $o_1 = o_2 = o$ liefert nach 9):

$$J_r = \frac{E}{2L_2} \cdot \frac{1}{r_1 + r_2}. \tag{17}$$

Doch ist diese Formel im allgemeinen nur für sehr feste Koppelung anwendbar. Für kleine Werte von k^2 hat der Zähler

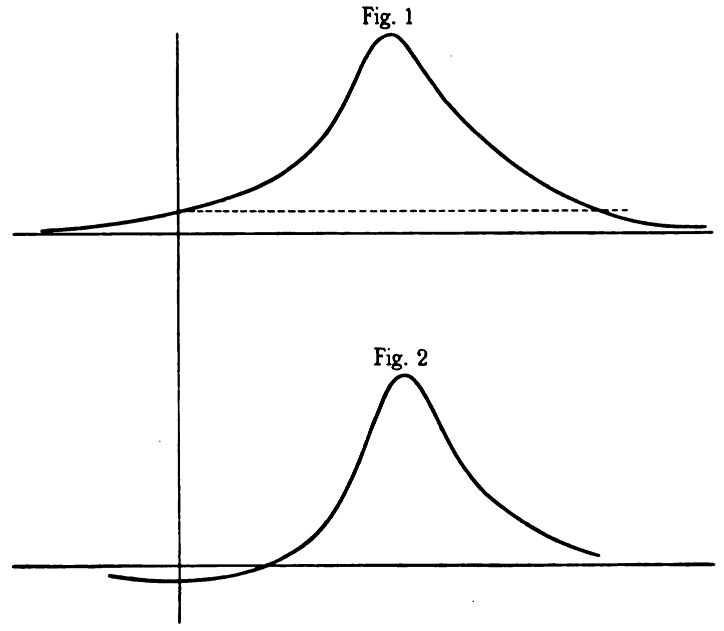

Fig. 1

Fig. 2

und der Nenner von 15) oder 9) für $o_1 = o_2$ den Wert der vernachlässigten Größen. Die Formel ist also im Resonanzfall für lose Koppelung unbrauchbar.

Soll der Resonanzpunkt bei der Erörterung der Resonanzkurve mit einbezogen werden, so ist es notwendig, eine besondere Rechnung für den Fall $o_1 = o_2 = o$ anzustellen: Die Ausdrücke 4) werden einfacher:

$$\left.\begin{aligned} a(1 - k^2) &= o^4, \\ b(1 - k^2) &= o^2 d, \\ c(1 - k^2) &= 2(o^2 + 2 r_1 r_2), \\ d(1 - k^2) &= r_1 + r_2. \end{aligned}\right\} \tag{4'}$$

Führt man diese Ausdrücke in 5) ein, so findet man eine kubische Gleichung für z, die durch den Ausdruck:

$$z(1-k^2) = 2o^2 - (r_1 - r_2)^2 \qquad 18)$$

bis auf ein Glied $-(r_1 - r_2)^4 (r_1 + r_2)^2$ erfüllt wird, d. h. die Lösung 18) ist bis auf Glieder dritter Ordnung genau.

Führt man diesen Wert von z neben den Werten 4') in die strenge Gleichung 6) ein, und berücksichtigt man die Glieder r^2 neben k^2o^2, so findet man eine strengere Formel für J_r, d. h. eine solche, die nicht nur für sehr feste Koppelungen gilt:

$$J_r = E \cdot \frac{k^2 o^2}{2 L_2} \cdot \frac{k^2 o^2 - (r_1 - r_2)^2}{(r_1 + r_2)(k^2 o^2 + 4 r_1 r_2)^2}. \qquad 19)$$

Man erkennt, daß diese Formel in der Tat in 17) übergeht, wenn man die Glieder r^2 neben k^2o^2 vernachlässigen kann.

In Fällen, wo k^2 von der Größenordnung $\frac{r^4}{o^4}$ ist, versagt auch diese Formel, und man könnte zur Dämpfungsbestimmung entweder den Resonanzpunkt ausgeschlossen lassen oder eine zweite Annäherung berechnen. Doch ist in diesem Falle wieder die Theorie von Bjerknes anwendbar.

Leider ist es sehr schwer, kleine Koppelungen zu bestimmen, und darum ist es in vielen Fällen, in denen die Formeln von Bjerknes benutzt werden, ungewiß, ob sie anwendbar sind.

In dieser Richtung sollen die hier mitgeteilten Gleichungen die Formeln von Bjerknes ergänzen.

Steglitz, November 1912.



Über das Leuchten der Gase unter dem Einfluſs von Kathodenstrahlen, II;

von E. Gehrcke und R. Seeliger.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Eingegangen am 14. November 1912.)

Die in unserer ersten Mitteilung[1]) beschriebenen Effekte, die ein durch ein Gas bewegter, in seiner Geschwindigkeit verzögerter Kathodenstrahl zeigt, haben wir mit verbesserter Versuchsanordnung eingehender studiert und berichten darüber im folgenden.

I. Beobachtungen des Farbenumschlages der Kathodenstrahlen bei Anwendung von zwei Hilfsfeldern.

In der früheren Versuchsanordnung[1]) war der durch eine netzförmige Anode geleitete Kathodenstrahl dadurch verzögert worden, daß man ihm ein zweites, negativ geladenes Netz entgegenstellte; in dem Raume zwischen beiden Netzen wurde so der Strahl in eine parabelförmige Bahn gezwungen. In dieser Anordnung wird das interessante Gebiet des Farbenumschlages und der Kappung[2]) auf einen sehr engen Raum zusammengedrängt, wenn der Abstand beider Netze nur klein (wenige Zentimeter) ist. Nun kann man dieses enge Gebiet des Farbenumschlages dadurch vergrößern, daß man die Distanz der beiden Netze vergrößert und dadurch eine Vergrößerung aller Teile der Kathodenstrahlparabel hervorruft. Hiermit ist aber eine bedeutende Verringerung der Lichtstärke verbunden. Wir bemühten uns daher, das Gebiet des Farbenumschlages zu vergrößern, ohne eine Verlängerung des Kathodenstrahles mit in Kauf zu nehmen, und erreichten dies durch folgende Anordnung (Fig. 1).

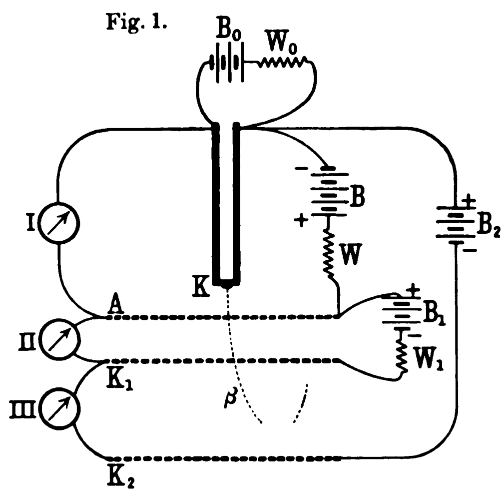
K ist die Oxydkathode nach Wehnelt, die durch die Batterie B_0 geheizt wird. A ist die Anode, bestehend aus einem Messingdrahtnetz; der durch das Gas fließende Strom, welcher den Kathodenstrahl liefert, wird von der Batterie B unterhalten. K_1 ist dann ein zweites, über die Batterie B_1 mit A verbundenes

---

[1]) E. Gehrcke u. R. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 335, 1912.
[2]) Vgl. ebenda, S. 337.

Drahtnetz, K_2 endlich ein drittes Drahtnetz, das über die Batterie B_2 mit der Kathode K leitend verbunden ist. Bei zweckmäßiger Regulierung der Potentiale an den Netzen K_1 und K_2 wird dann erreicht, daß die Hauptbremsung des Kathodenstrahles β in dem Raume zwischen A und K_1 erfolgt; zwischen K_1 und K_2 wird dann noch der geringe Rest der Elektronengeschwindigkeit durch das elektrische Feld zwischen K_1 und K_2 vernichtet, so daß die Erscheinungen des Farbenumschlages und der Kappung hier auf dem Gebiete zwischen K_1 und K_2 in hinreichender Vergrößerung vor sich gehen; Fig. 2 gibt die Erscheinungen genauer wieder. Während in den früher beschriebenen Versuchen die charakteristisch gefärbten Bezirke des Strahlendes eine Ausdehnung von etwa $^1/_{10}$ mm hatten, konnten wir diese Bezirke in obiger Anordnung auf mehrere Millimeter vergrößern. Die Abmessungen waren: K bis A 1,5 cm, A bis K_1 1,2 cm, K_1 bis K_2 1,2 cm.

Fig. 1.



An den Elektroden bzw. Drahtnetzen lagen Voltmeter I, II, III, mit denen die Voltgeschwindigkeiten der Strahlen nur einigermaßen genau bestimmt werden konnten. Die genaue Angabe dieser Größen erscheint schwierig, weil Metallnetze Oberflächenschichten besitzen, die vermutlich die Veranlassung zur Bildung von Doppelschichten sind und die Ablesungen der Voltmeter fälschen [1]).

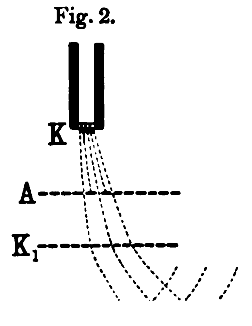
Die Feinregulierung der Potentiale geschieht durch Regulieren der Widerstände W und W_1. Auch die Regulierung des im

[1]) Vgl. O. v. Baeyer u. A. Tool, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 569, 1911. Derartige, die Messungen fälschende Oberflächenschichten beobachteten wir gelegentlich besonders stark an einer mit einem feinen Willemitbelag belegten Messingplatte; hier war die Potentialdifferenz der Doppelschicht auf der Oberfläche von der Größenordnung 100 Volt.

Heizstrom der Kathode liegenden Widerstandes W_0 wirkte auf die Geschwindigkeit des Strahles β ein. Es wurden verschiedene Gase mit der in Fig. 1 und 2 dargestellten Anordnung untersucht:

a) Stickstoff. Die Farben des Kathodenstrahles in diesem Gase waren nach den früher von uns gemachten Angaben[1]) bläulich und rot. Im allgemeinen hatte man nun aber in der jetzigen Anordnung den Anblick dreier Farben. Beispielsweise war in einem Falle der Strahl zwischen K und A (95 Volt im Voltmeter I) violettblau, zwischen A und K_1 (61 Volt im Voltmeter II) ebenfalls violettblau, zwischen K_1 und K_2 (34 Volt im Voltmeter III) rosa, an den Enden, d. h. dicht bei der Kappung der Parabel, ziegelrot. Diese drei typischen Farben Violettblau, Rosa und Ziegelrot, traten auch in anderen Fällen, d. h. bei veränderten Drucken und Spannungen auf, doch variierte die Länge der Färbungen auf dem Strahle mit der Spannung.

Fig. 2.



b) Wasserstoff. Bei diesem Gase hatten wir früher die Farben Hellblau (schneller Strahl) und Rosa (langsamer Strahl) beobachtet. Die jetzige Anordnung ließ nun, unter günstigen Bedingungen des Druckes und der Spannung besonders deutlich, ebenfalls eine dritte, meist ziemlich lichtschwache Farbe auf dem an der Kappung anliegenden Teile des Strahles erkennen: dieser Strahlteil war dunkelblau. Wir haben also, an der Kathode beginnend, die Farben: Hellblau, Rosa, Dunkelblau. — Da diese drei Farben auch in dem reinsten, von uns verwendeten Wasserstoff auftraten, insbesondere bei Kühlung eines Rohransatzes mit flüssiger Luft, so haben wir zunächst keine Veranlassung, den dunkelblauen, durch sehr langsame Elektronen angeregten Strahlteil irgendwelchen Verunreinigungen im Gase zuzusprechen.

c) Helium. Im Helium war früher gefunden worden: Grün und Rötlichgelb. Jetzt zeigte die verbesserte Versuchsanordnung folgendes: der schnellste Strahlteil war grün, dann folgte ein als violettrot zu bezeichnender Teil, darauf ein augenscheinlich dunkler Teil, auf diesen folgte ein braunroter Teil, und schließlich das

[1]) l. c., S. 338.

dunkle, gekappte Ende des Strahles. — Bei schwächerem Glühen der Kathode oder bei höherem Vakuum trat die grüne Farbe zurück und der Strahl war violettrosa; in diesem Stadium blieb aber die Kappung des Strahles bestehen. Bei sehr geringen Spannungen (32 Volt im Voltmeter I) war der Kathodenstrahl grau bis bläulich gefärbt; möglicherweise ist dies eine Mischfarbe aus Grün, erregt durch die primären Kathodenstrahlen, und Violettrot, erregt durch sekundäre Elektronen, die durch das Auftreffen der primären Elektronen auf die Gasteilchen freigemacht werden.

Im Helium (und im Argon, s. unten) wurde eine Erscheinung beobachtet, die man theoretisch erwarten sollte und die möglicherweise in diesem Gase nur besonders leicht zu beobachten war: die Spitze des Kathodenstrahles ganz dicht an der Kathode war im allgemeinen violettrosa, nicht grün, und erst in etwa 1 mm Abstand von der Kathode setzte die typische grüne Farbe an. Diese Erscheinung rührt augenscheinlich daher, daß dicht an der Kathode sich viele langsame Elektronen befinden, die das ihren Geschwindigkeiten entsprechende violettrosa Leuchten im Helium erzeugen. Bei sehr geringen Spannungen (z. B. bei 40 Volt im Voltmeter I) löste sich die violettrosa Spitze des Kathodenstrahles von der Kathode ab und es trat hier ein schwarzer Zwischenraum auf. Wir haben also unter diesen Verhältnissen dicht an der Kathode die umgekehrte Farbenfolge wie am Ende des verzögerten Strahles, und dies ist durchaus im Einklang mit der von uns gegebenen Deutung der Erscheinungen [1]).

d) Argon. Als Farben des Kathodenstrahles in Argon waren früher angegeben worden Blau und tief Rot. Mit der verbesserten Anordnung der Fig. 2 wurden statt des Rot zumeist gelbe Farbentöne beobachtet. Auch hier trat in dem dicht an der Kappung gelegenen Strahlteile eine dritte, neue Farbe: schwach Bläulichviolett, auf. Die Veränderung des Glühstromes der Kathode rief besonders bei geringem Gasdruck bedeutende Veränderungen der gelben Farbentöne hervor, die bis zu Violettrot und Grau gingen.

Die Spitze des blauen Kathodenstrahles dicht an der Kathode war gelb. Dem entsprechen die bei Helium (s. oben) gemachten Beobachtungen.

---

[1]) Vgl. hiermit eine Bemerkung von W. H. Westphal, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 245, 1912.

e) Quecksilber. Im Quecksilberdampf war bereits früher von uns ein dreifacher Farbenumschlag im Strahl beobachtet worden: Blauviolett, Gelblichweiß, Grün. Diese Beobachtung konnte bestätigt werden. Der an die Kappung stoßende, früher sehr enge grüne Bezirk konnte auf etwa 1 cm vergrößert werden.

f) Kohlenoxyd. In diesem Gase traten die am wenigsten augenfälligen Farbenänderungen im Strahle auf; die Farbe der schnellsten Strahlen kann als Bläulichgrau, die der langsameren als Gelblichgrau bezeichnet werden, der dicht an der Kappung gelegene Strahlteil war rötlichgelb. Ob diese Farben dem CO selbst oder irgend welchen Zersetzungsprodukten bzw. Verbindungen zukommen, muß dahingestellt bleiben. — Auffällig war die große Leichtigkeit, mit der die Gasentladung schon bei schwacher Rotglut der Kathode einsetzte. Im Gegensatz zu dieser Erscheinung in CO standen die Beobachtungen im

g) Leuchtgas. Hier kam erst bei höheren Potentialen, oberhalb 160 Volt, und bei gelbglühender Kathode die Gasentladung zustande. Der Kathodenstrahl war in allen Teilen weißlich und erzeugte leicht geschichtete Entladung, auch zwischen den Drahtnetzen A und K_1 bzw. K_1 und K_2 (vgl. Fig. 1). — Aus diesen Versuchen in Leuchtgas und Kohlenoxyd scheint hervorzugehen, daß die in den unter a) bis e) genannten Gasen beobachteten dritten Farben nicht von Verunreinigungen dieser Gase durch Spuren von Kohlenstoffverbindungen hervorgerufen wurden.

Hiernach wird man schließen, daß im allgemeinen ein verzögerter Kathodenstrahl einen mehrfachen — zuweilen dreifachen — Farbenumschlag zeigt. Ob die mittlere Farbe eine Mischfarbe der beiden anderen ist, ist nur in einigen Fällen, z. B. bei Stickstoff, wahrscheinlich, bedarf aber noch der Feststellung.

Die beobachteten Färbungen in einem verzögerten Kathodenstrahl hängen außer vom Druck auch von der Stromstärke ab. Verunreinigungen des Gases mit Fett- und anderen Dämpfen lassen die Farbenunterschiede in den bisher beobachteten Fällen geringer werden.

Es sei noch bemerkt, daß zuweilen an den von den Strahlen getroffenen Drahtnetzen Sekundärstrahlen entstehen, die sich über die Primärstrahlen überlagern und die Beobachtungen erschweren, indes leicht als Sekundärstrahlen erkennbar sind.

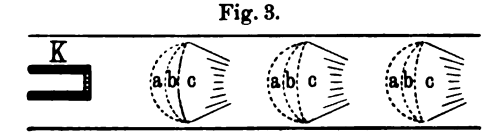


II. Vergleichende Untersuchungen an der positiven Säule.

Da in der positiven Lichtsäule, besonders in der geschichteten der Glimmentladung, die verschiedensten Färbungen zu beobachten sind, und da diese verschiedenen Farben auf Grund unserer obigen Versuche aller Wahrscheinlichkeit nach mehr durch die Geschwindigkeit des erregenden Elektrons, als durch Konzentrationsänderungen der vorhandenen Trägerarten (Moleküle, Atome, Ionen) bedingt sind, so haben wir einige Beobachtungen an der positiven Säule angestellt.

In Fig. 3 ist schematisch eine Wehneltkathode K dargestellt, davor drei positive, leuchtende Schichten in einer zylindrischen Glasröhre von 2 cm Durchmesser. Jede leuchtende Schicht hat im allgemeinen drei verschiedenfarbige Partien a, b, c.

Fig. 3.



In folgender Tabelle sind die Farben der Säume a, b und c für mehrere Gase zusammengestellt:

	a	*b*	*c*
Stickstoff.	Gelb bis Braunrot	Violett	Rosarot
Wasserstoff . . .	nichts	Dunkelblau	Rosa
Quecksilber . . .	Grün	Bläulich-weißlich	Bläulich-weißlich
Helium	Grün bis Gelb (von Schicht zu Schicht zuweilen verschieden)	Gelb bis Grün (von Schicht zu Schicht zuweilen verschieden)	Violett bis Weiß

Die am schärfsten ausgebildeten Schichten besaß Wasserstoff, die am wenigsten scharfen Helium. In Quecksilber war bei gewissen Heizstromstärken der Wehneltkathode die gesamte erste, d. h. der Kathode nächste Schicht grün gefärbt, während die folgenden Schichten die oben angegebenen Farben besaßen. Im Helium waren die Schichten sehr veränderlich an Form und Farbe. Zuweilen war die Farbenfolge der ersten Schicht (a) Grün, (b) Gelb, (c) Violett, die der zweiten und der folgenden Schichten (a) Gelb, (b) Grün, (c) Violett.

Hieraus ist ersichtlich, daß die Farbenfolge der einzelnen Teile einer Schicht zwar nicht immer mit derjenigen eines verzögerten oder beschleunigten Kathodenstrahles übereinstimmt, daß

aber in vielen Fällen sich die einzelnen Farben des Kathodenstrahles in den einzelnen Teilen der Schicht wiederfinden.

Wir haben auch untersucht, inwiefern etwa die Farbe eines von einer Oxydkathode ausgehenden Kathodenstrahles davon abhängt, ob der Kathodenstrahl eine leuchtende Schicht oder den dunkeln Zwischenraum zwischen zwei leuchtenden Schichten durchsetzt. Zu diesem Zwecke wurde von einer zweiten, seitlich angebrachten Wehneltkathode ein von dieser ausgehender Strahl quer durch die geschichtete Entladung einer Gasentladung, die ebenfalls mit Gleichstrom von einer Wehneltkathode her geliefert wurde, geschickt. Man sollte erwarten, daß die Konzentrationsverhältnisse der verschiedenartigen Korpuskeln (Moleküle, Atome, Ionen) in der leuchtenden positiven Schicht andere sind als in den dunkeln Teilen der Schicht, und daß demgemäß auch die Intensität oder die Farbe eines die Schicht durchsetzenden Kathodenstrahles in den hellen Teilen der Schicht eine andere ist als in den dunkeln. Weder in Stickstoff, noch in Wasserstoff oder Helium haben wir aber hiervon mit unserer Anordnung etwas bemerken können.

III. Über die Spektra der verschiedenen Teile eines verzögerten Kathodenstrahles.

Die Spektra der Teile eines verzögerten Kathodenstrahles sind insofern von Interesse, weil für die Intensität der Linien dieses Spektrums die Geschwindigkeit der erregenden Elektronen maßgebend ist.

a) Wasserstoff. Das Spektrum eines verzögerten Kathodenstrahles in Wasserstoff wurde mehrfach von uns photographiert mit einem lichtstarken Quarzspektrographen, den O. Reichenheim[1]) beschrieben hat. Nach der Methode von Lockyer wurde ein Bild des Kathodenstrahles auf dem Kollimatorspalt entworfen. An den so erhaltenen Spektren war bemerkenswert, daß die Linien 650, 483, 434, 410, 395, 390 $\mu\mu$ [2]) bei den besten Versuchsbedingungen des verschiedenfarbigen Leuchtens der Teile des Kathodenstrahles kürzer waren als die übrigen Linien, die dem sogenannten zweiten

[1]) O. Reichenheim, ZS. f. Instrkde. 28, 340, 1908.

[2]) Eine genauere Bestimmung der Wellenlängen war wegen der geringen Dispersion des verwendeten Apparates im sichtbaren Gebiet des Spektrums nicht möglich.



Wasserstoffspektrum (Viellinienspektrum) angehörten. Offenbar sind diese kurzen Linien, welche also nur von den schnelleren Elektronen angeregt werden, nichts anderes als die BALMERsche Serie H_α bis H_ζ, so daß man sagen kann, daß der Farbenumschlag des Kathodenstrahles in Wasserstoff dadurch zustande kam, daß die oben genannten Linien nicht mehr durch langsame Elektronen angeregt werden. Hieran ist noch hervorzuheben, daß so die BALMERsche Serie vom zweiten H-Spektrum abgetrennt werden kann. — Wir benutzten zu diesen Spektralaufnahmen Wasserstoff, der aus Zink und Schwefelsäure dargestellt war und der nach dem schon von SCHUSTER, GEHLHOFF und W. WIEN angewandten Verfahren dauernd dem Entladungsgefäß auf der einen Seite zuströmte und auf der anderen Seite wieder abgepumpt wurde; zur Entfernung störender Dämpfe, deren Anwesenheit den Kontrast der Farben in dem verzögerten Strahl herabsetzt, diente ein an das Entladungsgefäß angeblasenes, von außen mit flüssiger Luft gekühltes Glasrohr.

b) Stickstoff. Auch in diesem Gase haben wir photographische Spektralaufnahmen wie beim Wasserstoff, und unter Anwendung der Durchströmungsmethode sowie Kühlung mit flüssiger Luft, angestellt. Das Gas war durch Überleiten von Bombenstickstoff über glühende Cu-Späne dargestellt. Der Farbenumschlag von Blau in Rot wird hier augenscheinlich dadurch erzielt, daß die starken Banden im Grün bei 480 $\mu\mu$, im Blau bei 427 $\mu\mu$, im Violett bei 389 $\mu\mu$ durch die langsamen Elektronen nicht mehr angeregt werden; dabei sind die Köpfe der Banden 480, 427, 389 durch langsamere Elektronen anregbar als die Schwänze. Bemerkenswert war ferner, daß die langsamen Elektronen eine ultraviolette Bande bei 337 $\mu\mu$ besonders stark anregten. Die Banden im Rot 620 bis 570 $\mu\mu$, und die im Blau und Violett zwischen den oben genannten liegenden wurden sowohl durch langsame wie durch schnelle Elektronen angeregt.

c) Helium. In diesem Gase lassen sich subjektive Spektralbeobachtungen leichter als in Wasserstoff und Stickstoff ausführen, da die gesamte Leuchtintensität hier in wenige Spektrallinien konzentriert ist. Durch subjektive Beobachtungen wurde gefunden, daß in dem grünen He-Strahl (s. S. 1025) die starke grüne Linie 501,6 $\mu\mu$ und die gelbe 587,6 $\mu\mu$ neben lichtschwächeren Linien besonders hervortraten. In dem violettroten Teile des Kathoden-

strahles, der durch langsame Elektronen erregt wurde, war die grüne Linie sehr schwach, die gelbe gar nicht sichtbar.

d) Quecksilber. Hier ist besonders das Spektrum des grünleuchtenden Teiles des Kathodenstrahles hervorzuheben, der durch die sehr langsamen Elektronen angeregt wurde. In diesem grünen Strahlteile waren nur die grüne Hg-Linie 546 und die blaue 435 $\mu\mu$ erkennbar, die in den anderen Teilen vorhandenen, hellen gelben Linien 579 und 577 $\mu\mu$ fehlten. Diese Beobachtung bestätigt die früher geäußerte[1]) Vermutung, daß das grüne Leuchten des langsamen Kathodenstrahles in Hg-Dampf mit dem früher von Warburg[1]) beobachteten Glimmlicht verwandt ist; die Spektra beider sind nach den vorliegenden Beobachtungen einander gleich.

Diese Spektralbeobachtungen zeigen, daß der Farbenumschlag des verzögerten Kathodenstrahles in individuellen Eigentümlichkeiten der leuchtenden Teilchen beruht; man kann sich dies vielleicht so vorstellen, daß die nur von schnellen Elektronen anregbaren Spektrallinien aus größeren Tiefen des Atoms als die auch von den langsamen Elektronen anregbaren Schwingungen kommen.

---

[1]) E. Gehrcke u. R. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 339, 1912, Anm. 1.

Charlottenburg, November 1912.

Über die Verdampfungswärme der Metalle; von A. Wehnelt u. Chr. Musceleanu.

(Eingegangen am 20. November 1912.)

Die Verdampfungswärme der Metalle ist bisher außer an Quecksilber[1]) noch niemals direkt gemessen worden. Der eine[2]) von uns hat diese Konstante nach einer neuen Methode direkt bestimmt, worüber hier kurz berichtet werden soll. Vorläufig liegen nur die Resultate für wenige Metalle vor. Da sich die Methode jedoch wahrscheinlich für alle Metalle, selbst für die am schwersten verdampfbaren, eignet, soll sie noch auf alle übrigen angewandt werden.

Messungsmethode. Verwendet man als Kathode eines Entladungsrohres ein mit CaO überzogenes Platinblech von einigen Quadratzentimetern Oberfläche, welches man elektrisch glüht, so kann man durch das Rohr Ströme[3]) von mehreren Ampere hindurchsenden, wobei auf 1 cm² glühender Kathodenoberfläche bei genügend hoher Temperatur rund 2 Amp. kommen. Da der Kathodenfall hierbei nahezu verschwindet und das Gefälle in der positiven Säule bei großen Stromstärken nur ungefähr 2 Volt/cm beträgt, kann man mit Zentralenstrom von 110 bis 220 Volt Spannung arbeiten. Der Hauptteil der elektrischen Energie wird an der Anode verbraucht, da der Anodenfall etwa 20 Volt beträgt. Dadurch wird aber die metallische Anode zum Schmelzen und zum Verdampfen gebracht.

Auf diesem Vorgange beruht die im folgenden beschriebene Methode zur direkten Messung der Verdampfungswärme der Metalle.

Als Anoden dienen in den Entladungsröhren die zur Untersuchung gelangenden Metalle. Dieselben sind in einem kleinen Eisentiegel enthalten und werden vor dem Versuche gewogen.

---

1) Person, C. R. **17**, 498, 1843; **23**, 524, 1846. Kurbatoff, Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **34**, 659, 1902; ZS. f. phys. Chem. **43**, **104**, 1903.

2) Chr. Musceleanu, Diss., Berlin 1912.

3) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. (4) **14**, 457, 1904.

Dann wird das Rohr auf einen Druck von $2 . 10^{-8}$ mm Hg evakuiert und Strom hindurchgesandt. Die Stromstärke wird mit einem Amperemeter, der Anodenfall[1]) mit Hilfe einer verschiebbaren Sonde und einem Elektrometer, und die Zeit der Verdampfung mit einer Stoppuhr gemessen. Daraus ergibt sich dann die zugeführte elektrische Energie. Von dieser geht ein Teil durch Strahlung verloren, der sich berechnen läßt.

Die Strahlungsenergie eines schwarzen Körpers von der gleichen Temperatur, wie das Metall, ist nach dem STEFANschen Strahlungsgesetz

$$E_{\mathrm{Watt}} = \alpha (T_1^4 - T_2^4),$$

wobei $\alpha = 5{,}36 . 10^{-12}$ ist. Von dieser Energie kommt für Metalle nur ein bestimmter Prozentsatz in Rechnung, der sich nach HAGEN und RUBENS[2]) folgendermaßen berechnet:

Bedeutet σ den spezifischen Widerstand des Metalles (Widerstand eines 1 m langen Stückes von 1 mm² Querschnitt) und λ die Wellenlänge in $\mu = 10^{-3}$ mm ausgedrückt, so ergibt sich die Energie

$$e = 36{,}5 \sqrt{\frac{\sigma}{\lambda}},$$

wobei sich λ angenähert aus dem WIENschen Verschiebungsgesetz

$$\lambda m T = \mathrm{const.}$$

ergibt.

Die so korrigierte Energie wird dazu verwandt, um das Metall von Zimmertemperatur auf die Verdampfungstemperatur zu bringen, um dasselbe zu schmelzen und schließlich zu verdampfen.

Nach dem Versuch wird in das Rohr Luft eingelassen und durch Wägung der Anode der Gewichtsverlust festgestellt.

Es bedeute Λ die gesamte Wärmemenge, die man einem Metall zuführen muß, um dasselbe von Zimmertemperatur in Dampf zu verwandeln, so ist

$$\Lambda = L + q,$$

wo L die latente Verdampfungswärme und q die Summe der verschiedenen Wärmemengen bedeuten, die außer der Verdampfungswärme noch aufgewandt werden müssen.

---

[1]) Der Anodenfall sinkt bedeutend, wenn das Metall verdampft. Vgl. ARNDT, Diss., Berlin 1909.

[2]) E. HAGEN und H. RUBENS, Ann. d. Phys. (4) **11**, 873—901, 1903.

Resultate der Messungen.

Auf diese Weise ist die gesamte Wärmemenge A bestimmt und daraus L die latente Verdampfungswärme berechnet worden. Folgende Tabelle enthält die Resultate:

Metall	Gemessene gesamte Wärmemenge A	Hieraus berechnete latente Verdampfungswärme L	L beobachtet und berechnet
Hg	73,8	63,6	62 PERSON, 67,8 KURBATOFF ber.
Cd	222,0	181,0	—
Zn	439,5	365,8	—
Mg	2027,0	1700,0	1960 [1]) ber.
Bi	177,5	161,5	—

Vergleicht man Spalte 3 und 4 der Tabelle, so sieht man, daß die latente Verdampfungswärme des Quecksilbers sehr gut mit den von PERSON und KURBATOFF bestimmten Werten übereinstimmt. Der Wert von L für Magnesium von GRÜNEISEN scheint dagegen etwas zu hoch berechnet zu sein.

[1]) E. GRÜNEISEN, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 324, 1912.

Berlin, November 1912. Phys. Inst. d. Univ.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Karl Scheel

14. Jahrg. | **15. Dezember 1912.** | **Nr. 23.**

Sitzung vom 6. Dezember 1912.

Vorsitzender: Hr. H. Rubens.

Der Vorsitzende teilt mit, daß das langjährige Mitglied der Gesellschaft

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **Hermann Munk**

am 1. Oktober verstorben ist. Die Anwesenden ehren das Andenken des Dahingeschiedenen durch Erheben von ihren Sitzen.

Sodann spricht Hr. **K. W. Wagner**

Zur Theorie der unvollkommenen (wirklichen) Dielektrika.

Ferner trägt Hr. **R. Seeliger**

über das Leuchten der Gase unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen, II

nach gemeinsam mit Hrn. **E. Gehrcke** angestellten Untersuchungen vor. (Schon abgedruckt, vgl. S. 1023—1031.)



Zur Veröffentlichung in den „Verhandlungen“ der Gesellschaft sind folgende Mitteilungen eingegangen:

Von Hrn. **W. Bein:** Ausdehnungsbestimmungen am ABBE-FIZEAUschen Dilatometer.

Von Hrn. **J. Würschmidt:** Untersuchungen über Volumänderungen von Amalgamen.

Von Hrn. **K. J. v. Kotelow:** Über das luftelektrische Feld in Jekaterinoslaw während der Sonnenfinsternis am 17. April 1912.

Von Hrn. **Erich Marx:** Bemerkung zu der Arbeit der Herren POHL und PRINGSHEIM: Zur Frage hoher Geschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen.

Über die Messung der spezifischen Wärme fester Körper bei hohen Temperaturen;

von M. v. Pirani.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Glühlampenwerkes der Siemens u. Halske-A.-G.

(Eingegangen am 17. November 1912.)

Bei einer Anzahl von wissenschaftlichen und technischen Problemen ist die Kenntnis der spezifischen Wärme bei hohen Temperaturen erforderlich. Die im folgenden beschriebenen drei Methoden sollen dazu dienen, die wahren spezifischen Wärmen oder besser gesagt Erwärmungsenergien [1]) fester Körper zu bestimmen.

Die erste Methode ist für orientierende Versuche, sowohl für leitende als für nichtleitende Körper brauchbar; sie ist verwandt mit der von EUCKEN [2]) für tiefe und von LECHER für hohe Temperaturen beschriebenen [3]). Das Prinzip der Methode ist folgendes: Ein gut durch Kieselgurpackungen nach außen hin isolierter Widerstandsofen wird auf die Temperatur geheizt, bei welcher man die Erwärmungsenergie bestimmen will. In diesem Ofen liegt ein zweiter, sehr kleiner Widerstandsofen, der sich an einer von den abkühlenden Einflüssen der Enden freien Stelle befindet. Führt man der Heizwickelung des inneren Öfchens eine bestimmte Zeitlang elektrische Energie zu, so erhöht sich seine Temperatur um Δt. Die Energie wird hierbei mit einem Wattmeter, die Zeit (τ) mit einer Stoppuhr bestimmt, während die Temperaturerhöhung mit einem Thermoelement gemessen wird, welches in dem Öfchen so liegt, daß es seine Wand berührt. Die Temperaturerhöhung (Δt) kann aber auch auf optischem Wege oder endlich durch Beobachtung des Widerstandes der Heizwickelung gemessen werden. Legt man in das Öfchen den Körper, dessen spezifische Wärme man messen will, z. B. einen Eisenstab, welcher

---

1) E. LECHER, Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 656, 1907.
2) A. EUCKEN, Phys. ZS. **10**, 587, 1909.
3) E. LECHER, Verh. d. D. Phys. Ges. **5**, 647, 1907.

das innere Rohr möglichst ausfüllt, und führt dem Öfchen wieder die gleiche Energiemenge zu, so wird sich in der gleichen Zeit die Temperatur um einen geringeren Betrag erhöhen. Steigern wir die zugeführte Energie unter Konstanthaltung der Zeit τ, so werden wir an einen Punkt kommen, bei dem die in der gleichen Zeit bewirkte Temperatursteigerung $\varDelta t$ die gleiche ist, wie bei der Messung ohne Eisenstab. Die Temperatur messen wir dabei mit einem in dem Stabe angebrachten Thermoelement. Wir brauchen dann nur die Differenz der Energien mit und ohne Stab zu bilden und wissen dann, daß die in der Zeit τ zugeführte Wärmeenergie, welche zur Erwärmung des Stabes um $\varDelta t$ Grade benutzt wurde, gleich der Differenz der beiden Wärmeenergien mit und ohne Stab ist. Es ist klar, daß wir im angeführten Falle den Versuch entweder im Vakuum oder, was in vielen Fällen auch genügt, in Wasserstoff oder einem anderen indifferenten Gase ausführen müssen, damit das Versuchsstück nicht verbrennt. Eine weitere Vorbedingung ist die, daß wir stets von der gleichen Temperatur ausgehen, also den großen Ofen entsprechend konstant halten, und daß wir das indifferente Gas, bevor es den kleinen Ofen berührt, so vorwärmen, daß sich kein Temperaturgefälle ausbilden kann. Dies kann dadurch geschehen, daß man den äußeren Ofen sehr lang macht und ihn vor der Stelle, wo der kleinere Ofen liegt, auf einer größeren Strecke mit einem porösen Körper von großer Wärmeleitfähigkeit ausfüllt, durch welchen sich der Gasstrom hindurchwinden muß (eventuell genügt auch ein Bündel von Drähten, welches den Querschnitt ausfüllt). Statt durch Probieren in beiden Fällen auf genau die gleiche Temperaturerhöhung einzustellen, kann man sich auch so helfen, daß man mit beschicktem oder auch mit unbeschicktem inneren Öfchen eine Anzahl von Versuchen mit verschiedenen Energien und gleichen Zeiten ausführt, die Energien in Watt über den Temperaturerhöhungen $\varDelta t_n$ aufträgt und nun zur gleichen Temperaturerhöhung gehörige Werte in Zusammenhang bringt. Bei den Versuchen, deren Resultate im folgenden angegeben sind, wurde in langsam fließendem Wasserstoff gearbeitet. Der äußere Ofen vom Typus der normalen Widerstandsöfen hatte ein Heizrohr mit einem inneren Durchmesser von 28 mm und einer Länge von 500 mm. Es war gegen Wärmeabgabe durch eine Kieselgurpackung von 50 mm Dicke geschützt. Der innere Ofen war 150 mm lang



bei einem Außendurchmesser von 20 mm; das mit der Heizwickelung versehene Rohr bestand aus Aluminiumoxyd und hatte 8 mm Durchmesser bei einer Wandstärke von 0,5 mm. Zwischen dem Innen- und Außenrohr des inneren Öfchens war keine Wärmeisolation vorgesehen. Der große Ofen war am einen Ende verschlossen und wurde von einem langsamen Wasserstoffstrom durchflossen, der durch ein Kupferdrahtbündel oder durch einen durchlöcherten Schamottezylinder vorgewärmt wurde, bevor er an den inneren Ofen herankam. Das Thermoelement war ein Pt—PtRh-Element, welches mit sehr dünnen Isolationsröhrchen aus Quarz oder Marquardtmasse versehen war. Es wurde zunächst bei leerem Innenöfchen die Höchsttemperatur nach erfolgter Energiezufuhr und dann, wenn das Versuchsstück sich im Inneren des Ofens befand, in dem Versuchsstück selbst in einem etwa 30 mm tiefen Loche von etwa 3 mm Durchmesser gemessen. Die nächste Tabelle zeigt den typischen Gang einer Messung an einem Nickelstück[1]). Die in der zweiten Rubrik angegebene Energie wurde mit einem Drehspulwattmeter von Siemens u. Halske gemessen:

Thermokraft I Millivolt (direkte Ablesung)	Temperatur °C	Watt		Sekunden	Thermokraft II	Temperatur °C	Bemerkungen
10,8	1144	125	Nickel im Öfchen	30	11,32	1191	Temperaturerhöhung
10,78	1142	125		30	11,29	1188	—
10,8	1144	115		30	11,22	1181	44 bis 50°
10,78	1142	125		30	11,33	1192	Mittel
10,78	1142	67	Ohne Nickel	30	11,35	1194	47°
10,83	1147	56		30	11,32	1191	—

Das heißt zur Erzielung der mittleren Temperaturerhöhung von 47°, die mit Nickel bei einer Energiezufuhr von 125 Watt in 30 Sekunden eintritt, waren bei leerem Öfchen in derselben Zeit 60 Watt (interpoliert) nötig.

Da das Gewicht des Nickels 27 g betrug, so ist bei der mittleren Temperatur 1160° die spezifische Wärme:

$$\frac{65 . 30 . 0{,}24}{27 . 47} = 0{,}37 \text{ Cal pro Gramm.}$$

[1]) Bei Wiederholung der Messungen wurde das Versuchsstück nicht ganz aus dem Ofen herausgeholt, sondern nur aus dem inneren Öfchen herausgezogen.

Die Sicherheit dieser Angaben dürfte mit ± 10 Proz. zu veranschlagen sein. Es ist klar, daß man bei Evakuierung des äußeren Ofens und bei weiterer Verringerung der Wärmekapazität des inneren Ofens bedeutend präzisere Resultate erhalten würde. Als weitere Verbesserung für Präzisionsmessungen wäre ferner die direkte Messung der Temperaturdifferenzen durch Gegeneinanderschaltung zweier Thermoelemente anzustreben, ähnlich wie dies bei der Aufnahme von Abkühlungskurven in der Metallographie bereits geschieht. Immerhin hat die beschriebene Methode in der angewandten Form gewisse Vorteile für schnelle orientierende Messungen, die ohne großen Aufwand von Zeit und Apparatur ausgeführt werden sollen. Es seien noch tabellarisch einige Resultate angeführt, welche damit gewonnen worden sind:

Material	Mitteltemperatur	Gewicht	Temperaturbereich	Zeit in Sekunden	Spezifische Wärme in Cal
Nickel	800	27	60	30	0,3
Rundeisen	900	26,5	90	60	0,19
Aluminiumoxyd, geformt und hochgebrannt	815	9	56	120	0,25
	1125	4,8	55	30	0,45
Wolfram	1000	41	70	60	0,044

Für nichtleitende Körper von geringem Gewicht, wie Aluminiumoxyd, werden die Differenzen zwischen der Energie des Ofens mit und ohne Versuchsstück zu klein. Um größere Differenzen zu erhalten, müßte man die Zeiten abkürzen; das ist aber nicht angängig, weil die Wärmeleitungsfähigkeit der Versuchsstücke nicht groß genug ist. Es ist deshalb zuweilen nützlich, statt des inneren Ofens ein sehr großes Versuchsstück von 20 bis 25 mm Durchmesser aus dem betreffenden Material einzusetzen, welches durchbohrt ist und in dessen Innerem die Heizwickelung untergebracht wird. Man kann dann in der Regel die spezifische Wärme der Heizwickelung unter Begehung eines sehr kleinen Fehlers vernachlässigen oder annähernd in Rechnung setzen und die Temperatur an dem Versuchsstück, z. B. mittels zweier Thermoelemente, beobachten, welche an zwei verschiedenen Stellen des Querschnittes, möglichst weit innen und möglichst weit außen, angebracht sind. Aus den beobachteten Temperaturen wird das

Mittel genommen. Für die Bestimmung der Verluste, welche im stationären Zustande vorgenommen wird, ist natürlich nicht die Mitteltemperatur, sondern die Differenz der Außentemperatur des Stückes gegen die Ofentemperatur maßgebend.

Nachdem die beschriebenen Vorversuche über die Größenordnungen der Wärmekapazitäten einiger Körper bei hohen Temperaturen Aufschlüsse gegeben hatten, wurden zwei Methoden ausgearbeitet, welche es gestatten, die Wärmekapazitäten etwas genauer festzustellen. Das gemeinsame Merkmal der beiden Methoden ist

1. die Ausführung der Versuche in sehr hohem Vakuum,

2. ihre Verwendbarkeit für hohe und tiefe Temperaturen bei der Untersuchung leitender Körper,

3. die Bestimmbarkeit der spezifischen Wärme in beliebigen Intervallen und

4. der Umstand, daß nur der Versuchskörper, nicht aber seine Umgebung, auf die Versuchstemperatur gebracht werden.

Den Methoden liegen folgende Überlegungen zugrunde:

1. Bringt man einen leitenden Körper durch elektrische Erwärmung in hohem Vakuum auf irgend eine Temperatur, so verliert er praktisch die ganze ihm zugeführte Energiemenge in Form von Strahlung.

2. Erhöhen wir plötzlich auf eine kurze Zeit die dem Körper zugeführte Energie, so erhöht sich seine Temperatur nach Maßgabe seiner spezifischen Wärme in dem betrachteten Bereich und nach Maßgabe der Strahlungszunahme. Da man die Energiezufuhr, wenn sie auf elektrischem Wege geschieht, messen kann und die Strahlungsverluste bei allen Temperaturen experimentell für den Stationärzustand bestimmen kann, so läßt sich die Erwärmungsenergie berechnen.

3. Da die bei jeder Temperatur verlorene Strahlungsenergie in Wattsekunden proportional der Ausstrahlungszeit wächst, die Erwärmungsenergie aber für jede Temperatur eine von der für die Erwärmung aufgewandten Zeit unabhängige Konstante ist, so ist es möglich, durch Abkürzung der Erwärmungszeit den prozentischen Betrag der Strahlungsverluste beliebig weit herunterzusetzen.



Dieser letzte Satz wird besonders deutlich durch die im folgenden beschriebene oszillographische Methode illustriert. Es mag gleich vorausgeschickt werden, daß die gewählte Ausführungsform der Methode nicht durch die Anforderungen der möglichst genauen Bestimmung der spezifischen Wärme gegeben war, sondern daß ein bereits aus anderem Anlaß gewonnenes Beobachtungsmaterial dem vorliegenden Zwecke dienstbar gemacht wurde. Nehmen wir mit einem Oszillographen den Einschaltstrom einer Glühlampe bei konstanter Betriebsspannung auf, so wird dieser Strom im ersten Augenblick gleich der konstanten Spannung dividiert durch den Kaltwiderstand der Glühlampe sein und allmählich bis zu dem normalen Betriebsstrom abnehmen. Hierbei werden vom Faden der Lampe alle Temperaturen, von Zimmertemperatur bis zur Betriebstemperatur (bei Wolframlampen etwa 2100°) durchlaufen. Von der Energie, die der Faden in jedem Augenblick aufnimmt, also Stromstärke in dem betreffenden Augenblick multipliziert mit der konstanten Spannung, geht ein Teil als Strahlung verloren, ein zweiter Teil wird benutzt, um dem Faden gemäß seiner Wärmekapazität bei der betreffenden Temperatur Erwärmungsenergie zuzuführen. Die Temperatur des Fadens in jedem Augenblick ist definiert durch seinen Widerstand, d. h. konstante Spannung dividiert durch den Momentanstrom; der Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand ist bei verschiedenen Substanzen, z. B. Tantal, Wolfram und Eisen, bis zu hohen Temperaturen [1]) genau untersucht. Aus dem Gesagten ergibt sich, daß man aus dem Einschaltoszillogramm einer Tantallampe die spezifische Wärme des Tantals berechnen kann, wenn man sowohl den Widerstand als auch die Ausstrahlung im stationären Zustande in Abhängigkeit von der Temperatur kennt. Die im nachfolgenden beschriebene Ausführungsart ist mit zwei Fehlerquellen behaftet, einer zufälligen und einer prinzipiellen. Die zufällige liegt in dem für den vorliegenden Zweck etwas zu kleinen Maßstab der Photogramme (s. Fig. 1), die prinzipielle in der nicht ganz gleichmäßigen Erwärmung des Tantalfadens infolge der Abkühlung durch die Halter und Zuführungen und in der dadurch bedingten Unsicherheit der Temperaturwiderstandskurve. Trotzdem werden

[1]) M. v. Pirani und A. R. Meyer, ZS. f. Elektrochem. **17**, 908, 1911; M. v. Pirani, Phys. ZS. **13**, 753, 1912; A. R. Meyer, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 680, 1911.

wir sehen, daß die Resultate die Brauchbarkeit der Methode deutlich erkennen lassen.

Fig. 1 zeigt in Naturgröße ein Stück des Einschaltoszillogrammes einer Tantallampe, deren Faden 0,042 mm Dicke und 610 mm Länge hatte. Der Faden war über neun 0,1 mm dicke Molybdänhalter gespannt. Die Lampe war vor dem Versuch 25 Stunden gebrannt. Das Gewicht des Fadens betrug 0,0139 g (spez. Gew. 16,5), sein Kaltwiderstand nach 25 stündigem Brennen 57,5 Ohm. Es ist hier zu bemerken, daß man mittels der angegebenen Dicke und Länge nicht den spezifischen Widerstand ausrechnen kann, weil die Dimensionen des Fadens, die vor dem Einsetzen in die Lampe gemessen wurden, durch Sinterung etwas verändert werden. Der Einschaltstrom der Lampe wurde mit einem SIEMENSschen Oszillographen im Versuchsfelde der Siemens-Schuckert-Werke aufgenommen. Die Schwingungsdauer des beweglichen Systems dieses Oszillographen beträgt etwa $^1/_{5000}$ Sekunde. Im Augenblick der Aufnahme wurde der sich einstellende Dauerstrom mit einem Präzisions-Gleichstromamperemeter abgelesen und die Tourenzahl der photographischen Trommel mittels Tachometers gemessen. Die bei der oszillographischen Aufnahme gewonnenen Daten waren z. B. folgende:

Fig. 1.

Lampe M 100, Amperemeterablesung 61,3 = $0{,}306_5$ Amp., Tourenzahl 1515 pro Minute.

Da der Oszillograph den Dauerstrom mitzeichnet, so ist durch die Stromablesung zugleich die Eichung des Oszillogrammes gegeben. Ferner gibt die Stromablesung auch die Spannung im Augenblick der Aufnahme, denn zu jedem Dauerstrom gehört nur eine Spannung. Der Umfang der mit Bromsilberpapier bespannten rotierenden Trommel betrug etwa 200 mm, und dieser Länge entspricht im vorliegenden Falle eine Zeit von $\frac{60}{1515} = 0{,}0396$ Sek. (Zeit für eine Umdrehung). Man kann daher $^1/_{10\,000}$ Sekunde noch bequem ablesen,

eine Genauigkeit, die weithin ausreicht, da die Zeit nur in der ersten Potenz in die Berechnung der spezifischen Wärme eingeht.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse bezüglich der Stromablesung. Denn sie ist ja für die Widerstandsbestimmung maßgebend und diese wieder für die Temperaturangabe; von den Temperaturen wiederum werden Differenzen gebraucht, so daß die Fehler in ganzer Größe ins Resultat eingehen. Um diese Fehler kleiner zu machen, müßte man größere Oszillogramme aufnehmen. Es war dies im vorliegenden Falle jedoch nicht angängig, da die Apparatur nicht geändert werden konnte und da die Oszillogramme für den technischen Zweck, für welchen sie aufgenommen werden mußten (es handelte sich nur um die Bestimmung der Gesamteinschaltzeiten von Lampen) ausreichte. Um die Ablesegenauigkeit voll auszunutzen, wurde folgendermaßen verfahren: Die Oszillogramme wurden zunächst zeichnerisch mit einer Zeiteinteilung versehen und hierbei eine Tabelle Strom über Zeit von 2,5 zu 2,5 tausendstel Sekunde hergestellt. Nach dieser Tabelle wurde eine Zeichnung auf Logarithmenpapier von SCHLEICHER u. SCHÜLL in großem Maßstabe entworfen, auf der die Zeiten in regulärer Skala in doppelter Vergrößerung, die Ströme aber in logarithmischer Skala in fünffacher Größe aufgetragen wurden. Die logarithmische Darstellung wurde gewählt, um die Kurven etwas abzuflachen und eine bessere Ausgleichung der Ablesefehler zu ermöglichen. Auf dieser Kurve wurden dann die endgültigen Ablesungen vorgenommen. Die Temperaturen ergeben sich aus dem Widerstandsverhältnis w/w_{20} in jedem Punkte, die Temperaturdifferenzen konnten im Falle des Tantals auf Grund einer früher beschriebenen Darstellung des wahren Temperaturkoeffizienten [1]) ohne weiteres abgelesen werden, sie ergeben sich aber natürlich auch aus der Widerstand-Temperaturkurve des Tantals [2]). Um die Ausstrahlungsverluste kennen zu lernen, wurde eine Reihe von Strombeobachtungen bei verschiedenen Spannungen ausgeführt, die nicht übermäßig genau zu sein brauchen, da diese Korrektionsgröße nur relativ klein ist. Aus der Strom-Spannungskurve der Lampe, der sogenannten „Charakteristik“, gewinnt man eine Kurve für die Energien (Spannung × Strom), die bei

---

[1]) M. v. PIRANI, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 929, 1911.
[2]) M. v. PIRANI u. A. R. MEYER, a. a. O.

verschiedenen Widerständen (Spannung durch Strom) ausgestrahlt werden. Das Oszillogramm, die Charakteristik und die Widerstands-Temperaturkurve gestatten also im Verein mit dem Gewicht des Drahtes die spezifische Wärme bei allen Temperaturen zu berechnen. Das nebenstehende Berechnungsbeispiel illustriert das Gesagte.

Statt des Energieintegrals in dem betrachteten Zeitintervall wird zur Berechnung mit genügender Annäherung die mittlere Energie (Rubrik 12) genommen. Wir haben also

$$\frac{(53,25 - 3,3) \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot 0,239}{1,39 \cdot 10^{-2} \cdot 139} = 0,0431 \text{ Cal pro g}$$

für 1° Temperaturerhöhung bei einer mittleren Temperatur von 1090°. Im Zähler des Ausdruckes stehen die Zahlen für die zur Erwärmung verbrauchte Energie in Wattsekunden, die Zeit und das elektrische Wärmeäquivalent, im Nenner das Gewicht und die Temperaturerhöhung.

Die Genauigkeit dieser Angabe veranschlage ich infolge der oben mehrfach erwähnten Fehlerquellen zu ± 7 Proz. Im folgenden seien tabellarisch die aus den Oszillogrammen für Tantal und Wolfram für verschiedene Temperaturen gewonnenen Werte angeführt. Es sind stets die Fadengewichte, die Lampentypen und die prozentische Größe der Strahlungskorrektion angegeben. Die Temperaturbereiche, für welche die spezifischen Wärmen gelten, betragen 100 bis 200°.

Lampe M 100, Oszillogramm Nr. 3, Gewicht des Tantals 0,0139 g, Dauerstrom 0,306 Amp., konstante Spannung 112,2 Volt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Zeit-differenz	Strom in Ampere	Wider-stand in Ohm	$\frac{w}{w_{20}}$	Tempe-ratur	Mittlerer Wider-stand w_m	Mittlere Tempe-ratur t_m	Wider-stands-änderung in Proz. von w_m	$\frac{1}{w}\frac{dw}{dt}$	Tempe-ratur-differenz aus 8 u. 9	Watt-sekunden	Mittlere Energie	Abzug für Strahlung bei t_m (stationär gemessen)
0,007	0,496	226	3,93	1020	236,5	1090	8,9	$0,64 \cdot 10^{-3}$	139°	55,5	53,25	3,3
—	0,455	247	4,29	1160	—	—	—	—	—	51	—	—

Spezifische Wärme von Tantaldraht.

Type	Angelegte Spannung	Faden-gewicht	Mittel-temperatur	Strahlungs-korrektion Proz.	Spezifische Wärme
25 K 110 V	112,2	0,139	380	0,3	0,035
			700	1,4	0,034
			900	3	0,036
			1100	6,25	0,043
			1300	12,7	0,04
			1400	13,3	0,0435

Man kann hieraus entnehmen, daß die spezifische Wärme des Tantals von Zimmertemperatur, wo sie nach Messungen von Bolton [1]) 0,036 beträgt, bis 1400° langsam ansteigt bis zu einem Werte von etwa 0,043.

Spezifische Wärme von gezogenem Wolframdraht.

Type	Angelegte Spannung	Faden-gewicht	Mittel-temperatur	Strahlungs-korrektion Proz.	Spezifische Wärme
50 K 110 V	108,8	0,021	340	—	0,033
50 K 110 V	108,8	0,022	650	—	0,038
200 K 110 V	110	0,182	890	1,85	0,042
50 K 110 V	108,8	0,022	960	1,6	0,04
1000 K 110 V	110	1,86	1000	3	0,036
50 K 110 V	221	0,0224	900	0,4	0,04 *)
50 K 110 V	221	0,0224	1200	1,25	0,042 *)
1000 K 110 V	110	1,86	1280	10,5	0,041
50 K 110 V	110	0,022	1300	8,8	0,044
50 K 110 V	221	0,0224	1350	3,2	0,041 *)

Zu dieser Tabelle ist zu bemerken, daß die spezifische Wärme der dicken Drähte (1000 K 110 V) nur bei hohen Temperaturen berechnet wurde, da die für tiefe Temperaturen aus den Oszillogrammen entnommenen Werte infolge der großen Wärmeleitungsverluste fehlerhaft ausfallen. Bei den mit einem *) bezeichneten Werten ist die Kleinheit der Strahlungskorrektion bemerkenswert, welche ihren Grund darin hat, daß infolge Einschaltung einer 110 V-Lampe mit der doppelten Spannung der Einschaltvorgang

[1]) W. v. Bolton, ZS. f. Elektrochem. **11**, 48, 1905.

bedeutend kürzere Zeit dauerte, als beim Einschalten mit der normalen Spannung. Nimmt man zu den in der Tabelle angegebenen Werten die spezifische Wärme des Wolframs 0,036 bei Zimmertemperatur hinzu [1]), so kann man ebenso wie beim Tantal annehmen, daß die spezifische Wärme einen bis 1400° langsam ansteigenden Verlauf aufweist und daß sie auch beim Wolfram einen Wert von 0,042 bis 0,044 erreicht. Die gewonnenen Werte stimmen mit den nach einer ganz anderen Methode gewonnenen von Corbino [2]), welcher bei allen Temperaturen von 800 bis 2000° 0,0425 findet, genügend überein. Ein an einer mit Eisendraht von Langbein-Pfannhauser bespannten Lampe aufgenommenes Oszillogramm erlaubte, für Temperaturen von 400 bis 500° Werte für die spezifische Wärme des Eisens zu entnehmen.

Die spezifische Wärme des 0,051 mm dicken Eisendrahtes, der eine Länge von 1870 mm besaß und ein Gewicht von 0,03 g, betrug bei der Mitteltemperatur 430° 0,18 in einem Temperaturbereich von etwa 100°. Die Einschaltspannung war 111,4 Volt und die erreichte Endtemperatur rund 800°.

Die Strahlungskorrektion mußte in diesem Falle mit 2 bis 3 Proz. in Rechnung gesetzt werden.

Die Bestimmung der spezifischen Wärme des reinen Eisens, welche ein besonderes Interesse beansprucht, wurde noch nach einer dritten Methode ausgeführt, welche es gestattet, die Wärmeleitungsverluste, die bei der oszillographischen Methode störten, zu vermeiden, und bei welcher es möglich war, die durch zufällige Eigenheiten des Materials bedingten Abweichungen der Widerstands-Temperaturkurve zu berücksichtigen. Die Methode, zu deren Ausbildung wiederum die bereits erwähnte Lechersche Arbeit Anregung gab, fußt auf folgenden Überlegungen: Ein im Vakuum aufgehängter Drahtbügel glüht, wenn er lang genug ist, in seinem mittleren Stück gleichmäßig. Wählen wir die Dicke des Bügels genügend groß, z. B. zu 0,6 bis 0,7 mm, so können wir, wie in früheren Arbeiten [3]) bewiesen wurde, ohne merkliche Verluste zu verursachen, an dem gleichmäßig glühenden Mittelstück ganz dünne Abzweigungen, z. B. von 0,02 bis 0,03 mm Dicke, anbringen

[1]) L. Weiss, ZS. f. anorg. Chem. **65**, 337, 1909.
[2]) O. M. Corbino, Phys. ZS. **13**, 375, 1912.
[3]) M. v. Pirani, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 301, 1910; A. R. Meyer, ebenda **13**, 680, 1911.

(die eventuell minimalen Verluste können durch ganz kleine Einkerbungen an der Stelle, wo die Abzweigungen angebracht sind, kompensiert werden). An diesen Abzweigungen kann die Spannung durch Kompensation gemessen werden, ferner kann, wie ebenfalls früher gezeigt, in der Mitte des Bügels ein ganz dünnes Thermoelement angebracht werden und die Temperatur durch Kompensation dieses Thermoelementes festgestellt werden. Befindet sich dieser so vorbereitete Bügel auf einer konstanten Temperatur, sagen wir 1000°, und führen wir ihm plötzlich eine sehr kurze Zeit hindurch eine Energiemenge zu, so erhöht sich seine Temperatur. Diese Erhöhung wird um so kleiner ausfallen, je größer die spezifische Wärme in dem betreffenden Bereich ist und ferner, je stärker die Strahlung in jenem Bereich mit der Temperatur anwächst. Gelingt es also, die Zeit, während welcher der Stromstoß wirkt, den Momentanstrom, die Momentanspannung und die Temperatur am Ende des Stromstoßes, zu messen, so kann man wieder die spezifische Wärme berechnen, denn die Strahlungsverluste sind ja ebenso, wie früher, im stationären Zustande für jede Temperatur bestimmbar. Der skizzierte Gedankengang wurde folgendermaßen in die Praxis umgesetzt. Aus einem etwa 0,65 mm dicken und etwa 200 bis 250 mm langen Eisendraht aus LANGBEIN-PFANNHAUSER-Elektrolyteisen wurde ein etwa 70 mm langes Stück durch 0,02 mm dicke Platinabzweigungen abgegrenzt. In der Mitte dieses Stückes war ein Pt—PtRh-Thermoelement angebracht. Der Eisendraht befand sich in einer evakuierten Glasbirne und war in der Art angeordnet, wie dies die Fig. 2 zeigt und wie in früheren Arbeiten über den Widerstand der Metalle bei hohen Temperaturen [1]) angegeben ist. Auf die Thermokraftmessung, bei welcher durch den Hauptdraht, wie in früheren Arbeiten ausgeführt ist, Wechselstrom fließen muß, sowie auf die Spannungsmessung braucht hier nicht weiter eingegangen zu werden, weil bereits sehr eingehend darüber berichtet worden ist.

An dem in Fig. 2 veranschaulichten Eisenbügel wurde zunächst die Strom-Spannungskurve und die zu allen Strömen gehörige Thermokraft gemessen. Hieraus ergeben sich die Strahlungsverluste bei allen untersuchten Temperaturen. Um bequem interpolieren zu können, wurden die Logarithmen der Energien

[1]) M. v. PIRANI, a. a. O.; A. R. MEYER, a. a. O.

über den Logarithmen der absoluten Temperaturen aufgetragen. Es resultiert hierbei, wie früher gezeigt[1]), eine gerade Linie.

Die Erwärmungsenergie, die, wie wir gesehen haben, in einer kurzen Zeit zugeführt werden muß, damit die Strahlungsverluste einen recht geringen Einfluß haben, wurde durch Parallelschalten eines Widerstandes zu den vor den Lampen liegenden Widerständen bewirkt, wie dies in der Fig. 3 angedeutet ist. Damit die durch den Strom bedingten Widerstandsänderungen des Fadens

Fig. 2 a.

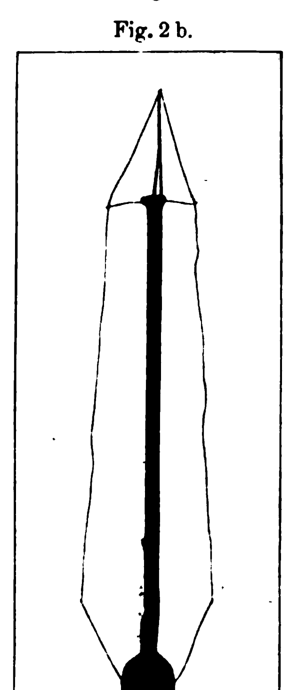


Fig. 2 b.

keine merklichen Stromänderungen im Hauptkreise während des Stromstoßes hervorrufen können, wurde mit einer im Verhältnis zur Fadenspannung sehr hohen Spannung (140 V) und dementsprechend großen Vorschaltwiderständen gearbeitet.

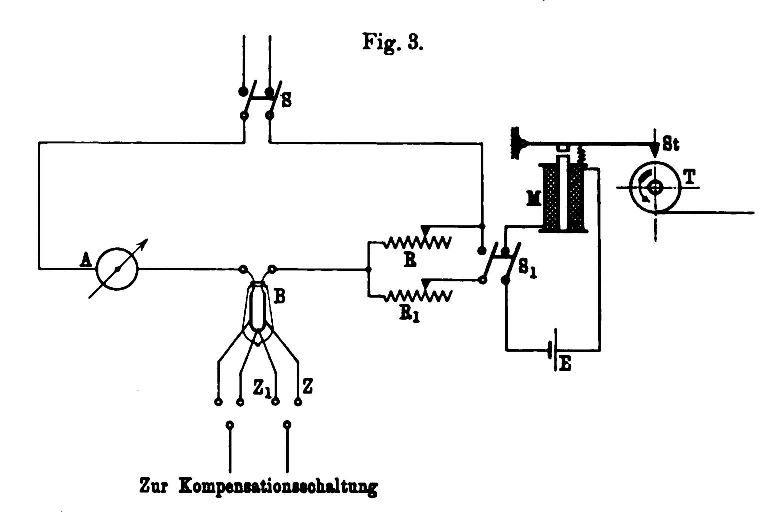
Eine Messung geht in folgender Weise vor sich: Bei dem stationären Strom i, welcher mit dem Amperemeter A (Fig. 3) gemessen wird, wird die Spannung e an den Abzweigungen Z

---

[1]) M. v. Pirani, a. a. O.

kompensiert. Hierauf wird durch Schließen des Schalters S_1 der Widerstand R_1 dem Widerstande R parallel geschaltet und dadurch ein Stromstoß erzeugt, so daß der Gesamtstrom $i + i_s$ beträgt. Die Schließung dauere eine beliebige Zeit, z. B. n Sekunden. Diese Zeit wird mittels eines Telegraphen-Farbschreibers M, St, T, welcher durch den gleichen Schalter S_1 bestätigt wird, registriert. In der Zeit n betrage der Ausschlag des vorher kompensierten Galvanometers α Teilstriche. Nun wird der Schalter S_1 ausgeschaltet, der stationäre Zustand abgewartet (Galvanometer wieder

Fig. 3.



auf Null), das Galvanometer durch Veränderung der Kompensationswiderstände und Vertauschung der Stromrichtung im Galvanometerkreise auf den Ausschlag α eingestellt und so die dazu gehörige Spannungsänderung gemessen [1]). Man kann natürlich auch den Ausschlag vorher einstellen und das Galvanometer während des Einschaltens des Schalters S_1 auf Null zurückgehen lassen. Ebenso verfährt man bei der Messung der Thermokraft [2]). Man kann dann sowohl die Spannungserhöhung als auch die Temperaturerhöhung während des Stromstoßes $i + i_s$ messen.

---

[1]) Die Einstellungsgeschwindigkeit des bei der Spannungsmessung verwandten Dosengalvanometers betrug nur einen geringen Bruchteil der Zeit n.

[2]) Als Nullinstrument wurde ein Edelmannsches Saitengalvanometer verwandt.

Es ist also das Drahtstück vom Gewicht g in der Zeit n in erster Annäherung durch die Energie $(i + i_s) \cdot \frac{e_a + e_s}{2}$, wo e_a die Spannung vor dem Stromstoß, e_s die am Ende des Stromstoßes bedeutet, von ϑ aus um $\Delta \vartheta^0$ erwärmt worden. Hierbei ist die Ausstrahlung im Mittel (falls es sich um nicht zu große Temperatursteigerungen handelt) so groß gewesen, als wenn der Draht die ganze Zeit bei $\vartheta + \frac{\Delta \vartheta^0}{2}$ stationär ausgestrahlt hätte. In der später folgenden Tabelle sind auch noch die Mittelwerte der Energie $\frac{E_\vartheta + E_{\vartheta + \Delta \vartheta}}{2}$ angegeben; man sieht, daß dieselben genügend übereinstimmen, um die angeführte Rechnungsweise zu rechtfertigen. Die Energie $E_{\vartheta + \frac{\Delta \vartheta}{2}}$ muß also abgezogen werden, um die für die Materialerwärmung um ϑ^0 bei der Mitteltemperatur $\vartheta + \frac{\Delta \vartheta}{2}$ notwendige Erwärmungsenergie zu erhalten; dieselbe beträgt also

$$\frac{\left[(i + i_s) \frac{(e_a + e_s)}{2} - E_{\vartheta + \frac{\Delta \vartheta}{2}}\right] \tau \,.\, 0{,}239}{g \,.\, \Delta \vartheta} \text{ Cal.}$$

Statt die Zeitmessung mit dem Farbschreiber vorzunehmen, kann man auch mit einem rotierenden Ausschalter von bekannter Tourenzahl arbeiten. Man nimmt dann am besten auf Grund eines Vorversuches die Einstellung der Spannung im voraus so vor, daß nach beendigter Einschaltung das Galvanometer auf Null zurückgeht. Damit das Galvanometer keine zu starken Stromstöße erhält, kuppelt man den rotierenden Einschalter zugleich mit einem Einschalter für das Galvanometer, welcher eine bedeutend kürzere Einschaltzeit hat und erst dann in Tätigkeit tritt, wenn die Kompensationsstellung fast erreicht ist. Die Temperaturablesung macht man mit der gleichen Rotationsgeschwindigkeit des Schalters und mit dem gleichen Strom. Wenn man die Zeit τ sehr verkürzt, z. B. auf 0,1 Sekunde, um auf höhere Temperaturen zu gelangen, ohne daß die Strahlung einen überwiegenden Einfluß gewinnt, so kann man die Kompensationseinstellung nicht mehr ausführen. Es wäre dann notwendig, die Ausschläge des Edelmannschen Galvanometers photographisch zu registrieren.

*

Bei bekannter Rotationsgeschwindigkeit der Registriertrommel wäre dann zugleich eine besondere Zeitmessung überflüssig. Auch die Strommessung müßte natürlich auf photographischem Wege registriert werden. Man hätte dann je zwei Oszillogramme: Stromstoß-Temperaturveränderung und Stromstoß- (gleicher Größe) Spannungssteigerung, aus denen die Ablesung gemacht werden müßte.

Fig. 4.

Im folgenden sind in tabellarischer Form die aus den Messungen gewonnenen Zahlen für die spezifische Wärme des Eisens von 100 bis 950° zusammengestellt:

Mittel-temperatur	Bereich	Spezifische Wärme	Mittel-temperatur	Bereich	Spezifische Wärme
110	20	0,12	747	55	0,28
355	23	0,2	780	57	0.25
496	26	0,2	790	43	0,2
610	43	0,19	830	65	0,23
675	53	0,24	850	47	0,26
697	40	0,29	897	82	0,19
712	45	0,32	968	78	0,15
725	48	0,31			

Die berechneten Erwärmungsenergien besitzen eine Unsicherheit von ±5 Proz. Es ist ferner eine Kurve gezeichnet, aus welcher der Verlauf der Erwärmungsenergien ersichtlich ist. Als Vergleich sind die Kurven von LECHER[1]) und die von LECHER umgerechneten Werte von OBERHOFFER[1]) mit eingezeichnet. Das bei 790° auftretende Minimum ist durch mehrere Messungen bestätigt worden. Ein ersichtlicher Grund für sein Vorhandensein ist jedoch in dem Verhalten anderer Konstanten des Eisens nicht zu finden, wenn man nicht annehmen will, daß die starke Richtungsänderung der Kurve $\frac{1}{w}\frac{dw}{dt}$ bei 800° in irgend einen Zusammenhang damit zu bringen ist.

Es ist in Aussicht genommen worden, diesen Temperaturbereich späterhin nochmals zu untersuchen. In nebenstehender Tabelle sind als Beispiel drei Beobachtungsreihen gegeben:

Wie man sieht, ist die Korrektion für Wärmestrahlung bereits bei 855° mit 70 Proz. in Anrechnung zu bringen, wenn man mit Zeiten von 4 Sekunden arbeitet. Wollte man also nach dieser Methode zu höheren Temperaturen

[1]) E. LECHER, Verh. d. D. Phys. Ges. 1907, a. a. O. Da LECHER seine Angaben in willkürlichen Einheiten gegeben hat, so habe ich, um vergleichen zu können, die für Schmiedeeisen mit etwa ½ Proz. Kohle zutreffende Annahme gemacht, daß die wahre spezifische Wärme des von LECHER verwandten Eisens bei 0° zu 0,1 anzusetzen ist.

1	2	3	4	5		6		7	8	9	10	11	12	13
Anfangsspannung	Stationärer Strom	Stromstoß	Zeit in Sek.	Spannung am Anfang | Ende d. Stromstoßes		Temperatur am Anfang | Ende d. Stromstoßes		Temperaturdifferenz	Mitteltemperatur		Ausgestrahlte Energie		Gewicht	Spez. Wärme
e	i	$i+i_s$		e_a	e_s	Anfang	Ende			$\frac{e_a+e_s}{2}(i+i_s)$	$E_{\vartheta+\frac{\Delta\vartheta}{2}}$	$\frac{E_\vartheta+E_{\vartheta+\Delta\vartheta}}{2}$		
0,035	1,21	3,75	5	0,184	0,116	100	120	20	110	0,422	0,048	—	0,183	0,122
0,645	3,6	4,8	6,4	0,857	0,932	690	735	45	712	4,28	2,56	2,58	0,183	0,318
1,12	5,0	5,6	4,0	1,45	1,504	855	937	82	896	9,59	6,72	6,70	0,183	0,190

vordringen, so wäre, wie gesagt, eine Kombination der beschriebenen Methode mit der vorher besprochenen oszillographischen notwendig.

Betrachten wir die gewonnenen Resultate, so ergibt sich, daß die oszillographische Methode, welche wohl die einfachste ist, am meisten dazu berufen erscheint, eine weitere experimentelle Ausbildung zu erhalten, und zwar etwa in folgender Weise: Die Wärmeleitungsverluste werden dadurch auf ein Minimum heruntergedrückt, daß man durch eine 1 bis 2 m lange Röhre einen sehr dünnen Draht aufspannt. Dann finden nur kleine Leitungsverluste an den Enden statt, welche man vernachlässigen darf. Das Oszillogramm wird in einem sehr großen Maßstabe aufgenommen, damit die Ablesegenauigkeit größer wird, und die Widerstandsmessung wird an einem Stück des gleichen Ausgangsmaterials nach der Methode des elektrodenlosen Bügels in sehr genauer Weise ausgeführt. Zweckmäßig wird das betreffende untersuchte Stück nach der Messung auf den dünneren Durchmesser heruntergezogen.

Wenn es nicht möglich war, die zuletzt skizzierte Idee im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchzuführen, so liegt dies daran, daß die bearbeitete Aufgabe das Gebiet des Laboratoriums, in welchem sie ausgeführt wurde, nur streifte, und daß es daher nicht möglich war, sie experimentell so weit zu erledigen, als es vielleicht wünschenswert erscheinen könnte.

Die Relativitätstheorie im erkenntnistheoretischen Zusammenhange des relativistischen Positivismus;

von Joseph Petzoldt.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 8. November 1912.)
(Vgl. oben S. 1013.)

---

1. Man wird sagen dürfen: Die Relativitätstheorie ist physikalisch und mathematisch so berechtigt und gesichert, wie es nur jemals eine andere Theorie gewesen ist, ohne damit sagen zu wollen, daß sie in ihrer heutigen Form eine Theorie für alle Zeiten wäre. Daß sie aber erkenntnistheoretisch schon ebenso klar und sicher dastände, kann nicht behauptet werden. Man wird sogar vermuten dürfen, daß die Reserviertheit, mit der viele Physiker ihr noch gegenüberstehen, ja die Ablehnung, die viele ihr zuteil werden lassen, eben auf dieser Unklarheit beruhen. Man hat wohl große Achtung vor den Namen ihrer Schöpfer, vor den Einstein, Minkowski, Poincaré, Planck, F. Klein, aber man traut der Sache nicht recht, weil man sie nicht recht versteht. Man bezweifelt nicht, daß man damit rechnen kann, aber man sieht nicht genügend, wie sie eine wirkliche Erleichterung der Naturauffassung gewähren soll, wo sie doch alle bisherigen Anschauungen über die Gestalt der Körper und den Gang der Uhren auf den Kopf zu stellen scheint.

Man kann auch nicht sagen, daß jene bedeutenden Theoretiker in diesem Punkte erheblich geholfen hätten, ja es ist sogar zweifelhaft, ob sie selbst eine haltbare erkenntnistheoretische Auffassung ihrer Lehre haben, da sie sich eben über die hierher gehörigen Fragen kaum äußern. Sicher aber ist, daß in den Schriften derer, die sich um ihre Verbreitung bemüht und verdient gemacht haben, gelegentlich recht unklare erkenntnistheoretische Vorstellungen laut werden.

2. Erkenntnistheoretisch ist die Relativitätstheorie bisher überhaupt nur einmal in einen großen Zusammenhang gestellt: bei



NATORP[1]). Allein hier liegt eine mehrfach unrichtige Auffassung der Theorie vor, dazu überhaupt sehr bezweifelbare erkenntnistheoretische Vorstellungen auf den Gebieten der Mathematik und Physik; vor allem aber kein Eingehen auf die wichtigsten Fragen und bei scheinbarer Zustimmung doch Aufrechterhaltung eines absoluten Gebietes, wenn auch nicht unter diesem Namen, des Gebietes der reinen Mathematik und Logik[2]).

3. Zunächst muß Klarheit darüber geschaffen werden, inwiefern die von der Relativitätstheorie gelehrte Verkürzung sich vom Beobachter relativ entfernender Körper im Entfernungsradius und das Nachgehen sich von ihm ebenso entfernender Uhren als wirklich oder nur als scheinbar anzusehen ist. Hier herrscht Sichausschweigen, Unklarheit oder geradezu Irrtum.

Für denjenigen, dem der Begriff einer absoluten Wahrheit metaphysisch ist und logisch widerspruchsvoll, kann die Entscheidung nicht zweifelhaft sein. Wenn er die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum als konstant betrachtet und das negative Ergebnis des MICHELSONschen Versuches als feststehend annimmt, dann können für ihn jene Änderungen in der Gestalt und im Uhrgange unmöglich nur scheinbar sein, er muß sie als vollwertige Wirklichkeit ansehen, falls er seinen Voraussetzungen nicht widersprechen will. Die Relativitätstheorie ist ja nur die Theorie des MICHELSONschen Versuches unter Verzicht auf die Möglichkeit, absolute Bewegung zu erkennen, und unter der Voraussetzung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Was sie unter diesen Voraussetzungen lehrt, ist lediglich deren logische Konsequenz, also Wahrheit, wenn natürlich auch nur relative Wahrheit, da ja nach denselben Voraussetzungen die einzige dem Menschen überhaupt zugängliche Wahrheit eben relativ ist, auf Standorte, Beobachtungspunkte, Koordinatensysteme bezogen. Wir können auch sagen: dasselbe Maß von Wahrheit und Wirklichkeit, das wir dem MICHELSONschen Versuch und dem Satz von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zubilligen, müssen wir auch den Lehren von der kinematischen Gestalt der Körper und der kinematischen Zeigerstellung der Uhren einräumen.

---

[1]) P. NATORP, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften. Leipzig, Teubner, 1910.

[2]) Diese Behauptungen sollen an anderer Stelle begründet werden.

4. Sehr drastisch läßt sich die soeben vollzogene Aufhebung des Gegensatzes von Sein und Sinnenschein am Fall der Relativdrehung der Erde und des Fixsternhimmels klarlegen. Ein Auto, das auf einem Parallelkreise in 24 Stunden einmal um die Erde von Ost nach West herumlaufen würde, kann als in starrer Verbindung mit der Sonne angesehen werden. Da wir nun nicht anstehen werden, der Bewegung des Autos in diesem besonderen Falle dasselbe Maß von Wirklichkeit zuzugestehen, wie einer ganz beliebigen Autofahrt auf irgend einer ganz beliebig gerichteten Straße, sind wir logisch gezwungen, auch die Bewegung der Sonne um die Erde in 24 Stunden als durchaus wirklich zu beurteilen[1]).

---

[1]) In der Diskussion wandte Herr GEHRCKE ein, daß die absolute Bewegung des Autos an den Zentrifugalkräften erkannt werden würde, die sich an ihm zeigen müßten. Was kann uns denn aber zwingen, das Auftreten von Zentrifugalvorgängen einer niemals aufweisbaren absoluten Bewegung zuzuschreiben, während die Erfahrung es immer nur an relative gebunden zeigt? Wir müssen unsere Theorien den Tatsachen anpassen, nicht aber die Tatsachen unter metaphysische Vorstellungen beugen wollen.

Übrigens muß es von Herrn GEHRCKES Standpunkt aus recht zweifelhaft sein, ob in dem angenommenen Falle das Auto noch Zentrifugalvorgänge zeigen würde. Denn für ihn wäre ja nicht sowohl das mit der Sonne starr verbundene Auto als die sich darunter umwälzende Erde bewegt. Träten aber wirklich Zentrifugalvorgänge auf — die doch am Fixsternhimmel und der Sonne bei ihrer Relativdrehung um die Erde bisher nicht zu beobachten waren —, so wäre das ein Beweis für die Vermutung MACHS, die von den Gebrüdern FRIEDLÄNDER und von FÖPPL experimentell zu bestätigen versucht worden ist — einstweilen allerdings ohne Erfolg: für die Vermutung, daß alle Relativdrehungen Zentrifugalvorgänge bedingen. Man könnte die Frage vielleicht durch Pendelversuche auf ost—westwärts und umgekehrt fahrenden Schiffen und Eisenbahnzügen fördern. Die beiden Fahrtrichtungen könnten bei gleichen Fahrtgeschwindigkeiten für gleiche Zeiten verschiedene Schwingungszahlen ergeben.

Im übrigen erinnere ich an die Erörterungen, die im vorigen und gegenwärtigen Jahrgange der vorliegenden „Verhandlungen“ zwischen den Herren GEHRCKE und GRÜNBAUM stattgefunden haben. Man vergleiche auch die Arbeit von GEHRCKE „Über den Sinn der absoluten Bewegung von Körpern“ in den Sitzber. d. Bayr. Akad. d. Wiss., math.-phys. Kl., 1912, S. 209 ff. Ich darf wohl auch auf meine Arbeit verweisen: „Die Gebiete der absoluten und der relativen Bewegung“ in Ostwalds Annalen d. Naturphilos. VII, 1908, S. 29 ff. Daß es sich bei der Beschreibung der Naturvorgänge zuletzt nur um relative handeln kann, vermag man heute nicht mehr in begründeten Zweifel zu ziehen. Fraglich scheint mir nur, ob die physikalische Theorie schon so weit entwickelt ist, daß sie bald auch im Falle der Zentrifugalkräfte auf einen durch Konvention festzulegenden Begriff absoluter Bewegung verzichten kann. Man darf auch nicht vergessen, daß sich alle unsere Beschreibungen noch auf den metrischen Raum beziehen, der niemals in der Erfahrung gegeben und noch immer eine Art absoluter Raum per conventionem ist. Vgl. PETZOLDT, a. a. O.

Die tägliche Drehung des Fixsternhimmels um die Erde ist also nicht „Schein", sondern genau so wirklich wie die tägliche Drehung der Erde um ihre Achse, und keine von beiden ist absolute Wahrheit — durch die ja die andere ausgeschlossen wäre —, sondern jede ist relative Wahrheit, geltend für ein zugehöriges Bezugssystem.

5. Die bisherigen Darlegungen gewinnen eine starke Stütze in ganz allgemeinen Auffassungen. Wenn man nicht in metaphysische Willkürlichkeiten und Irrtümer verfallen will, muß man ganz allgemein den Gegensatz von Wirklichkeit und Sinnenschein aufheben: der Begriff der optischen Täuschung hat nur praktische Bedeutung; theoretisch, für die vorurteilslose, streng empirisch gerichtete Erkenntnis ist er wertlos und unhaltbar. Der schräg zur Oberfläche des Wassers eingetauchte Stab „ist" geknickt, nicht: „scheint" geknickt — in voller Wirklichkeit, aber natürlich nur für das Auge, nicht für die tastende Hand; ganz ähnlich wie der in die Bewegungsrichtung fallende Schenkel des MICHELSONschen Apparates nur für den zurückbleibenden, nicht auch für den mitbewegten Beobachter verkürzt „ist", nicht „scheint". Alle unsere Aussagen, soweit sie haltbar sind, gelten jeweils nur für ein bestimmtes Bezugssystem; alle sind relativ, bedingt, konditional, keine absolut. Wo gibt es in der echten Wissenschaft auch nur eine einzige absolute Erkenntnis?

6. Dieser Verzicht auf absolute Wirklichkeit bedeutet zugleich Einsicht in die Unerläßlichkeit eines Standpunktes, eines Koordinatensystems. Können die Vorgänge aber immer nur von einem Standpunkte aus angeschaut und dargestellt werden, so heißt das: sie können nur „beschrieben" werden; alle „Erklärung" ist zuletzt nur „Beschreibung" (MACH, KIRCHHOFF). Schon MACH hat den physikalischen Begriffen (Masse, Energie, Temperatur, Elektrizitätsmenge usw., aber auch schon Raum und Zeit) die Absolutheit genommen und sie zu Hilfsmitteln der Beschreibung gemacht [1]). Ein Teil dieser Auffassung hat ja in der Physik eine herrschende Stellung gewonnen und — mit wenig glücklicher Bezeichnung — zur „phänomenologischen" Physik geführt. Die EINSTEINsche Theorie ist ein Schritt weiter auf dem von MACH

[1]) E. MACH, Erhaltung der Arbeit. Vortrag in der Böhm. Ges. d. Wiss. Nov. 1871. 2. Aufl. S. 32, 34 ff., 56 f. Leipzig 1909.

gekennzeichneten Wege. Sie macht die physikalischen Begriffe — und zwar in erster Linie die der Gestalt der Körper und der zeitlichen Einordnung der Ereignisse oder des Uhrganges — in stärkerem Maße vom Standpunkt des Beobachters abhängig zu Hilfsmitteln der Beschreibung, zu Mitteln der Anpassung der Gedanken an die Tatsachen, als sie es in den bisherigen mathematischen Theorien der Physik gewesen sind. Die Relativitätstheorie verleiht ihnen gleichsam eine größere Plastizität.

Die Aufgabe der Physik wird damit die eindeutige allgemeine Darstellung der Vorgänge von verschiedenen relativ mit konstanter Geschwindigkeit gegeneinander bewegten Standpunkten aus und eindeutige In-Beziehung-Setzung dieser Darstellungen. Jede solche Darstellung irgendwelcher Gesamtheit von Vorgängen muß eindeutig abbildbar auf jede andere dieser Darstellungen derselben [1]) Vorgänge sein. Die Relativitätstheorie ist eine solche Abbildungstheorie [2]). Das Wesentliche ist jener eindeutige Zusammenhang. Ihm zuliebe müssen sich die physikalischen Begriffe Biegung gefallen lassen. Erst das eindeutig durch Begriffe Dargestellte beherrschen wir theoretisch und technisch. Sind die physikalischen Begriffe oder Merkmale nur Hilfsmittel dieser Darstellung, Beschreibung, so kann es uns ganz gleichgültig sein, ob sie konstant oder ob sie gesetzmäßig variabel sind. Zeigt die Erfahrung eine Verkürzung sich von uns entfernender Körper, so müssen wir uns eben mit dieser Tatsache abfinden und die Gestalt der Körper als etwas mit der relativen Bewegung Variierendes, durch sie eindeutig Bestimmtes erkennen; wie MINKOWSKI: „rein als Geschenk von oben, als Begleitumstand des Umstandes Bewegung", natürlich nicht, wie bei LORENTZ und FITZGERALD, absoluter, sondern relativer Bewegung. Das ist zuletzt nicht wunderbarer als irgend welcher andere eindeutige Zusammen-

---

[1]) Besser: eindeutig aufeinander abbildbare Darstellungen von Vorgängen beliebig vieler jener Bezugssysteme sind Darstellungen „desselben" Vorganges. Die Identität muß definiert werden, da sie nicht von vornherein gegeben ist.

[2]) v. IGNATOWSKY, Das Relativitätsprinzip. Arch. d. Math. u. Phys. 17, S. 16, 1911. Allerdings steht der Verfasser auf dem Standpunkte, daß es sich nicht um „wirkliche" Änderungen der Gestalt handele. Er hat also noch eine hinter allen jenen „Bildern" gelegene eigentliche absolute Gestalt des Körpers im Sinne. Das aber ist, wie wir gesehen, erkenntnistheoretisch unhaltbar.



hang. Wunderbar und erstaunlich ist es nur für unser Vorurteil, das infolge der Entwickelung am Absoluten hängt [1]).

7. Vor der Relativitätstheorie waren Raum und Zeit wie einzige, nur einmal vorhandene große Behälter, von denen alles umfaßt wurde und darin alle Vorgänge abliefen. Jedem Punkte eines Körpers glaubte man eine einzige ganz bestimmte Stelle in jenem absoluten Raume als seinen wahren, absoluten Ort zuschreiben zu können, und ebenso jeder Phase eines Vorganges eine einzige bestimmte Stelle in dem absoluten Verlaufe der Zeit als ihren absoluten, wahren Augenblick. Die Gestalten der Körper sollten nur durch Kräfte, nicht durch bloße Ortsänderung deformierbar sein. Alle relativen Beziehungen der Körper und Ereignisse sollten in jenen absoluten Raum- und Zeitlagen ihren letzten Halt, ihre letzte unverrückbare Grundlage finden. Das Relative sollte nur Inhalt des Absoluten, ohne das Absolute überhaupt nicht denkbar sein. So dachte sich NEWTON die Dinge und mit ihm die Mehrzahl der Physiker bis auf den heutigen Tag.

Doch hat MACH schon vor mehr als 40 Jahren in diese Auffassung mit seiner tiefbohrenden Kritik der NEWTONschen Aufstellungen Bresche gelegt [2]). Und wer diesen allerdings gewaltigen Schritt mitgemacht hatte, dem wurde durch die Relativitätstheorie keineswegs so viel zugemutet, wie PLANCK meinte und so lebhaft schilderte. Ja, diese umstürzende Lehre wäre von EINSTEIN gewiß nicht aufgestellt worden, wenn er nicht in der von MACH geschaffenen Atmosphäre aufgewachsen wäre. Man sieht auch, wie unnötig die Besorgnis [3]) ist, daß MACHs Lehren auf die Phantasie der führenden Geister lähmend wirken könnten. Das Gegenteil ist richtig: sie haben die Forschung beflügelt, weil sie die Geister frei gemacht haben, frei vom Absoluten, von der Metaphysik.

Schon der gewiß von großer Vorurteilslosigkeit zeugende Gedanke der LORENTZ und FITZGERALD, daß die absolute Bewegung der Körper eine Verkürzung in der Bewegungsrichtung bedingt, muß als eine Wirkung der von MACH und KIRCHHOFF gegebenen Anregungen angesehen werden. Wurden vorher nur die physi-

---

[1]) PETZOLDT, Das Weltproblem vom Standpunkte des relativistischen Positivismus aus. 2. Aufl. Leipzig 1912. Bd. XIV der Teubnerschen Sammlung „Wissenschaft und Hypothese".

[2]) Man lese heute, nach dem Auftreten der Relativitätstheorie, nur einmal die oben, S. 9, Anmerk., angegebenen Stellen aus MACHs „Erhaltung der Arbeit".

[3]) PLANCK, Die Einheit des physikalischen Weltbildes, S. 37. Leipzig 1909.

kalischen Parameter im engeren Sinne — Kraft, Masse, Temperatur, Energie, Entropie, Potential usw. — als die eigentlichen Argumente der Funktionen betrachtet, mit denen man die physikalischen Vorgänge beschrieb, während die Raum- und Zeitgrößen nur als Mitläufer, nicht als eigentlich „wirkende“ angesehen wurden, so traten durch jenen kühnen Gedanken der Gestaltsänderung ganz allein als einer Funktion der absoluten Bewegung Raum und Zeit in eine Reihe mit den übrigen Parametern.

Noch weit unbefangener und bedeutender und doch noch ganz im Sinne jener frühen Gedanken MACHs — hier nicht mehr KIRCHHOFFs — ist aber der Entschluß EINSTEINs, Gestalt und Uhrgang als Funktionen relativer Bewegung zu fassen.

8. Ehe wir unsere Aufmerksamkeit noch auf eine wichtige, bisher nur gestreifte Seite der Relativitätstheorie richten, wollen wir die Frage beantworten, die sich wohl jedem, der sich mit dieser Lehre zu beschäftigen anfängt, alsbald aufdrängt: was soll in einer Relativitätstheorie etwas Absolutes, der absolute Wert der Lichtgeschwindigkeit? Ist der Satz von der absoluten Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nicht geradezu ein Widerspruch gegen das Prinzip der Relativität?

Durchaus nicht, sonst müßte jedes Naturgesetz einen solchen Widerspruch bedeuten, da es ja auch eine feste Beziehung darstellt. Nur dann kommt der Widerspruch zustande, wenn man noch immer die alten Vorstellungen vom absoluten Raum und der absoluten Zeit anwendet und so an eine absolute Geschwindigkeit im alten Sinne denkt — absolut gleiche Strecken in absolut gleichen Zeitintervallen. EINSTEIN und die übrigen Relativitätstheoretiker haben aber die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nur in jenem Sinne gemeint, in dem nur das Verhältnis der vom Licht durchlaufenen Strecke zu der dazu nach den Uhren desselben Systems benötigten Zeit konstant ist, also nur ein Naturgesetz ausgesprochen ist, ohne etwaige Voraussetzung eines absoluten Raumes und einer absoluten Zeit.

Sehr beachtenswert scheint mir der Weg, auf dem Hr. v. IGNATOWSKY die konstante Lichtgeschwindigkeit mit dem Relativitätsprinzip verknüpft [1]). Er zeigt, daß die Form der LORENTZschen

[1]) v. IGNATOWSKY, „Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip“, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 788 ff., 1910, und „Das Relativitätsprinzip“ im Arch. d. Math. u. Phys. 1911, S. 1 ff.



Transformationsgleichungen aus der allgemeinen mathematischen Formulierung des Relativitätsprinzips folgt und daß dem heutigen Stande der Physik entsprechend ganz naturgemäß ein in dieser Form enthaltener Faktor dieselbe Funktion der Lichtgeschwindigkeit ist, die eben in der EINSTEINschen Relativitätstheorie auftritt.

Ob es gelingen wird, angesichts der zu erhoffenden Versuche über Interferenz von Licht aus irdischen und aus kosmischen Quellen die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit aufrecht zu erhalten, das ist eine Frage, an der die Erkenntnistheorie nicht in erster Linie mit interessiert ist. Ihr liegt vielmehr weit vor allem anderen an der entschiedenen und konsequenten Durchführung des Relativitätsprinzips. Und selbst wenn dieses wegen zu großer Schwierigkeiten, heute schon alle bekannten Tatsachen damit zu vereinigen, von den Physikern wieder verlassen werden sollte, so würde es doch erkenntnistheoretisch von der größten Wichtigkeit sein, daß eine solche Theorie auftreten und eine solche Herrschaft über führende Geister gewinnen konnte. Denn darin liegt ein starkes Unterpfand dafür, daß über kurz oder lang mit dem metaphysischen Vorurteil vom absoluten Raume und der absoluten Zeit doch endgültig wird aufgeräumt werden. Und das wäre nicht nur für die naturwissenschaftliche Erkenntnis von sehr großer Bedeutung.

9. Nun wollen wir, wie angekündigt, noch einen bedeutungsvollen Punkt ins Auge fassen.

Das Relativitätsprinzip hebt nicht nur die Wichtigkeit des Standpunktes überhaupt ins Bewußtsein, von dem aus man die Vorgänge darstellt, sondern sagt auch: es gibt für die theoretische Einsicht keinen ausgezeichneten Standpunkt — kein ausgezeichnetes Raum-Zeit-System —, von dem aus die Natur betrachtet werden kann; jeder Standpunkt ist jedem anderen prinzipiell gleichberechtigt.

Jedem Körper kommen also gleichzeitig — d. h. für jeden beliebigen Zeitpunkt irgend eines der in gegenseitiger gleichförmiger Translation begriffenen Bezugssysteme — mit gleichem Recht unbegrenzt viele Gestalten zu und jedem momentanen Ereignis unbegrenzt viele Uhrangaben der Zeit, zu der es eintrat, d. h. auch unendlich viele Einreihungen in den folgezeitigen Zusammenhang aller Ereignisse.

Wir können uns diese Verhältnisse zum Teil geradezu sinnenfällig nahe bringen, wenn wir die optischen Gestaltsänderungen rein deskriptiv verfolgen, die ein Körper bei Verschiebung im Raume relativ zu uns, zum Beobachter, erleidet. Wir müssen uns dabei nur von dem Gedanken losmachen, als seien jene Wahrnehmungen nur die verschiedenen „Erscheinungen" eines und desselben „in Wirklichkeit" unverändert bleibenden Gegenstandes. Für eine streng sachliche vorurteilslose Beschreibung ist nicht der mathematisch definierte Würfel das Wirkliche in unserem Gesichtsfelde, sondern ganz allein seine sogenannten „perspektivischen Verschiebungen". Der niemals wahrgenommene und nicht einmal vorstellbare mathematische Würfel ist nur ein Begriff, das wichtige Hilfsmittel des „Denkens", sich mit der Fülle der Erlebnisse jener „Verschiebungen" abzufinden, sie „sich verständlich zu machen", sie zu „begreifen".

„Dem" Würfel müssen wir also von den verschiedenen Standpunkten aus für einen und denselben Zeitpunkt verschiedene Gestalt zuschreiben, und alle diese Gestalten sind gleichberechtigte, durchaus miteinander verträgliche, sich nicht widersprechende (relative) Wirklichkeiten. Die Verkürzung und Verlängerung, die der Würfel bei relativer Entfernung und Annäherung im Radius der Bewegungsrichtung erfährt, ist analog der Veränderung des sich entfernenden oder nähernden Körpers in der Relativitätstheorie usw. Von quantitativen Verhältnissen abgesehen, besteht nur der Unterschied, daß bei jenen sogenannten perspektivischen Verschiebungen alle Dimensionen betroffen sind und daß die Gestaltsänderung bei Übergang zu relativer Ruhe nicht rückgängig gemacht wird, wie die Gestaltsänderungen in der Relativitätstheorie. Vor allem ist instruktiv, daß jede Gestaltsänderung in dem Falle jenes Würfels nur durch eine relative Ortsänderung bedingt ist.

Die Analogie geht noch weiter. Der mathematische Würfel und seine Starrheit bei der Bewegung im euklidischen Raum ist geradezu eine Theorie für die unendlich zahlreichen Einzelerfahrungen der „perspektivischen Verschiebungen". So ist auch die in Raum und Zeit vierdimensionale Welt MINKOWSKIS oder F. KLEINS Invariententheorie des vierdimensionalen Raum-Zeit-Gebietes gegenüber den Kollineationen der Lorentzgruppe die Theorie, der Begriff, mit dem die unendlich zahlreichen gleichberechtigten Darstellungen jedes Vorganges im dreidimensionalen Raum einheitlich zusammengefaßt werden. Nur wenn MINKOWSKI sagt, daß „durch

die Erscheinungen nur die in Raum und Zeit vierdimensionale Welt gegeben" sei und damit durchblicken läßt, daß jene wirklich beobachteten Vorgänge eben, wie er sich auch ausdrückt, nur „Erscheinungen" seien, so ziehen wir, unserer erkenntnistheoretischen Stellung entsprechend, es vor, auf den lediglich theoretischen, begrifflichen Charakter des MINKOWSKIschen „Postulats der absoluten Welt" hinzuweisen. Als wirklich und zwar in gleicher Weise, mit durchaus gleicher Berechtigung — unter den oben unter 3. angegebenen Voraussetzungen — als wirklich zu bezeichnen sind allein alle „Projektionen" jener vierdimensionalen Welt in Raum und in Zeit der EINSTEINschen Physik, wie oben die wirklich beobachteten „perspektivischen Verschiebungen" des nur gedachten mathematischen Würfels. Dabei kann es natürlich keinem Zweifel unterliegen, daß uns die MINKOWSKIsche und F. KLEINsche Theorie viel wichtiger sein muß als der oder jener einzelne unter sie gehörige wirkliche Fall, gerade wie der mathematische Würfel wichtiger als die eine oder andere seiner sogenannten perspektivischen Verschiebungen.

10. Ein Begriff oder eine Theorie ist niemals Ausdruck für einen absoluten Standpunkt bei der Betrachtung, für absolute Wahrheit, sondern nur Hilfsmittel, uns mit den Dingen und Vorgängen ins Gleichgewicht, in ein stabiles Verhältnis zu setzen. Und die Begriffe und Begriffssysteme sind die besten, die das in der einfachsten und vollständigsten Weise leisten. Zu diesen Begriffen gehören auch Raum und Zeit, Raummaß und Zeitmaß. Und das zur Geltung gebracht zu haben, darin liegt die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie.

Indem sie so aus den absoluten, nur einmal vorhandenen Behältern Raum und Zeit Begriffe macht, die der Beschreibung des Wahrgenommenen dienen, stellt sie den Menschen mitten in die Welt, macht ihn zu einem Teile der Welt. Er steht nicht mehr auf einem archimedischen Punkte außerhalb ihrer, von dem aus er hoffen könnte, sie begrifflich aus den Angeln zu heben, zu einer hinter ihr gelegenen absoluten Wahrheit zu gelangen, sondern er ist „Ort für Ort" in ihrem Inneren.

Damit steht die Relativitätstheorie in einem großen erkenntnistheoretischen Zusammenhange und ist eins der historisch wichtigsten Glieder dieses Zusammenhanges, mag sie nun bestehen bleiben oder über kurz oder lang fallen.

Untersuchungen über Volumänderungen von Amalgamen;

von J. Würschmidt.

Erste Mitteilung.

(Aus dem physikalischen Institut der Universität Erlangen.)

(Eingegangen am 26. November 1912.)

Die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Amalgame sind schon der Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen (Literatur in ABEGGs Handb. d. anorg. Chem. **2**, 2, 569); es ergab sich, wie überhaupt bei den Legierungen, daß ihre Eigenschaften von denen der reinen Metalle oft erheblich abweichen und Anomalien auftreten, so bei den mechanischen Eigenschaften, der thermischen Ausdehnung, der Wärmeleitfähigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit.

Zuweilen wurde auch beobachtet, daß die zur Untersuchung bestimmten Amalgame im Laufe der Zeit Veränderungen erfahren, worauf besonders J. SCHUMANN[1]) hinweist, der die Volumänderungen der Amalgame bei der Erwärmung und Abkühlung untersuchte. Diese Veränderungen und Umwandlungen, denen gewisse Amalgame im Laufe der Zeit bei konstanten Versuchsbedingungen unterliegen, verdienen besonderes Interesse, da sie uns Aufschluß über ihre molekulare Struktur geben können, und sollen deshalb im Zusammenhang mit den damit verbundenen etwaigen Änderungen des Volumens, der Leitfähigkeit der thermoelektromotorischen Kraft und der Strukturverhältnisse eingehender untersucht werden.

Die Volumänderungen der Amalgame sind für eine Reihe von Amalgamen von J. SCHUMANN[2]) bei verschiedenen Temperaturen untersucht worden; es zeigten sich nicht nur Änderungen bei konstanter Temperatur, sondern auch ein sehr oft ganz unregelmäßiger Gang bei der Ausdehnung bzw. Abkühlung. Die Methode war die dilatometrische, wie sie von E. WIEDEMANN[3]) zum Studium

---

[1]) J. SCHUMANN, Wied. Ann. **43**, 101, 1891; Inaug.-Diss. Erlangen.
[2]) A. a. O.
[3]) E. WIEDEMANN, Wied. Ann. **17**, 561, 1882.

der Volumänderungen einer Reihe fester Salze angewendet worden war. Diese Messungen wurden für Cd_2Hg_5, $CdHg_2$, CdHg, Cu-Am. (quecksilberreich), CuHg, Pt-Am. (7,9 proz.) und PbHg angestellt; es konnten aber keine Gesetzmäßigkeiten für den unregelmäßigen Gang der Ausdehnung bzw. Kontraktion aus den Beobachtungen abgeleitet werden, wenn sich auch Analogien zu den von Grimaldi[1]) und Weber[2]) beobachteten Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit und zu Webers[3]) Untersuchungen über die thermoelektrischen Kräfte von Amalgamen ergaben.

Es schien deshalb wünschenswert, bevor an die Untersuchung der Änderungen bei konstanter Temperatur gegangen wurde, die Volumänderungen verschiedener Amalgame mit der Temperatur eingehender zu untersuchen.

Versuchsanordnung. Benutzt wurde die oben erwähnte, auch von Schumann angewandte, dilatometrische Methode; zahlreiche Vorversuche mit Flüssigkeiten von bekanntem Ausdehnungskoeffizienten (Wasser und Quecksilber) dienten dazu, den Apparat auf seine Genauigkeit und Verwendbarkeit in dem vorliegenden Falle zu prüfen. Hierbei ergab sich folgendes.

Zunächst wurde das Dilatometer in der von Schumann angegebenen Form benutzt, um dieses aber bequem ausleeren und reinigen zu können, wurde es mit einem gut schließenden Schliff versehen. Etwaige Undichtigkeiten machten sich sofort an einem gleichmäßigen Fallen des Fadens in der Kapillare bemerkbar und ließen sich bei einiger Sorgfalt und Übung vollständig vermeiden, ja das Gefäß schloß oft nach Beendigung einer Versuchsreihe so dicht, daß es nur durch den mittels einer Radfahrerluftpumpe erzeugten Druck geöffnet werden konnte.

Da der Ausdehnungskoeffizient des als Füllflüssigkeit des Dilatometers verwendeten Paraffinöles groß gegenüber dem des Quecksilbers oder Amalgams ist, so war es wünschenswert, um die Unregelmäßigkeiten in der Ausdehnung des Amalgams möglichst hervortreten zu lassen, möglichst wenig Paraffinöl zu verwenden; es wurde deshalb das Dilatometer stets bis an den oberen Rand des Schliffes mit dem Amalgam gefüllt.

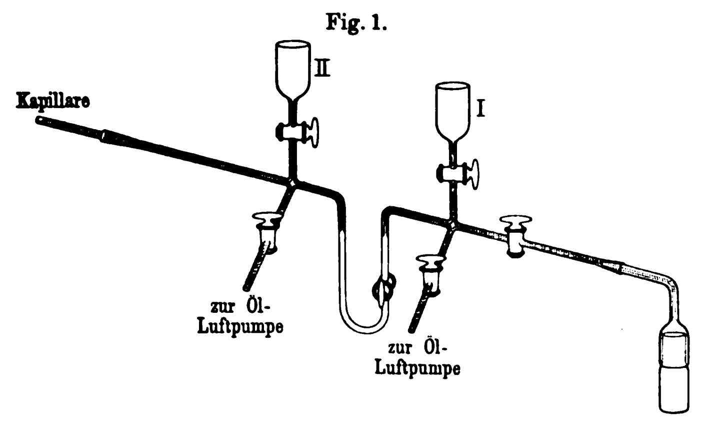
---

[1]) Grimaldi, Beibl. **12**, 60, 1888.
[2]) C. L. Weber, Wied. Ann. **23**, 447, 1884.
[3]) C. L. Weber, ebenda **23**, 460, 1884.

Nach zahlreichen Versuchen kam für den Apparat die in Fig. 1 skizzierte, für die folgenden Versuche recht brauchbare Form zustande, die von Herrn Univ.-Glasbläser HILDENBRAND-Erlangen ausgeführt wurde.

Durch das Gefäß I wurde das Paraffinöl eingefüllt (vgl. SCHUMANN), das Gefäß II diente dazu, die Kapillare und den einen Schenkel des U-Rohres mit Quecksilber zu füllen. Durch Quecksilber als Füllflüssigkeit der Kapillare wurde nämlich das Anhaften an den Wänden der Kapillare beim Zurückfließen, das bei Öl stets eintritt, ausgeschlossen. Das U-Rohr verhinderte eine

Fig. 1.



Vereinigung des Quecksilbers mit der im Dilatometer befindlichen Substanz. Durch ein Wasserbad wurde es auf Zimmertemperatur gehalten.

Um nicht zu große Mengen Amalgam verwenden zu müssen, wurde die Größe des Dilatometers zu etwa 100 ccm gewählt; gleichzeitig mußte die Kapillare, um doch noch hinreichend große Verschiebungen des Fadens zu erhalten, entsprechend eng genommen werden.

Die seitlichen, gleichfalls mit Hahn versehenen Ansatzrohre führten zu WOLFschen Flaschen und von da zu einer Öl-Luftpumpe, die das anfangs notwendige Evakuieren und auch das Zurückziehen des Fadens, eventuell die Regulierung der Verteilung von Quecksilber und Öl im U-Rohr besorgte.

An Stelle der von SCHUMANN benutzten Heizung eines großen, das Dilatometer umgebenden Ölbades mittels Bunsenbrenners wurde nach einigen Versuchen eine elektrische Heizung gewählt.

Zwei elektrische Öfen wurden ineinander gebaut: ein kupferner Becher von 9 cm Durchmesser und 10 cm Höhe war mit Nickelindrähten umwickelt und einer Schamotteschicht bedeckt; er befand sich in einem zweiten kupfernen, ebenso behandelten Becher, der von einem dritten mit Asbest bekleideten umgeben war. Durch mehrere Asbestdeckel war das Ganze oben verschlossen. Der Ofen konnte mit der 220 Volt-Leitung ohne äußeren Widerstand mit 0,4 Amp. betrieben werden; durch geeignete Vorschaltwiderstände wurde die Stromstärke reguliert; bei sehr hohen Temperaturen wurden 440 Volt verwendet. Die Wickelung des äußeren Ofens wurde so gewählt, daß seine Erwärmung ziemlich gering war. Zuerst wurde versucht, das Dilatometer nur im Luftbade zu erwärmen, jedoch zeigten sich Differenzen in den Temperaturen in verschiedenen Höhen, deshalb wurde es in ein kleines, mit Paraffinöl gefülltes Becherglas gestellt, das sich auf einem Dreifuß in der Mitte des Ofens befand. In diesem Paraffinbade war die Temperatur hinreichend konstant.

Zur Temperaturmessung dienten drei geeichte Thermometer mit den Meßbereichen 0 — 100 — 200 — 300°, die in $^1/_5{}^0$ geteilt waren; die Temperatur des Wasserbades wurde gleichfalls an einem in $^1/_5{}^0$ geteilten Thermometer abgelesen.

Bei allen untersuchten Amalgamen wurden Kontrollversuche vorgenommen, teils gleich, nachdem das Amalgam wieder erkaltet war, teils erst nach mehreren Tagen oder Wochen. Gleichzeitig wurde bei verschiedenen Temperaturen beobachtet, ob bei konstanter Temperatur eine Kontraktion eintrat, was aber bei den bisher untersuchten nur einmal der Fall war; scheinbare derartige Volumverminderungen ließen sich auf minimale Undichtigkeiten der Schliffe zurückführen. Auch das Volumen bei der Abkühlung wurde in vielen Fällen beobachtet.

Zahlreiche Versuche zeigten, daß es, wenigstens bei niedrigeren Temperaturen, nicht notwendig war, den Ofen längere Zeit durch Heizen mit entsprechender Stromstärke auf der gewünschten Temperatur konstant zu halten, sondern daß es genügte, eine bestimmte Zeit zu heizen und dann die Heizung abzustellen, da auch so die Temperatur einige Zeit konstant blieb. Unterdessen erreichte auch der Faden in der Kapillare sein Maximum, welches dann abgelesen wurde.



Die Mengenverhältnisse der beiden Komponenten wurden stets so gewählt, daß sie einfachen ganzzahligen Verhältnissen der Atomgewichte entsprachen.

I. Abhängigkeit der Ausdehnung der Amalgame von der Temperatur.

Die Tabellen enthalten die unmittelbaren Beobachtungsdaten, d. h. die je zwei etwa 10° auseinanderliegenden Temperaturen entsprechenden Verschiebungen des Fadens in der Kapillare. Aus diesen Verschiebungen können, wie im zweiten Teil gezeigt wird, die Ausdehnungskoeffizienten des betreffenden Amalgams berechnet werden, wenn man die nötigen Korrektionen, die von der Ausdehnung des Öles und des Glases herrühren, ferner die Temperaturkorrektion der außerhalb des Dilatometers befindlichen Ölmenge in Betracht zieht. Jedoch gaben die Fadenverschiebungen,

I. Zinnamalgame.

Tabelle 1 (Hg Sn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	31,4	13,4	195	15,0	19,9
2	42,7	31,4	178	15,8	37,1
3	53,7	42,7	180	16,4	48,2
4	65,6	53,7	164	13,8	60,6
5	79,8	65,6	171	12,0	72,7
6	93,0	79,8	146	11,0	85,3
7	98,5	93,0	108	19,6	95,8
8	105,6	98,5	164	23,0	102,1
9	116,3	105,6	312	28,1	110,0
10	126,4	116,3	326	32,2	121,4
11	138,2	126,4	409	34,6	132,3
12	150,4	138,2	430	35,2	144,3
13	163,8	150,4	411	30,6	157,1
14	175,4	163,8	275	23,7	169,6
15	189,3	175,4	284	19,0	182,4
16	200,0	189,3	198	18,5	195,2
17	211,2	200,0	196	17,5	205,6
18	221,5	211,2	168	16,3	216,4
19	231,8	221,5	159	15,4	226,7
20	242,2	231,8	168	16,1	237,0
21	252,4	242,2	195	19,1	247,3
22	262,7	252,4	191	18,5	257,6

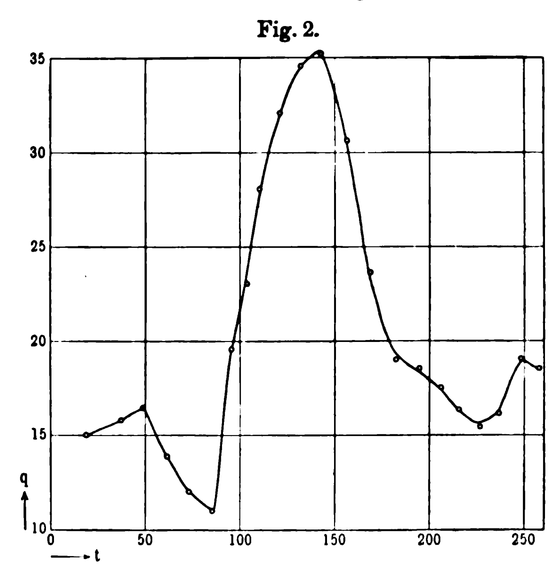
dividiert durch die betreffenden Temperaturintervalle, jedenfalls den mehr oder minder unregelmäßigen Gang der Ausdehnung der Amalgame wieder, da die Korrektionen alle ziemlich stetig verlaufen.

In der vorstehenden und in den folgenden Tabellen bedeuten stets t_{n-1} und t_n die beiden Temperaturen, zwischen denen beobachtet wird, $t_m = \frac{t_n - t_{n-1}}{2}$ die mittlere Temperatur, f die entsprechende Fadenverschiebung; dann gibt $q = \frac{f}{t_n - t_{n-1}}$ den Gang des Ausdehnungskoeffizienten wieder.

Aus der Tabelle und der hiernach gezeichneten Kurve (Fig. 2) ergibt sich folgendes:

Der Ausdehnungskoeffizient des Amalgams HgSn nimmt zunächst mit steigender Temperatur ab, dann aber, bei etwa 90°, beginnt er sehr stark zu steigen, um bei etwa 130 bis 140° ein Maximum zu erreichen, dann sinkt er wieder; hierauf bleibt er, wenigstens in dem betrachteten Intervall, etwa konstant.

Fig. 2.



Das Maximum der Ausdehnung liegt gerade bei der Temperatur, die nach Puschin[1]) als „Temperatur bei beginnender Kristallisation", d. h. als „Schmelzpunkt", bestimmt wurde.

Vergleichen wir mit dem Verhalten unseres Amalgams dasjenige des reinen Zinns, so hatten Versuche von E. Wiedemann[2]) ergeben, daß „das flüssige Zinn bei der Schmelztemperatur ein

[1]) Abegg, a. a. O., S. 597.
[2]) E. Wiedemann, Wied. Ann. **17**, 576, 1882.

größeres Volumen besitzt als das feste", daß somit beim Schmelzen eine Volumvermehrung eintritt. M. TOEPLER [1]) hatte dann für Sn sowie für eine Reihe von anderen Elementen den beim Schmelzen

Tabelle 2 (Hg_3Sn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	31,8	17,2	302	20,7	24,5
2	47,8	31,8	287	19,9	39,8
3	62,4	47,8	248	17,0	55,1
4	84,4	62,4	256	11,7	73,4
5	99,9	84,4	394	25,3	92,2
6	110,8	99,9	452	41,5	105,4
7	133,7	110,8	599	26,1	122,3
8	157,2	133,7	326	18,6	142,5
9	165,0	157,2	264	19,0	158,1
10	176,4	165,0	178	15,6	172,7
11	194,8	176,4	347	18,9	185,6
12	209,0	194,8	269	18,9	200,9
13	223,4	209,0	253	17,5	216,4
14	250,8	223,4	449	16,4	236,1

Tabelle 3 (Hg_3Sn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	25,9	16,0	289	29,1	21,5
2	35,6	25,9	271	28,0	30,8
3	46,0	35,6	296	28,5	40,8
4	57,1	46,0	313	28,5	51,6
5	67,9	57,1	286	26,5	62,5
6	79,9	69,9	285	23,7	74,9
7	91,1	79,9	248	22,1	85,5
8	94,2	91,1	94	30,3	92,7
9	99,0	94,2	164	33,2	96,6
10	102,8	99,0	153	40,2	105,9
11	108,1	102,8	218	41,1	105,5
12	114,2	108,1	252	41,3	111,2
13	121,4	114,2	260	36,1	117,8
14	132,6	121,4	355	31,9	127,0
15	140,7	132,6	230	28,4	136,7
16	153,8	140,7	391	29,8	147,3
17	167,2	153,8	397	29,8	160,4
18	180,9	167,2	392	28,7	174,1

[1]) M. TOEPLER, Wied. Ann. 53, 347, 1897.

Tabelle 4 (Hg_4Sn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	24,0	17,0	33	4,71	20,5
2	41,0	24,0	77	4,53	32,5
3	54,2	37,2	58	3,41	45,7
4	62,3	54,2	23,5	2,91	58,3
5	75,5	62,3	38,5	2,92	68,9
6	89,2	75,5	37	2,70	82,4
7	96,0	89,2	62	9,1	92,3
8	114,5	96,0	133	7,2	105,3
9	126,8	114,5	67	5,42	120,7
10	151,4	126,8	121	4,9	139,1

Tabelle 5 ($HgSn_2$).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	23,4	13,4	32	3,20	18,4
2	33,1	23,4	38	3,90	28,3
3	43,7	33,1	38	3,58	38,4
4	53,8	43,7	35,5	3,21	48,8
5	63,7	53,8	30	3,02	58,8
6	74,9	63,7	32	2,85	69,8
7	86,0	74,9	22,5	2,03	81,0
8	98,6	86,0	56	4,42	92,3
9	110,9	98,6	86	6,3	104,8
10	123,2	110,9	107	8,7	117,1
11	135,6	123,2	131	10,6	129,4
12	145,8	135,6	133	13,0	140,7
13	155,1	145,8	147	15,8	150,5
14	168,3	155,1	218	16,5	161,7
15	178,2	168,3	62,5	6,3	173,3
16	190,1	178,2	39,5	3,32	184,2
17	199,7	190,1	21	2,17	194,9

auftretenden „Volumsprung“ bestimmt. Diese für jedes Element charakteristische Konstante ließ sich jedoch für eine Reihe von Körpern nicht genau angeben, da sie schon vor dem Schmelzen eine starke Volumzunahme zeigten. Das gleiche Verhalten, nur viel deutlicher ausgeprägt, zeigt nach obigen Messungen das untersuchte Amalgam.

Um zu untersuchen, ob etwa eine Kontraktion des Amalgams, also eine Volumänderung bei konstanter Temperatur eintritt, wurde die Temperatur auf verschiedenen Werten, die teils dem festen, teils dem flüssigen Zustand des Amalgams entsprachen, konstant gehalten. Da sich, auch bei durch mehrere Tage fortgesetzten Versuchen, keine Änderungen des Standes des Quecksilberfadens ergaben, tritt keine Kontraktion bei dem untersuchten Amalgam ein.

Erwärmte man von einer bestimmten Zimmer- oder einer anderen Temperatur aus, und kühlte man wieder bis zur ursprünglichen Temperatur ab, so ergab sich das gleiche Volumen, auch wenn man bis über die Schmelztemperatur erhitzt.

Außer HgSn wurde noch eine Reihe von Zinnamalgamen anderer Konzentration untersucht; die Beobachtungsresultate sind in den Tabellen 2 bis 5 enthalten. Kontrollversuche ergaben stets gute Übereinstimmungen.

Es zeigen somit alle untersuchten Zinnamalgame den oben beschriebenen Gang ihrer Ausdehnungskoeffizienten; das Minimum liegt stets beim Schmelzpunkt. Eine Kontraktion bei konstanter Temperatur wurde in keinem Falle beobachtet.

II. Bleiamalgame.

Tabelle 6 (PbHg).

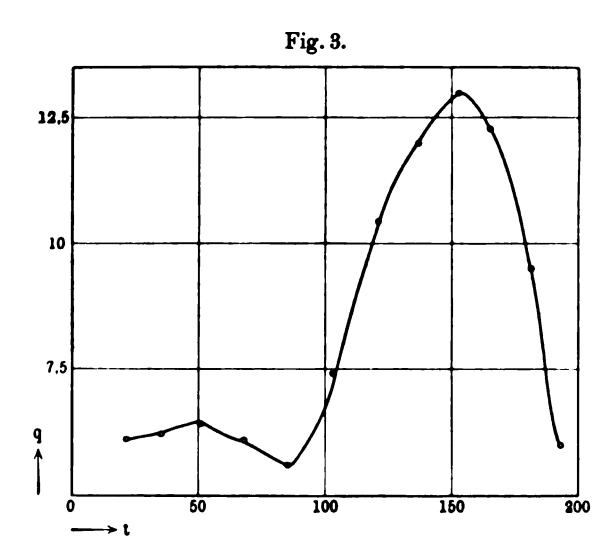
Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	27,9	13,2	90	6,10	20,6
2	41,8	27,9	87	6,24	34,9
3	59,9	41,8	116	6,40	50,9
4	76,8	59,9	103	6,1	68,4
5	94,6	76,8	100	5,6	85,7
6	113,8	94,6	142	7,4	104,2
7	128,8	113,8	171	10,4	121,3
8	145,5	128,8	200	12,0	137,2
9	159,6	145,5	183	13,0	152,6
10	173,6	159,6	173	12,3	166,6
11	189,9	173,6	155	9,5	181,8
12	197,8	189,9	47	5,95	193,0

Tabelle 7.

(Die Zusammensetzung entspricht nicht ganz Pb_2Hg, sondern ist zwischen PbHg und Pb_2Hg, da beim Schmelzen von Pb ziemlich viele Rückstände blieben.)

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	26,4	12,8	89	6,5	19,6
2	40,7	26,4	76	5,3	33,6
3	56,4	40,7	81	5,16	48,6
4	72,5	56,4	87	5,4	64,5
5	89,7	72,5	88	5,12	81,1
6	106,3	89,7	92	5,52	98,0
7	123,0	106,3	119	7,12	114,7
8	140,2	123,0	157	9,13	131,6
9	155,5	140,2	189	12,4	147,9
10	169,1	155,5	179	13,2	162,3
11	183,8	169,1	226	15,3	176,5
12	201,7	183,8	172	9,6	192,8
13	215,0	201,7	129	8,6	209,2

Fig. 3.



Die Tabellen und die nach Tabelle 6 konstruierte Kurve (Fig. 3) zeigen, daß sich die Bleiamalgame ebenso wie die Zinnamalgame verhalten; beim Schmelzpunkt tritt die maximale Ausdehnung ein.

Tabelle 8 ($PbHg_2$).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	25,9	14,0	65	5,45	20,0
2	39,3	25,9	81	6,04	32,6
3	52,5	39,3	81	6,12	45,9
4	64,4	52,5	66	5,52	58,5
5	79,0	64,4	74	5,07	71,7
6	95,3	79,0	88	5,39	87,2
7	112,6	95,3	109	6,28	104,0
8	129,4	112,6	116	6,90	121,0
9	148,0	129,4	118	6,33	138,7
10	165,6	148,0	104	5,89	156,8

III. Zinkamalgame.

Tabelle 9 (HgZn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	33,7	16,3	102	5,85	25,0
2	49,5	33,7	145	9,2	41,6
3	63,0	49,5	227	16,8	56,3
4	76,0	63,0	270	20,75	69,5
5	90,2	76,0	93	6,55	83,1
6	123,4	90,2	200	6,02	106,8
7	139,4	123,4	96	5,93	131,4
8	154,4	139,4	112	7,46	146,9
9	179,6	154,4	216	8,6	171,0
10	197,2	179,6	173	9,8	188,4

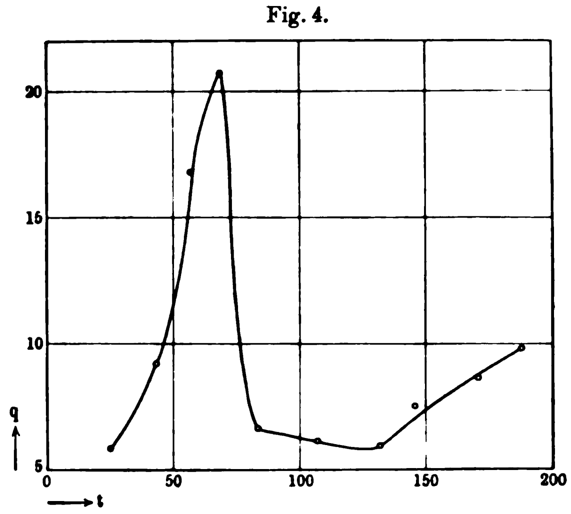
Tabelle 10 (HgZn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	76,2	20,0	724	12,83	48,1
2	164,2	76,2	659	7,47	120,2
3	181,7	164,2	148	8,17	173,0
4	193,4	181,7	111	9,4	187,6
5	204	193,4	112	10,6	198,7
6	213	204	96	10,7	208,5
7	223	213	113	11,3	218
8	235	223	123	10,25	229

Dieses Amalgam zeigt ein anderes Verhalten; konstruiert man aus der von ABEGG, a. a. O., S. 593 für den Zusammenhang

zwischen Konzentration und Schmelzpunkt angegebenen Tabelle die Kurve, so entnimmt man dieser für unser Amalgam den Schmelzpunkt 225°, ein Maximum des Ausdehnungskoeffizienten

Fig. 4.



mit darauffolgendem steilen Abfall tritt jedoch schon bei 50 bis 70° ein; bei höherer Temperatur steigt er ziemlich geradlinig (vgl. Fig. 4).

Um den Gang über den Schmelzpunkt hinaus zu verfolgen und zu sehen, ob etwa beim Schmelzpunkt ein zweites Maximum auftritt, wurde die in Tabelle 10 dargestellte Reihe beobachtet.

Tabelle 11 (Hg_2Zn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	31,2	18,2	97	7,45	24,7
2	44,7	31,2	110	8,13	38,0
3	57,8	44,7	143	10,8	51,3
4	71,0	57,8	188	14,2	64,4
5	85,4	71,0	101	7,0	78,2
6	100,5	85,4	83	5,5	93,0
7	115,1	100,5	51	3,49	107,8
8	129,0	115,1	83	5,97	122,1
9	141,2	129,0	68	5,58	135,1
10	155,2	141,2	87	6,11	148,3
11	170,5	155,2	108	6,62	163,4
12	181,6	170,5	70	6,91	175,6

Tabelle 12 (Hg_3Zn).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	30,8	20,4	64	6,14	25,6
2	44,2	30,8	114	8,5	37,5
3	56,6	44,2	111	8,95	50,4
4	69,4	56,6	162	12,6	63,0
5	82,3	69,4	109	8,45	75,9
6	96,1	82,3	69	5,0	89,2
7	110,8	96,1	86	5,7	103,5
8	127,2	110,8	136	8,3	119,0

Tabelle 13 ($HgZn_2$).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	32,0	16,4	128	8,2	24,2
2	48,2	32,0	151	9,3	40,1
3	62,0	48,2	383	27,7	55,1
4	75,0	62,0	213	16,4	68,5
5	94,4	75,0	129	6,6	84,7
6	109,5	94,4	69	4,6	102,0
7	127,6	109,5	74	4,1	118,6
8	140,9	127,6	38	2,9	134,3
9	154,4	140,9	71	5,3	147,7
10	169,7	154,4	83	5,4	162,1

Es tritt somit in der Nähe des Schmelzpunktes kein Maximum auf.

Für die Zinkamalgame tritt somit stets ein Maximum der Ausdehnung schon bei tiefer Temperatur ein, beim Schmelzpunkt dagegen nicht.

IV. Cadmiumamalgame.

Die maximale Ausdehnung des Cadmiumamalgams findet wie beim Zinn- und Bleiamalgam beim Schmelzpunkt statt; sie ist sehr groß (vgl. Fig. 5).

Bei längerem Konstanthalten der Temperatur zeigte auch dieses Amalgam keine Änderung des Volumens.

Fig. 5.

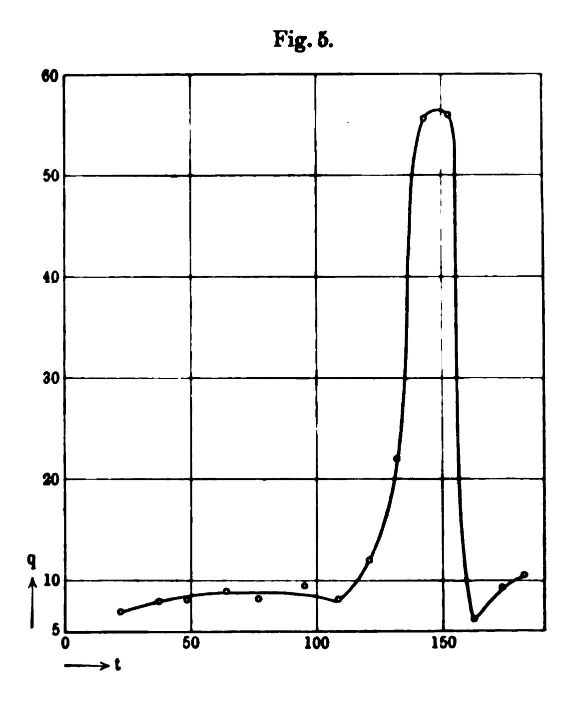


Tabelle 14 (CdHg).

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	29,8	15,4	98	6,8	22,6
2	43,1	29,8	105	7,9	36,5
3	56,5	43,1	106	7,9	49,8
4	71,6	56,5	126	8,3	64,1
5	89,6	71,6	142	7,9	80,6
6	101,6	89,6	113	9,4	95,6
7	116,2	101,6	103	8,1	108,9
8	126,1	116,2	118	11,9	121,2
9	137,8	126,1	262	22,3	132,0
10	148,7	137,8	608	55,8	143,3
11	156,3	148,7	427	56,2	152,5
12	167,5	156,3	71	6,3	161,9
13	179,6	167,5	113	9,3	173,6
14	186,1	179,6	67	10,3	182,9

V. Natriumamalgam.

Das untersuchte Natriumamalgam schmolz bei etwa 160°, entsprach also etwa der Zusammensetzung 59 Atomproz. Natrium.

Tabelle 15.

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	28,2	15,1	60	4,46	21,7
2	39,9	28,2	87	7,42	36,1
3	51,0	39,9	91	8,2	46,5
4	62,3	51,0	90	8,0	56,7
5	74,2	62,3	129	10,8	68,3
6	84,0	74,2	105	10,7	79,1
7	97,3	84,0	152	11,4	90,7
8	111,3	97,3	230	16,4	104,3
9	129,8	111,3	338	18,2	120,6
10	138,6	129,8	200	22,7	134,2
11	145,0	138,6	203	31,7	141,8
12	152,4	145,0	192	26,0	148,7
13	160,0	152,4	592	78,0	156,2
14	168,6	160,0	295	34,2	143,3

Tabelle 16.

Nr.	t_n	t_{n-1}	f	q	t_m
1	46,1	33,2	37	2,86	39,7
2	57,0	46,1	46	4,22	51,6
3	68,2	57,0	40	3,57	62,6
4	78,6	68,2	63	6,05	73,4
5	90,5	78,6	60	5,04	84,6
6	101,2	90,5	93	7,90	95,9
7	118,1	101,2	180	10,63	109,7
8	124,6	118,1	145	12,25	121,4
9	131,4	124,6	133	19,9	128,0
10	137,4	131,4	88	14,6	134,4
11	144,4	137,4	89	12,7	140,9
12	149,4	144,4	115	23,0	146,9
13	150,4	149,4	43	43,0	149,9
14	152,7	150,4	61	28,6	151,6
15	154,6	152,7	47	24,7	153,7
16	158,0	154,6	321	94	156,3
17	158,8	158,0	160	200	158,4
18	161,0	158,8	21	9,5	159,9
19	163,4	161,0	28	11,6	162,2

Auch nach wiederholtem Schmelzen und Abkühlen traten aus dem Amalgam beim Erwärmen immer wieder einige Luftblasen auf.

Das Amalgam verhält sich somit ebenso wie das Zinn, Blei und Cadmiumamalgam; beim Schmelzen tritt eine sehr starke Ausdehnung und ein Maximum des Ausdehnungskoeffizienten auf.

Bei Wiederholung des Versuches ergaben sich für die tieferen Temperaturen etwas kleinere Ausdehnungen; jedoch ist das Maximum, da die Temperaturdifferenzen klein gewählt wurden, noch deutlicher ausgeprägt.

Hält man dieses Amalgam längere Zeit auf Zimmertemperatur, so tritt, wie Tabelle 17 zeigt, im Laufe der Zeit ein Rückgang des Fadens, also eine Kontraktion bei konstanter Temperatur ein.

In Tabelle 17 ist unter t die jeweilige Zimmertemperatur, unter f die Fadenstellung und unter z die Zeit in Tagen und Stunden angegeben.

Tabelle 17.

t	f	z	t	f	z
17,0	350	7^h	14,9	266	$1^d\ 23^h$
15,9	315	21^h	14,2	213	$2^d\ 21^h$
16,6	315	24^h	14,7	194	$3^d\ 21^h$
17,0	314,5	$26\frac{1}{2}^h$	11,8	158	$5^d\ 21^h$
16,8	283	$1^d\ 7\frac{1}{2}^h$	16,9	192	$6^d\ 5^h$
14,6	266	$1^d\ 21^h$	15,3	168	$6^d\ 21^h$

Auch aus den Tabellen 15 und 16 läßt sich die Tatsache der Kontraktion entnehmen, wenn man die Gesamtausdehnung bei der Erwärmung in beiden Fällen berechnet. Sie beträgt im ersten Falle, bei dem das Amalgam längere Zeit vor dem Versuch sich auf Zimmertemperatur befand, zwischen 51 und 160° 2231 Sk.-T., für den zweiten, bald nach dem ersten angestellten Versuch zwischen 46 und 158° nur 1684 Sk.-T. Da nun das Endvolumen sich, wie besondere Versuche zeigten, im Laufe der Zeit nicht änderte, so muß das Anfangsvolumen in beiden Fällen ein verschiedenes gewesen sein, und zwar im ersten Falle ein größeres als im zweiten.

Bei diesem eigentümlichen Verhalten des Amalgams schien es interessant, auch sein Verhalten in der Nähe des Schmelz-

punktes selbst genauer zu untersuchen. Es wurde deshalb bei langsamem Erwärmen (damit das Amalgam möglichst die Temperatur des Ölbades hat) der Gang des Fadens in kleinen Zeitintervallen abgelesen, bis das Amalgam geschmolzen war; hierauf wurde das gleiche bei langsamer Abkühlung beobachtet (Tabelle 18 und 19).

Unter dt sind die Temperaturänderungen, unter df die Fadenverschiebungen angegeben; da besonders die dt sehr klein sind, können die df/dt natürlich nicht Anspruch auf große Genauigkeit machen; doch zeigen sie sehr deutlich den Gang.

Tabelle 18 (Erwärmung).

t	f	df	dt	$df:dt$	z
150,3	158	—	—	—	0
151,5	161	3	1,2	2,5	3m
153,3	175	14	1,8	7,8	6
154,2	182	7	0,9	7,8	9
155,3	212	20	1,1	18,2	12
155,9	262	40	0,6	67	15
156,4	325	63	0,5	126	18
156,7	412	87	0,3	290	21
157,0	478	66	0,3	220	24
157,5	516	38	0,5	76	27
158,1	525	9	0,6	15	30
158,8	537	12	0,7	17	33
159,4	544	7	0,6	11,6	36
159,9	547	3	0,5	6,0	39
160,4	555	8	0,5	16,0	42
161,0	561	6	0,6	10,0	45
161,4	566	7	0,4	17,5	48
161,9	574	8	0,5	16,0	51
162,4	578	4	0,5	8,0	54
162,8	582	4	0,4	10,0	57
163,8	598	16	1,0	16,0	1h 2m
164,4	607	9	0,0	15,0	1 7
165,0	618	11	0,6	18,2	1 12
165,6	627	9	0,6	15,0	1 17

Man sieht hieraus deutlich das Maximum der df/dt zwischen 155,3 und 157,5°.

Das Maximum von df/dt tritt somit beim Abkühlen erst bei 149,1 bis 147,8° auf, beim Erwärmen dagegen bei 155,7 bis 157,6°, d. h. bei der gleichen Temperatur, wie schon oben (Tabelle 18) gefunden wurde.

Tabelle 19 (Abkühlung und Erwärmung).

t	f	df	dt	$df:dt$	z
167,0	610	—	—	—	0
166,1	603	7	0,9	7,8	6m
164,7	583	20	1,4	14,3	10
160,4	555	28	4,3	6,5	20
158,8	550	5	1,6	3,1	24
157,6	533	17	1,2	14,2	27
156,6	518	15	1,0	15,0	30
152,2	487	31	4,4	7,0	40
150,4	462	25	1,8	13,9	47
149,4	447	15	1,0	15,0	51
149,1	430	17	0,3	57	54
148,7	328	102	0,4	255	1h
148,3	259	69	0,4	173	4
147,8	238	21	0,5	42	7
146,7	206	32	1,1	29	12
146,0	197	9	0,7	13	15
145,4	185	12	0,6	20	18
145,7	181	—	—	—	22
146,7	181	—	—	—	27
148,0	181	—	—	—	2h
149,4	181	—	—	—	4
151,2	203	22	1,8	12	9
152,8	232	29	1,6	18	13
154,0	250	18	1,2	15	17
154,9	261	11	0,9	12	20
155,7	282	21	0,8	26	24
156,4	352	70	0,7	100	28
156,9	443	91	0,5	182	32
157,6	487	44	0,7	63	36
158,6	504	17	1,0	17	39
159,6	513	9	1,0	9	42
160,7	523	10	1,1	9	45

Durch eigene Versuche, bei denen ganz langsam geheizt wurde, wurde nachgewiesen, daß dieser Unterschied nicht etwa von einer Verschiedenheit der wahren Temperatur des Amalgams und der am Thermometer abgelesenen herrührt.

Es ergibt sich somit für Natriumamalgam das Resultat, daß hierbei Kontraktionen bei konstanter Temperatur auftreten, daß im Zusammenhang damit die Volumina bei gleichen Temperaturen beim Erwärmen und Abkühlen

nicht die gleichen sind, und daß der Schmelzpunkt vom Erstarrungspunkt verschieden ist.

Eingehendere Untersuchungen über dieses Verhalten sind im Gange.

II. Berechnung der Ausdehnungskoeffizienten der untersuchten Amalgame.

Bei der Berechnung des Ausdehnungskoeffizienten ist zu beachten

1. die Ausdehnung des Paraffinöles,
2. die Ausdehnung des Glases,
3. die Korrektion der Ausdehnung des Fadens, der sich auf Zimmertemperatur befindet,
4. die Korrektion der Temperatur wegen des herausragenden Fadens.

Die letzte Korrektion jedoch verschwindet gegenüber den übrigen.

Unmittelbar bestimmt wurde zunächst das Volumen des Dilatometers $\bar{v}$, indem dieses bei Zimmertemperatur bis zu seinem kapillaren Hals mit Quecksilber gefüllt und gewogen wurde.

Dann wurde das mit dem Amalgam gefüllte Dilatometer (am besten nach dem Versuch) gewogen und entweder nach dem archimedischen Prinzip (bei festen Amalgamen) oder mittels eines Pyknometers sein spezifisches Gewicht bestimmt. Hieraus ergibt sich das Volumen v' des Amalgams und gleichzeitig das Volumen $v'' = \bar{v} - v'$ des Paraffinöles. Die Ausdehnungskoeffizienten des Glases, Paraffinöles und Amalgams seien $\bar{\alpha}$, α'' und α'; hierbei nehmen wir $\bar{\alpha}$ und α'' als konstant, während α' der mittlere Ausdehnungskoeffizient des Amalgams zwischen zwei bestimmten Temperaturen sei.

Bei der Erwärmung von 0° auf t_1^0 sei die Fadenverschiebung φ_1 (gemessen in Kubikzentimeter, also $\varphi_2 = \varrho_1 f_1 - \varrho_0 f_0$ [1]),

---

[1]) Zur Berechnung der je zwei Ablesungen der Fadenlängen entsprechenden Volumina wurde die zu verwendende Kapillare zunächst in gewohnter Weise kalibriert. Aus den an etwa 10 bis 15 Stellen gewonnenen Querschnitten wurden hierauf die diesen Stellen entsprechenden Volumina berechnet und hieraus der jeweilige Reduktionsfaktor bestimmt, mit dem die Fadenablesung zu multiplizieren war, um das entsprechende Volumen zu



reduziert auf die Temperatur t_1 ist die Volumzunahme $\Delta v_1 = \varphi_1 [1 + \alpha''(t_1 - \vartheta)]$, wenn ϑ die am Wasserbade abgelesene Fadentemperatur ist. Diese Volumzunahme ist gleich der des Paraffinöles + der des Amalgams — der des Glases, also

$$\Delta v_1 = \Delta v' + \Delta v'' - \Delta \bar{v} = q_1 + v_0'' \alpha'' t_1 - \bar{v}_0 \bar{\alpha} t_1.$$

Bei der Erwärmung von t_1 auf t_2 sei die Fadenverschiebung φ_2, also die Gesamtverschiebung bei Erwärmung von 0° auf t_2 $\varphi_1 + \varphi_2$; reduziert auf t_2 ist dann, wenn in erster Annäherung α'' konstant genommen wird,

$$\Delta v_1 = (\varphi_1 + \varphi_2)[1 + \alpha''(t_2 - \vartheta)] = q_2 + v_0'' \alpha'' t_2 - \bar{v}_0 \bar{\alpha} t_2.$$

Dann ist die Volumzunahme des Amalgams von t_1 auf t_2:

$$q_2 - q_1 = (\varphi_1 + \varphi_2)[1 + \alpha''(t_2 - \vartheta)] - \varphi_1 [1 + \alpha''(t_1 - \vartheta)] - [v_0' \alpha'' - \bar{v}_0 \bar{\alpha}](t_2 - t_1),$$

oder allgemein, von t_{n-1} auf t_n,

$$\begin{aligned} q_n - q_{n-1} &= (\varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_n)[1 + \alpha''(t_n - \vartheta)] \\ &\quad - (\varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_{n-1})[1 + \alpha''(t_{n-1} - \vartheta)] \\ &\quad - [v_0'' \alpha'' - \bar{v}_0 \bar{\alpha}](t_n - t_{n-1}) \\ &= [\varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_{n-1}][\alpha''(t_n - t_{n-1})] \\ &\quad + \varphi_n [1 + \alpha''(t_n - \vartheta)] - [v_0'' \alpha'' - \bar{v}_0 \bar{\alpha}][t_n - t_{n-1}]. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich der mittlere Ausdehnungskoeffizient zwischen t_{n-1} und t_n zu

$$\alpha' = \frac{1}{v_0'} \frac{q_n - q_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = \frac{\alpha''}{v_0'} (\varphi_1 + \cdots + \varphi_{n-1}) + \frac{\varphi_n}{v_0'} \cdot \frac{1 + \alpha''(t_n - \vartheta)}{t_n - t_{n-1}} - \frac{v_0'' \alpha'' - \bar{v}_0 \bar{\alpha}}{v_0'} = (A + B - C) : v_0'.$$

Hierbei ist in erster Annäherung die Zimmertemperatur ϑ für die ganze Reihe konstant gesetzt, was nicht streng zutrifft; zur Berechnung wird stets die Temperatur ϑ genommen, die das Wasserbad besitzt, wenn sich das Amalgam auf der Temperatur t_n befindet.

Das Volumen des Amalgams bei 0° v_0' ist allerdings unbekannt, statt dessen wird das oben bestimmte Volumen v' genommen (Volumen bei Zimmertemperatur).

---

erhalten. Eine Tabelle für jede Kapillare gab dann den Zusammenhang zwischen Fadenlänge und Reduktionsfaktor und gestattete, durch Interpolieren für jede beliebige Fadenlänge den Reduktionsfaktor und damit das Volumen zu bestimmen.

Der Ausdehnungskoeffizient des verwendeten Paraffinöles wurde eigens bestimmt (siehe unten); für den des Glases wurde $\bar{\alpha} = 0{,}000024$ genommen.

Wie schon oben erwähnt, wurden zunächst die Ausdehnungskoeffizienten von Quecksilber und Wasser bestimmt und hierbei die an dem Apparat auftretenden Fehlerquellen untersucht und nach Möglichkeit beseitigt; dann wurde der Ausdehnungskoeffizient von dem zu den späteren Versuchen zu verwendenden Paraffinöl bestimmt. Um stets das gleiche Paraffinöl zu verwenden, wurde eine größere Menge bis an seinen Siedepunkt erhitzt und dann aufbewahrt. Das Paraffinöl zeigte nämlich je nach der Art der Behandlung ein verschiedenes Verhalten; wurde das zunächst farblose Öl in einem offenen Gefäß auf etwa 220° erhitzt, so trat eine leichte Gelbfärbung, bei etwa 280° eine intensive Gelbfärbung ein (außerdem traten bei der erstmaligen Erwärmung zwischen 100 und 150° infolge des im Öl enthaltenen Wassers Explosionen auf, was aber bei einer zweiten Erwärmung nicht mehr der Fall war); wurde jedoch das Öl im Dilatometer erhitzt, so trat keine Färbung, sondern eine milchige Trübung ein. Erhitzt man Öl, das diese Trübung, auch wenn es wieder die Zimmertemperatur angenommen hat, noch zeigt, auf etwa 90°, so verschwindet sie, ebenso, wenn man das Öl etwa zwei Tage stehen läßt; dafür ist die gelbe Färbung eingetreten.

Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten.

In Tabelle 20 sind t_{n-1} und t_n die beiden Temperaturen, zwischen denen die Ausdehnung bestimmt wurde, t_m die mittlere Temperatur, α_m der aus den Beobachtungen berechnete mittlere Ausdehnungskoeffizient.

Aus diesen Werten wurde die Kurve gezeichnet, hieraus die Werte von 10 zu 10° entnommen und aus diesen die mittleren Ausdehnungskoeffizienten zwischen ϑ und t berechnet.

Für die in Tabelle 1 mitgeteilte Versuchsreihe war:

Gewicht des Dilatometers leer	28,6 g
„ „ „ mit Quecksilber . . .	368,5 „
„ „ „ „ Amalgam	257,2 „
Spezifisches Gewicht des Amalgams	10,495

Berechnet man nun nach der Formel die Ausdehnungskoeffizienten des Amalgams in den verschiedenen Temperaturintervallen



so erhält man für sie, abgesehen von den Maximis beim Schmelzen oder auch im festen Zustande, recht kleine, ja zum Teil negative Werte. Dies würde heißen, daß einige der untersuchten Amalgame in bestimmten Temperaturintervallen eine Kontraktion mit steigender Temperatur erfahren, also ein ähnliches Verhalten zeigen, wie dies z. B. bei Wismut beobachtet wurde.

Tabelle 20.

t_n	t_{n-1}	t_m	$\alpha''_m \cdot 10^5$
30,0	16,6	23,3	64
43,0	30,0	36,5	66
53,6	43,0	48,3	72
70,2	53,6	61,9	76
84,6	70,2	77,4	82
100,4	84,6	92,5	80
118,4	100,4	109,4	80
134,5	118,4	126,5	82
151,4	134,5	143,0	85
166,4	151,4	159,0	91
180,0	166,4	173,2	87
193,6	180,0	186,4	90

Die Werte, positive und negative, sind jedoch, wie gesagt, meistens sehr klein; deshalb kommen alle Fehlerquellen, wie die Fehler in der Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten des Paraffinöles, dann besonders der Umstand, daß nicht genau angegeben werden kann, welche Menge Öl sich an der Ausdehnung beteiligt (da das Öl außerhalb des Dilatometers ja nicht genau Zimmertemperatur hat), ferner alle Temperaturkorrektionen stark in Betracht, so daß auf eine Wiedergabe der gefundenen Werte hier verzichtet werden soll.

Die dilatometrische Methode würde nur bei Verwendung größerer Mengen Amalgam zu brauchbaren absoluten Werten führen, ist jedoch, wie man sieht, sehr gut dazu geeignet, über den Gang der Ausdehnung Auskunft zu geben.

Versuche zur Bestimmung der absoluten Werte der Ausdehnungskoeffizienten, besonders zur Prüfung, ob eine Kontraktion mit steigender Temperatur stattfindet, sollen demnächst nach einer anderen Methode angestellt werden.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine Form des Dilatometers angegeben, die sich zur Untersuchung von Volumänderungen von Substanzen, von denen nur kleinere Mengen verfügbar sind, sehr gut eignet.

2. Eine Reihe von Amalgamen wird auf ihre Volumänderungen mit der Temperatur untersucht.

3. Die Sn-, Pb- und Cd-Amalgame, die nach PUSCHIN[1]) als „feste Lösungen“ anzusehen sind, zeigen ein sehr deutlich ausgeprägtes Maximum des Ausdehnungskoeffizienten beim Schmelzpunkt, die Zn-Amalgame, die nach PUSCHIN „mechanische Gemische“ sind, bei einer bedeutend unter dem Schmelzpunkt liegenden Temperatur.

4. Beim Na-Amalgam treten zeitliche Änderungen des Volumens bei konstanter Temperatur auf, ferner fallen Schmelz- und Erstarrungspunkt nicht zusammen.

[1]) N. A. PUSCHIN, ZS. f. anorg. Chemie **36**, 201, 1903.



Bemerkung zu der Arbeit der Herren Pohl und Pringsheim: Zur Frage hoher Geschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen;

von Erich Marx.

(Eingegangen am 3. Dezember 1912.)

---

1. Daß bei den Versuchen des Herrn MILLIKAN die hohen Ausgangsgeschwindigkeiten durch Schwingungspotentiale hervorgerufen sind, ist aus der Unabhängigkeit vom Material der Funkenstrecke und aus vielen anderen Gründen wahrscheinlich. Eine Möglichkeit, das Zustandekommen dieser Schwingungspotentiale zu erklären, liegt in der Annahme eines unvollkommenen elektrostatischen Schutzes, die von den Herren POHL und PRINGSHEIM [1]) diskutiert wird. Selbst wenn diese Annahme nicht zutrifft, so liegt eine zweite Möglichkeit [2]), das Auftreten von Schwingungspotentialen zu erklären darin, daß, auch bei völligem elektrostatischen Schutze, bei periodischer Belichtung, Schwingungen erregt werden können: Denn periodische Belichtung bedingt periodische Elektronen-Emission und kann zur Entstehung von Schwingungen voraussichtlich auch dann führen, wenn, ohne Erfüllung der Resonanzbedingung, die Belichtung hinreichend kurz und intensiv ist, um durch Stoß die Eigenschwingung anzuregen. — Eine dieser beiden Möglichkeiten hat wohl bei Herrn MILLIKAN vorgelegen. So viel mir bekannt, ist Herr MILLIKAN selbst noch mit Versuchen in dieser Richtung beschäftigt.

2. Wenn aber der erste Fall des mangelnden elektrostatischen Schutzes hier vorliegt, so ist der Nachweis dieses Mangels an dieser Stelle kein Grund, von neuem die Behauptung aufzustellen, daß aus der Existenz dieses Fehlers hier, irgend etwas gegen die Stichhaltigkeit der Experimente über die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen folge, wie dies von Herrn POHL versucht wird. Nicht die Behauptung der Existenz des hinreichenden Schutzes, sondern der Beweis derselben aus „Bleikriterien“ und „Phasenexperimenten“, auf dessen Notwendigkeit ich

---

[1]) POHL und PRINGSHEIM, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 976, 1912.
[2]) E. MARX, ebenda 7, 310, 1905.

wiederholt hinwies, gewährleistet die Sicherheit des von mir erhaltenen experimentellen Resultates.

3. Ein ganz schwerer Fehler, der in diesem Zusammenhang in dem jüngst erschienenen Buche des Herrn POHL gemacht ist, und der auch in der erwähnten Abhandlung durch Zitat[1]) ins Feld geführt wird, möge ebenfalls hier richtig gestellt werden. Herr POHL gibt für die Prüfung der Güte des elektrostatischen Schutzes folgendes, schon früher mit Herrn FRANCK publizierte Experiment an: Er verbindet die eine Elektrode einer Leuchtröhre mit der Oberfläche des Empfängerschutzkastens, die andere Elektrode mit dem (Brücken)-Draht, der isoliert ins Innere des Schutzkastens führt. Dann findet er, daß Spannungsschwankungen auftreten, wenn die Röntgendrähte vom Schutzkasten entfernt werden. Der Schutzkasten ist nun natürlich dazu da, um das Innere vor störenden Schwingungen zu schützen. Was an der Oberfläche desselben auftritt, ist ganz gleichgültig. Dieses aber mißt Herr POHL, indem er die momentanen Potentiale bestimmt, die durch die ankommenden Wellen auf der Oberfläche des Kastens entstehen, und von da zur Erde fließen. — Hält er aber die Kastenentfernung konstant, und ändert die Drahtlänge, so treten Potentialschwankungen wegen der Dämpfung auf. — Herr POHL bedauert, daß ich mich zu diesem Experiment „nicht entschließen konnte“. Nun: aus der Höhe des Schwingungspotentials auf der äußeren Hülle eines Faraday-Schutzes läßt sich, um ein berühmtes Gleichnis POINCARÉS[2]) zu verwenden, ebensowenig auf die Sauberkeit des Inneren schließen, wie aus dem Alter des Kapitäns auf die Höhe des Mastes!

[1]) l. c. S. 976 und „Physik der Röntgenstrahlen“, S. 142.
[2]) POINCARÉ, Wissenschaft und Hypothese, S. 81.

Leipzig. Physikalisches Institut der Universität.

Bemerkung zu der Arbeit des Herrn O. Sackur: „Die universelle Bedeutung des sogenannten elementaren Wirkungsquantums“[1]*; von Kurt Eisenmann.*

In obengenannter Arbeit bringt Herr O. SACKUR eine Ableitung des EINSTEINschen Ausdrucks für die Energie eines festen Körpers

$$E = 3N \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k\tau}} - 1}$$

aus dem Entropiebegriff, welche Ableitung mit der von mir gegebenen beinahe wörtlich übereinstimmt[2]).

Da Herr O. SACKUR hierauf hinzuweisen versäumt hat, obgleich ich unmittelbar vor ihm in derselben Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft[3]) den von mir bereits veröffentlichten Vortrag hielt, so sehe ich mich gezwungen, dies hiermit nachzuholen.

Antwort auf die Bemerkung des Herrn Eisenmann; von O. Sackur.

Den Prioritätsanspruch des Herrn EISENMANN kann ich nicht als berechtigt anerkennen. Die von mir gegebene Definition der Konstanten h und die daraus folgende Ableitung der Strahlungsgleichung ist, soweit sie über die Betrachtungen von PLANCK und EINSTEIN hinausgeht, in der Abhandlung von Herrn EISENMANN nicht enthalten. Die von diesem angeführte „beinahe wörtliche Übereinstimmung“ besteht lediglich für einige im Prinzip längst bekannte Rechenoperationen.

[1]) O. SACKUR, Die universelle Bedeutung des sogenannten elementaren Wirkungsquantums. Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 951, 1912.

[2]) KURT EISENMANN, Die kanonische Zustandsgleichung fester Körper nach der Quantentheorie. Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 769, 1912.

[3]) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 948, 1912.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben
von
Karl Scheel

14. Jahrg. **30. Dezember 1912.** **Nr. 24.**

Über gegenseitige Assoziation von Äther und Chloroform im Gaszustand;

von F. Dolezalek und A. Schulze.

(Eingegangen am 9. Dezember 1912.)

Durch die systematische Untersuchung der physikalischen Eigenschaften von flüssigen binären Gemischen hat sich ergeben, daß das abweichende Verhalten der Mischungen häufig zu der Annahme einer teilweisen chemischen Bindung der Komponenten in der Mischung zwingt. Beispielsweise hat sich ergeben, daß sich beim Mischen von Äthyläther und Chloroform eine Molekülverbindung, bestehend aus einem Molekül Äther mit einem Molekül Chloroform, bildet. Durch die Annahme einer solchen, im Dissoziationszustand befindlichen Verbindung konnten die Abweichungen der Dampfdruckkurven [1]) vom geradlinigen Verlauf, die Volumenänderungen beim Mischen [2]), das abnormale Refraktionsvermögen [3]), die spezifischen Wärmen der Mischungen [4]) und andere Eigenschaften derselben zahlenmäßig berechnet werden.

---

[1]) F. Dolezalek, ZS. f. phys. Chem. **71**, 191, 1910.
[2]) W. Deutschmann, Die Volumenänderungen binärer Gemische. Berl. Dissertation 1911.
[3]) A. Schulze, ZS. f. Elektrochem. **18**, 77, 1912.
[4]) A. Schulze, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **14**, 189, 1912; Phys. ZS. **13**, 425, 1912.



Obwohl durch diese Untersuchungen der Nachweis für das Vorhandensein einer solchen Verbindung eingehend geführt ist, so erscheint es doch mit Rücksicht auf die grundlegende Bedeutung dieser Tatsache für die Theorie der konzentrierten Lösungen geboten, diesen Nachweis auch für die Gasphase zu liefern. Derselbe stützt sich auf die unzweifelhaft feststehenden Gasgesetze und ist ganz unabhängig von der erwähnten Lösungstheorie. Wenn nun aber im Sättigungsdampf über einer Äther–Chloroformmischung eine Verbindung der Mischungskomponenten nachgewiesen ist, so folgt mit absoluter Sicherheit, daß auch in der flüssigen Phase eine solche Verbindung enthalten ist.

Die Existenz der Verbindung im Gasraum kann dadurch erwiesen werden, daß beim Mischen von ungesättigtem Ätherdampf mit ungesättigtem Chloroformdampf eine Druckabnahme erfolgt; denn bei der Bildung der Verbindung wird die Molekülzahl des Gasraumes verringert. Natürlich muß erwiesen sein, daß diese Druckabnahme nicht durch Abweichungen des Äther- bzw. Chloroformdampfes von den Gasgesetzen hervorgerufen wird.

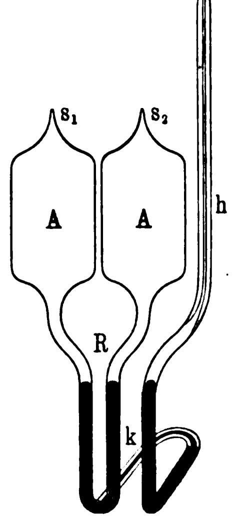
Zunächst wurde in der Weise verfahren, daß kleine Glaskügelchen verschiedener Größe mit flüssigem Äther bzw. Chloroform gefüllt und genau gewogen wurden. Diese Kügelchen wurden dann einzeln in ein luftdicht verschlossenes Eisengefäß von 365 ccm Inhalt gebracht, welches mit einem Kontrollmanometer von Schäffer und Budenberg versehen war. Nachdem die Temperatur des Gefäßes gemessen, wurde dasselbe verschlossen und in einen auf 80° C einregulierten Thermostaten gesetzt. Bei der höheren Temperatur zerspringt das Kügelchen, und der Inhalt desselben vergast. Aus der am Manometer abgelesenen Druckzunahme ergibt sich dann der Druck des Äther- bzw. Chloroformdampfes für die in dem Kügelchen enthaltene Menge. Natürlich wurde hierbei die Drucksteigerung infolge der Anwärmung der in dem Gefäß enthaltenen Luft berücksichtigt.

Es zeigte sich, daß dem Gasgesetz entsprechend der Überdruck im Gefäß bis zu einem Wert von 1,7 kg/qcm geradlinig mit der verdampften Menge Äther bzw. Chloroform ansteigt.

Hierauf wurde in gleicher Weise mit Glaskügelchen verfahren, die mit einer Mischung von Äther und Chloroform im molekularen Verhältnis gefüllt waren. Für den Fall, daß keine Bindung zwischen Äther und Chloroform vorliegt, muß der Druck

der Mischung gleich der Summe der Partialdrucke der Komponenten sein. Die Partialdrucke konnten den Messungen mit reinen Flüssigkeiten entnommen werden. Die Beobachtungen ergaben das Resultat, daß der Druck der Mischung stets merklich kleiner war als die Summe der Partialdrucke. Es war hiermit der Nachweis geliefert, daß eine Bindung im Gasraum stattfindet.

Für eine quantitative Messung des Grades der gegenseitigen Anlagerung eignet sich die vorbeschriebene Versuchseinrichtung jedoch nicht, weil derselbe davon abhängt, wie weit sich die am Boden des Gefäßes befindliche Dampfschicht mit der darüber lagernden Luft mischt.



Es mußten deshalb direkte Messungen über die Druckabnahme beim Mischen von Äther- und Chloroformdampf unter Ausschluß von Luft durchgeführt werden.

Hierzu diente nach einigen Vorversuchen der in der Figur abgebildete Glasapparat. Derselbe besteht aus zwei Pipetten A von je 55,5 ccm Inhalt, welche durch das U-Rohr R miteinander in Verbindung sind. An der Biegung des Rohres R ist ein Kapillarrohr k von 1 mm lichter Weite angeblasen, welches zu dem Quecksilbersteigrohr h führt. Das Kapillarrohr k und das sich daran anschließende Stück des Steigrohres h liegen horizontal, also senkrecht zu dem Rohr h und dem übrigen Apparat.

Zunächst wurde durch h etwas Quecksilber bis zu der aus der Figur ersichtlichen Höhe eingefüllt, und alsdann durch die Spitzen s_1 bzw. s_2 in die eine Pipette einige Kubikzentimeter Äther, in die andere Pipette ebensoviel Chloroform eingegossen. Hierauf wurde der Apparat in einen Glasthermostaten versenkt, dessen Wasserinhalt auf 80° C einreguliert war. Nach dem Verdampfen der letzten Reste Flüssigkeit in den Pipetten werden die Spitzen s_1 und s_2 zugeschmolzen. Jetzt wird der Quecksilberstand in den drei Röhren mit Hilfe eines Kathetometers genau abgelesen, der Barometerstand notiert und hierauf die Spitze s_3 abgeschmolzen. Der Apparat kann dann aus dem Thermostaten genommen werden, ohne daß Luft von dem Rohr h nach den

Pipetten hinüber gelangen kann. Das Mischen des Äther- und Chloroformdampfes erfolgt durch häufiges Neigen des Apparates, wobei das im Rohr R befindliche Quecksilber abwechselnd in die beiden Pipetten gelangt und hierdurch die Mischung der Gase beschleunigt. Natürlich muß der Apparat während dieser etwa eine halbe Stunde dauernden Operation mehrfach in dem Thermostaten wieder angewärmt werden, damit eine Kondensation der Dämpfe vermieden, bzw. wieder beseitigt wird. — Nach vollendeter Mischung wird der Apparat wieder in den Thermostaten eingesetzt und die Spitze s_3 geöffnet, worauf die drei Quecksilberkuppen im Apparat sowie der Barometerstand abgelesen werden.

Zu diesen Versuchen muß völlig reiner, mehrfach frisch destillierter Äther verwandt werden, weil auch das reinste käufliche Präparat das Quecksilber stark verschmutzt.

Ebenso wie bei den oben beschriebenen Versuchen ergab sich auch hier beim Vermischen des Äther- und Chloroformdampfes eine deutliche Druckverminderung. Die Quecksilbersäulen im Rohr R standen nach der Mischung um 3,9 mm (Mittel aus vier Versuchen) höher als in dem mit der Atmosphäre in Verbindung stehenden Rohr h. Da nun 1 mm Länge des Rohres R einem Volumen von 0,032 ccm entsprach, so bedeutet der Quecksilberanstieg im Rohr R von $\frac{3,9}{2}$ mm eine Volumenverminderung von $\frac{3,9}{2} \cdot 0,032 = 0,062$ ccm. Die Druckabnahme bei konstantem Volumen ist mithin noch etwas größer als 3,9 mm. Die Berechnung ergibt für die Druckabnahme bei konstantem Volumen den Wert 4,8 mm.

Es sei nun unter γ der Bruchteil der gesamten, nach der Mischung vorhandenen Molekelzahl verstanden, welcher in Form der Verbindung zugegen ist, so daß also 100γ die Molekülprozente Verbindung darstellen. Aus der AVOGADRO schen Regel ergibt sich dann für die Druckabnahme bei konstantem Volumen

$$\varDelta P = 760 \frac{\gamma}{1+\gamma} \text{ mm},$$

welcher Wert nach der Messung 4,8 mm beträgt. Es ist also $\gamma = 0,0064$.

Hieraus ergibt sich ein Partialdruck der Verbindung von 0,0064 Atm.

Die vorstehenden Beobachtungen ergeben mithin das Resultat, daß sich in einem molekularen Gemenge von Äther- und Chloroformdampf bei 80° C und 1 Atm. Druck 0,64 Molekülprozente Verbindung bilden.

Der Partialdruck der gebildeten Verbindung sinkt nun mit abnehmendem Druck P der Gasmischung schnell auf ganz verschwindend kleine Werte, wie die Anwendung des Massenwirkungsgesetzes auf diesen Fall lehrt. Bezeichnen wir mit p_{ac} den Partialdruck der Verbindung, mit p_a bzw. p_c die von Äther bzw. Chloroform, so ist die Konstante der gegenseitigen Assoziation:

$$K' = \frac{p_{ac}}{p_a \cdot p_c}. \qquad 1)$$

Hierin kann man wegen der geringen Größe von p_{ac} die Partialdrucke von Äther und Chloroform gleich dem halben Totaldruck setzen, vorausgesetzt, daß die Gase, wie angenommen, im molekularen Verhältnis gemischt sind. Es wird dann:

$$p_{ac} = \frac{1}{4} K' P^2 \qquad 2)$$

und der Bruchteil γ der zur Verbindung zusammengetretenen Moleküle nahe:

$$\gamma = \frac{1}{4} K' . P \qquad 3)$$

Die prozentische Vereinigung der Äther- und Chloroformmoleküle wächst nahe proportional mit dem Totaldruck an. Der Zahlenwert von K' beträgt für 80°:

$$K' = 0{,}025$$

auf Atmosphären bezogen.

Die vorstehenden Berechnungen geben auch einen Anhalt dafür, wie groß die Verbindungsmenge im Sättigungsdruck über einem flüssigen Gemisch von Äther und Chloroform ist. Man kann sich leicht überzeugen, daß der Sättigungsdruck über flüssigen Mischungen schon bei Zimmertemperatur nur um wenige Promille durch die Verbindungsbildung beeinflußt wird. Somit wird sich hierbei die Verbindung im Gasraum praktisch gar nicht bemerkbar machen. Die Verhältnisse liegen hier ganz ähnlich wie z. B. bei gesättigtem Alkoholdampf, welcher normale Dampfdichte zeigt, obwohl die flüssige Phase bekanntlich in großer Menge polymere Moleküle enthält.

Für die Temperatur von 80° C haben wir die Sättigungsdrucke von Äther—Chloroformmischungen bestimmt. Bei einem molekularen Gemenge beträgt die Partialspannung des Äthers $p_a = 1{,}69$ Atm., diejenige des Chloroforms $p_c = 0{,}81$ Atm. Aus Gleichung 1) ergibt sich:

$$p_{ac} = 0{,}034 \text{ Atm.}$$

und mithin:

$$\gamma = \frac{p_{ac}}{P} = 0{,}014.$$

Im Sättigungsdampf sind also bei 80° C 1,4 Molekülprozente vereinigt.

Aus den angegebenen Werten der Partialdrucke ergibt sich mittels der früher entwickelten Theorie, daß die flüssige Phase 14,6 Molekülprozente Verbindung enthält. Aus dem Dampfdruckgesetz [1]) folgt für die Dampfspannung der reinen flüssigen Verbindung Äther-Chloroform, falls diese sich im reinen Zustand herstellen ließe, ein Sättigungsdruck von 0,26 Atm. Dieser geringe Wert erscheint sehr plausibel mit Rücksicht auf das hohe Molekulargewicht der Verbindung (193,5).

Zusammenfassung.

Es wurde nachgewiesen, daß beim Vermischen von Äther- und Chloroformdämpfen eine gegenseitige Assoziation eintritt; und zwar vereinigen sich bei einer Temperatur von 80° C und einem Totaldruck von 1 Atm. in einem molekularen Gemenge der beiden Komponenten 0,64 Molekülprozente. Hieraus folgt, daß auch in einem flüssigen Gemisch von Äther und Chloroform eine partielle Bindung der Komponenten eintritt, wie sie zur Erklärung der Dampfdruckverhältnisse früher angenommen wurde.

Charlottenburg, Physikal. Institut d. Techn. Hochschule.

[1]) Siehe F. Dolezalek, ZS. f. phys. Chem. **64**, 727, 1908; ebenda **71**, 191, 1910.



Ausdehnungsbestimmungen am Abbe-Fizeauschen Dilatometer;

von W. Bein.

(Auszug aus einer in Bd. VIII der Wissenschaftlichen Abhandlungen der Kaiserl. Normal-Eichungskommission erschienenen Arbeit.)

(Eingegangen am 25. November 1912.)

In der Normal-Eichungskommission sind seit einigen Jahren eine Reihe von Materialien welche in den Apparaten und Meßwerkzeugen des Vermessungs- und Eichwesens verwendet werden, auf ihre Ausdehnung (bis 100°) nach der von FIZEAU 1862 angegebenen [1]) Methode untersucht worden. Für die Untersuchungen der Vergleichung der Längenänderung eines Quarznormals mit dem Untersuchungsobjekt stand ein von der Firma ZEISS in Jena hergestellter Apparat zur Verfügung. In diesem ist nicht mehr die ursprüngliche Methode, nach welcher noch BENOÎT zahlreiche Ausdehnungen im internationalen Maß- und Gewichtsbureau ermittelt hat, benutzt. ABBE hat 1884 die Anordnung von FIZEAU durch Einführung der Autokollimation und eines geraden Streifensystemes mit einer einzigen Marke, sowie durch die besondere spektrometrische Einrichtung [2]) vereinfacht. Mit Hilfe dieser Anordnung sind bereits zahlreiche Untersuchungen an anderen Stellen ausgeführt worden. Im Laufe der folgenden Untersuchungen ist der ursprüngliche Apparat in bezug auf die Erhitzungseinrichtung und die das Interferenzsystem mit dem Untersuchungsobjekt enthaltende Erhitzungskammer verändert worden. Der Interferenzteil mit dem Untersuchungsobjekt wurde getrennt von der optischen Einrichtung und stand auf einem besonderen Pfeiler, wie bei der Einrichtung, die Dr. SCHEEL [3]) benutzte. Diese Anordnung war, wie sich bei den Vorversuchen zeigte, nötig, damit sich nicht

[1]) Ann. chim. phys. (3) **56**, 429, 1862; (4) **2**, 143, 1864; (4) **8**, 335, 1866. Über die weitere Literatur siehe die Originalarbeit.

[2]) Ausführliche Beschreibung siehe PULFRICH, ZS. f. Instrkde. **13**, 365, 1893 und Nachtrag ebenda **18**, 261, 1898; ZS. f. Kristall. **31**, 372, 1899; REIMERDES, Dissertation, Jena 1896.

[3]) Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanst. **4**, 33, 1904; vgl. die Abhandlung von TUTTON, Phil. Trans. (A) **191**, 318, 1898 und RANDALL, Phys. Rev. **20**, 15, 1905.

Erschütterungen des optischen Teiles, an dem der Beobachter arbeitet, auf das leicht bewegliche, interferierende System übertragen können. Der optische Teil dagegen entspricht der Darstellung in der ersten Arbeit von PULFRICH (Fig. 2 u. 3).

Als Normal war ein Quarzring in der von REIMERDES[1]) beschriebenen Form vorhanden. Die Objekte, Zylinder von 1 cm Höhe, sind von der Firma SCHMIDT und HAENSCH bearbeitet worden.

Die Interferenzen wurden in dem Licht der Wasserstofflinien H_α, H_β und der grünen Quecksilberlinie von der Wellenlänge 0,5461 μ beobachtet.

Bei der Untersuchung der Ausdehnung des Quarzringes durch Interferenzen hoher Gangordnung waren außer der oben erwähnten grünen Quecksilberlinie noch die gelben Linien (0,576 945 und 0,579 049 μ, die aber nur als Doppelsystem von der mittleren Länge 0,5780 μ benutzt werden konnten), sowie die violette Linie (0,435 858 μ) zu verwenden. Bei der Einstellung auf die Streifen ist das von PULFRICH angegebene Verfahren eingehalten worden.

Die Anordnung des Apparates.

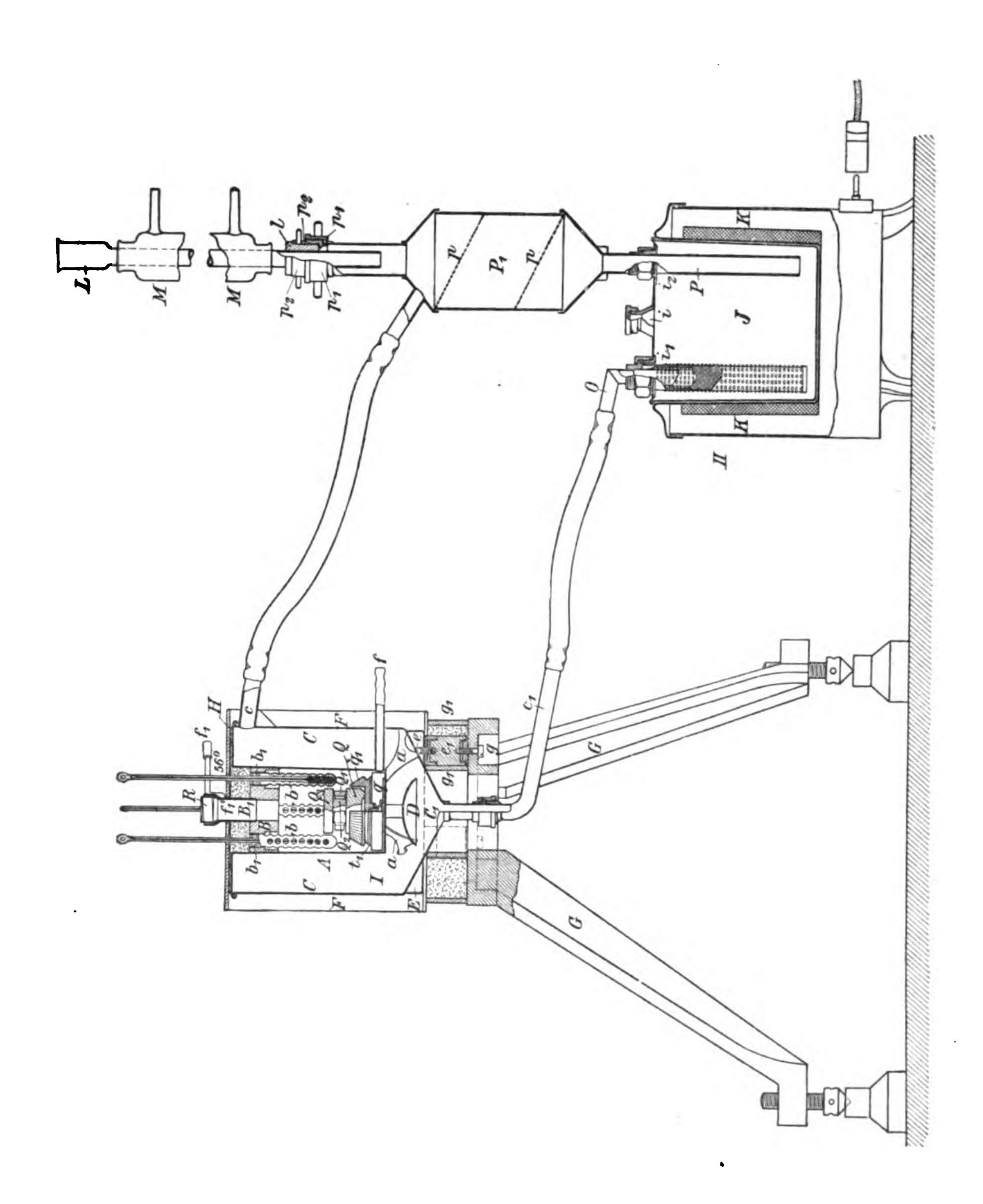
Die folgende Figur zeigt in etwa $^1/_6$ natürlicher Größe die Interferenzkammer (I) und den Dampfentwickler (II) im Längsschnitt.

Das in I gezeichnete Interferenzsystem besteht aus dem Glasuntersatz Q, welcher in einer Aushöhlung des Kegelrades q_1 liegt, aus dem oben erwähnten Quarzring Q_1, dem Probekörper Q_2 (aus Metall), welcher von Q_1 umschlossen ist und der Deckplatte Q_3. Von der ebenen Grundfläche des Untersatzes Q sind durch Hohlausschleifen nur drei kleine Stücke übrig geblieben; die innere Wölbung ist mit schwarzem Lack bedeckt. Die Deckplatte Q_3, deren plane Flächen in einem Winkel von 20 Minuten gegeneinander geneigt sind, ist in der Mitte mit einem Silberscheibchen von $1^1/_2$ mm Durchmesser versehen.

Die Interferenzkammer wird gebildet durch eine zylindrische Röhre A aus Kupferblech, welche durch einen Kupfer-

[1]) Ausführliche Beschreibung siehe PULFRICH, ZS. f. Instrkde. 13, 365, 1893 und Nachtrag ebenda 18, 261, 1898; ZS. f. Kristall. 31, 372, 1899; REIMERDES, Dissertation, Jena 1896.





pfropf B verschlossen wird. Bei gewöhnlicher Temperatur geht der Pfropf leicht hinein; erwärmt man den Mantel A, so gleitet er tiefer hinein und gibt einen dichten Abschluß. Die Röhre A ist mit einem ebenfalls aus Kupfer bestehenden Mantelgefäß C hart verlötet. C ist zylindrisch und oben durch eine Platte glatt abgeschlossen; unten setzt sich das Gefäß in einen Trichter C_1 fort. Um der hängenden Röhre A in dem Mantel einen besseren Halt zu geben, sind drei Stützbleche a zwischen Trichter C_1 und Röhre A unverrückbar befestigt. Die Halbkugel D aus dünnem Blech an der Röhre A dient dazu, um den von unten durch C eintretenden Dampfstrom einer in II zum Sieden erhitzten Flüssigkeit auf beide Hälften des Mantels gleichmäßig zu verteilen und hält außerdem von dem Dampf mitgerissene Flüssigkeitsteilchen von dem Anprall an die Röhre A zurück. In letzterer befindet sich am Boden ein durch den Mantel und die Filzumhüllung F hindurchragendes Röhrchen f. Mit Hilfe eines Gebläses kann man durch letzteres der Kammer stark getrocknete Luft zuführen, welche dann durch ein zweites Röhrchen f_1, das an einem in den Pfropf B eingeschraubten Einsatz B_1 angelötet ist, ins Freie entweicht.

Der Mantel C besitzt einen oberen Auslaß c, für den Dampf, und einen unteren Auslaß c_1, durch den der Dampf eintritt, der aber so weit ist und solche Form erhalten hat, daß die kondensierte Flüssigkeit leicht abfließt. An diesen Mantel ist hart angelötet ein Teller E mit einer horizontalen Grundfläche. Durch diese gehen drei in C befestigte Schrauben e, an welche Ebonitklötze e_1 mit Messingkappen angesetzt werden. Diese tragen unten eingeschraubt je einen Messingzapfen. Der eiserne Dreifuß G wird durch die in seinen oberen Rand eingesetzten Schrauben g mit diesen Klötzen und damit mit dem Mantelgefäß verbunden. Interferenzkammer und Dreifuß bilden daher einen zusammenhängenden Apparatteil.

Der die Kammer I abschließende Kupferstopfen B enthält unten vier korbförmige Röhrchen b. In diese werden vier Stabthermometer, eines für Ablesung der Zimmertemperatur, eines für 56° und zwei für Temperaturen in der Nähe von 100° eingesetzt. Sie stehen ganz locker in dem Korbe und werden nur durch Wattebäusche b_1 in den mit den Körben korrespondierenden Löchern des Pfropfens leicht geklemmt. Die Watte genügt auch

zum Abschluß der warmen Luft im Inneren der Kammer von der Außenluft. Durch die Löcher in der Korbwand und die Ausdrehungen im Pfropfen kann die warme Luft bis nahe an die Oberfläche des Kupferpfropfes an die Thermometer herankommen. Dadurch wird erreicht, daß fast unmittelbar bis zu den bereits sichtbaren Teilen die Thermometer auf die in der Kammer herrschende Temperatur erwärmt werden. Der herausragende Faden der Thermometer ist im allgemeinen auf ein kleines Stück beschränkt, da die Ablesestellen der für diese Untersuchung besonders konstruierten Thermometer möglichst dicht an der Gefäßoberfläche liegen.

Der Dampfentwickelungsapparat II besteht aus vier Teilen, dem elektrisch geheizten Kochkessel *K*, dem Flüssigkeitsbehälter *J*, dem Dampfkondensator *L* und dem Glaskühler *M*. *K* ist ein von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft gelieferter Kessel gewöhnlicher Form von 2 Liter Inhalt für 110 Volt Spannung. Wenn durch die Kabel Strom zugeleitet wird, so nimmt der Topf $5^1/_2$ Ampere, also rund 600 Watt auf. Mit dieser Energie kann in wenig Minuten eingegossenes Wasser zum Sieden gebracht werden. Im allgemeinen ist aber keine so große Energie erforderlich. Es genügt die Hälfte bis ein Fünftel; die Drosselung geschah durch eine vorgeschaltete Batterie von Lampenwiderständen. Nachdem mit Vollstrom die in dem Behälter *J* befindliche Flüssigkeit bis nahe zum Siedepunkte erhitzt war, wurde nur noch so viel Strom zugeführt, daß die Flüssigkeit schwach siedete.

Der in den Kessel *K* eingesetzte Behälter *J* aus Kupfer ist nach Muster der Sicherheitskannen für Benzin und feuergefährliche Flüssigkeiten verfertigt; er hat drei Öffnungen: eine Einfüllöffnung i, die Dampfentwickelungsöffnung i_1 und die Öffnung für das Kondensat i_2. Das mit i_1 durch Überfallmutter und Dichtungsring aus Blei sicher verschraubte Knierohr *O* ist in seinem vertikalen Teile siebartig durchlöchert. Darüber ist ein Drahtnetz geschoben und dann ein zweites Metallsieb als Halt für das Netz.

Über die Einrichtungen zum Justieren und Herausheben des der Pulfrichschen Anordnung entsprechenden Interferenzsystems muß auf meine Originalabhandlung verwiesen werden. Hier sei nur erwähnt, daß der passende Abstand der Interferenzstreifen vielfach durch Unterlegen von dünnen Metallfolien unter einen

der Füße des Quarzringes Q_1 erhalten wurde. Vor Beginn jeder Beobachtung wurde das System erst auf 100° erwärmt.

Die Beobachtungen.

Die Interferenzkammer wurde erhitzt durch die Dämpfe von folgenden Flüssigkeiten: Äther für die Temperatur von 34°; Methylal für 42°; Aceton für 56°; Methylalkohol für 64°; Äthylalkohol für 78°; Benzol für 80°; Wasser für 100°. Bei nur mäßig starkem Dampfstrom, reguliert durch die Vorschaltung der Lampenwiderstände, vollzieht sich ohne jede Aufsicht die Einstellung der Endtemperatur in etwa einer Stunde. Wie man aus dem Aufhören der Wanderung der Streifen feststellen kann, ist der Ausgleich im Innern in einer weiteren Stunde erreicht. Die Gleichmäßigkeit der Temperierung ist dabei eine sehr befriedigende, da das System in eine Kammer mit gut strahlenden Wänden (Kupfer) eingeschlossen ist. Man kann daher sicher sein, daß der Objektkörper und die in die Kammer eingesenkten Thermometer gleich temperiert sind.

Die richtige Verteilung der Temperatur, das Fehlen einer störenden vertikalen Schichtung wurde durch besondere Versuche kontrolliert. Von den Heizflüssigkeiten wurden meist nur zwei (Aceton und Wasser) verwendet, so daß die Lage des Scheibchens und der Streifen und zwar stets in drei Farben bei mindestens drei Temperaturen (Zimmertemperatur, 56° und 100°) beobachtet werden konnte. Die Einstellungen wurden unmittelbar hintereinander vorgenommen und jedesmal fünf Streifen, deren mittelster dem Scheibchen am nächsten lag, zweimal, einmal von rechts und dann von links her, durchgemessen. Ein solcher Beobachtungssatz nahm 10 bis 15 Minuten in Anspruch. Vor und nach ihm wurden die Thermometer auf 0,01° abgelesen.

Ein Auszählen der Streifen bei der Erwärmung war überflüssig, da durch die von ABBE [1]) angegebene Benutzung der abgelesenen Streifenbruchteile in verschiedenen Farben sich die Zahl der vorübergewanderten Streifen berechnen [2]) läßt. Da der mittlere Einstellungsfehler bei den meist ziemlich verwaschenen Streifen auf nur wenig unter einem Zehntel der Streifenbreite zu schätzen

[1]) WEIDMANN, Wied. Ann. 38, 453, 1889.

[2]) Über die systematische Berechnung siehe die Originalarbeit, in der (S. 20—23) Rechenformeln und ein Beispiel mitgeteilt sind.

ist, so war diese Berechnung nur möglich bei Beobachtung in drei Farben. Besonders schwierig war die Berechnung bei Objekten, wie Nickelstahl mit 44 Proz. Nickel, die nahezu die gleiche Ausdehnung wie das Quarznormal besitzen. Hier wanderten die Streifen bei tiefer Temperatur in anderer Richtung als bei höherer, da die relative Ausdehnung der beiden Substanzen ihr Vorzeichen wechselte.

Zur Messung der Temperatur wurden von C. Richter-Berlin verfertigte Stabthermometer, die zur Vermeidung der Parallaxe, mit ringförmigen Marken für die ganzen Grade und Halbringen für die Bruchteile versehen waren, verwendet. Es standen zur Verfügung sechs in $^1/_5{}^0$ geteilte Thermometer (Stengeldicke 5 mm, Gradlänge 5 bis 6 mm) aus Jenaer Glas 59 III mit länglichem Glasbehälter (etwa 6 mm dick). Je zwei umfaßten gleiche Temperaturintervalle, und zwar a) 9 bis 48°, b) 46 bis 92°, c) 91 bis 108°. Außerdem besaßen alle Thermometer eine Einrichtung zur Kontrolle des Eispunktes. Die Kapillaren waren oben so erweitert, daß jedes Thermometer bis 100° erwärmt werden konnte. Die Punkte 18, 56 und 100° waren 10 cm vom unteren Ende entfernt.

Die Genauigkeit der Beobachtungen.

Trotz der nicht genügend ebenen oder nicht gut reflektierenden Oberfläche mancher Objekte war es stets möglich, auf 0,1 Streifenbreite sicher die Lage des Scheibchens gegen den Schwerpunkt des Streifensystems zu bestimmen. Im Mittel der ganzen, sechs solche Bestimmungen umfassenden Reihe war die Einstellung noch erheblich genauer. Da infolge der Benutzung von drei Farben kein Zweifel über die Zahl der bei der Temperaturänderung gewanderten Streifen bestand, wurde selbst bei ungünstigen Objekten ohne Häufung der Beobachtungen und ohne besondere Vorsichtsmaßregeln die Ausdehnung auf weniger als 0,02 μ (für 1° Temperaturdifferenz bei einer Länge von 1 m) sicher, wie der Vergleich der Resultate von zwei dasselbe Intervall umfassenden Versuchen zeigt. Für eine mittlere Temperaturdifferenz von 50° entspricht diese Übereinstimmung von 0,02 μ für ein Meterintervall mit Rücksicht auf die Einstellung an beiden Enden einer Einstellung auf $^1/_2\,\mu$; also für unsere Objekte von nur 10 mm Höhe einer Einstellung der Streifen auf 0,005 μ. Dem entspricht im grünen Licht ein Abstand von nur $^1/_{50}$ Streifenbreite.

Eine solche Genauigkeit steht kaum zurück hinter derjenigen, welche bei den besten Einrichtungen zum Messen von Längen durch direkte mikroskopische Einstellung von Strichen, also z. B. bei den Komparatoren in Breteuil oder unserem neuen großen Komparator durch angemessene Häufung der Beobachtungen zu erreichen ist.

Diese Genauigkeit hängt wesentlich davon ab, ob man das auch schon früher festgestellte „Kriechen“ des Silberscheibchens auf der Deckglasplatte eindeutig berücksichtigen kann. Beim Zurückgehen auf die Ausgangstemperatur hat besonders nach Erwärmung auf 100° das Scheibchen vielfach seine Lage gegen die Interferenzstreifen verändert. Ein Teil dieser Änderung ist nur scheinbar; er kann hervorgerufen sein durch Druck- und Spannungsänderungen an den Auflagestellen der Glasplatte, mit welchen Höhenänderungen (und damit Drehungen) des Scheibchens verbunden sind. Letztere brauchen nur 0,1 μ groß zu sein, um schon zu einer wesentlichen Wanderung Anlaß zu geben. Diese erreichte beim Anwärmen durch Wasserdampf meist den dreifachen Betrag der Verschiebung durch Acetondampf. Die Richtung der Verschiebung konnte in beiden Fällen verschieden sein.

Über diese Wanderung lagerte sich bei einer Reihe von Objektkörpern die Verschiebung durch Nachwirkungserscheinungen. Die bleibenden Änderungen sind um so größer, je schroffer die Temperaturübergänge sind. In erster Linie traten dauernde Längenänderungen des Objekts auf. Dazu kam häufig eine Änderung in der Spannung an der Oberfläche der Körper. Die Oberfläche krümmte sich, wie man an der Form, Änderung und Abstandsänderung der Interferenzstreifen ersah.

Die Nachwirkungen unter dem Einfluß einer Temperaturänderung sind am eingehendsten am Glase studiert worden; sie sind jedoch für eine große Reihe von Metallen und Legierungen bereits nachgewiesen [1]). Sie lassen sich stark vermindern, wenn die Körper vielfach hintereinander abwechselnd erwärmt und abgekühlt werden. Dieser Vorgang der Temperung ist besonders an Nickelstahllegierungen untersucht worden.

[1]) So für Zink (Besseltoisen), Bronzen, Platin. Sehr groß ist die Wirkung am gehärteten Stahl, worauf zuerst Pensky (ZS. f. Instrkde. 8, 185, 1888 und Deutsche Mechan.-Ztg. 1898, 81) aufmerksam machte. Einzelheiten und Literatur siehe S. 26—27, 47—50, 52, 54 des Originals.

In der vorliegenden Arbeit konnte an den Bewegungen des Scheibchens die fortschreitende Temperung, die einige Objekte aus Nickelstahl von niederer Ausdehnung zeigten, deutlich verfolgt werden.

Bei der Berechnung der Ausdehnung ist so verfahren worden, daß die Beobachtung bei höherer mit der unmittelbar folgenden bei niederer Temperatur zusammengefaßt und daraus die Ausdehnung berechnet wurde. In dieser Berechnung steckt die Annahme, daß beim Anwärmen eine mehr oder weniger beträchtliche Lagenänderung des Scheibchens gegen die Streifen auftritt, sei es nun durch Änderung des Auflagedruckes, sei es infolge der Nachwirkung; daß dagegen bei der Abkühlung der Nullpunkt durchaus unbeeinflußt bleibt, indem einseitige Temperaturdifferenzen bei dem allmählich sich vollziehenden Ausgleich mit der Umgebung sich nicht bemerkbar machen werden.

Gegenüber der Unsicherheit, welche durch die Erscheinung des Kriechens der Streifen in die Ausdehnungsbestimmungen hineingetragen wird, verschwindet die Beeinflussung durch die Ungenauigkeiten in der Temperaturbestimmung, welche auf etwa $^1/_{10}{}^0$ zu schätzen ist. Damit kommt man stets aus. Für die Ermittelung von Ausdehnungen für rein technische Zwecke, wo die Kenntnis der Ausdehnung auf vielleicht 5 Proz. gefordert wird, ist diese Unsicherheit vollkommen zu vernachlässigen. Aber selbst für die feinsten Untersuchungen, bei denen man den Wert der Ausdehnung auf $^1/_{1000}$ ermitteln möchte, fällt sie noch nicht stark ins Gewicht.

Mehr zu bestimmen hat kaum Zweck. Selbst die homogensten Materialien geben in verschiedenen Stücken Differenzen in der Ausdehnung, die weit größer sind als $^1/_{1000}$ — man vergleiche hierzu die Resultate der Ausdehnungen der Platiniridiummeter untereinander [1]). Der Ausdehnungskoeffizient wird daher

[1]) Trav. Mem. Bur. Intern. **10**, B, 40, 1899. Das Maximum der Ausdehnung (für 0°) beträgt 8,674 μ für 1° und 1 m (Stab Nr. 29), das Minimum 8,632 μ (Stab Nr. 4). Die Differenz beträgt also bereits $^5/_{1000}$. Die gleich zusammengesetzte Legierung von 1874 gibt noch größere Differenzen: 8,605 —8,695 (Trav. Mem. Bur. Intern. **6**, 190), also $^1/_{100}$ des Wertes; gemessen an kleinen Objekten; die Stäbe geben direkt 8,63 μ. Der Einfluß der Bearbeitung zeigt sich darin, daß der von Benoît benutzte Dreifuß aus Platiniridium nur die Ausdehnung 8,60 μ besitzt. Das Material ist der Matheysche Guß, der auch für die Prototype benutzt ist. Das gleiche ist für Quarz

in diesen Grenzen bereits nur noch von individueller Bedeutung sein und nur bei besonderen Anforderungen, wie bei den Prototypmetern und ihren Kopien, wird diese Ermittelung überhaupt nötig werden.

Die Fehler der Thermometer sind bei den in Frage kommenden Stellen mit einer Genauigkeit von wenigstens 0,02° ermittelt worden. Bei den Beobachtungen war darauf Rücksicht zu nehmen, daß bei den bis 100° reichenden Instrumenten etwas Quecksilber von den Ablesestellen aus nach oben verdampfte.

Die Temperatur des herausragenden Fadens war bei einigen Vorversuchen durch zwei in die Interferenzkammer eingeführte Fadenthermometer nach MAHLKE [1]) von verschiedener Länge bestimmt worden. Bei 56° ist die Fadenkorrektion zu höchstens 0,01°, bei 100° zu 0,02° anzunehmen. Bei anderen Temperaturen sind wegen der längeren Fäden größere Korrektionen anzubringen. bei 34°: 0,05°; 42°: 0,10°; 64°: 0,08°; 78°: 0,25°; 80°: 0,28°.

Eine bisher wenig hervorgetretene Fehlerquelle für die Ermittelung der Ausdehnung bildet die Verspannung der Oberfläche, welche durch Änderungen der Eigenschaften der Walz-, Guß- oder Politurhaut beim Erwärmen bedingt ist. Diesen mit Krümmungen der Oberfläche verbundenen Änderungen entsprechen Änderungen in der Form der Streifen. Bei Substanzen mit thermischer Nachwirkung bleiben diese Krümmungen erhalten.

Charakteristisch verhielt sich in dieser Beziehung eine Nickelstahlprobe aus einem Guß für einen 4-Meterstab mit 1,6 μ Ausdehnung. Einmal wurde sie untersucht, während sie noch eine ebene Grundplatte besaß. Da ergab sich zugleich ein sehr unregelmäßiger Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten. Dann wurde die eine Fläche bis auf drei kleine Füße fortgedreht. Durch diese Zerschneidung der gespannten Oberflächenhaut verschwand, wie man stets bei gespannten Substanzen bemerken kann, die Spannung, und es verwandelten sich die vorher stark gekrümmten Streifen in gerade Linien; nunmehr wurde auch die Ausdehnung regelmäßig.

---

nachgewiesen. Die zwei zur Ermittelung des Verhältnisses von Kubikdezimeter zum Liter benutzten Würfel zeigten sehr große Abweichungen (DE LEPINAY, Trav. Mem. Bur. Intern. **14**, C, 40, 123, 1910; BUISSON, C. R. **142**, 881, 1906): a) $E = 6{,}95 + 0{,}0110\,t$, b) $E = 7{,}123 + 0{,}0084\,t$.

[1]) ZS. f. Instrkde. **13**, 61, 1893.

Ob die Änderung der Dicke der adsorbierten Gasschicht mit der Temperatur die Ausdehnungsbestimmungen beeinflußt, hat sich bisher nicht sicher ermitteln lassen. Dieser Einfluß fällt ganz heraus beim Vergleich von anderen Substanzen mit der Normalsubstanz, dem Quarz. Daher unterscheiden sich die Ausdehnungswerte, welche an Probestücken von Stäben nach der FIZEAUschen Methode gefunden werden, nur wenig[1]) von den Werten, welche durch Untersuchung der Stäbe selbst am großen Komparator der N. E. K. erhalten wurden. So finden wir für ein Stück unseres Meterstabes M_9 aus weichem Stahl am Dilatometer die Werte 11,95 μ (Ausdehnungskoeffizient bei 36°) und 12,23 μ (bei 58°); am Komparator in überraschender Übereinstimmung 11,96 μ und 12,19 μ.

Die Resultate.

1. Die Ausdehnung eines Quarzringes. Die Wanderung des Streifensystems wurde bei den Temperaturen 100, 80, 63½, 41½ und 34° in einer ununterbrochenen Reihe festgestellt.

Im folgenden sind die Resultate der aus den Beobachtungen abgeleiteten Lagen des Scheibchens gegen das System der Streifen mitgeteilt, wobei diejenigen in Gelb und Violett auf Grün reduziert wurden. Einheit: Wellenlänge in Grün.

Nr.	40	41	42	43	44	45	46	47
Gelb . . .	23,574	0,503	23,477	0,346	23,324	0,322	10,651	0,207
Grün . . .	557	503	440	346	251	321	664	208
Violett . .	645	504	408	346	222	320	603	208
Mittel (δ) .	23,592	0,503	23,442	0,346	23,266	0,321	10,639	0,208
Grad . . .	99,88	14,82	99,79	14,81	99,51	14,86	55,65	14,30

Nr.	48	49	50	51	52	53	54	55
Gelb . . .	10,777	0,048	4,938	0,081	4,788	0,132	12,816	6,805
Grün . . .	792	47	962	0,082	830	132	827	861
Violett . .	734	50	911	0,079	822	130	810	796
Mittel (δ) .	10,768	0,048	4,937	0,081	4,813	0,131	12,818	6,821
Grad . . .	55,90	13,94	33,84	14,40	33,64	14,47	63,76	41,44

[1]) Ähnliches hat BENOÎT für die Prototypmeter aus Platiniridium (Trav. Mem. Bur. Intern. 6, 181, 186; 7, C, 46) und SCHEEL für reines Platin (Verh. d. D. Phys. Ges. 9, 449, 1907) festgestellt.

Nr.	56	57	58	59	60	61	62	63
Gelb . . .	0,099	6,787	12,696	0,285	17,118	0,339	17,514	0,422
Grün . . .	101	770	695	286	082	340	516	422
Violett . .	099	747	649	285	119	338	463	420
Mittel (δ) .	0,100	6,768	12,680	0,285	7,106	0,339	17,498	0,421
Grad . . .	14,60	41,33	63,35	15,02	79,34	15,34	79,99	15,16

Die für Beobachtung in drei Farben (Gelb, Grün, Violett) erhaltenen Mittelwerte wurden auf gleichen Luftzustand (0°, 760 mm) reduziert und dann auf volle Temperaturgrade. Die Reduktionen und die Schlußresultate für die Streifenstellung und -verschiebung (f) in $\lambda'/2$ (= 0,27305 μ) sind aus der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

Datum 1906	Nr.	Temperatur Grad	Barometerstand	R Redukt. auf 0° u. 760 mm	δ korr.	ϱ Redukt. auf volle °C	f	Grad	Ausdehnung
21. Febr.	40	99,88	759,8	2,908	26,500	0,039	26,539	100	25,135
22. „	41	14,82	758,7	0,578	1,081	0,323	1,404	16	
22. „	42	99,79	758,4	2,920	26,362	0,068	26,430	100	25,110
23. „	43	14,81	753,3	0,648	0,994	0,326	1,320	16	
23. „	44	99,51	751,0	2,992	26,258	0,159	26,417	100	25,049
24. „	45	14,86	747,0	0,735	1,056	0,312	1,368	16	
24. „	46	55,65	748,0	1,979	12,618	0,104	12,722	56	11,458
25. „	47	14,30	756,1	0,592	0,800	0,464	1,264	16	
25. „	48	55,90	754,1	1,914	12,682	0,030	12,712	56	11,413
26. „	49	13,94	748,1	0,689	0,737	0,562	1,299	16	
26. „	50	33,84	747,9	1,349	6,286	0,046	6,332	34	5,028
27. „	51	14,40	742,1	0,786	0,867	0,437	1,304	16	
27. „	52	33,64	741,7	1,423	6,236	0,102	6,338	34	5,038
28. „	53	14,47	744,8	0,751	0,882	0,418	1,300	16	
28. „	54	63,76	745,5	2,221	15,039	0,073	15,112	64	
28. „	55	41,44	747,1	1,589	8,410	0,162	8,572	42	13,839
1. März	56	14,60	742,2	0,791	0,891	0,382	1,273	16	7,299
1. „	57	41,33	744,7	1,615	8,383	0,194	8,577	42	
1. „	58	63,35	745,2	2,214	14,894	0,197	15,091	64	7,303
2. „	59	15,02	748,5	0,721	1,006	0,268	1,274	16	13,817
2. „	60	79,34	749,4	2,559	19,665	0,206	19,871	80	18,791
3. „	61	15,34	761,3	0,560	0,899	0,181	1,080	16	
3. „	62	79,99	764,2	2,412	19,910	0,093	19,913	80	18,768
4. „	63	15,16	765,6	0,495	0,916	0,229	1,145	16	

Von den in der letzten Reihe stehenden Zahlen für gleiche Intervalle ist das Mittel zu nehmen und in μ umzurechnen (A). An die Werte A ist noch die von Quarz verschiedene Ausdehnung der unter den Ring gelegten Aluminiumfolien anzubringen (B). Die so reduzierten Werte sind mit dem Mittelwerte (C) der Ausdehnung, wie er sich aus den Formeln von Benoît[1]) und von Scheel[2]) ergibt, für die gleiche Höhe (10085 μ) verglichen.

Die Formel lautet:

$$Q_t = Q_0 (1 + 7{,}1525 \,.\, 10^{-6}\, t + 0{,}00808 \,.\, 10^{-6}\, t^2).$$

Daraus ergibt sich folgende Tabelle:

Nr.	Intervall	A: die Änderung des Ringes		B: Ausdehnung in μ beobachtet	C: Berechnet nach der obigen Formel	Beobachtet — Berechnet ($B - C$)		
	Grad	in $\lambda^1/_2$	in μ			in μ	Gesamtausdehnung Proz.	$\lambda^1/_2$ (grün)
1	16— 34	5,033	1,3743	1,373·	1,372	+ 0,001·	+ 0,1	0,006
2	16— 42	7,301	1,9935	1,992	1,998·	— 0,006·	— 0,3	0,022
3	16— 56	11,436	3,1226	3,121	3,120	+ 0,001	+ 0,0·	0,004
4	16— 64	13,828	3,7757	3,773·	3,775·	— 0,002	— 0,0·	0,004
5	16— 80	18,780	5,1278	5,125	5,117	+ 0,008	+ 0,1·	0,029
6	16—100	25,091	6,8511	6,847	6,853	— 0,006	— 0,1	0,022
						+ 0,010·	+ 0,3	± 0,015
						— 0,014·	— 0,4·	
						— 0,004/6	± 0,7·/6	
					Mittel =	— 0,001	= ± 0,1	

Die Ergebnisse bestätigen die angenommene Formel auf das vollkommenste. Die Abweichungen sind im Zeichen wechselnd und so gering, daß das Mittel nur 0,1 Proz. der Ausdehnung beträgt, daß also das Äußerste, was mit dem Dilatometer erreichbar ist, auch erreicht ist.

Die Bestätigung der Scheel-Benoîtschen Formel ist deswegen von besonderer Bedeutung, weil sich die Untersuchungen dieser Forscher auf Objekte verschiedener Herkunft bezogen. Andererseits zeigen aber Objekte gleicher Herkunft vielfach (bis zu 3 Proz.) andere Ausdehnungen, so die ebenfalls aus Jenenser

---

[1]) Trav. Mem. Bur. Intern. **6**, 119, 1888; Formel S. 149 und 190; Platiniridiumdreifuß, dessen Ausdehnung im Vakuum bestimmt ist, als Normal.

[2]) Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanst. **4**, 49, 1904.

Material angefertigten Ringe von REIMERDES [1]), AUFFENBERG [2]) und RANDALL [3]).

Diese Abweichungen lassen sich aber wahrscheinlich dadurch erklären, daß die Änderung in der Zusammensetzung der Luft durch den Beobachter und durch die Heizquellen [4]), durch die eine Abweichung von der normalen Dichte der Luft herbeigeführt wird, nicht berücksichtigt ist. Diese Änderung geht in die oben angeführte Reduktion R ein.

2. Ausdehnung von Stahlproben. Untersucht wurden sieben verschiedene Stahlproben. Zwei (M und F) stammen aus Material, das zu Maßstäben verarbeitet ist; und zwar ist aus M das Normalmeter M_0 der N.E.K. von der Firma C. BAMBERG hergestellt worden. F (Material aus einer süddeutschen Drahtzieherei) hat zu Stäben mit schneidenförmigen Enden, wie sie im Vermessungswesen gebraucht werden, umfangreiche Verwendung gefunden. Nach der Analyse ist M als weicher Flußstahl, wie er für Maßstäbe sehr geeignet ist, anzusehen; F hat einen hohen Phosphor- und Schwefelgehalt und relativ viel Mangan. Die anderen fünf Objekte sind aus Stahlstangen angefertigt, wie sie zur Herstellung von gehärteten Präzisionsmaßen und Werkzeugen nötig sind.

Die Proben sind sämtlich genau analysiert worden. Aus den Änderungen der Interferenzstreifen beim Erwärmen auf 56 und 100° berechnen sich die in der folgenden Übersicht enthaltenen Ausdehnungskoeffizienten a und b, denen die Formel

$$l_t = l_0(1 + a \,.\, 10^{-6} t + b \,.\, 10^{-6} t^2)$$

zugrunde gelegt ist.

Von den zu Maßen benutzten Substanzen hat M eine Ausdehnung von 11,7, F von 11,3 μ und St von nur 10,4 μ bei Zimmertemperatur (15°).

M und F, welche eine erheblich größere Ausdehnung als die übrigen fünf Proben besitzen, zeigen auch einen erheblicheren Mangan-, Kupfer- (0,2 bis 0,3 Proz.), Schwefel- und Phosphor-

[1]) Dissert. Jena 1896, S. 18.

[2]) Dissert. Jena 1905, S. 28.

[3]) Phys. Rev. 20, 34, 1905.

[4]) Vgl. REED, Wied. Ann. 65, 715, 1897. Nach mündlichen Angaben hat indessen SCHEEL den von REIMERDES untersuchten Ring noch einmal geprüft und die Angaben von REIMERDES für gewöhnliche Temperatur bestätigt gefunden.

gehalt. Die Menge Kohlenstoff und Silicium scheint die Ausdehnung nicht wesentlich zu beeinflussen.

Probe	Zusammensetzung					a	b
	Proz. C	Proz. Si	Proz. Mn	Proz. P	Proz. S		
1 *M*	0,4	0,12	0,74	0,09	0,07	11,49	0,0064
2 *F*	1,3	0,05	0,92	0,09	0,06	11,10	0,0068
3 Jonas Colvergußstahl Härtegr. I (SHEFFIELD)	1,5	0,10	0,32	0,01	0,02	10,06	0,0052
4 Jonas Colvergußstahl Härtegrad II	1,4	0,09	0,33	0,02	0,02	10,02	0,0075
5 Jonas Colvergußstahl Marke best	1,0	0,08	0,28	0,02	0,03	10,58	0,0050
6 Jonas Colvergußstahl Marke Stubs (St) . . .	1,3	0,09	0,37	0,03	0,02	10,21	0,0048
7 Böhlerstahl extra zäh .	0,9	0,34	0,21	0,02	0,02	10,67	0,0045

3. Ausdehnung einiger Nickelstahle. Von den untersuchten zehn Proben sind fünf aus deutschem Nickelstahl [1]), fünf aus französischem Material hergestellt worden. Das letztere kommt wegen der kleinen Ausdehnung unter der Bezeichnung Invar in den Verkehr, die ihm von dem Entdecker GUILLAUME [2]) gegeben ist.

Den Umstand, daß diese Legierungen eine so geringe Ausdehnung besitzen, kann man am einfachsten durch einen Gleichgewichtszustand zwischen verschiedenen Gefügebestandteilen der Gemische hervorgerufen denken. Dieser Zustand wird aber nur langsam erreicht durch eine ganz bestimmte Vorbehandlung. Die zyklische Erwärmung, die gewöhnlich als Temperung oder wie beim Glase, wo ebenfalls dieser Prozeß zur Herstellung einer unveränderlichen Struktur benutzt wird, als künstliche Alterung bezeichnet wird. Auf diesem Wege wird die zunächst stets sehr merkliche thermische Nachwirkung beseitigt. Solange noch nicht der Endzustand vorhanden ist, werden sich die Untersuchungsobjekte beim Erwärmen nicht so stark ausdehnen, und beim Abkühlen nicht so viel zusammenziehen, als sie es nachher tun.

---

[1]) Geliefert im Jahre 1902 von der Firma KRUPP in Essen aus Güssen von etwa 30 kg.

[2]) Eine eingehende Schilderung ihrer Eigenschaften siehe: GUILLAUME, Les applications des aciers au Nickel. Über die Entdeckung selbst: Proc. Verb. Bur. Intern. **19**, 49, 1895; **20**, 131, 1897.

Je weniger eine Legierung getempert ist, um so größer ist die thermische Einwirkung, um so kleiner wird der Ausdehnungskoeffizient. Nach mehrfacher Erwärmung wird die Nachwirkung bereits geringer und die Ausdehnung wächst. Daher zeigt ein nicht gehärteter gewalzter Stab, der an der Luft allmählich sich abkühlt, eine erheblich kleinere Ausdehnung als nach darauf folgender längerer Erwärmung auf 100°. Diese Änderungen der Ausdehnung wurden eingehend an zwei Objekten A und B verfolgt. Diese sind aus einem Guß herausgeschmiedet, der zur Herstellung eines ungetemperten Einmeterstabes und zur Herstellung des getemperten Viermeterstabes der N. E. K. gedient hat. Zuerst ist die Ausdehnung der ungetemperten zylinderförmigen Stücke so unregelmäßig, daß sie bei höherer Temperatur kleiner war, als bei niederer. Sie wird aber um so konstanter und die Werte näherten sich unter Ansteigen um so mehr, je öfter die Erwärmung vorgenommen war, je weiter also die Temperung fortschritt. Bei dem Körper A stellte sich überdies heraus, daß seine Oberfläche unter großer Spannung stand. Diese verschwand, sobald die Grundfläche so weit ausgedreht worden war, daß nur drei Füße übrig blieben (Beobachtungsreihe A'). Die Ausdehnung E für 1° und 1 m ergab sich für eine mittlere Temperatur[1]) in

Reihe										
1. Reihe	A	zu	1,51	— 1,51	— 1,34	— 1,40	— 1,07	— 1,26	— 1,61	— 1,48 μ
		bei	59½	59½	26½	26½	37½	37½	48½	48½°
2. „	A	zu	1,56	— 1,57	— 1,25	— 1,27	— 1,14	— 1,16 μ		
		bei	59	59	37	37	26	26°		
3. „	A'	zu	1,63	— 1,54	— 1,63	— 1,60	— 1,58	— 1,58	— 1,64	— 1,63 μ
		bei	25	25	36	36	47	47	58	58°
4. „	A'	zu	1,69	— 1,69	— 1,60	— 1,64	— 1,63	— 1,61	— 1,61	— 1,58 μ
		bei	58	58	40½	47	47	36	36	25°

Der Unterschied von Reihe 3 gegen Reihe 4 erreicht bei 58° etwa 4 μ für 1 m und entspricht der Nachwirkung. Ähnliche, wenn auch nicht so starke Veränderungen zeigte das Stück B. Regelmäßiger verhielten sich drei an der Grundfläche mit drei Füßen versehene Proben Z_1, Z_2 und Z_4 aus französischem Material. Änderungen von E bei wiederholtem Erhitzen waren nur bei Z_4 eingetreten. Z_1 und Z_2 waren so aus dem Material heraus-

---

[1]) 100°—16° = 58°; 78°—16° = 47°; 65°—16° = 40½°; 56°—16° = 36°; 34°—16° = 25°.

geschnitten, daß die Ausdehnung bei Z_1 in Richtung der Walzhaut, bei Z_2 senkrecht dazu gemessen wurde.

Wie die folgende Zusammenstellung der Schlußwerte erkennen läßt, ist die Ausdehnung in beiden Richtungen die gleiche, ebenso für die Objekte A und B. Allerdings bleibt bei B, weil nicht so oft erhitzt, wie A (die Temperung ist also noch nicht so weit fortgeschritten), der Wert von E_t um so mehr hinter dem von A zurück, je höher die Temperatur ist.

Substanz	Reihe	E_t (bei t^0)				a[1]	b[1]
A	4	1,69 (58°);	1,65 (47°);	1,61 (36°);	1,57 (25°)[2]	1,48	0,0018
B	2	1,62 (58°);	1,60 (47°);	1,61 (36°);	1,59 (25°)	—	—
Z_1	1	1,33 (60°);		1,14 (38°)		0,81	0,0043
Z_2	1	1,30 (60°);		1,10 (38°)		0,76	0,0045
Z_4	2	0,90 (57°);		0,78 (35°)		0,59	0,0027

Abweichend verhielten sich die Objekte aus deutschem Nickelstahl, anscheinend wegen nicht genügender Homogenität. Bei diesen ließ sich auch durch wiederholte Erwärmung die Nachwirkung nicht vollständig beseitigen; dadurch nimmt E_t mit steigender Temperatur ab. Besonders auffallend ist, daß auch die Legierung mit 44 Proz. Nickel, welche die Glasausdehnung 8 μ besitzt, sich unregelmäßig verhielt.

Eine Übersicht über diese Substanzen und ihr Verhalten gibt die Tabelle auf S. 1114.

4. Ausdehnung einiger Bronze- und Messingproben. Von den mit MM, ML und MB bezeichneten Materialien ist ML als Messing, MB als Bronze anzusehen. MM ist wesentlich Kupfer mit Beimengung von etwas Zinn und Mangan. Die Untersuchung ergab für:

MM (96 Proz. Cu — 0.45 Proz. Zn — 2,6 Proz. Sn
— 0,61 Proz. Mn — 0,22 Proz. Fe — 0,10 Proz. Al) $a = 16{,}78$, $b = 0{,}0036$
ML ($56\frac{1}{2}$ Proz. Cu — $43\frac{1}{2}$ Proz. Zn — 0,23 Proz. Fe) $a = 19{,}10$, $b = 0{,}0052$
MB ($93\frac{1}{2}$ Proz. Cu — $6\frac{1}{2}$ Proz. Sn — 0,09 Proz. Fe) $a = 17{,}09$, $b = 0{,}0036$

[1]) Koeffizienten der Gleichung $l_t = l_0(1 + a \cdot 10^{-6} t + b \cdot 10^{-6} t^2)$.

[2]) $E_{20} = 1{,}55\,\mu$ (für 1° und 1 m) — durch Beobachtungen des Vietmeterstabes am Komparator ergab sich hiermit übereinstimmend $E_{20} = 1{,}56\,\mu$. Der in Breteuil untersuchte (ungetemperte) Einmeterstab gab nur $1{,}46\,\mu$; die Ausdehnung wird wegen der Nachwirkung kleiner; der Koeffizient b ist negativ.

Substanz [1])	Zusammensetzung	E_t (bei t^0)
1. bei 650° geglüht u. langsam erkaltet	0,32 Proz. C; 0,38 Proz. Si; 0,58 Proz. Mn; 0,01 Proz. P;	2,55 (36°) — 2,52 (58°)
2. auf 870° erhitzt und abgelöscht . .	0,03 Proz. S; 0,10 Proz. Cu; 36,0 Proz. Ni	2,57 (36°) — 2,46 (58°)
3. wie 1.	0,34 Proz. C; 0,39 Proz. Si; 0,65 Proz. Mn; 0,01 Proz. P;	7,63 (36°) — 7,55 (58°)
4. wie 2.	0,03 Proz. S; 0,11 Proz. Cu; 43,9 Proz. Ni	7,79 (36°) — 7,61 (58°)
5. Z_3		1,80 (37°) — 1,74 (59°)

Für 15° ergibt sich die Ausdehnung zu 16,8 μ (für 1° und 1 m), während für reines Kupfer 16,5 bis 17 μ gefunden wird. *MB* muß wegen des größeren Zinngehaltes auch eine größere Ausdehnung besitzen ($E_{15} = 17{,}2\,\mu$). Durch einen größeren Zinkgehalt steigt die Ausdehnung stark [2]) an, wie das Objekt *ML* zeigt, $E_{16} = 19{,}2$; gewöhnliches Messing ergibt einen Wert von nur 18,5.

Die Proben zeigten mehr oder weniger innere Spannungen und Nachwirkungen, wie die Nickelstahle, wie auch Benoît [2]) bereits festgestellt hatte.

---

[1]) In neuester Zeit hat die Firma F. Krupp-Essen ein dem französischen Material gleichwertiges Invar hergestellt; auch mit den von der Firma Deutsche Nickelwerke, vorm. Witte, Fleitmann u. Cie in Schwerte (Westfalen) für Zwecke der Präzisionsmechanik und -technik bestimmten Proben sind günstige Erfahrungen gemacht worden.

[2]) Benoît fand für eine 81 Proz. Cu, 10 Proz. Sn, 8½ Proz. Zn haltende Legierung $E_{36} = 17{,}9$; $E_{58} = 18{,}2$. (Trav. Mem. Bur. Intern. **6**, B, 166—171. 1888).

Über das luftelektrische Feld in Jekaterinoslaw während der Sonnenfinsternis am 17. April 1912;

von K. J. v. Kotelow.

(Eingegangen am 30. November 1912.)

Beobachtet wurde an den drei Tagen: 16., 17. und 19. April. Außer den meteorologischen Elementen Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Wind und Bewölkung wurden gemessen: der elektrische Vertikalstrom $(+i)$ und das Potentialgefälle $\left(\frac{dV}{dh}\right)$.

Zu den meteorologischen Beobachtungen dienten ein RICHARDscher Barograph und Anemometer und ein ASSMANNsches Psychrometer. $+i\left(\frac{\text{Amp.}}{\text{cm}^2}\right)$ und $\frac{dV}{dh}\left(\frac{\text{Volt}}{\text{m}}\right)$ wurden nach der Methode von LUTZ[1]) mit dem LUTZ-EDELMANN-Saitenelektrometer in Verbindung mit der WILSONschen Kompensationsvorrichtung beobachtet, wobei die Auffangplatte negativ geladen wurde.

Die Messungen mit dem Saitenelektrometer wurden vom Verfasser und dem Assistenten Herrn W. v. BASKAKOW ausgeführt, die übrigen Beobachtungen von Herrn v. BASKAKOW, dem Assistenten Herrn G. BOUROW und den Studenten Herren L. SCHEWIAKOW, K. SCRYNNIKOW und A. WOPYLKIN.

Die Apparate waren auf demselben Platze aufgestellt, wie beim Durchgang des HALLEYschen Kometen[2]). In der Mitte stand das Elektrometer (Höhe über dem Erdboden 142 cm); in 12 m Entfernung befand sich das Psychrometer mit den Thermometerkugeln in einer Höhe von 100 cm; das Anemometer (Höhe 250 cm) befand sich in einer Entfernung von 13 m vom Elektrometer und 12 m vom Psychrometer.

Die Hauptresultate finden sich in folgender Tabelle:

---

[1]) Sitzungsberichte der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-physikalische Klasse, 1911, S. 329.

[2]) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 310, 1911.

	$+i.10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Rich-tung	
16. April									
12h 01p	—	760	—	—	—	—	2	NW	1 Cu
04	2,10	—	—	754,9	—	—	—	—	—
09	—	884	—	—	—	—	—	—	—
12	8,13	—	—	754,8	—	—	—	—	—
14	—	—	10,4	—	4,3	46	—	—	—
17	—	660	—	—	—	—	—	—	—
24	3,22	—	—	754,8	—	—	—	—	—
29	—	884	—	—	—	—	—	—	3 Cu-St
30	—	—	11,2	—	4,3	43	—	—	—
32	5,18	—	—	754,8	—	—	3	N	—
35	—	—	10,9	—	4,8	50	—	—	—
38	—	764	—	—	—	—	—	—	—
41	2,52	—	—	754,8	—	—	—	—	—
42	—	—	—	—	—	—	—	—	4 Cu-St
43	—	907	—	—	—	—	3	NW	—
45	—	—	11,6	—	4,2	41	—	—	—
51	—	—	—	—	—	—	—	NNW	—
52	—	—	11,4	—	4,5	45	3	—	—
1 00	—	1050	—	—	—	—	—	—	—
03	4,20	—	—	754,8	—	—	3	N	5 Cu-St
05	—	—	12,5	—	4,9	45	—	—	—
08	—	879	—	—	—	—	—	—	—
11	6,72	—	—	—	—	—	3	N	—
16	—	884	—	—	—	—	—	—	—
19	5,32	—	—	754,8	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	4	N	—
24	—	984	—	—	—	—	—	—	—
27	4,90	—	—	754,7	—	—	—	—	5 Cu-St
30	—	931	—	—	—	—	3	NNW	—
33	3,50	—	—	754,7	—	—	—	—	—
40	—	—	10,9	—	4,3	44	3	NNW	—
44	—	1055	—	—	—	—	—	—	—
46	—	—	—	—	—	—	3	NNW	—
47	3,92	—	—	754,7	—	—	—	—	—
48	—	—	11,0	—	3,7	38	—	—	—
52	—	879	—	—	—	—	—	—	—
55	4,62	—	—	754,7	—	—	—	—	—
57	—	—	10,6	—	3,9	41	3	NW	—
2 05	—	—	—	—	—	—	—	—	5 Cu, Cu-St
06	—	813	—	—	—	—	3	NNW	—

	$+i.10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Richtung	
16. April									
2h 08p	—	—	10,4	—	4,0	43	—	—	—
09	5,04	—	—	754,7	—	—	—	—	—
17	—	1250	—	—	—	—	—	—	—
19	—	—	11,4	—	4,3	43	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	3	N	—
23	4,76	—	—	754,6	—	—	—	—	—
24	—	813	—	—	—	—	—	—	—
26	—	—	—	—	—	—	3	NNW	—
27	3,36	—	—	754,6	—	—	—	—	—
28	—	—	10,5	—	4,0	42	—	—	—
30	—	—	—	—	—	—	—	—	7 Cu-St, Ni
34	—	927	—	—	—	—	—	—	—
36	—	—	—	—	—	—	3	NNW	—
37	6,16	—	—	754,6	—	—	—	—	—
38	—	—	10,8	—	4,0	41	—	—	—
42	—	922	—	—	—	—	—	—	—
44	—	—	9,8	—	3,8	41	—	—	—
45	5,04	—	—	754,6	—	—	—	—	7 Cu, Cu-St
47	—	—	—	—	—	—	4	NW	—
50	—	884	—	—	—	—	—	—	—
53	6,86	—	—	754,6	—	—	—	—	—
56	—	—	10,2	—	3,8	41	—	—	—
59	—	1178	—	—	—	—	—	—	—
3 02	5,32	—	—	754,6	—	—	—	—	—
03	—	—	10,6	—	3,9	41	3	NNW	—
06	—	1117	—	—	—	—	—	—	—
08	—	—	—	—	—	—	5	NNW	—
09	4,34	—	—	754,6	—	—	—	—	7 Cu, Cu-St
11	—	—	11,3	—	4,0	40	—	—	—
20	—	1060	—	—	—	—	—	—	—
22	—	—	—	—	—	—	5	N	—
23	10,53	—	—	754,6	—	—	—	—	—
28	—	1739	—	—	—	—	—	—	—
30	—	—	10,6	—	3,9	41	—	—	—
31	7,42	—	—	754,6	—	—	—	—	—
33	—	—	—	—	—	—	5	NNW	—
37	—	1060	—	—	—	—	—	—	9 Ni, Cu-St
40	4,76	—	—	754,7	—	—	6	NNW	—
41	—	—	11,4	—	4,2	42	—	—	—
45	—	1017	—	—	—	—	—	—	—

	$+i\,.\,10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Rich-tung	
16. April									
3h 48p	4,62	—	—	754,7	—	—	6	NW	—
50	—	—	11,4	—	4,1	41	—	—	—
52	—	746	—	—	—	—	—	—	—
53	—	—	—	—	—	—	—	—	9 Ni, Cu-St
55	5,04	—	—	754,7	—	—	—	—	—
4 00	—	1182	—	—	—	—	—	—	9 Ni, Cu-St
03	6,16	—	—	754,7	—	—	6	NW	—
05	—	—	11,4	—	4,1	41	—	—	—
08	—	912	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	6	NW	—
11	5,04	—	—	754,7	—	—	—	—	—
12	—	—	10,3	—	4,0	42	—	—	—
17	—	1321	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	—	—	6	NNW	—
20	8,19	—	10,4	754,8	4,0	43	—	—	—
22	—	—	—	—	—	—	6	N	—
26	—	—	10,0	—	4,2	46	—	—	—
17. April									
12h 00p	—	832	8,8	—	4,3	51	—	—	10 Ni, Cu, Cu-St
03	7,29	—	—	756,4	—	—	—	—	—
08	—	879	—	—	—	—	—	—	—
11	11,49	—	—	756,3	—	—	—	—	—
20	—	794	—	—	—	—	—	—	—
23	13,87	—	—	756,2	—	—	—	—	9 Alt-Cu, St
25	—	—	8,8	—	4,3	50	—	—	—
29	—	736	—	—	—	—	—	—	—
31	10,93	—	—	756,2	—	—	—	—	—
35	—	—	—	—	—	—	2	N	—
42	—	—	9,2	—	4,4	51	—	—	9 Cu
50	—	765	—	—	—	—	—	—	—
53	9,95	—	—	756,1	—	—	—	—	—
55	—	—	—	—	—	—	2	SW	—
58	—	794	—	—	—	—	—	—	10 Ni, Cu-St
1 00	—	—	9,6	—	4,2	47	—	—	—
01	8,97	—	—	756,1	—	—	—	—	—
10	—	832	—	—	—	—	—	—	—
13	5,74	—	—	756,1	—	—	—	—	—
18	—	632	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	3	NW	10 Ni, Ci-St, Cu-St
21	6,86	—	—	756,1	—	—	—	—	—

	$+i.10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Richtung	
17. April									
1h 26p	—	—	9,8	—	4,3	48	—	—	—
27	—	755	—	—	—	—	—	—	—
30	9,39	—	—	756,1	—	—	—	—	—
35	—	713	—	—	—	—	—	—	—
38	7,56	—	—	756,0	—	—	—	—	10 Ci-St, Cu, Ni
40	—	—	—	—	—	—	2	SW	—
43	—	—	10,4	—	5,0	53	—	—	—
44	—	556	—	—	—	—	—	—	—
47	7,14	—	—	756,0	—	—	—	—	—
53	—	708	—	—	—	—	—	—	—
56	7,28	—	—	756,0	—	—	—	—	—
2 00	—	694	—	—	—	—	3	SW	9 Ci-St, Cu, Ni
03	5,60	—	—	756,0	—	—	—	—	—
08	—	784	9,6	—	4,4	49	—	—	—
11	7,85	—	—	756,0	—	—	—	—	—
16	—	736	—	—	—	—	—	—	—
19	7,29	—	—	755,9	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	2	SW	10 Cu, Ni, St
25	—	537	—	—	—	—	—	—	—
26	—	—	10,0	—	5,0	54	—	—	—
28	5,18	—	—	755,9	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	—	—	3	SSW	—
34	—	618	—	—	—	—	—	—	—
37	5,88	—	—	755,8	—	—	—	—	9 Ci-St, Cu-St, Cu
41	—	—	9,8	—	4,5	50	—	—	—
43	—	660	—	—	—	—	—	—	—
46	7,00	—	—	755,8	—	—	—	—	—
53	—	717	—	—	—	—	—	—	—
54	—	—	—	—	—	—	3	S	—
56	5,04	—	9,6	755,8	4,6	52	—	—	—
3 00	—	470	—	—	—	—	—	—	—
03	5,60	—	—	755,8	—	—	—	—	—
08	—	489	—	—	—	—	—	—	—
11	4,62	—	—	755,8	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	2	SW	—
15	—	385	—	—	—	—	—	—	9 Ci-St, Cu-St, Cu
18	2,38	—	9,2	755,8	4,8	55	—	—	—
24	—	504	—	—	—	—	—	—	—
27	4,34	—	—	755,8	—	—	—	—	—
33	—	765	—	—	—	—	—	—	10 Cu, Cu-St, Ni

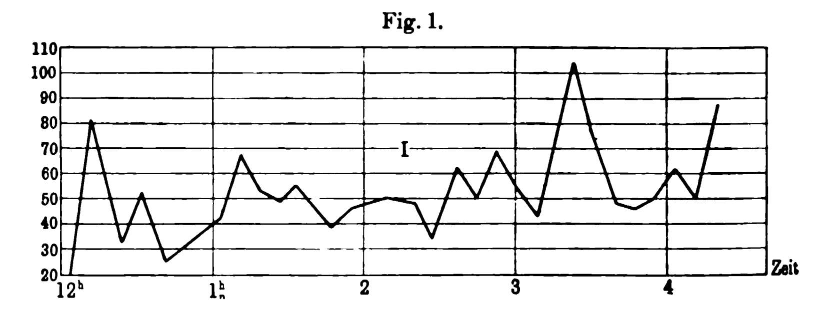
	$+i \cdot 10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luftfeuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Richtung	
17. April									
3h 35p	—	—	—	—	—	—	4	SW	—
36	6,30	—	—	755,8	—	—	—	—	—
41	—	760	—	—	—	—	—	—	—
42	—	—	9,2	—	4,8	55	—	—	—
44	5,88	—	—	755,7	—	—	—	—	—
48	—	698	—	—	—	—	—	—	—
51	5,88	—	—	755,7	—	—	—	—	10 Ni, Cu-St
54	—	808	—	—	—	—	2	SSW	—
57	5,18	—	—	755,7	—	—	—	—	—
4 03	—	—	8,6	—	4,7	57	—	—	—
04	—	698	—	—	—	—	—	—	—
07	4,62	—	—	755,7	—	—	—	—	—
12	—	646	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	10 Cu-St, Ni
20	5,04	—	—	755,7	—	—	2	SW	—
21	—	679	—	—	—	—	—	—	—
24	3,92	—	—	755,7	—	—	—	—	—
30	—	—	8,4	—	5,0	61	—	—	—
32	—	632	—	—	—	—	—	—	—
19. April									
12h 30p	—	347	—	—	—	—	—	—	—
33	3,08	—	—	755,0	—	—	—	—	10 Ni, Cu-St
35	—	—	9,6	—	5,8	65	—	—	—
43	—	—	—	—	—	—	6	S	—
58	—	—	9,6	—	6,0	67	—	—	—
1 00	—	280	—	—	—	—	—	—	—
03	2,52	—	—	755,0	—	—	—	—	9 Ci-Cu, Cu-St
05	—	—	—	—	—	—	6	S	—
07	—	390	—	—	—	—	—	—	—
09	2,10	—	—	755,0	—	—	—	—	—
13	—	—	10,2	—	6,1	66	—	—	—
15	—	399	—	—	—	—	—	—	—
18	4,62	—	—	755,0	—	—	—	—	—
22	—	390	—	—	—	—	5	S	9 Cu, Ni
25	9,25	—	—	755,0	—	—	—	—	—
26	—	—	—	—	—	—	—	—	9 Cu, Ni
32	—	—	11,6	—	6,2	61	—	—	—
33	—	466	—	—	—	—	—	—	—
36	2,52	—	—	755,0	—	—	—	—	—
40	—	356	—	—	—	—	—	—	—

	$+i . 10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Richtung	
19. April									
1h 41p	—	—	—	—	—	—	5	S	—
43	2,24	—	—	755,0	—	—	—	—	—
45	—	—	11,4	—	6,3	63	—	—	—
49	—	328	—	—	—	—	—	—	8 Cu, Ni
53	2,52	—	—	755,0	—	—	5	WSW	—
57	—	404	—	—	—	—	—	—	—
59	—	—	—	—	—	—	—	—	9 Cu, Ni
2 00	1,96	—	—	755,1	—	—	—	—	—
02	—	—	10,6	—	6,3	66	—	—	—
05	—	366	—	—	—	—	—	—	9 Cu, Ni
08	2,24	—	—	755,1	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	8 Cu, Ni
12	—	385	—	—	—	—	—	—	—
15	2,24	—	—	755,1	—	—	—	—	—
17	—	—	11,0	—	6,5	66	—	—	—
20	—	390	—	—	—	—	—	—	—
23	3,08	—	—	755,1	—	—	—	—	7 Cu, Ni
25	—	—	—	—	—	—	4	WSW	—
27	—	366	—	—	—	—	—	—	—
29	3,92	—	—	755,1	—	—	—	—	—
34	—	423	—	—	—	—	—	—	—
37	3,08	—	12,0	755,1	6,4	61	—	—	—
41	—	356	—	—	—	—	—	—	—
43	—	—	—	—	—	—	4	WSW	—
44	1,96	—	—	755,1	—	—	—	—	—
48	—	347	—	—	—	—	—	—	—
51	2,24	—	—	755,1	—	—	—	--	—
53	—	—	12,6	—	6,8	62	—	—	—
55	—	413	—	—	—	—	4	WSW	7 Cu, Ni
58	4,20	—	—	755,1	—	—	—	—	—
3 03	—	461	—	—	—	—	3	WSW	—
06	2,66	—	—	755,1	—	—	—	—	—
10	—	413	11,4	—	6,4	64	—	—	—
11	—	—	—	—	—	—	—	—	8 Ci-Cu, Cu, Ni
13	2,52	—	—	755,1	—	—	—	—	—
17	—	489	—	—	—	—	—	—	—
20	3,08	—	—	755,1	—	—	—	—	8 Ci-Cu, Cu, Ni
24	—	428	10,1	—	6,3	68	—	—	—
27	3,64	—	—	755,1	—	—	—	—	—
31	—	513	—	—	—	—	3	WSW	—

	$+i.10^{16}$	$\frac{dV}{dh}$	Luft-temp.	Luft-druck	Luft-feuchtigkeit		Wind		Wolken
					abs.	relat.	Geschw. m/sec	Richtung	
19. April									
3h 34p	2,80	—	—	755,1	—	—	—	—	—
38	—	385	—	—	—	—	—	—	—
39	—	—	10,0	—	6,2	68	—	—	—
41	2,80	—	—	755,1	—	—	—	—	9 Cu-St, Ni
45	—	399	—	—	—	—	—	—	—
48	3,64	—	—	755,1	—	—	—	—	—
50	—	—	—	—	5,8	61	3	W	—
52	—	399	—	—	—	—	—	—	—
55	2,80	—	—	755,1	—	—	—	—	—
59	—	409	—	—	—	—	—	—	—
4 02	3,26	—	—	755,2	—	—	—	—	—
06	—	342	—	—	—	—	—	—	10 Ni, Cu-St
09	2,80	—	—	755,2	—	—	—	—	—
11	—	—	10,2	—	5,3	57	—	—	—
13	—	337	—	—	—	—	—	—	—
16	3,36	—	—	755,2	—	—	—	—	—
20	—	385	—	—	—	—	4	W	—
23	4,06	—	—	755,3	—	—	—	—	10 Cu, Ni

Darauf sind die beifolgenden Kurven I, II und III (Fig. 1 bis 3) gezeichnet; die Kurven I, II, III bedeuten bzw. den Gang der Größe $+i.10^{16}$ für den 16., 17. und 19. April. Im allgemeinen zeigen die

Fig. 1.



Kurven einen unruhigen Gang, was hauptsächlich auf die große und veränderliche Bewölkung zurückzuführen ist. Bei Kurven für verschiedene Tage treten charakteristische Unterschiede auf; am Finsternistag (17. April) zeigt die Kurve II einen steilen Abfall

von $i \cdot 10^{16}$ zwischen $3^h 11^m$ (4,62) und $3^h 18^m$ (2,38 [1]), und beinahe ebensolche Steigung zwischen $3^h 18^m$ und $3^h 27^m$ (4,34), während an den zwei anderen Tagen zu derselben Zeit ein umgekehrter Gang auftritt, besonders sieht man dies am 19. April (Kurve III).

Fig. 2.

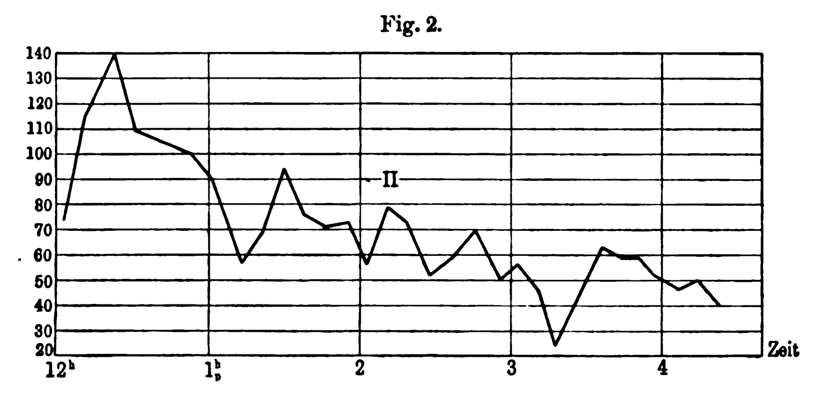
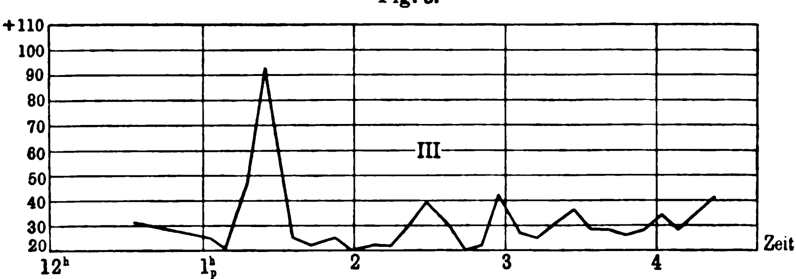


Fig. 3.



Zu bemerken ist noch, daß in Jekaterinoslaw das Maximum der Finsternis (etwa 0,6 der Sonnenscheibe) um $3^h 15^m$ mittlerer Jekaterinoslawer Zeit stattfand, Beginn und Schluß der Finsternis war aber um $2^h 00^m$ und $4^h 15^m$. Um die Zeit des Maximums nahm die Bewölkung so sehr ab, daß eine photographische Aufnahme der Sonnenscheibe gelang.

Jekaterinoslaw, Phys. Labor. des Berg-Inst. November 1912.

---

[1]) Die Größe 2,38 ist die kleinste der am 17. April beobachteten.

Erwiderung an Herrn Marx;
von J. Franck, R. Pohl und P. Pringsheim.

(Eingegangen am 20. Dezember 1912.)

Herr MARX hat sich in einer jüngst erschienenen Notiz gegen Versuche gewandt, die wir drei teils früher[1]), teils kürzlich[2]) veröffentlicht haben.

Alles, was Herr MARX gegen unsere Deutung der MILLIKANschen Versuche[3]) über Geschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen anführt, ist dadurch erledigt, daß Herr MILLIKAN uns inzwischen liebenswürdigerweise brieflich mitgeteilt hat, daß er in allen Punkten auf Grund eigener Experimente zu derselben Ansicht wie wir gekommen ist.

Im übrigen laufen die Angriffe des Herrn MARX gegen uns auf den Gebrauch des Wortes „Faradayschutzkasten" hinaus.

Wir halten die in der Figur skizzierte Anordnung eines im MARXschen Sinne allseitig geschlossenen Blechkastens K mit isoliert nach außen abgeleiteter Innenelektrode E für einen Kondensator, und behaupten, daß beim Auftreffen elektrischer Wellen zwischen der inneren Elektrode und der Innenseite der Kastenwände Potentialdifferenzen auftreten[4]), die wir teils früher bei den MARXschen, teils neuerdings bei den MILLIKANschen Versuchen nachgewiesen haben und an deren Existenz uns auch kein scheinbar noch so zwingendes „Experimentum crucis" irre machen kann.

---

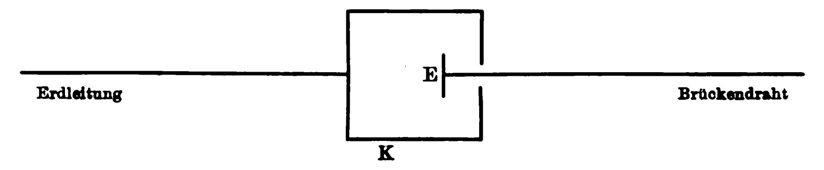
[1]) J. FRANCK und R. POHL, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 489, 1908. Ann. d. Phys. (4) **34**, 936, 1911. Kurz abgedruckt in „Physik der Röntgenstrahlen", S. 142. Braunschweig, Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn, 1912.

[2]) R. POHL und P. PRINGSHEIM, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 974, 1912.

[3]) R. A. MILLIKAN, Ebend., S. 712, 1912.

[4]) Das Meßinstrument (Heliumrohr) zum Nachweis dieser Potentialdifferenzen war in FRANCK und POHLs Versuchen an der Innenelektrode und der Innenwand des Kastens angeschlossen und befand sich bei der Mehrzahl der Versuche im Inneren des Kastens. Nur zu Demonstrationsversuchen in größerem Kreise wurde das Heliumrohr bei unverändertem Innenanschluß der Elektroden aus dem Schutzkasten herausgenommen, wie es in der Figur der Originalarbeit skizziert ist. Dagegen befand sich die elektrische Meßanordnung bei den Versuchen von PRINGSHEIM und POHL stets ganz im Inneren des Schutzkastens.

Herr MARX hingegen nennt die Anordnung der Figur einen Faradayschutz und gibt die Existenz beliebig hoher Potentialdifferenzen zwischen der Außenseite des Kastens und der isoliert eingeführten Zuleitung zu. Herr MARX bestreitet hingegen



die Existenz derartiger Potentialdifferenzen zwischen der Innenseite des Kastens und der isoliert eingeführten Elektrode auf Grund der Behauptung, der Kasten sei ein Faradayschutz und gestützt auf kompliziert zu deutende „Experimenta crucis", die Herr MARX als „Bleikriterien" und „Phasenexperimente" bezeichnet[1]). Wie unzuverlässig derartige „Experimenta crucis" gegenüber einfachen Überlegungen sein können, hat jüngst abermals die Erklärung der MILLIKANschen Beobachtungen gezeigt, und wir halten es für zwecklos, Herrn MARX gegenüber weiter den uns vorgeworfenen „ganz schweren Fehler" zu erörtern, der letzten Endes nichts weiter besagt, als daß eine Leidener Flasche kein Faradayschutz ist, — zumal wir alle drei nicht umhin können, dem Schlußsatz der MARXschen Notiz bedingungslos zuzustimmen.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, Dezember 1912.

---

[1]) Wir betonen noch einmal, daß wir nicht die Richtigkeit der erwähnten MARXschen Experimente bezweifeln, sondern lediglich ihre Deutung als „Experimenta crucis" gegen unsere Auffassung einer Interferenz elektrischer Wellen.

Mitgliederliste
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Im Jahre 1912 verlor die Gesellschaft durch den Tod:

Prof. Dr. C. Färber, W. Hertwig, Prof. Dr. F. Kötter, Prof. Dr. P. Lebedew, Ministerialdirektor a. D. Dr. P. Micke, Prof. Dr. H. Munk, Prof. Dr. K. von der Mühll, Prof. Dr. H. Pflaum, Prof. Dr. H. F. Weber, Prof. Dr. H. F. Wiebe.

Am Ende des Jahres 1912 waren Mitglieder der Gesellschaft:

A. Berliner Mitglieder.

1. Herr Dr. Egon Alberti, Halensee, Joachim-Friedrichstraße 47.
2. „ E. Altenkirch, Fredersdorf (Ostbahn), Waldstraße 1.
3. „ cand. phil. Hans Alterthum, Halensee, Kurfürstendamm 112.
4. „ Dr. M. Altschul, Wilmersdorf, Holsteinischestraße 45 a.
5. „ Dr. F. S. Archenhold, Treptow, Sternwarte.
6. „ Dr. Max Arndt, Halensee, Friedrichsufer 16.
7. „ Prof. Dr. H. Aron, W. 15*), Kaiserallee 219/220.
8. „ Dr. L. Arons, NW. 23, Brückenallee 3.
9. „ Prof. Dr. Otto v. Baeyer, NW. 7, Reichstagsufer 7/8.
10. „ Dr. Karl Bangert, Charlottenburg 5, Königsweg 7.
11. „ Ingenieur Heinz Bauer, W. 10, Lützowufer 2.
12. „ W. Bechstein, S. 42, Prinzessinnenstraße 16.
13. „ Dr. R. Becker, Dahlem, Unter den Eichen 89.
14. „ Obering. Dr. H. Beckmann, Zehlendorf (Wannseeb.), Beerenstr. 2.
15. „ Hermann Behnken, Charlottenburg 2, Goethestraße 17.
16. „ Reg.-Rat Dr. W. Bein, Wilmersdorf, Schrammstraße 3.
17. „ Prof. Dr. A. Berberich, Dahlem, Altensteinstraße 40.
18. „ Dr. Friedrich Bergter, Charlottenburg 1, Osnabrückerstraße 18.
19. „ Dr. A. Berliner, W. 35, Lützowstraße 63.
20. „ Prof. Dr. G. Berndt, Schöneberg, Apostel Paulusstraße 13.
21. „ Dr. O. Bernhard, W. 8, Mohrenstraße 54/55.
22. „ Prof. Dr. E. Blasius, Charlottenburg 4, Schillerstraße 22.
23. „ Oberlehrer A. Blümel, SO. 16, Melchiorstraße 22.
24. „ H. Boas, O. 27, Krautstraße 52.
25. „ Dr. Günther Bode, O. 17, Goßlerstraße 1.
26. „ Dr. Paul Boedke, Neukölln, Anzengruberstraße 14.
27. „ Immanuel Böhm, S. 14, Annenstraße 51.
28. „ Prof. Dr. R. Börnstein, Wilmersdorf, Landhausstraße 10.

---

*) Berlin ist in dem Verzeichnis weggelassen.

29. Herr Prof. Dr. H. Böttger, Grunewald, Trabenerstraße 21.
30. „ Prof. Dr. H. du Bois, NW. 40, Herwarthstraße 4.
31. „ A. du Bois-Reymond, SW. 68, Alexandrinenstraße 137.
32. „ Dr. E. Bollé, Charlottenburg 2, Fraunhoferstraße 17.
33. „ E. Bräuer, NW. 40, Scharnhorststraße 32.
34. „ Prof. Dr. F. Breisig, Wilmersdorf, Sächsische Straße 42.
35. „ Dr. F. Bremer, Nikolassee (Wannseebahn), Villa Bremer.
36. „ Prof. Dr. E. Brodhun, Grunewald, Trabenerstraße 45.
37. „ Dr. W. Brückmann, Potsdam, Meteorol.-Magn. Observatorium.
38. „ Prof. Dr. E. Budde, Wilmersdorf, Xantenerstraße 7.
39. „ Oberlehrer Dr. Robert Burg, Friedenau, Friedrich-Wilhelmsplatz 13.
40. „ stud. math. Wilhelm Burmeister, NW. 52, Calvinstraße 28.
41. „ Dr. Walter Burstyn, W. 30, Traunsteinerstraße 9.
42. „ Prof. Dr. A. Byk, Charlottenburg 4, Mommsenstraße 13.
43. „ H. Cassel, Charlottenburg 2, Kantstraße 153.
44. „ Prof. Dr. C. Cranz, Charlottenburg 2, Fasanenstraße 87.
45. „ Prof. Dr. Max Cremer, NW. 23, Klopstockstraße 2.
46. „ Dr. Otto Curio, NW. 87, Wullenweberstraße 3.
47. „ cand. phil. Leo Diesener, S. 59, Am Urban 12/18.
48. „ Dr. J. Disch, Charlottenburg 2, Werner-Siemensstraße 8/12.
49. „ Prof. Dr. F. Dolezalek, Charlottenburg 1, Kaiser-Friedrichstraße 5.
50. „ Prof. Dr. B. Donath, Friedenau, Wilhelmshöherstraße 29.
51. „ Dr. A. Ebeling, Charlottenburg 5, Neue Kantstraße 3.
52. „ Fritz Eckert, W. 50, Marburgerstraße 6.
53. „ John Eggert, Grunewald, Humboldtstraße 4.
54. „ Dipl.-Ing. Dr. Kurt Eisenmann, N. 4, Chausseestraße 10.
55. „ F. Ernecke, Tempelhof, Ringbahnstraße 4.
56. „ Dr. A. Eucken, NW. 7, Bunsenstraße 1.
57. „ Dr. Heinrich Fassbender, Charlottenburg 2, Marchstraße 25.
58. „ Dr. W. Felgentraeger, Charlottenburg 2, Werner-Siemensstr. 27/28.
59. „ Prof. Dr. K. Feussner, Charlottenburg 1, Berlinerstraße 80a.
60. „ Heinrich Finger, Charlottenburg 1, Königin-Luisestraße 13.
61. „ Dr. C. Fischer, NW. 21, Bochumerstraße 18.
62. „ Dr. Kuno Fischer, Charlottenburg 1, Nonnendamm, Kabelwerk.
63. „ Gustav Förster, Potsdam, Geodät. Institut (Nowawes, Blücherstr. 9).
64. „ Dr. James Franck, NW. 7, Reichstagsufer 7/8.
65. „ Geh. Reg.-Rat Dr. A. Franke, W. 30, Münchenerstraße 9.
66. „ Dr. A. Franke, Grunewald, Brahmsstraße 15.
67. „ Prof. Otto Freese, Pankow, Breitestraße 16.
68. „ Dr. G. A. Freund, NW. 7, Unter den Linden 69.
69. Frl. Luise Friedburg, Wilmersdorf, Motzstraße 37.
70. Herr Dr. Robert Fürstenau, Charlottenburg 2, Uhlandstraße 18/19.
71. „ R. Fuess, Steglitz, Düntherstraße 8.
72. „ Dr. Paul Gehne, W. 9, Königgrätzerstraße 20.
73. „ Prof. Dr. E. Gehrcke, W. 30, Bambergerstraße 14.
74. „ Dr. A. Gehrts, W. 50, Augsburgerstraße 48.
75. „ Dr. H. Geiger, Charlottenburg 5, Königsweg 28.
76. „ Dr. H. Gerdien, Halensee, Kurfürstendamm 145.
77. „ Prof. Dr. Bruno Glatzel, SW. 29, Gneisenaustraße 4.

78. Herr cand. phil. Erich Goens, C. 2, Neue Friedrichstraße 46.
79. „ Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 5, Witzlebenstraße 32.
80. „ Prof. Dr. E. Goldstein, W. 50, Bambergerstraße 6.
81. „ Dr. A. Gradenwitz, W. 50, Regensburgerstraße 3.
82. „ Oberlehrer Willy Greinert, Halensee, Joachim-Friedrichstr. 48.
83. „ Dr. M. K. Grober, NW. 23, Lessingstraße 19.
84. „ Dr. Fr. Grünbaum, Charlottenburg 1, Nonnendammerallee 84.
85. „ Prof. Dr. E. Grüneisen, Charlottenburg 1, Berlinerstraße 49.
86. „ Prof. Dr. L. Grunmach, Wilmersdorf, Tübingerstraße 4.
87. „ Ingenieur Dr. G. Gruschke, NW. 52, Werftstraße 3.
88. „ Prof. Dr. R. Güntsche, W. 15, Württembergischestraße 27.
89. „ Prof. Dr. E. Gumlich, Charlottenburg 2, Schlüterstraße 73.
90. „ W. J. de Haas, Charlottenburg 5, Kaiserdamm 96.
91. „ Prof. Dr. F. Haber, Lichterfelde 3, Faradayweg 4.
92. „ W. Haensch, S. 53, Urbanstraße 185.
93. „ Prof. Dr. E. Häntzschel, Halensee, Johann-Georgstraße 20.
94. „ Prof. Dr. E. Hagen, Charlottenburg 2, Werner-Siemensstraße 7.
95. „ Prof. H. Hahn, Halensee, Nestorstraße 18.
96. „ Prof. Dr. O. Hahn, NW. 40, Platz vor dem Neuen Tore 1a.
97. „ Dr. Werner Haken, NW. 23, Cuxhavenerstraße 10.
98. „ Dr. F. Handke, N. 37, Lottumstraße 12.
99. „ Theodor Heele, O. 34, Königsbergerstraße 18.
100. „ P. Heitchen, Charlottenburg 4, Goethepark 13.
101. „ Prof. Dr. G. Hellmann, W. 10, Margarethenstraße 2/3.
102. „ Dr. Fr. Henning, Lichterfelde 3, Tulpenstraße 5.
103. „ Dr. Karl Herrmann, Charlottenburg 4, Goethepark 20.
104. „ Dr. G. Hertz, Charlottenburg 4, Schlüterstraße 63.
105. „ Dr. W. Heuse, W. 30, Landshuterstraße 25.
106. „ Prof. Dr. R. Heyne, W. 57, Zietenstraße 3.
107. „ Dr. S. Hilpert, Grunewald, Humboldtstraße 41.
108. „ Prof. Dr. J. Hirschwald, Grunewald, Wangenheimstraße 29.
109. „ Dr. Fritz Hönigsberger, Schöneberg, Meranerstraße 11.
110. „ Prof. Dr. vom Hofe, Gr.-Lichterfelde, Ringstraße 104.
111. „ Dr. Christ. von Hofe, Zehlendorf (Wannseebahn), Parkstraße 3.
112. „ Dr. Fr. Hoffmann, W. 62, Schillstraße 3.
113. „ Dr. Willibald Hoffmann, Friedenau, Südwest-Corso 74.
114. „ Prof. Dr. L. Holborn, Charlottenburg 5, Friedrich-Karlplatz 15.
115. „ Oberlehrer Dr. K. Hollefreund, SW. 61, Großbeerenstraße 83.
116. „ Dr. W. Howe, Westend, Kastanienallee 4.
117. „ Dr. Erich Hupka, Charlottenburg 2, Marchstraße 25.
118. „ Dr. Erich F. Huth, W. 30, Landshuterstraße 9.
119. „ Dr. W. v. Ignatowsky, Friedenau, Stubenrauchstraße 17.
120. „ Dr. M. Iklé, Zehlendorf (Wannseebahn), Milinowskistraße 31.
121. „ Prof. Dr. W. Jaeger, Friedenau, Lauterstraße 38.
122. „ Prof. Dr. E. Jahnke, W. 15, Darmstädterstraße 11.
123. „ Dr. Ludwig Janicki, Charlottenburg 1, Tegelerweg 4.
124. „ Hans S. Joachim, SW. 11, Dessauerstraße 8.
125. „ Prof. P. Johannesson, N. 37, Weißenburgerstraße 22.
126. „ Dr. Hans Jordan, Karlshorst, Dorotheastraße 26.

127. Herr Prof. Dr. G. Just, Zehlendorf, Goethestraße 35.
128. „ Prof. Dr. S. Kalischer, W. 15, Kostnitzerstraße 2.
129. „ Dr. Franz Kiebitz, Steglitz, Sedanstraße 2.
130. „ Dr. Willy Kiesewetter, Tempelhof, Albrechtstraße 58.
131. „ Oberlehrer Dr. Kiessling, Tegel, Brunowsträße 10.
132. „ Prof. O. Kiewel, Nikolassee (Wannseebahn), Prinz-Friedrich-Leopoldstraße 26.
133. „ Dr. Albert Klages, Charlottenburg 2, Goethestraße 66.
134. „ G. Klapper, Charlottenburg 5, Witzlebenstraße 12.
135. „ cand. phil. H. Klewe, NW. 23, Altonaerstraße 10.
136. „ Dipl.-Ing. Dr. phil. Kock, Charlottenburg 5, Suarezstraße 27.
137. „ Dr. A. Koepsel, Charlottenburg 1, Berlinerstraße 86.
138. „ Dr. F. L. Kohlrausch, Wilmersdorf, Xantenerstraße 17.
139. „ cand. phil. Karl Kohne, NW. 40, Kronprinzenufer 20.
140. „ Prof. Dr. M. Koppe, SO. 33, Schlesische Straße 18.
141. „ Prof. Dr. A. Korn, Wilmersdorf, Güntzelstraße 3.
142. „ Prof. Dr. G. Krech, W. 50, Ansbacherstraße 44/45.
143. „ Dr. H. Kreusler, Friedenau, Wilhelmshöherstraße 3.
144. „ Prof. Dr. O. Krigar-Menzel, Westend, Ulmenallee 28.
145. „ Prof. Dr. H. A. Krüss, W. 64, Wilhelmstraße 68.
146. „ Prof. Dr. F. Kurlbaum, W. 15, Meinekestraße 5.
147. „ Dr. Ernst Lamla, S. 42, Gitschinerstraße 79.
148. „ Prof. Dr. E. Lampe, W. 15, Fasanenstraße 64.
149. „ Dr. G. Langbein, Charlottenburg 5, Schloßstraße 11.
150. „ Dr. W. Lanzrath, Charlottenburg 5, Oranienstraße 16.
151. „ Dr. E. Lehmann, Charlottenburg 2, Carmerstraße 6.
152. „ R. Lehnhardt, N. 4, Invalidenstraße 42.
153. „ Oberlehrer Dr. W. Leick, Groß-Lichterfelde W., Kommandantenstr. 85.
154. „ Dr. E. Richard Leiser, W. 50, Rankestraße 1.
155. „ Ingenieur Egbert v. Lepel, Berlin.
156. „ Ingenieur Otto Leppin, SO. 16, Engelufer 17.
157. „ Dr. E. Less, NW. 23, Bachstraße 11.
158. „ Dr. A. Lessing, W. 35, Potsdamerstraße 121a.
159. „ Georg Levinthal, W. 30, Barbarossaplatz 3.
160. „ Dr. L. Levy, W. 35, Steglitzerstraße 85.
161. „ Prof. Dr. Th. Liebisch, N. 4, Invalidenstraße 43.
162. „ Dr. Erik Liebreich, NW. 40, Kronprinzenufer 30.
163. „ Dr. Otto Liesche, Steglitz, Grunewaldstraße 6.
164. „ Dr. F. A. Lindemann, W. 15, Ludwigskirchstraße 11.
165. „ Dr. Rob. Lindemann, Charlottenburg 1, Königin-Luisestraße 9.
166. „ Dr. Walter Lissauer, Charlottenburg 5, Dernburgerstraße 26.
167. „ C. Lorenz, Aktiengesellschaft, SO. 26, Elisabethufer 5/6.
168. „ Prof. Dr. Lüdeling, W. 56, Schinkelplatz 6.
169. „ F. Lüschen, Groß-Lichterfelde W., Ladenbergstraße 7.
170. „ Reg.-Rat Dr. K. Luyken, Schöneberg, Am Park 18.
171. „ Dr. Karl Markau, Grunewald, Margarethenstraße 1.
172. „ Prof. Dr. F. F. Martens, NW. 23, Claudiusstraße 4.
173. „ Dr. W. Meissner, Charlottenburg 5, Dankelmannstraße 34
174 Frl. Dr. Lise Meitner, Charlottenburg 4, Mommsenstraße 22.

175. Herr Oberlehrer Dr. W. MENDELSSOHN, Straußberg, Wilhelmstraße 14.
176. „ Kapitän z. See a. D. A. MENSING, W. 62, Kurfürstenstraße 99.
177. „ Dr. ALFRED MEYER, NO. 55, Raabestraße 7.
178. „ Geh. Reg.-Rat Dr. ERNST MEYER, Friedenau, Kaiserallee 133.
179. „ Prof. Dr. EUGEN MEYER, Charlottenburg 5, Neue Kantstraße 15.
180. „ THEODOR MEYER, W. 10, Von der Heydtstraße 17.
181. „ Dr. ULFILAS MEYER, Wilmersdorf, Coblenzerstraße 9.
182. „ Prof. Dr. C. MICHAELIS, Potsdam, Schützenplatz 1a.
183. „ Prof. Dr. MIETHE, Halensee, Halberstädterstraße 7.
184. „ Dr. H. G. MÖLLER, Tempelhof, Blumenthalstraße 21.
185. „ Oberlehrer ERICH MOSCH, W. 30, Freisingstraße 15.
186. „ Prof. Dr. H. MOSLER, Zehlendorf (Wannseebahn), Lindenallee 30.
187. „ Dr. CARL MÜLLER, Charlottenburg 1, Kaiser-Friedrichstraße 4.
188. „ Dr. R. NAHRWOLD, C. 19, Niederwallstraße 12.
189. „ Prof. Dr. FR. NEESEN, W. 50, Ansbacherstraße 31.
190. „ Prof. Dr. W. NERNST, W. 35, Am Karlsbad 26a.
191. „ Dr. A. NIPPOLDT, Bornstedt (Mark).
192. „ Dr. E. OETTINGER, Charlottenburg 2, Carmerstraße 17.
193. „ Prof. Dr. OPITZ, SO. 16, Kaiser-Franz-Grenadierplatz 1.
194. „ Prof. Dr. E. ORLICH, Friedenau, Kirchstraße 7.
195. „ Prof. Dr. J. PETZOLDT, Spandau, Wröhmännerstraße 6.
196. „ Prof. Dr. R. PICTET, Wilmersdorf, Hildegardstraße 36.
197. „ Dr. M. v. PIRANI, Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 198.
198. „ Prof. Dr. M. PLANCK, Grunewald, Wangenheimstraße 21.
199. „ Dr. E. PODSZUS, Neukölln, Pflügerstraße 80.
200. „ Dr. ROBERT POHL, NW. 7, Reichstagsufer 7/8.
201. „ Prof. Dr. F. POSKE, Groß-Lichterfelde W., Friedbergstraße 5.
202. „ Dr. P. PRINGSHEIM, W. 35, Lützowstraße 63.
203. Frl. stud. phil. GERTRUD VON PRONDZYNSKI, Steglitz, Kurfürstenstraße 4.
204. Herr Dr. WALTHER RADEBOLDT, Wilmersdorf, Nassauische Straße 1.
205. „ Dr. RUDOLF RAISCH, Wilmersdorf, Aschaffenburgerstraße 26.
206. „ Prof. Dr. A. RAPS, Westend, Ulmenallee 14.
207. „ Obering. Dr. P. RASEHORN, Halensee, Joachim-Friedrichstraße 60.
208. „ Prof. Dr. ERICH REGENER, Charlottenburg 2, Hertzstraße 6.
209. „ FRITZ REICHE, W. 10, Bendlerstraße 35.
210. „ Prof. Dr. O. REICHEL, Charlottenburg 1, Sesenheimerstraße 27.
211. „ Dr. O. REICHENHEIM, W. 62, Lützowufer 33.
212. „ MAX REINHOLD, Steglitz, Lothar Bucherstraße 19.
213. „ Dr. L. RELLSTAB, Südende, Bahnstraße 8.
214. „ Prof. Dr. E. RICHTER, Nikolassee, Von Luckstraße 19.
215. „ Dr. F. RITTER, Charlottenburg 1, Cauerstraße 35.
216. „ Dr.-Ing. W. ROGOWSKI, Charlottenburg 2, Werner-Siemensstr. 8/12.
217. „ Dr. E. ROHLF, Charlottenburg 1, Kaiserin Augustaallee 67.
218. „ Dr. H. ROHRBECK, Halensee, Auguste-Viktoriastraße 1.
219. „ Dr. H. ROSENTHAL, W. 30, Stübbenstraße 3.
220. „ Dr. K. ROTTGARDT, Neukölln, Bürknerstraße 23.
221. „ Oberingenieur A. ROTTH, W. 35, Magdeburgerstraße 22.
222. „ Prof. Dr. H. RUBENS, NW. 7, Neue Wilhelmstraße 16.
223. „ stud. phil. HANS SALINGER, W. 62, Kleiststraße 91.

224. Herr Prof. Dr. KARL SCHEEL, Wilmersdorf, Güntzelstraße 43.
225. „ Prof. Dr. W. SCHEFFER, Wilmersdorf, Kaiserplatz 18.
226. „ Prof. Dr. J. SCHEINER, Potsdam, Astrophys. Observatorium.
227. „ Dr. E. SCHENCK, Charlottenburg 2, Schillerstraße 115.
228. „ Dr. H. SCHERING, Charlottenburg 1, Osnabrückerstraße 17.
229. „ HANS SCHIMANK, Schöneberg, Vorbergstraße 8.
230. „ R. SCHMEHLIK, SW. 61, Lankwitzstraße 2.
231. „ Prof. Dr. A. SCHMIDT, Potsdam, Telegraphenberg.
232. „ Reg.-Rat Dr. ERICH SCHMIDT, W. 15, Kurfürstendamm 58.
233. „ HANS SCHMIDT, Grunewald, St. Rochus.
234. „ Oberlehrer HEINRICH SCHMIDT, Pankow, Cavalierstraße 9.
235. „ Dr. RUDOLF SCHMIDT, Friedenau, Wiesbadenerstraße 84.
236. „ cand. ERICH SCHNEEWEISS, NW. 6, Karlstraße 32.
237. „ Prof. Dr. O. SCHÖNROCK, NW. 87, Jagowstraße 10.
238. „ Prof. Dr. P. SCHOLZ, Steglitz, Fichtestraße 34.
239. „ Dr. R. SCHOLZ, Charlottenburg 1, Scharrenstraße 39.
240. „ Dr. W. SCHULER, Halensee, Paulsbornerstraße 3.
241. „ Dr. H. SCHULTZE, Charlottenburg 2, Marchstraße 25.
242. „ Dr. HANS SCHULZ, Groß-Lichterfelde O., Großbeerenstraße 13.
243. „ Dr. ALFRED SCHULZE, Charlottenburg 2, Leibnitzstraße 101.
244. „ Dr. FRITZ SCHULZE, NO. 18, Virchowstraße 1.
245. „ Oberlehrer WILHELM SCHULZE, O. 17, Warschauerstraße 48.
246. „ Prof. Dr. G. SCHWALBE, Zehlendorf (Wannseebahn), Riemeisterstr. 7.
247. „ Prof. Dr. K. SCHWARZSCHILD, Potsdam, Astrophys. Observat.
248. „ Dr. BRUNO SEEGERT, Charlottenburg 2, Berlinerstraße 172.
249. „ Dr. R. SEELIGER, Charlottenburg 4, Schlüterstraße 16.
250. „ Frhr. v. SEHERR-THOSS, W. 10, Hohenzollernstraße 16.
251. „ Dr. GEORG SEIBT, Schöneberg, Hauptstraße 9.
252. „ Prof. Dr. A. SIEBERT, Groß-Lichterfelde 3, Bellevuestraße 30.
253. „ Geh. Reg.-Rat Dr. WILH. v. SIEMENS, SW. 11, Askanischer Platz 3.
254. „ Prof. Dr. W. SKLAREK, W. 62, Landgrafenstraße 7.
255. „ Prof. Dr. A. SLABY, Charlottenburg 2, Sophienstraße 33.
256. „ Dr. THEODOR SONNENSCHEIN, NW. 5, Stendalerstraße 4.
257. „ Dr. HANS SONVICO, W. 15, Meinekestraße 15.
258. „ Dr. W. STARCK, Friedenau, Südwest-Corso 6.
259. „ Prof. Dr. H. v. STEINWEHR, Groß-Lichterfelde, Manteuffelstraße 2.
260. „ Prof. Dr. K. STRECKER, W. 62, Burggrafenstraße 15.
261. „ Prof. Dr. R. SÜRING, Potsdam, Meteorolog. Observatorium.
262. „ Prof. Dr. P. SZYMANSKI, SW. 29, Gneisenaustraße 9.
263. „ Dr. SETSURO TAMARU, Dahlem, Kaiser Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie.
264. „ Prof. Dr. M. THIESEN, Friedrichshagen, Ahornallee 10.
265. „ Ingenieur Dr. E. THÜRMEL, Charlottenburg 5, Holtzendorfstr. 19.
266. „ Dr. ERICH TIEDE, SW. 29, Belle-Alliancestraße 37.
267. „ EDDY TIEFFENBACH, Steglitz, Martinstraße 10.
268. „ A. Q. TOOL, Charlottenburg 5, Holtzendorfstraße 19.
269. „ Prof. Dr. I. TRAUBE, Charlottenburg 1, Am Lützow 13a.
270. Frl. stud. phil. W. TRENDELENBURG, NW. 6, Albrechtstraße 26.
271. „ Dr. GERTA v. UBISCH, Groß-Lichterfelde 1, Marienstraße 7a.

272. Herr Dr. Aug. Uhrig, NW. 23, Schleswigerufer 9.
273. „ H. Vogel, NW. 23, Klopstockstraße 29.
274. „ Dr. W. Volkmann, Charlottenburg 2, Knesebeckstraße 76.
275. „ Ingenieur Dr. K. W. Wagner, Lankwitz, Luisenstraße 1.
276. „ Prof. Dr. E. Warburg, Charlottenburg 2, Marchstraße 25b.
277. „ Prof. Dr. H. v. Wartenberg, W. 50, Schaperstraße 35.
278. „ Geh. Reg.-Rat Dr. C. L. Weber, Gr.-Lichterfelde W. 3, Fontanestr. 17.
279. „ Prof. Dr. W. Wedding, Groß-Lichterfelde 1, Wilhelmstraße 2.
280. „ Prof. Dr. A. Wehnelt, Friedenau, Fregestraße 26.
281. „ Dr. Franz Weidert, Wilmersdorf, Landauerstraße 4.
282. „ Dr. F. Weigert, Schöneberg, Kufsteinerstraße 13.
283. „ Prof. Dr. B. Weinstein, Charlottenburg 5, Dernburgstraße 48.
284. „ Dr. A. Werner, Charlottenburg 2, Werner-Siemensstraße 7.
285. „ Dr. Alfred Wertheimer, W. 9, Königgrätzerstraße 18.
286. „ Dr. K. von Wesendonk.
287. „ Ingenieur J. H. West, SW. 61, Schleiermacherstraße 4.
288. „ Dr. Wilhelm Westphal, NW. 7, Reichstagsufer 7/8.
289. „ Dr. Gustav Wietzel, Charlottenburg 5, Windscheidstraße 5.
290. „ Prof. Dr. J. Wilsing, Potsdam, Astrophys. Observatorium.
291. „ Paul Winternitz, Wien, Andergasse 56.
292. „ Prof. Dr. J. Winzer, Groß-Lichterfelde 1, Gerichtsstraße 11.
293. „ Dr. Hermann Wolff, W. 9, Linkstraße 33/34.
294. „ Prof. Dr. R. Wurtzel, NW. 40, Platz vor dem Neuen Tore 1.
295. „ Prof. Dr. L. Zehnder, Halensee, Joachim-Friedrichstraße 54.
296. „ Ing. Dr. phil. Hans Zöllich, Westend, Spandauerberg 6.
297. „ Dr. W. Zorn, SO. 16, Köpenickerstraße 136.
298. Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, SW. 61, Tempelhoferufer 9.
299. Kgl. Preuß. Militärversuchsamt, Berlin-Jungfernheide (Post Plötzensee).

B. Auswärtige Mitglieder.

300. Herr Prof. Dr. M. Abraham, Mailand (Italien), Via Boccaccio 4.
301. „ Dr. A. Ackermann-Teubner, Leipzig, Poststraße 3.
302. „ Prof. Christ. Allacz, Czernowitz, Emineskugasse 11.
303. „ Reallehrer Dr. Heinrich Alt, München, Olgastraße 7.
304. „ Prof. Dr. R. Assmann, Lindenberg b. Beeskow, Kgl. Aeron. Obs.
305. „ Prof. Dr. F. Auerbach, Jena.
306. „ Frhr. Dr. Otto von und zu Aufsess, München 31, Barerstraße 46.
307. „ Prof. Dr. L. Austin, Washington, Bureau of Standards.
308. „ Dr. Hans Baerwald, Darmstadt 1, Schloßgartenstraße 23.
309. „ Dr. Erich Baisch, Greifswald, Roonstraße 19.
310. „ Prof. Dr. H. Barkhausen, Dresden-A. 7, Bernhardstraße 29.
311. „ Prof. Dr. August Becker, Heidelberg, Bergstraße 70.
312. „ Prof. Dr. Hans Benndorf, Graz, Universität.
313. „ Dr. O. Berg, Darmstadt, Am Erlenberg 19.
314. „ Oberlehrer Dr. K. Bergwitz, Braunschweig, Altewiekring 65.
315. „ Prof. Dr. Arciero Bernini, Pavia, Istituto tecnico.
316. „ Prof. Dr. A. L. Bernoulli, Basel, Lainerstraße 78.
317. „ Dr. R. Bernoulli, Cöln, Brüderstraße 7.

318. Herr Dr. G. Berthold, Ronsdorf.
319. „ Dr. A. Bestelmeyer, Göttingen, Sternstraße 8.
320. „ W. Biegon v. Czudnochowski, Merseburg.
321. „ Dr. Victor Biernacki, Warschau, Phys. Institut d. Polytechn.
322. „ Dr. Niels Bjerrum, Kopenhagen, Nøjsonhedsvej 5.
323. „ Prof. Dr. Max Bodenstein, Hannover, Ellernstraße 6a.
324. „ Dr. M. Born, Göttingen, Nikolausbergerweg 49.
325. Frau Prof. Margrete Bose, La Plata (Arg.), Calle 1, Inst. de fisica.
326. Herr Prof. Dr. F. Braun, Straßburg i. E., Physik. Institut d. Univ.
327. „ Prof. Dr. G. Bredig, Karlsruhe, Wendtstraße 19.
328. „ Dr. C. Brodmann, Karlsruhe, Stefanienstraße 47.
329. „ Le Duc de Broglie, Paris, Rue Chateaubriand 29.
330. „ Prof. Dr. H. Bruns, Leipzig, Sternwarte.
331. „ Dr. Eberhard Buchwald, Breslau, Hohenzollernstraße 105.
332. „ Dr. Harry Bürger, Kiel, Kaiserl. Werft.
333. „ Prof. Dr. F. Burckhardt, Basel, Elisabethstraße 26.
334. „ Dr. Hans Busch, Göttingen, Institut f. angewandte Elektr.
335. „ Prof. Dr. Roman Cegielskij, Czernowitz, Traubengasse 14.
336. „ Dr. Paul Cermak, Gießen, Physik. Institut.
337. „ Exzellenz Prof. Dr. O. Chwolson, St. Petersburg, Universität.
338. „ Prof. Dr. A. Coehn, Göttingen, Prinz-Albrechtstraße 14.
339. „ Prof. Dr. E. Cohn, Straßburg i. E., Orangeriering 17.
340. „ Dr. A. Dahms, Leipzig-Plagwitz.
341. „ Dir. Dr. A. L. Day, Washington D. C., 3150 Highland Ave.
342. „ cand. phil. Alfred v. Dechend, Heidelberg, Schloßberg 7.
343. „ Dr. H. v. Dechend, Freiburg i. B., Physik. Institut.
344. „ Dr. Harry Dember, Dresden-A. 27, Kaitzerstraße 151.
345. „ Prof. Dr. A. Denizot, Lemberg, k. k. Techn. Hochschule.
346. „ Prof. Dr. B. Dessau, Perugia, Università.
347. „ Chefing. Friedrich Dessauer, Frankfurt a. M., Süd-Bockenheim.
348. „ Dr. M. Dieckmann, Gräfelfing b. München.
349. „ Prof. Dr. H. Diesselhorst, Braunschweig, Adolfstraße 7.
350. „ Prof. Dr. C. Dieterici, Kiel, Moltkestraße 13.
351. „ Prof. Dr. E. Dorn, Halle a. S., Paradeplatz 7.
352. „ Prof. Dr. Drecker, Aachen, Lousbergstraße 26.
353. „ Prof. Dr. Marcel Dufour, Nancy, Place de la Carrière 28.
354. „ Prof. Dr. H. Ebert, München, Karl-Theodorstraße 12a.
355. „ Ing. Dr. Max Edelmann jr., München 4.
356. „ Prof. Dr. Paul Ehrenfest, Leiden, Universität.
357. „ Dr. Gustav Eichhorn, Zürich, Uferquai 45.
358. „ Dr. G. J. Elias, Haarlem (Holland), Teylers Museum.
359. „ Prof. Dr. J. Elster, Wolfenbüttel, Neuerweg 61a.
360. „ Dr. R. Emden, München, Habsburgerstraße 4.
361. „ P. Epstein, München, Isabellenstraße 26.
362. „ Dr. Heinrich Erfle, Jena, Kaiserin-Augustastraße 2.
363. „ Dr. G. Falkenberg, Greifswald, Physik. Institut.
364. „ Dr. R. Feustel, München.
365. „ Dr. H. W. Fischer, Hann.-Münden, Forstakademie.
366. „ Prof. Dr. Karl T. Fischer, München-Solln Albrecht-Dürerstraße 1.

367. Herr Dr. Friedrich Flade, Marburg (Bez. Cassel), Zwischenhausen 8.
368. „ Ing. Joh. Florey, Dresden-A., Uhlandstraße 5.
369. „ Dr. K. Fredenhagen, Leipzig, Ostplatz 5.
370. „ Dr. J. Friedländer, Neapel, Vomero, Via Luigia Sanfelice, Villa Hertha.
371. „ Dr. W. Friedrich, München, Triftstraße 13.
372. „ Prof. Dr. C. Fromme, Gießen, Bleichstraße 20.
373. „ Dr. W. Gaede, Freiburg i. Br., Phys. Inst. d. Univ.
374. „ Dr. H. Gädeke, Heidelberg, Brückenstraße 40.
375. „ Prof. Dr. R. Gans, La Plata, Argentinien, Instituto de fisica.
376. „ Dr. Georg Gehlhoff, Danzig-Langfuhr, Rickertweg 3.
377. „ Prof. Dr. H. Geitel, Wolfenbüttel, Neuerweg 61 a.
378. „ Prof. Dr. Josef Ritter von Geitler, Czernowitz, Phys. Inst. d. Univ.
379. „ Dr. Walter Gerlach, Tübingen, Physikalisches Institut.
380. „ Prof. Dr. D. Goldhammer, Kasan, Universität.
381. „ Prof. Dr. L. Graetz, München, Friedrichstraße 26.
382. „ Dr. Heinrich Greinacher, Zürich, Freiestraße 29.
383. „ Prof. E. Grimsehl, Hamburg, Immenhof 13.
384. „ Prof. Dr. O. Grotrian, Aachen, Vogelgasse 3.
385. „ Prof. Dr. Paul Gruner, Bern, Lindenrain 3.
386. „ Prof. Dr. G. Gruss, Smichow bei Prag, Schwedischegasse 7.
387. „ Dr. S. Guggenheimer, Nürnberg, Kaiserstraße 23.
388. „ Prof. Dr. K. E. Guthe, Ann Arbor (Mich., U. S. A.) 725, New Jersey Av.
389. „ Prof. Dr. Aug. Hagenbach-Aman, Basel, Schönbeinstraße 38.
390. „ Prof. Dr. W. Hallwachs, Dresden-A., Münchenerstraße 2.
391. „ W. Hammer, Freiburg i. B., Rheinstraße 32.
392. „ Prof. Dr. Hermann Hammerl, Innsbruck, Müllerstraße 28.
393. „ Prof. E. A. Harrington, Northampton (Mass., U. S. A.), Smith College.
394. „ Prof. Dr. Hartmann, Göttingen, Schillerstraße 56.
395. „ Prof. Dr. Fritz Hasenöhrl, Wien IX, Türkenstraße 3.
396. „ Reallehrer Georg Heinrich, Neustadt a. d. H., Karolinenstr. 17.
397. „ Dipl.-Ing. L. Heis, Tübingen 1.
398. „ Dr. Paul Hertz, Hamburg 37, Rottenbaumchaussee 162.
399. „ Dr. Otto Hess, Cassel, Kaiserstraße 31.
400. „ Prof. Dr. A. Heydweiller, Rostock, Kaiser-Wilhelmstraße 2.
401. „ Prof. Dr. F. Himstedt, Freiburg i. B., Goethestraße 8.
402. „ Dr. Rud. Frhr. v. Hirsch, Planegg b. München.
403. „ Georg Hirzel i. Fa. S. Hirzel, Verlagsbuchh., Leipzig, Königstr. 2.
404. „ Prof. Dr. W. Hittorf, Münster i. W.
405. „ Dr. E. Hochheim, Heidelberg, Steigenweg 23.
406. „ Dr. Heinrich Hörig, Gautzsch-Leipzig, Walterstraße 12.
407. „ Dr. Gerhard Hoffmann, Königsberg i. Pr., Steindamm 6.
408. „ Dr. H. Hollnagel, Dorchester (Mass., U. S. A.), Hamilton St. 186.
409. „ Dr. L. Hopf, Aachen, Techn. Hochschule.
410. „ Prof. Dr. A. Hupe, München, Karlstraße 28.
411. „ Prof. Dr. D. Hurmuzescu, Jassy, Rumänien, Universität.
412. „ Werner Immler, Elsfleth, Weserstraße 2.
413. „ Dr. F. Jentzsch, Wetzlar, Frankfurterstraße 36.
414. „ Prof. Dr. Alfred Kalähne, Oliva bei Danzig, Jahnstraße 8.
415. „ Prof. Dr. L. Kann, Wien IX, Nußdorferstraße 68.

416. Herr Prof. Dr. W. Kaufmann, Königsberg i. Pr. 9, Steindamm 6.
417. „ Prof. Dr. H. Kayser, Bonn, Humboldtstraße 2.
418. „ Dr. H. Kellner, p. A. Bausch & Lomb, Opt. Co., Rochester (N.-Y., U.S.A.).
419. „ Leo v. Klecki, Krakau, Krupnicza 13.
420. „ Prof. Dr. F. Klein, Göttingen, Wilhelm-Weberstraße 3.
421. „ Dr. Fr. Klingelfuss, St. Ludwig, Elsaß.
422. „ Prof. Dr. E. Klupathy, Budapest, Esterhazygasse 3.
423. „ W. Knipping, München, Gewürzmühlenstraße 5.
424. „ Prof. Dr. Osc. Knoblauch, München 4, Herzog-Heinrichstraße 4.
425. „ Dr. D. Knüttel, Baarn b. Utrecht, Villa Diana.
426. „ Prof. Dr. K. R. Koch, Stuttgart, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule.
427. „ Dr. P. P. Koch, München, Phys. Inst. d. Univers., Ludwigstraße 17.
428. „ Dr. Paul Pallme König, Steinschönau (Böhmen), Langestraße 154.
429. „ Prof. Dr. W. König, Gießen, Ludwigstraße 76.
430. „ Prof. Dr. J. Koenigsberger, Freiburg i. B., Hebelstraße 33.
431. „ Prof. Dr. W. Kohlrausch, Hannover, Nienburgerstraße 8.
432. „ Prof. Dr. H. Konen, Münster i. W., Fürstenbergstraße 4.
433. „ Dr. Walter Kossel, München 23, Gundelindenstraße 5.
434. „ Prof. Dr. J. v. Kowalski, Freiburg (Schweiz), Physik. Institut.
435. „ Dr. Kamill Kraft, Krakau, Pauskastraße 11.
436. „ C. Krall, Elberfeld, Roonstraße 54.
437. „ Oberlehrer Ewald Kraus, Traben-Trarbach.
438. „ Prof. Dr. H. Kronecker, Bern.
439. „ Prof. Dr. Friedrich Krüger, Danzig-Langfuhr, Hauptstr. 141.
440. „ Dr. H. Krüss, Hamburg, Adolfsbrücke 7.
441. „ Dr. K. Kurz, Göttingen, Schillerstraße 23.
442. „ Prof. Dr. Ayao Kuwaki, Fukuoka-Ken (Japan) Meyi Semmon Gakko.
443. „ Dr. Rudolf Ladenburg, Breslau 18, Hohenzollernstraße 103.
444. „ Prof. Dr. Anton Lampa, Prag II 1594, Weinberggasse 3.
445. „ Dr. med. Bruno Landau, Wandlitz (Mark).
446. „ Prof. Dr. V. von Lang, Wien IX, Türkenstraße 3.
447. „ Prof. Dr. M. Laue, Zürich, Röthelstraße 15.
448. „ Prof. Dr. E. Lecher, Wien IX, Türkenstraße 3.
449. „ Prof. Dr. E. L. Lederer, Weinberge b. Prag, Deutsches Staatsgymnasium.
450. „ Prof. Dr. O. Lehmann, Karlsruhe, Kaiserstraße 63.
451. „ Dr. Gotthelf Leimbach, Göttingen, Goldgraben 4.
452. „ Prof. Dr. G. Leithäuser, Hannover, Technische Hochschule.
453. „ Dr. Ernst Leitz, Wetzlar.
454. „ Prof. Dr. Ph. Lenard, Heidelberg, Neue Schloßstraße 7a.
455. „ Dr. J. E. Lilienfeld, Leipzig, Simsonstraße 8.
456. „ Prof. Dr. C. Linde, München, Prinz-Ludwigshöhe 44.
457. „ Oberlehrer Dr. Ad. Lindemann, Hamburg 13, Hartungstraße 15.
458. „ Dr. Fr. Linke, Frankfurt a. M. 1, Kettenhofweg 105.
459. „ Prof. Dr. H. A. Lorentz, Haarlem, Zijlweg 76.
460. „ Dr. St. Loria, Krakau, Sebastyanastraße 20.
461. „ Dr. P. Ludewig, Freiberg i. S., Albertstraße 22.
462. „ Prof. Dr. O. Lummer, Breslau, Göppertstraße 1.
463. „ Prof. Dr. K. Mack, Hohenheim bei Stuttgart.

464. Herr Dr. A. Magnus, Tübingen, Reutlingerstraße 2.
465. „ Dr. A. Mahlke, Hamburg 26, Horner Landstraße 28.
466. „ Dr. L. Mandelstam, Straßburg i. E., Physik. Institut.
467. „ Dr. O. Martienssen, Kiel, Niemannsweg 10.
468. „ Prof. Dr. E. Marx, Leipzig, Windmühlenweg 7.
469. „ Dr. W. Matthies, Münster i. W., Augustastraße 29.
470. „ Dr. Werner Mecklenburg, Clausthal i. H.
471. „ A. Meiner i. Fa. J. A. Barth, Verlagsbuchh. Leipzig, Dörrienstr. 16.
472. „ Prof. Dr. G. Melander, Helsingfors, Meteorol. Zentralanstalt.
473. „ P. Metzner, Bautzen, Nouartstraße 8.
474. „ Prof. Dr. Edgar Meyer, Tübingen, Nauclerstraße 23.
475. „ Prof. Dr. Georg Meyer, Freiburg i. B., Röderstraße 1.
476. „ Prof. Dr. Stefan Meyer, Wien IX, Waisenhausgasse 1.
477. „ Prof. A. A. Michelson, Chicago, University, Ryerson Laboratory.
478. „ Prof. Dr. G. Mie, Greifswald, Domstraße 10.
479. „ Prof. A. J. M. Mulder, Oudenbosch (Holland), Kerkstraat 18.
480. „ Prof. Dr. R. Nacken, Leipzig, Mineral. Inst., Talstraße 35.
481. „ Prof. Hantaro Nagaoka, Tokyo, Science Coll., Imp. Univ.
482. „ Prof. Dr. C. Neumann, Leipzig, Querstraße 10/12.
483. „ Friedrich Neumeier, Augsburg, Jakobstraße G. 35.
484. „ Dr. P. Nordmeyer, Bielefeld, Johannistal 14.
485. „ Prof. Dr. A. v. Oettingen, Leipzig, Mozartstraße 1.
486. „ Prof. Dr. W. Ostwald, Großbothen, Landhaus Energie.
487. „ Prof. Dr. L. Pfaundler, Graz, Merangasse 5.
488. „ Dr. A. Pflüger, Bonn, Koblenzerstraße 176.
489. „ Prof. Alfredo Pocchettino, Sassari (Sardinien), Universität.
490. „ Prof. Dr. F. Pockels, Heidelberg, Bergstraße 3.
491. „ Prof. Dr. J. Precht, Hannover, Techn. Hochschule.
492. „ Dr. Wilhelm Preusser, Stade, Wallstraße 16.
493. „ Prof. Dr. E. Pringsheim, Breslau, Kaiser-Wilhelmstraße 64.
494. „ Dr. E. Prümm, Braunschweig, Campestraße 3.
495. „ Prof. Dr. K. Prytz, Kopenhagen, Kalkbränderivej 17.
496. „ Dr. C. Pulfrich, Jena.
497. „ Prof. Dr. G. Quincke, Heidelberg, Bergstraße 41.
498. „ Dr. K. Rappenecker, Freiburg i. B., Röderstraße 16.
499. „ Prof. Dr. W. J. Raymond, Univ. of California, Berkeley (Cal., U. S. A.).
500. „ Prof. Dr. R. Reiger, Erlangen, Raumerstraße 8.
501. „ Prof. Dr. M. Reinganum, Freiburg i. B., Karlsplatz 18.
502. „ Dr. O. Reinkober, Danzig-Langfuhr, Brunshoferweg 17.
503. „ Bodo Frhr. v. Reitzenstein, Perchtoldsdorf b. Wien, Lohnsteinstr.
504. „ Ingenieur H. Renisch, Essen a. Ruhr, Ostfeldstraße 1.
505. „ Prof. Dr. F. Richarz, Marburg (Bez. Cassel).
506. „ Prof. Dr. E. Riecke, Göttingen.
507. „ Prof. Dr. Ernst Riesenfeld, Freiburg i. B., Fuchsstraße 2.
508. „ Dr. M. Robitzsch, Marburg (Bez. Cassel), Marbacherweg 26a.
509. „ Prof. Dr. W. C. Röntgen, München 8, Äußere Prinzregentenstr. 1.
510. „ Dr. M. v. Rohr, Jena, Tal 34.
511. „ Prof. Dr. J. Rosenthal, Erlangen.
512. „ Ing. Dr. J. Rosenthal, München, Bavariaring 10.

513. Frl. cand. phil. Rothgiesser, Freiburg i. B., Starkenstraße 11.
514. Herr Dr. G. Rümelin, Göttingen, Gaußstraße 11.
515. „ Prof. Dr. C. Runge, Göttingen, Universität.
516. „ Dr. Franz Rusch, Zürich, Culmannstraße 53.
517. „ Prof. Dr. E. Rutherford, Manchester, Victoria-Universität.
518. „ Hauptmann Schatte, St. Avold (Lothringen), Hamburgerstraße 89.
519. „ Prof. Dr. K. Schaum, Leipzig-Marienhöhe, Naunhoferstraße 22.
520. „ Prof. Dr. R. Schenck, Breslau 16, Techn. Hochschule, Borsigstr.
521. „ Prof. Dr. K. Schering, Darmstadt, Roquetteweg 12.
522. „ Prof. Dr. Gerhard Schmidt, Münster i. W., Goebenstraße 7.
523. „ Dr. Hans Schmidt, Kiel, Stephanstraße 24.
524. „ Prof. Dr. H. W. Schmidt, Gießen, Nahrungsberg 8.
525. „ Prof. Dr. Karl Schmidt, Halle a. S., Kronprinzenstraße 1.
526. „ Prof. Dr. Schubert, Eberswalde, Forstakademie.
527. „ Prof. Dr. F. A. Schulze, Marburg (Bez. Cassel), Gartenweg 1.
528. „ Prof. Dr. Egon Ritter v. Schweidler, Innsbruck, Universität.
529. „ Prof. Dr. A. Schweitzer, Zürich IV, Gladbachstraße 33.
530. „ Dr. Max Seddig, Frankfurt a. M.-Buchschlag.
531. „ Dr. Henry Siedentopf, Jena, Kaiser-Wilhelmstraße 7.
532. „ Reallehrer Dr. Bruno Sieger, Nürnberg, Technikum.
533. „ Prof. Dr. P. Silow, Kiew (Rußland), Nikolaistraße 9.
534. „ Prof. Dr. H. Th. Simon, Göttingen, Nikolausbergerweg 20.
535. „ H. Clyde Snook, Philadelphia, Pa. 417, Mariner & Merchant Building.
536. „ Prof. Dr. A. Sommerfeld, München 23, Leopoldstraße 87.
537. „ cand. F. Spahn, Mainz, H. Präsenzgasse 1 $^{5}/_{10}$.
538. „ Prof. Dr. P. Spies, Posen O. 1.
539. „ Prof. Dr. Joh. Stark, Aachen, Lütticherstraße 189.
540. „ Prof. Dr. H. Starke, Greifswald, Gutzkowstraße 30.
541. „ Dr. R. Steinheil, München 10, Theresienhöhe 7.
542. „ Prof. Dr. K. Stöckl, Passau 3, Kirchplatz 4.
543. „ Dr. B. Strasser, Mannheim B 6, Nr. 22 a.
544. „ Prof. Dr. R. Straubel, Jena, Botzstraße 10.
545. „ Prof. Dr. V. Strouhal, Prag, Clementinum.
546. „ Dr. Karl Stuchtey, Marburg (Bez. Cassel), Physik. Institut.
547. „ Dr. G. Szivessy, Dresden-A. 14, Lindenstraße 19.
548. „ Dr. Emil Take, Marburg (Bez. Cassel), Renthofstraße 10.
549. „ Prof. A. H. H. Tallqvist, Helsingfors.
550. „ Dr. Odo Tauern, Freiburg i. B. (C. Troemers Univ.-Buchh.).
551. „ Dr. B. Tepelmann, Braunschweig, Viewegstraße 1.
552. „ Exzellenz Prof. Dr. S. Tereschin, Petersburg, Nikolajewskaya 40.
553. „ Prof. Dr. Thöldte, Dessau, Askanische Straße 56.
554. „ Prof. Dr. M. Toepler, Dresden-A., Uhlandstraße 40.
555. „ Dr. M. Trautz, Heidelberg, Guisbergstraße 62.
556. „ Dr. Karl Tubandt, Halle a. S., Blumenthalstraße 13.
557. „ L. B. Tuckermann, Physical Dept. University of Nebraska, Lincoln (Nebraska, U. S. A.)
558. „ Prof. Dr. W. von Uljanin, Kasan.
559. „ Dr. R. Ullrich, Weilburg a. L., Neugasse 7.
560. „ Dr. Usener, Kiel, Muhliusstraße 5.

561. Herr Prof. Dr. S. Valentiner, Clausthal (Harz), Bergakademie.
562. „ L. Vegard, Würzburg, Schönleinstraße 8.
563. „ Prof. Dr. Henri Veillon, Basel, Eulerstraße 27.
564. „ Oberlehrer L. Völzow, Kiel.
565. „ Prof. Dr. W. Voigt, Göttingen, Grüner Weg 1.
566. „ Prof. Dr. P. Volkmann, Königsberg, Pr.-Mittelhufen, Hermannallee 14.
567. „ Prof. Dr. A. Voller, Hamburg, Physik. Staatslaboratorium.
568. „ cand. phil. Moritz Vos, Marburg (Bez. Cassel), Marbacherweg 26a.
569. „ Prof. Vykruta, Pilsen, Staatsgewerbeschule.
570. „ Prof. Dr. R. Wachsmuth, Frankfurt a. M., Kettenhofweg 136.
571. „ Prof. Dr. E. Waetzmann, Breslau, Phys. Inst. d. Univ.
572. „ Dr. J. Wallot, Stuttgart, Hölderlinstraße 19.
573. „ Prof. Dr. B. Walter, Hamburg, Physik. Staatslaboratorium.
574. „ Prof. Dr. Anton Weber am Lyceum in Dillingen (Bayern).
575. „ Prof. Dr. H. Weber, Braunschweig, Spielmannstraße 21.
576. „ Prof. Dr. L. Weber, Kiel, Physik. Institut.
577. „ Prof. Dr. Rudolf H. Weber, Rostock, Wismarsche Straße 5.
578. „ Dr. Moritz Weerth, Elberfeld, Roonstraße 35.
579. „ Prof. Dr. E. Wiechert, Göttingen.
580. „ Prof. Dr. E. Wiedemann, Erlangen.
581. „ Prof. Dr. M. Wien, Jena.
582. „ Prof. Dr. W. Wien, Würzburg, Pleicherring 8.
583. „ Prof. Dr. O. Wiener, Leipzig, Linnéstraße 4.
584. „ Dr. A. Wigand, Halle a. S., Sophienstraße 5.
585. „ Dr. E. Wilke, Heidelberg, Phys.-Chem. Institut.
586. „ Prof. Dr. E. B. Wilson, Boston (Mass. U. S. A.), Inst. of Technology.
587. „ Oberlehrer Dr. H. Witte, Wolfenbüttel, Marktstraße 14.
588. „ Dr. M. v. Wogau, Markenhof b. Kirchzarten i. B.
589. „ Dr. Joseph Würschmidt, Erlangen, Physik. Institut.
590. „ Dr. H. Zahn, Kiel, Physik. Institut d. Universität.
591. „ Carl Zeiss, Optische Werkstatt, Jena.
592. „ Prof. Dr. W. Ziegler, Santiago de Chile, Cassilla 1389.
593. „ Dr. R. Zsigmondy, Göttingen, Prinz-Albrechtstraße 4.
594. Die mathem.-physik. Sammlung des bayerischen Staates (Direktor: Geheimrat Röntgen), München 4, Neuhauserstraße 51.
595. Das Phys. Institut der Universität Freiburg i. B.
596. Das Phys. Institut der Universität Göttingen.
597. Das Phys. Institut der Universität Jena.
598. Das Phys. Institut der Universität Leipzig, Linnéstraße 5.
599. Das Phys. Institut der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr.
600. Das Phys. Institut der Technischen Hochschule Dresden-A.
601. Das Phys.-Chem. Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe.
602. Das Phys. Laboratorium des Friedrichs-Polytechnikums Cöthen (Anhalt).
603. Bibliothek der Königl. Bergakademie Freiberg i. S.

Alphabetisches Namenregister

zu

Jahrgang 14 (1912)

der

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*).

A.

B.

C.

D.

---

*) Die in Klammern bzw. ohne Klammern stehenden Zahlen weisen auf die Seiten hin, auf denen ein kürzerer bzw. längerer Bericht über die betr. Mitteilung abgedruckt ist.

H.

J.

K.

P.

R.

S.



